

به نام یزدان پاک

آمار استنباطی

karbord2003@yahoo.com

karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم



karbord2003@yahoo.com

اهداف رفتاری

فصل
یازدهم* ماهیت توزیع t * اختلاف بین توزیع‌های t و طبیعی (Z)* مفهوم درجات آزادی و کاربرد آن در آزمون t * تشخیص پژوهش‌های مناسب برای تجزیه و تحلیل با آزمون‌های t * استخراج مقادیر مورد نیاز (t_{α}) از جدول

karbord2003@yahoo.com

اهداف رفتاری

فصل یازدهم

* آزمون t برای آزمون میانگین جامعه* محاسبه مقایسه خطای استاندارد میانگین آزمون‌های t برای گروه‌های

مستقل و همبسته

* محاسبه آزمون t برای مقایسه میانگین‌های دو نمونه مستقل و همبسته* توضیح منطق موجود در آزمون‌های t

karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم
توزیع t استودنت Student's distribution

در توزیع نرمال دو پارامتر داریم: σ, μ
اگر X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌های تصادفی از جامعه نرمال باشد. در این صورت

توزیع میانگین‌های نمونه $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$ یک توزیع طبیعی است با دو

پارامتر μ, σ^2 حال ممکن است

$\left. \begin{array}{l} \sigma \text{ معلوم باشد} \\ \sigma \text{ معلوم نباشد} \end{array} \right\}$

karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم
توزیع t استودنت Student's distribution

اگر σ معلوم باشد:

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

توزیع **t** استودنت

اگر σ نامعلوم باشد:

بجای σ ، (انحراف معیار نمونه) S را قرار دهیم

و بجای Z از t استفاده می کنیم پس داریم:

(۱)

درجات آزادی در توزیع **t** استودنت

$df = n - 1$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

توزیع **t** استودنت

در فرمول (۱) داریم:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

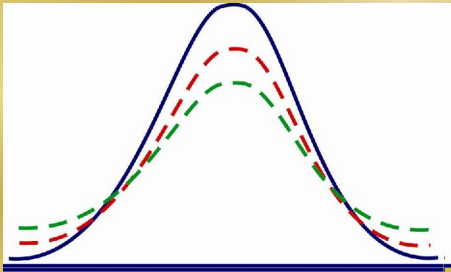
karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

توزیع t استودنت

توزیع نرمال فقط دارای یک منحنی است، ولی توزیع t از خانواده‌ای از منحنی‌ها تشکیل شده است.

منحنی نرمال
بی نهایت $df =$



منظور 30 و بالاتر از آن است

$df =$ بی نهایت

فصل
یازدهم

درجات آزادی

درجات آزادی:

تعداد ارزش‌هایی است که پس از قراردادن برخی محدودیت‌ها در داده‌ها آزادانه تغییر می‌کنند.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

درجات آزادی

سوال :

الف (درجات آزادی برای n عدد در صورت داشتن یک محدودیت را محاسبه کنید ؟

ب (درجات آزادی برای n عدد در صورت نداشتن هیچگونه محدودیتی را محاسبه کنید ؟

karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم

درجات آزادی

پاسخ :

$$df = n - 1 \quad \text{(الف)}$$

$$df = n \quad \text{(ب)}$$

karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم ویژگی‌های توزیع‌های t استودنت

شبیه زنگوله و متقارن است

دارای میانگین صفر است.

انحراف استاندارد آن کمی بزرگتر از یک است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

تفاوت‌های عمده توزیع طبیعی و توزیع‌های t

در توزیع‌های t (در مقایسه با توزیع طبیعی)، در دنباله‌های منحنی

سطوح بیشتری قرار گرفته است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

تفاوت‌های عمده توزیع طبیعی و توزیع‌های t

در آزمون‌های t با یک احتمال معین (باسطح اطمینان α):

t استخراج شده از جدول بزرگتر از Z جدول با همان احتمال

می باشد  آزمون t قوی تر از آزمون Z است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

