

۱۴۱- در $\triangle ABC$ فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی میانه‌های مثلث تا ضلع $BC = 3$ برابر $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ واحد است. مساحت این

مثلث چقدر است؟

- $\sqrt{3}$ (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴)

۱۴۲- سکه‌ای به شعاع ۱ سانتی‌متر را بر روی صفحه‌ی مربعی شکل به طول ضلع ۵ سانتی‌متر پرتاب می‌کنیم. مساحت مکان هندسی نقاطی درون مربع که اگر مرکز سکه در آن نقاط قرار گیرد، هیچ قسمتی از سکه خارج از مربع واقع نشود چند سانتی‌متر مربع است؟

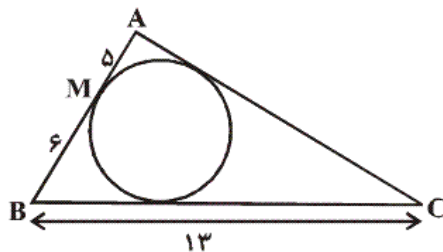
- ۲۰ (۱) ۱۲ (۳)
 ۹ (۲) ۱۶ (۴)

۱۴۳- اگر شعاع دو دایره‌ی C_1 و C_2 به ترتیب $R_1 = 7$ و $R_2 = 1$ و طول خط‌المركزین $d = 2$ باشد، اندازه‌ی شعاع بزرگ‌ترین دایره‌ای که بر هر دو دایره مماس است چقدر است؟

- ۵ (۱) ۸ (۳)
 ۱۰ (۲) ۴ (۴)

۱۴۴- بر دایره‌ی $C(O, \sqrt{3})$ از نقطه‌ای مانند A ، دو مماس به طول ۳ رسم شده است. زاویه‌ی بین دو مماس کدام است؟

- ۹۰° (۱) ۳۰° (۳)
 ۶۰° (۲) ۱۲۰° (۴)



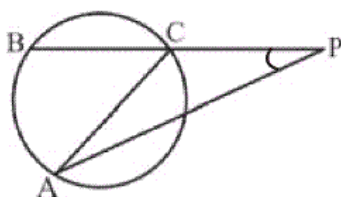
۱۴۵- در شکل روبه‌رو، محیط مثلث ABC کدام است؟

- ۳۰ (۱)
 ۳۳ (۲)
 ۳۶ (۳)
 ۳۹ (۴)

۱۴۶- مثلث ABC به طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ مفروض است. فاصله‌ی بین نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های این مثلث کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۳)
 ۲/۵ (۲) ۵ (۴)

۱۴۷- اگر $\hat{P} = 32^\circ$ و مثلث ACP متساوی‌الساقین ($AC = CP$) باشد، $\widehat{AB}$ چند درجه است؟



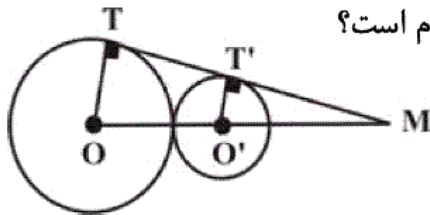
- ۶۹ (۱)
 ۷۴ (۲)
 ۸۶ (۳)
 ۱۲۸ (۴)



۱۴۸- دو وتر موازی به طول های ۱۰ و ۲۴ در دو طرف مرکز دایره به شعاع ۱۳ قرار دارند. فاصله ی بین این دو وتر موازی کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۷ (۳) ۱۴ (۴) ۱۰

۱۴۹- در شکل مقابل، اگر شعاع دایره ها ۳ و ۲ باشد، مساحت مثلث MOT کدام است؟



- (۱) ۱۸ (۲) $3\sqrt{6}$ (۳) $6\sqrt{6}$ (۴) $9\sqrt{6}$

۱۵۰- مثلث ABC با معلومات دو ضلع $AB = 5$ و $AC = k$ و ارتفاع $AH = 4$ به طور یکتا رسم می شود. عدد

مثبت k چند جواب متمایز دارد؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) بی شمار (۴) فاقد جواب

