

تحلیل سوالات ریاضی کنکور ارشد ۱۴۰۰ مهندسی صنایع

درس-سطح	ریاضی ۱	ریاضی ۲
ساده	۲	۲
متوسط	۶	۷
سخت	۵	۳

پوشش *فاز ۱ و ۲ ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد صنایع ۱۴۰۰ :

(*فاز ۱ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۸ ساعت و *فاز ۲ در حد ۱۱ ساعت است.)

۲۰ سوال از ۲۰ سوال

در کمتر از ۳۰ ساعت از صفر به ۱۰۰ درصد میرسیدید.

ابراهیم شاه ابراهیم

نوین نگرش

اگه میخوای نگرشت نسبت به ریاضی تغییر کنه

کافیه نوین نگرش و امتحان کنی

نوین نگرش

مهندس شاه ابراهیم

سوالات و پاسخنامه کلیدی

ریاضی عمومی (۲و۱):

۱۲۱- تعداد جواب‌های معادله $\frac{z^2 - 1}{z\bar{z}} = 1$ ، کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۲۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + ax^2)^{\frac{1}{x - \sin x}} = A$ و A عددی کران‌دار باشد، مقدار $a + A$ ، کدام است؟

$\frac{2}{2}$ (۱)

۱ (۲)

$\frac{2}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۴)

۱۲۳- حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \sqrt{\ln \frac{n+1}{n}} \right)^{\frac{1}{n}}$ ، کدام است؟

$\frac{1}{e}$ (۱)

۱ (۲)

e (۳)

صفر (۴)

نوین نگرش

مهندس شاه‌ابراهیم

۱۲۴- فرض کنید $a_n = \frac{2}{\sqrt{(n^2-1)}} + \frac{2}{\sqrt{(n^2-2)}} + \dots + \frac{2}{\sqrt{(n^2-n)}}$ به ازای $n > 1$ باشد. حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ∞

۱۲۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_x^{+\infty} t^{-1} e^{-t} dt}{\ln x}$ ، کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) صفر
- (۳) ۱
- (۴) $+\infty$

۱۲۶- اگر $z = x^n e^{\frac{y^2}{x}}$ باشد، برای کدام مقدار n ، تساوی $\frac{1}{4y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(-y^2 \frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial z}{\partial x}$ برقرار است؟

- (۱) ۲
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $-\frac{1}{2}$
- (۴) -۲

۱۲۷- اگر $y > 0$ و $x^2 - xy + y^2 = 1$ باشد، مقدار $y''(0)$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{2}$
- (۲) $-\frac{2}{4}$
- (۳) $\frac{2}{4}$
- (۴) $\frac{2}{2}$

۱۲۸- مشتق سویی (جهتی) تابع $f(x, y) = x^2 + e^{xy} - 3xy^2$ در نقطه $(1, 0)$ و در جهت بردار یکه‌ای که با جهت مثبت محور x زاویه $\frac{\pi}{4}$ می‌سازد، کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۳)

۱۲۹- تابع $u = \frac{c_1 e^{-2\rho} + c_2 e^{2\rho}}{\rho}$ با شرط $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ و ضرایب ثابت دلخواه c_1 و c_2 را در نظر بگیرید. حاصل $\nabla \cdot (\nabla u)$ ، کدام است؟

u (۱)

$2u$ (۲)

$4u$ (۳)

$9u$ (۴)

۱۳۰- با استفاده از تقریب مرتبه اول (تقریب خطی)، مقدار تقریبی $1,002 \times 2,003^2 \times 3,004^3$ ، کدام است؟

۱۰۸,۰۳۸ (۱)

۱۰۸,۵۴۵ (۲)

۱۰۸,۷۹۰ (۳)

۱۰۸,۹۷۲ (۴)

۱۳۱- اگر $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ باشد، آنگاه مقدار $\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx$ ، کدام است؟

$\frac{1}{8} \sqrt{\pi}$ (۱)

$\frac{1}{4} \sqrt{\pi}$ (۲)

$\frac{3}{8} \sqrt{\pi}$ (۳)

$\sqrt{\pi}$ (۴)