استفاده از توزیع t در آزمون فرض

در توزیع t فاصله بین میانگین و نقاط موردنظر برحسب واحد اندازه‌گیری

انحراف استاندارد می‌شود و این فاصله برحسب مقدار t بیان شود.

n = اندازه نمونه (حجم نمونه)

$df = n - 1$ درجات آزادی در توزیع t

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

آزمونهای t

مثال: در آزمون دو دامنه با $n=21$ و سطح اطمینان ۹۵ درصد $t=?$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

آزمونهای t

پاسخ:

$$df = n - 1 = 21 - 1 = 20$$

سطح اطمینان ۹۵ / ۰ می باشد پس سطح معنی داری $\alpha=0.05$ خواهد شد .

حال با استفاده از جدول C پیوست کتاب از محل تقاطع سطح معنی دار و درجات آزادی ، مقدار $t=2.086$ بدست می آید

karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم

آزمونهای t

جدول c توزیع t استودنت (پیوست کتاب درسی)

درجات آزادی df	سطح معنی دار آزمون یک دامنه			
	۰۵/۰	۰۲۵/۰	۰۱/۰	۰۰۵/۰
df	سطح معنی دار آزمون دو دامنه			
	۱۰/۰	۰۵/۰	۰۲/۰	۰۱/۰
۱	۳۱۴/۶	۷۰۶/۱۲	۸۲۱/۳ ۱	۶۵۷/۶۳
۲	۹۲۰/۲	۳۰۳/۴	۹۶۵/۶	۹۲۵/۹
۳	۳۵۳/۲	۱۸۲/۳	۵۴۱/۴	۸۴۱/۵
۰				
۰				
۲۰	۷۲۵/۱	۰۸۶/۲	۵۲۸/۲	۸۴۵/۲
۰				
بینهایت	۶۴۵/۱	۹۶۰/۱	karbord2003@yahoo.com	karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم

آزمونهای t

خودآزمایی :

چنانچه $df=2$ باشد مقدار t جدول رادهریک از شرایط زیر تعیین کنید:الف) سطح زیر منحنی درست راست t مساوی $۰۰۵/۰$ باشد.ب) سطح زیر منحنی درست چپ t مساوی $۰۰۵/۰$ باشد.

karbord2003@yahoo.com

آزمونهای t

فصل یازدهم

پاسخ: چون صحبت از سمت راست یا چپ شده است پس در هر دو مورد (الف) و (ب) آزمون یک دامنه (جهت دار) است.

df=2 و $\alpha = 0.05/0$ طبق جدول C عدد بدست آمده از جدول ، ۹۲۵/۹ می باشد.

الف) چون سمت راست است پس: $t = 925/9$

ب) چون سمت چپ است پس: $t = -925/9$

karbord2003@yahoo.com

H.

فصل
یازدهم

آزمون فرضیه درباره میانگین جامعه (آزمون یک گروهی)

(* مراحل کلی کار :

* H_1 / H_0 نوشته شود.

* محاسبه نسبت t

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_{\bar{X}}}$$

$$df = n - 1$$

* محاسبه درجات آزادی:

* تعیین سطح اطمینان یا سطح معنی داری

* مراجعه به جدول t و مشخص کردن t جدول

* مقایسه نسبت t محاسبه شده و t جدول



* تصمیم گیری در مورد رد یا تأیید فرض صفر

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

فرض H_A و H_0

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ ← فرض صفر:

درآزمون یک دامنه
(جهت دار)

↓

$H_A: \mu_1 > \mu_2$
یا
 $H_A: \mu_1 < \mu_2$

فرض خلاف

درآزمون دو دامنه
(بدون جهت)

↓

$H_A: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

تصمیم‌گیری در مورد رد یا تأیید فرض صفر

اگر فرض صفر رد می‌شود \Rightarrow جدول $t > t$ محاسبه شده اگر

اگر t محاسبه شده منفی باشد قدرمطلق آن را در نظر می‌گیریم

فرض صفر رد می‌شود \Rightarrow $|t| > t$

karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم

مثال

مدیر دبیرستانی معتقد است، دانش آموزان ورزشکار از نظر مهارت کلامی پایین تر از میانگین هستند ولی مربی ورزش همین دبیرستان ادعا می کند که مهارت کلامی آنها بالاتر از میانگین است.

