حل تمرین سری دوم درس ماشین (۱)

(۱) الف)

$$x = 0.9\ mm \rightarrow L = \frac{2L_0}{1+\frac{x}{x_0}} = \frac{2\times 30\ mH}{1+\frac{0.9}{0.18}} = 29.49\ mH$$

$$W = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\times 29.49\times 10^{-3}\times 40^2 = 23.59\ (J)$$

ب)

$$L' = \frac{2\times 30\ mH}{1+\frac{1.8}{0.18}} = 19.09\ mH \rightarrow W' = 25.19\ J$$

$$\rightarrow \Delta W = W' - W = -17.89\ (J)$$

---

(۲) مدار معادل الکتریکی ساختار داده شده به صورت زیر است:

$$R_{g1} = \frac{g}{\mu_0 \times 14 \times 80 \times 10^{-4}}, \quad R_{g2} = R_{g3} = \frac{g}{\mu_0 \times 8 \times 80 \times 10^{-4}}$$

$$R_{eq} = (R_{g2} \parallel R_{g3}) + R_{g1} = 15.42\,\frac{g}{\mu_0}$$

$B_{g1} = 1.4\ T$ درستون وسط $\rightarrow \Phi_{g1} = B_{g1}\cdot A_{g1} = 1.4\ T \times 0.14\times 0.18 = 0.119\ (wb)$

$$Ni = R\Phi \rightarrow 400\times 15 = \frac{g}{\mu_0}\,15.42 \rightarrow \underline{g_{min} = 4.04\ mm}$$

ب) $f_m = \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{dx} = \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{dg}$, $L = \frac{N^2}{R_{eq}} = \frac{N^2\mu_0}{15.42\,g}$

$$\rightarrow f_m = \frac{1}{2}i^2\left(\frac{-\mu_0 N^2}{15.42\,g^2}\right) \rightarrow f_m(g=4mm) = -2037.5\ (N)$$

ج) نیروی وزن $W = 9.8\times 1000\ kg = 9800\ (N)$

$$9800 = f_m = \frac{1}{2}\times 15^2\times\frac{400^2\times 4\pi\times 10^{-7}}{15.42\times g^2} \rightarrow g = 18.12\ mm$$

(۳)

$$\lambda = \frac{L i^{1/2}}{g} = \frac{\sqrt{i}}{2g} \rightarrow i = 4g^2\lambda^2$$

انرژی $W_F = \int_0^{\lambda} i\, d\lambda = \int_0^{\lambda} 4g^2\lambda^2\, d\lambda = \frac{4}{3} g^2\lambda^3$

$$f_m = -\frac{\partial W_F^*}{\partial g}\Big|_{\lambda=\text{ثابت}} = -\frac{8}{3} g\lambda^3$$

$$i = 2A,\ g = 0.1\,mm \rightarrow \lambda = 2\sqrt{2}\ wb \rightarrow f_m = \frac{-200\sqrt{2}}{3}\ (N)$$

$$\text{هم‌انرژی } W'_F = \int_0^{i} \lambda\, di = \int_0^{i} \frac{0.5\, i^{0.5}}{g}\, di = \frac{1}{3}\frac{i^{3/2}}{g}$$

$$f_m = \frac{\partial W'_F}{\partial g}\Big|_{i=\text{ثابت}} \Rightarrow f_m = \frac{-200\sqrt{2}}{3}\ (N)$$

---

(۴)

چون سطح مقطع هسته و فاصله‌ی هوایی یکی است $\rightarrow B_g = B_c = 0.5\ T$

نیروی منجمه هسته: $H_c = 340\ A/m$ $\qquad H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = 3.978\times10^5\ A/m$

$$Ni = H_c l_c + H_g l_g \rightarrow 200\, i = 340\times0.4 + 3.978\times10^5\times0.001 \rightarrow$$

$$i = 1.248\ (A) \rightarrow V = Ri = 4.992\ (V)$$

انرژی سیستم = انرژی هسته + انرژی فاصله‌ی هوایی

انرژی فاصله‌ی هوایی $= \frac{1}{2}\frac{B_g^2}{\mu_0} \times$ حجم فاصله‌ی هوایی $= \frac{1}{4}\times\frac{0.5^2}{4\pi\times10^{-7}}\times(2\times10^{-4}\times1\times10^{-3}) =$