۱۳۲- مقدار $\int_1^{\infty} \frac{e^x}{9^x - 4^x} dx$ ، کدام است؟

$\frac{\ln 5}{\ln 3/5}$ (۱)

$\frac{\ln 3}{\ln 2/5}$ (۲)

$\frac{\ln 5}{\ln 2/25}$ (۳)

$\frac{\ln 3}{\ln 1/75}$ (۴)

۱۳۳- مقدار $\int_0^2 \int_y^2 e^{x^2} dx dy$ ، کدام است؟

$\frac{e^4 - 1}{2}$ (۱)

$e^4 - 1$ (۲)

$\frac{e^4}{2}$ (۳)

e^4 (۴)

۱۳۴- حجم ناحیه واقع در یک هشتم اول فضا، بین استوانه‌های $x^2 + y^2 = 4$ ، $x^2 + y^2 = 1$ و از پائین به صفحه xy و از بالا به رویه $z = xy$ ، کدام است؟

$1/5$ (۱)

2 (۲)

$\frac{11}{8}$ (۳)

$\frac{15}{8}$ (۴)

۱۳۵- فرض کنید منحنی C اضلاع مثلث به رئوس $(0, 0)$ ، $(2, 0)$ و $(2, 2)$ در صفحه مختصات است، که در جهت

خلاف حرکت عقربه‌های ساعت پیموده می‌شود. مقدار $\oint_C \sin(x^2) dx + 2ye^{x^2} dy$ ، کدام است؟

$3e^4 - 1$ (۲)

$e^4 - 3$ (۴)

$3e^2 + 1$ (۱)

$e^4 + 3$ (۳)

۱۳۶- فرض کنید C قوسی از آستروید $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$ باشد که در ربع اول صفحه مختصات قرار دارد. مقدار

$$\int_C (x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}}) ds$$

کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{5}{4}$

(۴) $\frac{2}{2}$

۱۳۷- فرض کنید S سطح واقع بر صفحه $x + y + z = 1$ باشد که از اطراف به صفحات مختصات در $\frac{1}{8}$ اول فضا محدود

$$\iint_S \frac{dS}{(1+x+y+z)^2}$$

مقدار کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۸- فرض کنید S سطح بیرونی مخروط $x^2 + y^2 = z^2$ ($0 \leq z \leq h$) باشد. مقدار

$$\iint_S (y-z) dy dz + (z-x) dz dx + (x-y) dx dy$$

کدام است؟

(۱) π

(۲) 2π

(۳) 4π

(۴) صفر

۱۳۹- فرض کنید C منحنی حاصل از تقاطع صفحه $x+y+z=0$ و کره $x^2+y^2+z^2=4$ باشد که از نظر ناظر واقع در مبدأ مختصات، در جهت مثبت پیموده می‌شود. مقدار $\oint_C y dx + z dy + x dz$ ، کدام است؟

(۱) $-2\pi\sqrt{3}$

(۲) $-4\pi\sqrt{3}$

(۳) -4π

(۴) -2π

۱۴۰- شار گذرا از سطح واقع بر سهمی گون $z=4-x^2-y^2$ توسط نیروی $\vec{F}(x,y,z)=x^2\vec{i}+y^2\vec{j}+z\vec{k}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{5\pi}{2}$

(۲) 4π

(۳) 8π

(۴) 16π

تحلیل سوالات ریاضی کنکور ارشد ۱۴۰۰ مهندسی صنایع

درس-سطح	ریاضی ۱	ریاضی ۲
ساده	۲	۲
متوسط	۶	۷
سخت	۰	۳

پوشش *فاز ۱ و ۲ ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد صنایع ۱۴۰۰ :

(*فاز ۱ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۸ ساعت و *فاز ۲ در حد ۱۱ ساعت است.)

۲۰ سوال از ۲۰ سوال

در کمتر از ۳۰ ساعت از صفر به ۱۰۰ درصد میرسیدید.