آزمون مهارت کلامی برای کلیه دانش آموزان این دبیرستان اجرا

گردید، میانگین این آزمون ۹۲ شد. مربی ورزش برای تأیید نظر

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

ادامه مثال

خود ۱۷ نفر ورزشکار را بصورت تصادفی از بین ورزشکاران این دبیرستان انتخاب کرد. میانگین و انحراف استاندارد مهارت کلامی این دانش آموزان به ترتیب مساوی ۱۰۴ و ۱۵ گردید. مربی ورزش این دبیرستان تصمیم گرفته است با توجه به اطلاعات جمع آوری شده با یک آزمون یک دامنه و در سطح 0.05 ($\alpha = 0.05$) فرض صفر و فرض خلاف را مورد آزمون قرار دهد.

karbord2003@yahoo.com

راه حل

فصل یازدهم

براساس آنچه در صورت مسئله داده شده است:
 $\mu = 92$ $n=17$ $\bar{X}=104$ $s=15$
 آزمون یک دامنه و در سطح $0.5/0$ ($\alpha = 0.5/0$) می باشد.

$$H_0: \mu = 92$$

$$H_A: \mu > 92$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل یازدهم

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_{\bar{X}}}$$

$$S_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{15}{\sqrt{17}} = 3.64$$

$$t = \frac{104 - 92}{3.64} = 3.3$$

$$t_{جدول} = t_{(0.5/0.16)} = 7.46/1$$

آزمون یک دامنه
 karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم

ادامه راه حل

چون t محاسبه شده بزرگتر از t استخراج شده از جدول است پس

H_0 رد می شود. پس نتیجه می گیریم که میانگین مهارت کلامی

کلیه ورزشکارانی که این نمونه از آنان انتخاب شده است از ۹۲

بزرگتر است.

بنابراین مربی ورزش نتیجه می گیرد: مهارت کلامی دانش آموزان

ورزشکار بالاتر از میانگین جامعه است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهمآزمون t برای تفاوت بین میانگین های نمونه

مراحل کار : همان مراحل کار (*) در آزمون یک گروهی می باشد.
فقط محاسبه t و df آن فرق دارد.

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum X_1^2 + \sum X_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad (1)$$

محاسبه t : فرمولهای (۱) یا (۲)

محاسبه df : درجات آزادی

برای هر دو فرمول (۱) و (۲)

برابریست با:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n_1} + \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n_2}}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad (2)$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

karbord2003@yahoo.com

مقایسه میانگین‌های دو گروه مستقل

فصل
یازدهم

گروه‌ها (یا نمونه‌هایی) مستقل هستند که انتخاب آزمودنی‌ها

در یک نمونه تأثیری در انتخاب آزمودنی‌ها دیگری ندارد.

karbord2003@yahoo.com

آزمونهای t

فصل
یازدهم

در پژوهش دو نوع نمونه مستقل به کار برده می شود

نمونه های مستقلی که بصورت تصادفی

از یک جامعه انتخاب شود ولی
هرکدام در معرض یک متغیر مستقل
قرار داده شده است .

از دو جامعه کاملاً متفاوت
انتخاب می شود.

روش تجزیه و تحلیل در هر شرایط یکسان است .

نکته مهم : karbord2003@yahoo.com است .

