

پاسخ تشریحی آزمون دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل-سال ۱۳۹۳

مجموعه مدیریت ۱۱۴۲

سوال ۳۱- تعداد کل داده‌ها ۱۸ عدد است. با توجه به اینکه $۱۸ \times 0.۲۵ = ۴/۵$ لذا ۴ عدد پایینی و ۴ عدد بالایی را

حذف و میانگین حسابی بقیه داده‌ها را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\bar{X} = \frac{77 + 79 + \dots + 92 + 94}{10} = 84.3$$

همچنین با توجه به اینکه تعداد داده‌ها زوج است، میانه برابر میانگین دو عدد وسطی خواهد بود لذا داریم:

$$\tilde{X} = \frac{83 + 85}{2} = 84$$

لذا تفاوت میانگین پیراسته و میانه برابر 0.۳ خواهد بود.

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

سوال ۳۲- با توجه به اینکه:

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

سوال ۳۳- برای به دست آوردن میانگین U ابتدا توجه داریم که:

$$\bar{U} = \frac{\bar{X} - 51}{4}$$

با توجه به داده‌ها داریم:

$$\bar{X} = \frac{43 \times 9 + 47 \times 12 + \dots + 59 \times 16}{64} = 51.75$$

$$\bar{U} = \frac{51.75 - 51}{4} = 0.1875$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

سوال ۳۴- بنابر قضیه چبیشف داریم:

$$1 - \frac{1}{k^2} = 0.36 \Rightarrow k = 1.25$$

$$\Rightarrow (\bar{X} - ks, \bar{X} + ks) = (71 - 1.25 \times 4, 71 + 1.25 \times 4) = (66, 76)$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

سوال ۳۵- با توجه به اینکه $\sum f_i(x_i - 12) = 0$ نتیجه می‌گیریم $\bar{X} = 12$. با توجه به رابطه ضریب کشیدگی

داریم:

$$K = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{\frac{\sum f_i(x_i - 12)^4}{N}}{\left(\frac{\sum f_i(x_i - 12)^2}{N}\right)^2} - 3 = \frac{\frac{2760}{60}}{\left(\frac{240}{60}\right)^2} - 3 = -0.125$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۳۶ - تعریف می‌کنیم:

W: پیشامد سفید بودن دو مهره از سه مهره استخراجی

A₁: پیشامد انتخاب مهره از ظرف اول

A₂: پیشامد انتخاب مهره از ظرف دوم

با توجه به قانون بیز داریم:

$$P(A_1 | W) = \frac{P(W | A_1)P(A_1)}{P(W | A_1)P(A_1) + P(W | A_2)P(A_2)} = \frac{\frac{\binom{7}{2}\binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} \times \frac{1}{3}}{\frac{\binom{7}{2}\binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} \times \frac{1}{3} + \frac{\binom{4}{2}\binom{8}{1}}{\binom{12}{3}} \times \frac{2}{3}} = \frac{35}{67}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۳۷ - با توجه به اینکه مجموع احتمال‌های توام باید ۱ باشد لذا $\alpha = 0.2$. با توجه به فرمول محاسبه کواریانس داریم:

$$\begin{aligned} \text{cov}(x, y) &= E(xy) - E(x)E(y) \\ E(xy) &= 4 \times 6 \times 0.12 + 9 \times 6 \times 0.2 + \dots + 15 \times 10 \times 0.12 = 73.08 \\ E(x) &= 4 \times 0.3 + 9 \times 0.5 + 15 \times 0.2 = 8.7 \\ E(y) &= 6 \times 0.4 + 10 \times 0.6 = 8.4 \\ \Rightarrow \text{cov}(x, y) &= 73.08 - 8.7 \times 8.4 = 0 \end{aligned}$$

راه دوم: با توجه به اینکه رابطه $f(x, y) = f(x)f(y)$ برای تمام X و Y ها برقرار است لذا دو متغیر X و Y از هم مستقلند.

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

سوال ۳۸ - بنابر تعریف امید ریاضی داریم:

$$E(x) = \int_1^{64} x \frac{1}{9\sqrt[3]{x^2}} dx = \frac{1}{9} \int_1^{64} x^{1/3} dx = \frac{1}{9} \left[\frac{1}{\frac{1}{3}+1} x^{\frac{1}{3}+1} \right]_1^{64} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} x^{4/3} \right)_1^{64} = 21.25$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

سوال ۳۹ - یک تابع ریاضی در صورتی تابع توزیع است که اولاً در دامنه خود مثبت باشد و ثانیاً مجموع احتمال روی دامنه برابر ۱ باشد. لذا داریم:

$$\sum_{x=0}^{\infty} C \frac{2^x}{x!} = 1 \Rightarrow C \sum_{x=0}^{\infty} \frac{2^x}{x!} = 1 \Rightarrow Ce^2 = 1 \Rightarrow C = e^{-2}$$

راه حل دوم: از این نکته که تابع فوق شکل تابع توزیع پواسون است می‌توان استفاده کرده و ضریب فوق را حدس زد.

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

سوال ۴۰ - داریم:

$$P(\bar{X} \geq 147) = P\left(\frac{\bar{X} - 150}{\sigma/n} \geq \frac{147 - 150}{15/\sqrt{81}} \right) = P(Z \geq -1.8) = 1 - P(Z < -1.8) = 1 - 0.036 = 0.964$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

سوال ۴۱ - بازه اطمینان برای تفاضل دو میانگین در این حالت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(\mu_1 - \mu_2) \in (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = (65 - 62) \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{100}{40} + \frac{36}{24}} = 3 \pm 3.92 = (-0.92, 6.92)$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۴۲ - ابتدا جدول زیر را تشکیل می‌دهیم.

x رتبه	۵	۳	۱	۴	۲	جمع
y رتبه	۱	۲	۴	۵	۳	
d_i	۴	۱	-۳	-۱	-۱	
d_i^2	۱۶	۱	۹	۱	۱	

بنابراین داریم:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \times 28}{5(25 - 1)} = -0.4$$