ابراهیم شاه ابراهیم

نوین نگرش

اگه میخوای نگرشت نسبت به ریاضی تغییر کنه

کافیه نوین نگرش و امتحان کنی

نوین نگرش

مهندس شاه ابراهیم

تحلیل سوالات ریاضی کنکور ارشد ۱۴۰۰ مهندسی صنایع

درس-سطح	ریاضی ۱	ریاضی ۲
ساده	۲	۲
متوسط	۶	۷
سخت	۵	۳

پوشش *فاز ۱ و ۲ ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد صنایع ۱۴۰۰ :

(*فاز ۱ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۸ ساعت و *فاز ۲ در حد ۱۱ ساعت است.)

۲۰ سوال از ۲۰ سوال

در کمتر از ۳۰ ساعت از صفر به ۱۰۰ درصد میرسیدید.

ابراهیم شاه ابراهیم

نوین نگرش

اگر میخوای نگرشت نسبت به ریاضی تغییر کنه

کافیه نوین نگرش و امتحان کنی

نوین نگرش

مهندس شاه ابراهیم

پاسخنامه تشریحی

ریاضی عمومی (۲و۱):

۱۲۱- تعداد جوابهای معادله $\frac{z^2 - 1}{z\bar{z}} = 1$ ، کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ تست ۱۲۱- گزینه ۴ (اعداد مختلط-معادله)

(۱۲۱)
$$\begin{cases} z = x + iy \\ \bar{z} = x - iy \end{cases} \rightarrow z\bar{z} = x^2 + y^2$$

بالتازاری

$$\rightarrow x^2 - y^2 - 2xyi - 1 = x^2 + y^2 \rightarrow 2y^2 + 2xyi + 1 = 0$$

$$\begin{cases} \text{Re}(z) = 0 \rightarrow 2y^2 + 1 = 0 \rightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}i \\ \text{Im}(z) = 0 \rightarrow 2xy = 0 \end{cases} \begin{cases} y = 0 \rightarrow 1 = 0 \text{ ✗} \\ x = 0 \end{cases}$$

بنابراین هیچ عدد z ای وجود ندارد که در معادله صدق کند. گزینه ۴

۱۲۲ اگر $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + ax^2)^{\frac{1}{x - \sin x}} = A$ و عددی کران دار باشد، مقدار $a + A$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{2}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{2}{4}$
- (۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ تست ۱۲۲ - گزینه ۱ (حد-مبهم توانی)

۱۲۲ $\lim_{x \rightarrow 0} 1^{\infty} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + ax^2 - 1}{x - \sin x}}$

هم‌ارزی $\left\{ \begin{array}{l} \cos x \sim 1 - \frac{x^2}{2} \\ \sin x \sim x - \frac{x^3}{6} \end{array} \right. = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2/2 + ax^2}{x^3/6}}$
 با در صورت منفی \rightarrow
 صورت با صورت $\frac{0}{0}$ مبهم توان

$\rightarrow x^2(-\frac{1}{2} + a) = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}$

$= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \frac{1}{2}x^2 - 1}{x - \sin x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \frac{1}{2}x^2 - 1}{x - x + \frac{x^3}{6}}}$
 هم‌ارزی در صورت با لایحه

$= e^0 = 1$

$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{1}{2} \\ A = 1 \end{array} \right. \rightarrow A + a = \frac{3}{2}$
 گزینه ۱

۱۲۳- حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \sqrt{\ln \frac{n+1}{n}} \right)^{\frac{1}{n}}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{e}$
- (۲) 1
- (۳) e
- (۴) صفر

پاسخ تست ۱۲۳- گزینه ۲ (حد-مبهم توانی)

۱۲۳ = 0^∞ مبهم

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \sqrt{\ln \frac{n+1}{n}} - 1 \right)}{e}$$

توجه $\rightarrow \ln(x+1) \sim x - \frac{x^2}{2}$

$$\rightarrow \ln \frac{n+1}{n} = \ln\left(\frac{1}{n} + 1\right) \sim \ln \frac{1}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{n} \ln \frac{1}{n} - \frac{1}{n} \right)$$

واضح است $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \frac{1}{n} = - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{n} \xrightarrow{\text{HOP}}$$

$$= - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{1} = - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} = e^{\ln(0-0-0)} = e^0 = 1$$

(گزینه ۲)