فصل
یازدهم

مثال

می خواهیم تأثیر دو روش مختلف تقویت را در یادگیری ریاضی دانش آموزان کلاس سوم مورد آزمون قرار دهیم. از بین دانش آموزان کلاس سوم دو نمونه بصورت تصادفی انتخاب می کنیم. برای یکی از نمونه ها روش تقویت **A** و برای دیگری روش تقویت **B** را به کار می بریم در پایان آزمایش ، آزمونی را برای هر دو نمونه اجرا کرده و میزان یادگیری در هر دو نمونه را بررسی می کنیم که نتایج اجرای آزمون برای دو نمونه در جدول ذیل آمده است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

راه حل

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad (\text{یا} \quad H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0)$$

$$H_A: \mu_1 \neq \mu_2 \quad (\text{یا} \quad H_A: \mu_1 - \mu_2 \neq 0)$$

چون در صورت مسئله جهتی مشخص نشده است پس آزمون دو دامنه است.

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
یازدهم

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n_1} + \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n_2}}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$t = \frac{10 - 7}{\sqrt{\frac{682 - \frac{(60)^2}{6} + 259 - \frac{(35)^2}{5}}{6 + 5 - 2} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5} \right)}} = 1/52$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
یازدهمبرای محاسبه t طبق جدول C پیوست کتاب درسی داریم:

$$df = 6 + 5 - 2 = 9$$

$$\alpha = 0.5/0$$

$$\Rightarrow t_{(0.05, 9)} = 2.62/2$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

ادامه راه حل

چون t محاسبه شده بزرگتر از t استخراج شده از جدول نیست پس H_0 رد نمی شود، H_0 تأیید می شود یعنی نتیجه می گیریم: بین میانگینهای مورد مقایسه تفاوت معنی داری وجود ندارد بنابراین روشهای مختلف تقویت در یادگیری تأثیری نداشته است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

آزمون t برای تفاوت بین میانگینهای نمونه

اگر در فرمول (۱) مقادیر مساوی بر حسب واریانس جاگذاری شود فرمول ذیل بدست می آید:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

وقتی شرط برابری واریانسها را در دو جامعه نپذیریم از فرمول ذیل استفاده می شود.

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

karbord2003@yahoo.com



آزمون t برای گروه‌های همبسته

فصل
یازدهم

طرح جفت‌های همتراز شده :

در این نوع طرح آزمودنیهای هر دو نمونه (گروههای آزمایش و کنترل) بر اساس یک یا چند متغیر که با متغیر وابسته (متغیر ملاک) رابطه دارند ، همتراز می شوند .

karbord2003@yahoo.com

آزمون t برای گروه‌های همبسته

فصل
یازدهم

هدف آزمون t برای گروه‌های همبسته همانند نمونه‌های مستقل

عبارتست از پاسخگویی به این سوال که:

آیا تفاوت بین میانگین‌ها ناشی از عوامل شانس است یا حاصل تفاوت

واقعی بین میانگین‌های جامعه‌ای که نمونه‌ها از آن بصورت تصادفی

انتخاب شده‌اند؟

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

آزمون t برای گروه‌های همبسته

$$S_{\bar{D}} = \text{خطای استاندارد تفاوت بین میانگین‌ها}$$

جهت اختلاف بوسیله علامت D مشخص می‌شود.

D : یعنی تفاوت نمرات در دوبار اندازه‌گیری

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

آزمون t برای گروه‌های همبسته

$$D = X_1 - X_2$$

$$D = 0 \Rightarrow X_1 = X_2$$

$$D > 0 \Rightarrow X_1 > X_2$$

$$D < 0 \Rightarrow X_1 < X_2$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

آزمون t برای گروه‌های همبسته

مراحل کار :

همان مراحل کار توضیح داده شده در (*) آزمون یک گروهی می‌باشد.
فقط محاسبه t و df فرق دارد.

فرض‌های صفر و خلاف نیز بر حسب μ_1, μ_2, μ_D می‌باشد.