۱۴۱- گزینه ی «۳»

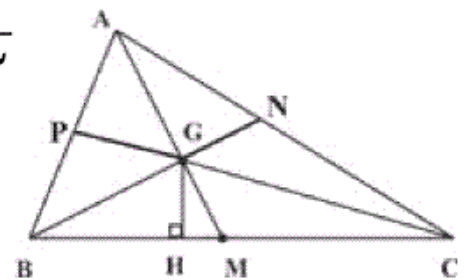
(ممدابراهیم گیتی زاده)

می دانیم اگر از G (مرکز ثقل مثلث) به سه رأس مثلث وصل کنیم، سه مثلث

هم مساحت ایجاد می شود، پس $S_{ABC} = 3S_{GBC}$.

$$S_{BGC} = \frac{GH \times BC}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \times 3 \right) = \sqrt{3}$$

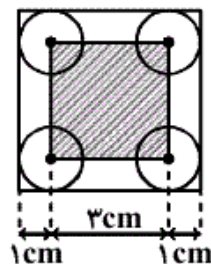
$$S_{ABC} = 3S_{GBC} = 3\sqrt{3}$$



(هندسه ی ۲- صفحه ی ۳۶)

۱۴۲- گزینه ی «۲»

(مهردار ملونری)



مطابق شکل، مربع سایه زده شده با طول ضلع 3cm ،

مکان هندسی مورد نظر است که مساحت آن 9cm^2

می باشد.

(هندسه ی ۲- مشابه تمرین ۸- صفحه ی ۳۷)

۱۴۳- گزینه‌ی «۱»

(آزاد ریاضی - ۱۷)

با توجه به فرض سؤال، شکل زیر را رسم می‌کنیم.

$$O_1O_2 = 2, R_1 = 7, R_2 = 1$$

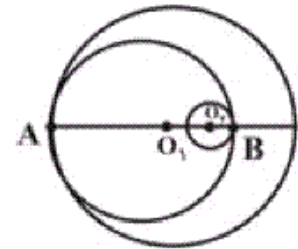
مطابق شکل، بزرگ‌ترین دایره‌ای که مماس بر هر دو دایره‌ی C_1 و C_2 رسم شده

است، در نقاط A و B به ترتیب بر دایره‌ی C_1 و C_2 مماس می‌باشد.

$$AB = AO_1 + O_1O_2 + O_2B$$

$$= R_1 + O_1O_2 + R_2 = 7 + 2 + 1 = 10$$

$$\Rightarrow R = \frac{AB}{2} = 5$$
 شعاع دایره مورد نظر



(هندسه‌ی ۲ - صفحه‌ی ۵۴)

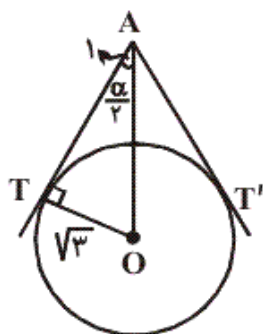
۱۴۴- گزینه‌ی «۲»

(سیداسدالله فاطمی)

اگر از نقطه‌ی A خارج دایره‌ی $C(O, R)$ دو

مماس AT و AT' بر دایره رسم شود، اولاً

$$AT = AT' \text{ و}$$



ثانیاً AO نیم‌ساز زاویه‌ی بین دو مماس است. پس

اگر زاویه‌ی بین دو مماس α باشد با توجه به

شکل در مثلث ATO داریم:

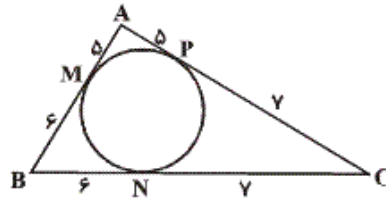
$$\hat{A}_1 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{OT}{AT} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 30^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 60^\circ}$$

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۱۴۵- گزینه‌ی «۳»

(مهرداد ملوندری)