۱۲۴- فرض کنید $a_n = \frac{2}{\sqrt{(n^2-1)}} + \frac{2}{\sqrt{(n^2-2)}} + \dots + \frac{2}{\sqrt{(n^2-n)}}$ به ازای $n > 1$ باشد. حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ∞

پاسخ تست ۱۲۴- گزینه ۲ (حد-فشرده‌گی)

چون با افزایش n مخرج کسرها می‌شود پس جملات دنباله از جمله اول کوچکتر و از جمله آخر بزرگتر هستند، پس داریم:

$$\frac{2}{\sqrt{n^2-n}} \leq \frac{2}{\sqrt{n^2-i}} \leq \frac{2}{\sqrt{n^2-1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2}{\sqrt{n^2-i}}$$

$$\rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2}{\sqrt{n^2-n}} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2}{\sqrt{n^2-i}} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=i}^n \frac{2}{\sqrt{n^2-1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2-n}} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2-1}}$$

تولاج صورت

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2-n}} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2-1}}$$

تقریب سزودگی

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2 \quad \left| \begin{array}{l} \text{گزینه ۲} \\ \text{نزینه} \end{array} \right.$$

۱۲۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_x^{+\infty} t^{-1} e^{-t} dt}{\ln x}$ ، کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) صفر
- (۳) ۱
- (۴) $+\infty$

پاسخ تست ۱۲۵- گزینه ۱ (کاربرد انتگرال- مشتق از انتگرال)

$$\textcircled{125} = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{\text{HOP}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^{-1} e^{-x}}{\frac{1}{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} -e^{-x} = -1$$

گزینه ۳

۱۲۶- اگر $z = x^n e^{\frac{y^2}{x}}$ باشد، برای کدام مقدار n ، تساوی $\frac{1}{4y^3} \frac{\partial}{\partial y} \left(-y^3 \frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial z}{\partial x}$ برقرار است؟

- (۱) ۲
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $-\frac{1}{2}$
- (۴) -۲

پاسخ تست ۱۲۶- گزینه ۴ (توابع چندمتغیره- مشتق جزئی)

۱۲۶) $\frac{\partial z}{\partial x} = (n x^{n-1} - x^{n-2} y^2) e^{\frac{y^2}{x}}$

$\frac{\partial}{\partial y} \left(-y^3 \frac{\partial z}{\partial y} \right) = -3y^2 \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) - y^3 \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 2y x^{n-1} e^{\frac{y^2}{x}}$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (2x^{n-1} + 4y^2 x^{n-2}) e^{\frac{y^2}{x}}$

جانزاری $\frac{1}{4y^3} \frac{\partial}{\partial y} \left(-y^3 \frac{\partial z}{\partial y} \right) = -\frac{1}{4} \frac{3}{y} (2y x^{n-1}) - \frac{1}{4} (2x^{n-1} + 4y^2 x^{n-2})$

$= -\frac{3}{2} x^{n-1} - \frac{1}{2} x^{n-1} - y^2 x^{n-2}$

$= -2x^{n-1} - y^2 x^{n-2}$

ترتیب ۴ $n = -2$

۱۲۷ اگر $y > 0$ و $x^2 - xy + y^2 = 1$ باشد، مقدار $y''(0)$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{3}{2}$

پاسخ تست ۱۲۷ - گزینه ۱ (مشتق - ضمنی)

(۱۲۷) مشتق اول $\rightarrow 2x - y - xy' + 2yy' = 0$

$x=0 \rightarrow y^2=1 \rightarrow y=1$ (در معادله اصلی) $\xrightarrow{x=0}$ در مشتق اول $-1 + 2y' = 0$

$\rightarrow y' = \frac{1}{2}$

مشتق دوم $\rightarrow 2 - y' - y'' - xy'' + 2y'^2 + 2yy'' = 0$

$x=0 \rightarrow 2 - 1 - 0 + \frac{1}{2} + y'' = 0$

$\rightarrow y'' = -\frac{3}{2}$ (گزینه ۱)

۱۲۸- مشتق سویی (جهتی) تابع $f(x, y) = x^2 + e^{xy} - 3xy^2$ در نقطه $(1, 0)$ و در جهت بردار یکه‌ای که با جهت مثبت محور x زاویه $\frac{\pi}{4}$ می‌سازد، کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۳)