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

محاسبه t و df :

پس از جاگذاری این فرمول بدست می‌آید: $t = \frac{\bar{D}}{s_{\bar{D}}}$

$df = n - 1$

karbord2003

فصل
یازدهم

آزمون t برای گروه‌های همبسته

فرض صفر: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ یا $H_0: \mu_D = 0$

آزمون یک دامنه
(جهت دار)

فرض خلاف

آزمون دو دامنه
(بدون جهت)

$H_A: \mu_1 > \mu_2$ یا $H_A: \mu_D > 0$

یا

$H_A: \mu_1 < \mu_2$ یا $H_A: \mu_D < 0$

$H_A: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

یا

$H_A: \mu_D \neq 0$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

مثال

برای نمونه ای که از ۲۵ جفت آزمودنی تشکیل شده است
است نسبت t را محاسبه کنید. $\sum D^2 = 400$ و $\sum D = 50$
پاسخ:

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} = \frac{50}{\sqrt{\frac{25(400) - (50)^2}{24}}} = \frac{50}{\sqrt{\frac{7500}{24}}} = \frac{50}{\sqrt{312.5}} = 2.83$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

مثال

روانشناسی علاقمند است تاثیر یک روش آموزش را در بالا بردن بهره هوشی دانش آموزان عقب افتاده مورد آزمون قرار دهد. به همین منظور ۱۲ نفر از دانش آموزان عقب افتاده را به صورت تصادفی انتخاب می کند. ابتدا بهره هوشی آنها را مورد اندازه گیری قرار می دهد. سپس روش آموزشی خود را اجرا می کند. پس از اتمام آموزش، مجدداً بهره هوشی آنها را مورد اندازه گیری قرار می دهد. اطلاعات جمع آوری شده به شرح زیر در دست است. با یک آزمون آماری مناسب و با احتمال ۰.۱/۰ خطا $H_0: \mu_n = 0$ را آزمون کنید.

karbord2003@yahoo.com

ادامه مثال

فصل
یازدهم

X_1	X_2	$D = X_1 - X_2$	D^2
قبل از آموزش	بعد از آموزش		
۹۶	۱۰۱	-۵	۲۵
۸۹	۹۴	-۵	۲۵
۸۱	۸۸	-۷	۴۹
۸۵	۸۵	۰	۰
۹۶	۱۰۲	-۶	۳۶
۹۵	۱۰۰	-۵	۲۵
۸۷	۹۰	-۳	۹
۷۹	۸۹	-۱۰	۱۰۰
۸۰	۸۵	-۵	۲۵
۹۰	۹۸	-۸	۶۴
۹۲	۱۰۰	-۸	۶۴
۹۹	۱۰۵	-۶	۳۶
		$\sum D = -۶۸$	$\sum D^2 = ۴۵۸$

راه حل:

فصل
یازدهم

$$H_0: \mu_D = 0$$

$$H_A: \mu_D < 0 \quad (H_A: \mu_1 - \mu_2 < 0)$$

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} = \frac{-68}{\sqrt{\frac{12(458) - (68)^2}{11}}} = \frac{-68}{\sqrt{\frac{5296 - 4624}{11}}}$$

$$= \frac{-68}{\sqrt{\frac{872}{11}}} = \frac{-68}{\sqrt{79.27}} = \frac{-68}{8.9} = -64/7$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

ادامه راه حل:

$$\left. \begin{array}{l} |t| = |-7/64| = 7/64 \\ t_{(0.01, 11)} = 2.718 \end{array} \right\} \rightarrow |t| > t_{\text{جدول محاسبه شده}} \rightarrow H_0 \text{ رد می شود}$$

پس نتیجه می گیریم اختلاف بین میانگینها معنی دار است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

مثال

برای ۲۰ آزمودنی یک آزمون هوش اجرا کرده و آنها را براساس نمراتشان از این آزمون در گروههای دوتایی جاداده ایم. یکی از اعضای هر جفت را در معرض روش تدریس A و عضو دیگر را در معرض روش B قرار داده ایم. در پایان، برای آزمودنیهای هر دو گروه آزمونی یکسان اجرا کردیم. اطلاعات بدست آمده در جدول ذیل است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