طول دو مماس مرسوم از

یک نقطه خارج دایره بر آن

دایره با هم برابر است. پس:

$$BN = BM = 6, AP = AM = 5$$

$$NC = BC - BN = 13 - 6 = 7 \Rightarrow PC = NC = 7$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث } ABC = AM + MB + BN + NC + PC + AP$$

$$= 5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 5 = 36$$

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌ی ۵۲)

۱۴۶- گزینه‌ی «۲»

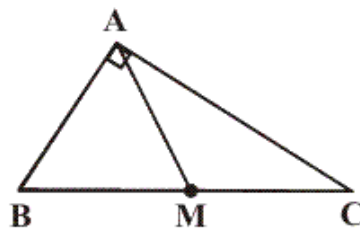
(مهمدرضا دلاور نژاد)

چون بین طول اضلاع مثلث ABC ، رابطه‌ی فیثاغورس $(5^2 = 4^2 + 3^2)$ برقرار است.

پس طبق عکس قضیه‌ی فیثاغورس،

مثلث ABC قائم‌الزاویه است. در نتیجه

مطابق شکل، رأس قائمه (رأس A) نقطه‌ی



همرسي ارتفاع‌ها و وسط وتر BC

(نقطه‌ی M) نقطه‌ی هم‌رسي عمود منصف‌های

اضلاع است و داریم:

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

میان‌ه‌ی وارد بر وتر

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

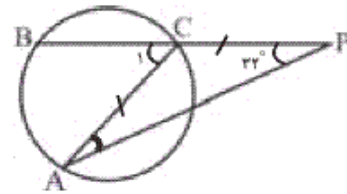
۱۴۷- گزینه‌ی «۴»

(سراسری تهرانی - ۶۱)

$$AC = CP \Rightarrow \hat{P} = \hat{A} = 32^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{C}_1 = 64^\circ : \text{زاویه‌ی خارجی مثلث } ACP$$

$$\hat{C}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 128^\circ$$



(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

$$\begin{aligned} \Delta OH_1B : OH_1 &= \sqrt{OB^2 - H_1B^2} \\ &= \sqrt{13^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2} = \sqrt{169 - 25} = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta OH_2D : OH_2 &= \sqrt{OD^2 - H_2D^2} \\ &= \sqrt{13^2 - \left(\frac{24}{2}\right)^2} = \sqrt{169 - 144} = 5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله‌ی بین دو وتر } H_1H_2 = OH_1 + OH_2 = 12 + 5 = 17$$

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۱۴۹- گزینه‌ی «۴»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

$$\frac{O'T'}{OT} = \frac{MO'}{MO' + OO'} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{MO'}{MO' + 5}$$

$$\Rightarrow MO' = 10 \Rightarrow MO = 15$$

$$\Delta MOT : MT = \sqrt{MO^2 - OT^2} = \sqrt{225 - 9} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$$

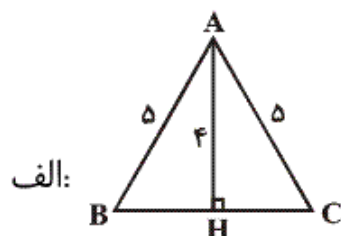
$$\Rightarrow S_{MOT} = \frac{OT \times MT}{2} = \frac{3 \times 6\sqrt{6}}{2} = 9\sqrt{6}$$

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۱۵۰- گزینه‌ی «۲»

(رضا بفشند)

مسأله در دو حالت زیر جواب یکتا دارد:



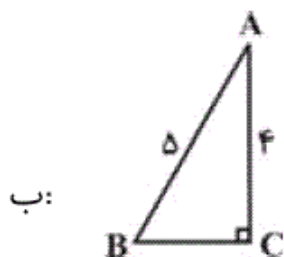
الف) ضلع AC برابر ضلع AB باشد که

مثلث ABC ، متساوی الساقین خواهد شد:

$$AC = AB \Rightarrow k = 5$$

ب) ارتفاع AH بر ضلع AC منطبق شود یعنی مثلث ABC

قائم الزاویه باشد.



$$(\hat{C} = 90^\circ)$$

$$AC = AH \Rightarrow k = 4$$

(هندسه ی ۲- صفحه های ۳۸ تا ۴۳)