پاسخ تست ۱۲۸- گزینه ۳ (توابع چندمتغیره- مشتق سویی)

$\nabla f = (2x + ye^{xy} - 3y^2, xe^{xy} - 6xy)$
 $\nabla f = (2, 1)$
 $\vec{u} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
 $D = (2, 1) \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{3}{\sqrt{2}}$
 $= \frac{3}{2} \sqrt{2}$ گزینه ۳

۱۳۰- با استفاده از تقریب مرتبه اول (تقریب خطی)، مقدار تقریبی $1,002 \times 2,003^2 \times 3,004^3$ کدام است؟

۱۰۸,۰۳۸ (۱)

۱۰۸,۵۴۵ (۲)

۱۰۸,۷۹۰ (۳)

۱۰۸,۹۷۲ (۴)

پاسخ تست ۱۳۰- گزینه ۴ (توابع چندمتغیره- دیفرانسیل کامل)

۱۳۰. $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases} \rightarrow \underbrace{x^1 y^2 z^3}_f = 1 \times 4 \times 27 = 108$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

$$= (y^2 z^3) \left(\frac{2}{1000}\right) + (2xy z^3) \left(\frac{3}{1000}\right) + (3xy^2 z^2) \left(\frac{4}{1000}\right)$$

$$= (4 \times 27) \left(\frac{2}{1000}\right) + (2 \times 2 \times 27) \left(\frac{3}{1000}\right) + (3 \times 4 \times 9) \left(\frac{4}{1000}\right)$$

$$= \frac{216}{1000} + \frac{324}{1000} + \frac{432}{1000} = \frac{972}{1000}$$

$\rightarrow \text{جواب} = 108 \cdot 972$ گزینه ۴

۱۳۱- اگر $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ باشد، آنگاه مقدار $\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx$ ، کدام است؟

$\frac{1}{8} \sqrt{\pi}$ (۱)

$\frac{1}{4} \sqrt{\pi}$ (۲)

$\frac{3}{8} \sqrt{\pi}$ (۳)

$\sqrt{\pi}$ (۴)

پاسخ تست ۱۳۱- گزینه ۱ (انتگرال- گاما)

(۱۳۱) $\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx$ $\xrightarrow{\text{تغییر متغیر}}$ $\begin{cases} x^2 = t & \xrightarrow{\frac{3}{2} \text{ برآورد}} x^3 = t^{3/2} \\ 2x dx = dt \end{cases}$

$= \int_0^{\infty} \frac{1}{2} e^{-t} t^{3/2} dt$ $\xrightarrow{\text{مقایسه با تعریف لاپلاس}}$ $\begin{cases} \frac{1}{2} \Gamma(t^{3/2}) = ? \\ s=1 \end{cases}$

$= \frac{1}{2} \frac{\Gamma(5/2)}{s^{5/2}} \xrightarrow{s=1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \Gamma(\frac{3}{2}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \Gamma(\frac{1}{2})$

$\xrightarrow{\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}}$ $= \boxed{\frac{1}{8} \sqrt{\pi}}$ $\xrightarrow{\text{گزینه ۱}}$

۱۳۲- مقدار $\int_1^{\infty} \frac{6^x}{9^x - 4^x} dx$ ، کدام است؟

$\frac{\ln 5}{\ln 3/5}$ (۱)

$\frac{\ln 3}{\ln 2/5}$ (۲)

$\frac{\ln 5}{\ln 2/25}$ (۳)

$\frac{\ln 3}{\ln 1/75}$ (۴)