مثال

x_1 (A) روش	x_2 (B) روش	$D = x_1 - x_2$	D^2
۱۰	۷	۳	۹
۵	۳	۲	۴
۶	۷	-۱	۱
۷	۵	۲	۴
۱۰	۸	۲	۴
۶	۴	۲	۴
۷	۵	۲	۴
۸	۲	۶	۳۶
۶	۳	۳	۹
۵	۶	-۱	۱
$\sum x_1 = 70$ $\bar{X}_1 = 7$	$\sum x_2 = 50$ $\bar{X}_2 = 5$	$\sum D = 20$ $\bar{D} = 2$	$\sum D^2 = 76$

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

راه حل

$$H_0: \mu_D = 0 \quad \text{یا} \quad \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_A: \mu_D \neq 0 \quad \text{یا} \quad \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$\alpha = 0.05 \quad \text{و} \quad df = n - 1 = 10 - 1 = 9 \quad \implies \quad t(0.025, 9) = 2.62/2$$

اگر t محاسبه شده $> t$ جدول $\implies H_0$ رد می شود

$$16/3 > 2.62/2 \quad \text{در اینجا}$$

پس نتیجه می گیریم: اختلاف بین میانگینها معنی دار است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
یازدهم

مقایسه توان آزمونها

توان آزمون

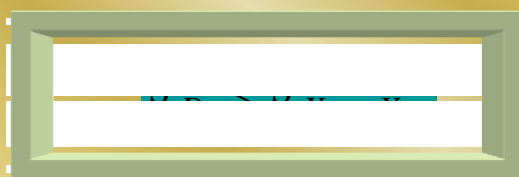
یعنی احتمال رد فرض صفر وقتی فرض صفر واقعاً غلط است.

karbord2003@yahoo.com

فصل یازدهم

مقایسه توان آزمونها

خطای استاندارد برای دو نمونه همبسته کمتر از خطای استاندارد برای دو نمونه مستقل است.



آزمون مقایسه تفاوت دو نمونه همبسته دارای توان بیشتری از آزمون دو نمونه مستقل است.

karbord2003@yahoo.com

فصل دوازدهم

آزمونهای معنی دار

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

هدفهای رفتاری

✽ آزمون مقایسه دو نسبت در گروههای مستقل و همبسته

✽ اجرای واریانسهای گروههای مستقل و همبسته

✽ آزمون معنی دار بودن ضریب همبستگی بین دو متغیر

✽ آزمون معنی دار بودن تفاوت بین دو ضریب همبستگی برای نمونه‌های

مستقل و وابسته

karbord2003@yahoo.com

آزمونهای معنی دار

فصل
دوازدهم

در فصل یازدهم آزمونهایی برای تعیین معنی دار بودن تفاوت بین میانگینها (μ) استفاده شد ، در این فصل آزمونهای معنی دار بودن نسبتها (ρ) ، واریانس (σ^2) و همبستگی (ρ) بررسی خواهد شد .

karbord2003@yahoo.com

آزمون معنی دار بودن تفاوت بین دو نسبت مستقل

فصل
دوازدهم

گاهی اوقات در پژوهش باید برای تفسیر نتایج یک آزمایش تفاوت بین دو نسبت مستقل را مقایسه کرد.
داده ها از دو نمونه کاملا مستقل جمع آوری می شود.
اگر از n_1 عضو در نمونه اول ، f_1 عضو آن دارای صفت (ویژگی) مورد نظر باشد . نسبت در نمونه اول برابر است با

$$P_1 = \frac{f_1}{n_1}$$

اگر از n_2 عضو در نمونه اول ، f_2 عضو آن دارای صفت (ویژگی) مورد نظر باشد . نسبت در نمونه دوم برابر است با

$$P_2 = \frac{f_2}{n_2}$$

karbord2003@yahoo.com

آزمون معنی دار بودن تفاوت بین دو نسبت مستقل

فصل
دوازدهم

سوال : آیا بین p_1 و p_2 اختلاف معنی داری وجود دارد یا خیر؟

p_1 = نسبت در نمونه اول

p_2 = نسبت در نمونه دوم

karbord2003@yahoo.com

آزمون معنی دار بودن تفاوت بین دو نسبت مستقل

فصل
دوازدهم

مراحل کلی کار :

H_0 و H_A نوشته شود.