$0.248\ (J)$

انرژی هسته با توجه به منحنی هسته $=$ حجم هسته $\int_0^B H\,dB = (2\times10^{-4}\times4\times10^{-3})\frac{0.5\times340}{2} = 0.136\ (J)$

کل انرژی $= 0.136 + 0.248 = 0.384\ (J)$

$$f_m = \frac{B_g^2}{4\mu_0} A_g = \frac{0.5^2}{4\times4\pi\times10^{-7}}\times2\times10^{-4} = 248.47\ (N)$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{NAB}{i} = \frac{500\times2\times10^{-4}\times0.5}{1.248} = 0.0801\ (H)$$

(۵)

$$Ni = Hl \rightarrow 500 \times 1.224 = H \times 0.4 \rightarrow H = 1022.5 \ (A)$$

با توجه به منحنی هسته $\rightarrow B_c = 1.2\ T$

چون خط سیم را خطی فرض کنیم $\rightarrow \lambda = Li = \frac{N^2}{R} i$ ،

$$R = R_c + R_g = \frac{l_c}{\mu_c A} + \frac{g}{\mu_0 A} \rightarrow L = \frac{\mu_0 A N^2}{\frac{l_c}{\mu_c} + g}$$

$$W'_f = \int_0^i \frac{\mu_0 A N^2}{\frac{l_c}{\mu_c} + g} i\,di = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 A N^2}{\frac{l_c}{\mu_c} + g} i^2$$

(۷)

$$f_m = \frac{\partial W'_f}{\partial g}\Big|_{i=ثابت} = -\frac{1}{2} i^2 \frac{\mu_0 A N^2}{\left(\frac{l_c}{\mu_c} + g\right)^2} \rightarrow f_m\Big|_{\substack{i=1.25\,A \\ g=0}} = 1414.7$$

$$\rightarrow \text{انرژی هسته} = \frac{1}{2\mu} B^2 \times \text{حجم هسته} = 0.940\ (J)$$

---

(۵)

$$T = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta}, \quad i_s = 10 \sin \omega_s t, \quad \omega_s = 2\pi \times 40$$

$$\theta = \omega_m t + \theta_0$$

$$T = \frac{1}{2} (10 \sin \omega_s t)^2 \frac{d}{d\theta} (0.1 - 0.4 \cos 2\theta - 0.2 \cos 4\theta)$$

$$= \frac{1}{2} 100 \times (0.4 \sin 2\theta + 0.8 \sin \theta) \left(\frac{1 - \cos 2\omega_s t}{2}\right)$$

$$\rightarrow T = 40 \sin 2(\omega_m t + \theta_0) + 40 \sin 4(\omega_m t + \theta_0)$$

$$- 10 \sin[(2\omega_m + 2\omega_s)t + 2\theta_0] - 10 \sin[(2\omega_m - 2\omega_s)t + 2\theta_0]$$

$$- 20 \sin[(4\omega_m + 2\omega_s)t + 4\theta_0] - 20 \sin[(4\omega_m - 2\omega_s)t + 4\theta_0]$$

روابط سینوسی فقط هنگامی مقدار متوسط دارند که ضریب t آنها صفر گردد پس در سرعتهای زیر متوسط گشتاور غیر صفر می‌گردد.

$$\omega_m = 0$$
$$\omega_m = \pm \omega_s$$
$$\omega_m = \frac{\pm \omega_s}{2}$$

در سرعت صفر نیز متوسط گشتاور غیر صفر که برابر است با :

$$T = 40 \sin 2\theta_0 + 40 \sin 4\theta_0$$

برای آنکه مقدار ماکزیمم این رابطه را حساب کنیم θ_0 تغییر کرده و با مشتق آن را صفر کنیم

$$\frac{dT}{d\theta_0} = 80 \cos 2\theta_0 + 160 \cos 4\theta_0 = 0 \rightarrow$$

$$\theta_0 = 25,84^\circ \longrightarrow T_{max} = 42,42 \ (N.m)$$