پاسخ تست ۱۳۲- گزینه ۳ (انتگرال- تغییرمتغیر)

$$\begin{aligned} \textcircled{132} \int_1^{\infty} \frac{6^x}{9^x - 4^x} dx &= \int_1^{\infty} \frac{6^x}{9^x (1 - (\frac{4}{9})^x)} dx \\ &= \int_1^{\infty} \frac{(2/3)^x}{1 - (2/3)^{2x}} dx \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{تغییر متغیر} \\ (2/3)^x = t \\ (2/3)^x \cdot \ln 2/3 \cdot dx = dt \end{array} \right. \\ &= \int_{2/3}^0 \frac{dt / \ln 2/3}{1 - t^2} = \frac{1}{\ln 2/3} \int_0^{2/3} \frac{dt}{t^2 - 1} \\ &= \frac{1}{\ln 2/3} \cdot \frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| \Big|_{t=0}^{2/3} \\ &= \frac{1}{\ln 4/9} \left(\ln \frac{1}{5} - \cancel{\ln 1} \right) = -\frac{1}{\ln 4/9} \ln 5 \\ &= \frac{\ln 5}{\ln 9/4} = \boxed{\frac{\ln 5}{\ln 2.25}} \quad \text{گزینه ۳} \end{aligned}$$

۱۳۳ مقدار $\int_0^2 \int_y^2 e^{x^2} dx dy$ ، کدام است؟

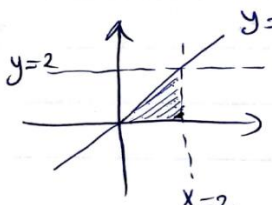
$$\frac{e^4}{2} \quad (۲)$$

$$e^4 \quad (۴)$$

$$\frac{e^4 - 1}{2} \quad (۱)$$

$$e^4 - 1 \quad (۳)$$

پاسخ تست ۱۳۳ - گزینه ۱ (انتگرال دوگانه - تعویض کران)



$$= \int_{x=0}^2 \int_{y=0}^x e^{x^2} dy dx = \int_0^2 x e^{x^2} dx$$

$$e^{x^2} y \Big|_0^x = \frac{1}{2} e^{x^2} \Big|_0^2$$

$$\boxed{\text{گزینه ۱}} = \boxed{\frac{1}{2} (e^4 - 1)}$$

۱۳۴- حجم ناحیه واقع در یک هشتم اول فضا، بین استوانه‌های $x^2 + y^2 = 1$ ، $x^2 + y^2 = 4$ و از پائین به صفحه xy و از بالا به رویه $z = xy$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{11}{8}$

(۴) $\frac{15}{8}$

پاسخ تست ۱۳۴- گزینه ۴ (انتگرال سه گانه- استوانه ای)

۱۳۴ $V = \iiint dV$

استوانه $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \rightarrow r=1 \\ x^2 + y^2 = 4 \rightarrow r=2 \end{cases}$

$\begin{cases} z=0 \\ z=xy \rightarrow z = r \cos \theta r \sin \theta = \frac{1}{2} r^2 \sin 2\theta \end{cases}$

$\rightarrow V = \int_0^{\pi/2} \int_1^2 \int_{z=0}^{\frac{1}{2} r^2 \sin 2\theta} dz \cdot r dr d\theta$

$z \Big|_0^{\frac{1}{2} r^2 \sin 2\theta} = \frac{1}{2} r^2 \sin 2\theta$

$\rightarrow V = \frac{1}{2} \left(\frac{r^4}{4} \Big|_1^2 \right) \left(-\frac{1}{2} \cos 2\theta \Big|_0^{\pi/2} \right)$

$= \frac{1}{2} \left(\frac{16-1}{4} \right) \left(-\frac{1}{2} (-1-1) \right)$

$\rightarrow V = \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{15}{4} \right) \left(\frac{1}{2} (2) \right)$

$\rightarrow V = \frac{15}{8}$ گزینه ۴

۱۳۵- فرض کنید منحنی C اضلاع مثلث به رئوس (۰, ۰)، (۲, ۰) و (۲, ۲) در صفحه مختصات است، که در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت پیموده می‌شود. مقدار $\oint_C \sin(x^2) dx + 2ye^{x^2} dy$ ، کدام است؟

$2e^4 - 1$ (۲)

$e^4 - 3$ (۴)

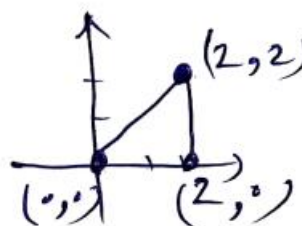
$3e^2 + 1$ (۱)

$e^4 + 3$ (۳)

پاسخ تست ۱۳۵- گزینه ۱ (انتگرال خم- گرین)

۱۳۵ مقصد گرین

$$\oint_C P dx + Q dy = \iint_D (Q_x - P_y) dA$$

$$= \iint_D 4xy e^{x^2} dA$$


$$= 4 \int_0^2 \int_0^x xy e^{x^2} dy dx$$

$$xy \frac{y^2}{2} e^{x^2} \Big|_{y=0}^x = \frac{x^3}{2} e^{x^2}$$

$$= \frac{4}{2} \int_0^2 x^3 e^{x^2} dx \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 = t \\ 2x dx = dt \end{array} \right. = \int_0^4 t e^t dt$$

استرل معروف است

$$= e^t (t-1) \Big|_0^4 = \boxed{3e^4 + 1} \quad \boxed{\text{گزینه ۱}}$$

۱۳۶- فرض کنید C قوسی از آستروید $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$ باشد که در ربع اول صفحه مختصات قرار دارد. مقدار

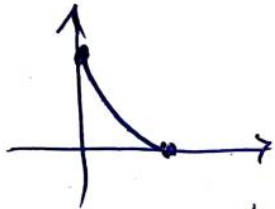
$$\int_C (x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}}) ds$$

کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) $\frac{5}{4}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ تست ۱۳۶- گزینه ۲ (انتگرال خم- اسکالر)

۱۳۶



$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x' = -3\cos^2 t \sin t \\ y' = 3\sin^2 t \cos t \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x'^2 = 9\cos^4 t \sin^2 t \\ y'^2 = 9\sin^4 t \cos^2 t \end{cases} \rightarrow x'^2 + y'^2 = 9\sin^2 t \cos^2 t$$

$$ds = \sqrt{x'^2 + y'^2} dt = 3\sin t \cos t dt = \frac{3}{2} \sin 2t dt$$

$$\rightarrow \int_C (x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}}) ds = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^6 t + \sin^6 t) \frac{3}{2} \sin 2t dt$$

$$= \boxed{\frac{3}{4}} \quad \boxed{\text{گزینه ۲}}$$

حل دیگر فرج

۱۳۷ فرض کنید S سطح واقع بر صفحه $x+y+z=1$ باشد که از اطراف به صفحات مختصات در $\frac{1}{8}$ اول فضا محدود

است. مقدار $\iint_S \frac{dS}{(1+x+y+z)^2}$ کدام است؟

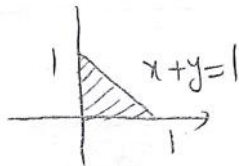
- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ تست ۱۳۷ - گزینه ۱ (انتگرال سطح - اسکالر)

۱۳۷ $ds = \frac{|\nabla g|}{|\nabla g \cdot K|} dA = \frac{|(1,1,1)|}{1} dA = \sqrt{3} dA$

$\rightarrow \iint_S \frac{dS}{(1+x+y+z)^2} = \iint \frac{\sqrt{3} dA}{(1+x+y+z)^2} \xrightarrow{x+y+z=1}$

$= \iint \frac{\sqrt{3} dA}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \iint dA$



$= \frac{\sqrt{3}}{4} \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^{1-x} dy dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^1 (1-x) dx$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} (x - \frac{x^2}{2}) \Big|_0^1$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} (1 - \frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{8}$

گزینه ۱

۱۳۸- فرض کنید S سطح بیرونی مخروط $x^2 + y^2 = z^2$ ($0 \leq z \leq h$) باشد. مقدار

$$\iint_S (y-z) dy dz + (z-x) dz dx + (x-y) dx dy$$

کدام است؟

(۱) π

(۲) 2π

(۳) 4π

(۴) صفر

پاسخ تست ۱۳۸- گزینه ۴ (انتگرال سطح- اسکالر)

سؤال در سه سوال سطح است (۱۳۸)

$$F = (y-z, z-x, x-y)$$

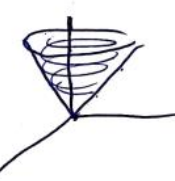
$$\vec{n} ds = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi \cdot k|} dA = \frac{(2x, 2y, -2z)}{2z} dA = \left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}, -1\right) dA$$

$$\rightarrow \iint F \cdot \vec{n} ds = \iint \left(\frac{x(y-z)}{z} + \frac{y(z-x)}{z} - (x-y) \right) dA$$

$$= \iint \left(\frac{xy}{z} - x + y - \frac{xy}{z} - x + y \right) dA$$

$$= 2 \iint (y-x) dA$$

پس جواب سؤال صفر است
 چون اول فرم هندسی است
 سؤال بر حسب متغیر است



گزینه ۴ | صفر

۱۳۹- فرض کنید C منحنی حاصل از تقاطع صفحه $x+y+z=0$ و کره $x^2+y^2+z^2=4$ باشد که از نظر ناظر واقع در مبدأ مختصات، در جهت مثبت پیموده می‌شود. مقدار $\oint_C y dx + z dy + x dz$ ، کدام است؟

(۱) $-2\pi\sqrt{3}$

(۲) $-4\pi\sqrt{3}$

(۳) -4π

(۴) -2π

پاسخ تست ۱۳۹- گزینه ۲ (انتگرال سطح- استوکس)

(۱۳۹) $\int F \cdot dr = \iint \text{Curl} F \cdot n \, ds$
(قضیه استوکس)

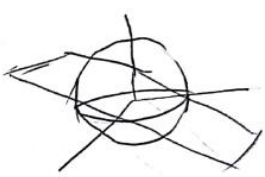
$$\text{Curl} F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y & z & x \end{vmatrix} = (-1, -1, -1)$$

$$\vec{n} \, ds = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi \cdot k|} = (1, 1, 1) \cdot dA$$

$$\rightarrow \int F \cdot dr = \iint (-1, -1, -1) \cdot (1, 1, 1) dA = -3 \iint dA$$

گزینه ۲

جواب = $-4\sqrt{3}\pi$



$$S = \pi r^2 \times \cos \theta = \frac{4\pi}{\sqrt{3}}$$

$$\cos \theta = \frac{(1, 1, 1) \cdot (1, 1, 1)}{1 \times \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(توجه: تصویر سمت برعکس در محاسبات)



۱۴۰- شار گذرا از سطح واقع بر سهمی گون $z = 4 - x^2 - y^2$ توسط نیروی $\vec{F}(x, y, z) = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z\vec{k}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{3}$
- (۲) 4π
- (۳) 8π
- (۴) 16π

پاسخ تست ۱۴۰- گزینه ۳ (انتگرال سطح- شار)

۱۴۰) شار $= \iint F \cdot n \, ds$

$$\vec{n} \, ds = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} dA = (2x, 2y, 1) dA$$

$$\text{شار} = \iint (x^2 + y^2 + z)(2x, 2y, 1) dA$$

$$= \iint (2x^3 + 2y^3 + z) dA$$

چون x^3 و y^3 هر دو فرد هستند
بنابراین عمل تقارن است حاصل هر دو
 x^3 و y^3 صفر است.



$$= \iint z \, dA = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^2 (4-r^2)r \, dr \, d\theta$$

$$\frac{z = 4 - x^2 - y^2}{z \Rightarrow} \rightarrow x^2 + y^2 = 4$$

$$= (2\pi) \left(4 \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right) \Big|_0^2 = (2\pi) (8 - 4)$$

$$= \boxed{8\pi}$$

گزینه ۳

تحلیل سوالات ریاضی کنکور ارشد ۱۴۰۰ مهندسی صنایع

درس-سطح	ریاضی ۱	ریاضی ۲
ساده	۲	۲
متوسط	۶	۷
سخت	۵	۳

پوشش *فاز ۱ و ۲ ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد صنایع ۱۴۰۰ :

(*فاز ۱ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۸ ساعت و *فاز ۲ در حد ۱۱ ساعت است.)

۲۰ سوال از ۲۰ سوال

در کمتر از ۳۰ ساعت از صفر به ۱۰۰ درصد میرسیدید.

ابراهیم شاه ابراهیم

نوین نگرش

اگر میخوای نگرشت نسبت به ریاضی تغییر کنه

کافیه نوین نگرش و امتحان کنی

نوین نگرش

مهندس شاه ابراهیم