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{pq \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

محاسبه نسبت Z :

karbord2003@yahoo.com

ادامه مراحل کلی کار

فصل
دوازدهم

تعیین سطح اطمینان یا سطح معنی دار

مراجعه به جدول B پیوست کتاب (سطح زیر منحنی نرمال) و

مشخص کردن $Z_{جدول}$

مقایسه محاسبه شده از فرمول Z و $Z_{جدول}$

تصمیم‌گیری در مورد رد یا تایید فرض صفر

karbord2003@yahoo.com

ادامه مراحل کلی کار

فصل
دوازدهم

فرض صفر: $H_0: p_1 = p_2$ یا $H_0: p_1 - p_2 = 0$

آزمون یک دامنه
(جهت دار)

$$H_A: p_1 > p_2$$

یا

$$H_A: p_1 < p_2$$

فرض خلاف

آزمون دو دامنه
(بدون جهت)

$$H_A: p_1 - p_2 \neq 0$$



karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

آنچه برای محاسبه نسبت Z نیاز داریم

$$p_1 = \frac{f_1}{n_1}$$

$$p_2 = \frac{f_2}{n_2}$$

$$p = \frac{f_1 + f_2}{n_1 + n_2}$$

$$q = 1 - p \quad S_{p_1 - p_2} = \sqrt{pq \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

karbord2003@yahoo.com

H_0

فصل
دوازدهم

تصمیم‌گیری در مورد رد یا تایید فرض صفر

H_0 رد می‌شود $\Rightarrow Z$ جدول $> Z$ محاسبه شده از فرمول Z اگر:

اگر Z بدست آمده از فرمول منفی باشد.. قدر مطلق آن را در نظر می‌گیریم به این ترتیب:

H_0 رد می‌شود $\Rightarrow Z$ جدول $> |Z|$ فرمول اگر

karbord2003@yahoo.com

فصل دوازدهم دانستنیهای مفید

باتوجه به کاربرد زیاد بعضی موارد هنگام نیاز به جدول Z دانستن این موارد مفید به نظر می رسد:

درآزمون یک دامنه:

$$\alpha = 0.1/0 \Rightarrow Z_{\text{جدول}} = 33/2$$

$$\alpha = 0.5/0 \Rightarrow Z_{\text{جدول}} = 645/1$$

karbord2003@yahoo.com

فصل دوازدهم دانستنیهای مفید

درآزمون دو دامنه:

$$\alpha = 0.1/0 \Rightarrow Z_{\text{جدول}} = 575/2$$

$$\alpha = 0.5/0 \Rightarrow Z_{\text{جدول}} = 96/1$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

مثال

می خواهیم براساس اطلاعات جمع آوری شده از دو دانشگاه که در جدول ذیل آمده است این فرضیه را آزمون کنیم که : نسبت دخترانی که به علت علاقه به شغل دبیری، دانشگاه تربیت معلم را انتخاب می کنند بیشتر از نسبت دخترانی است که به علت علاقه به شغل دبیری، دانشگاه تهران را انتخاب می کنند. ($\alpha = 0.05$)

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

مثال

تعداد نمونه	تعداد دختر	نام دانشگاه
$= 200 \cdot n_1$	$= 48 f_1$	تربیت معلم
$= 340 \cdot n_2$	$= 70 f_2$	تهران

راه حل :

$$H_0: p_1 = p_2$$

$$H_A: p_1 > p_2$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
دوازدهم

$$Z = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{pq \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

آنچه برای محاسبه Z لازم داریم:

$$P_1 = \frac{f_1}{n_1} \Rightarrow P_1 = \frac{48}{200} = 0.24$$

$$P_2 = \frac{f_2}{n_2} \Rightarrow P_2 = \frac{70}{330} = 0.212$$

$$P = \frac{f_1 + f_2}{n_1 + n_2} \Rightarrow P = \frac{48 + 70}{200 + 330} = 0.218$$

حال محاسبه Z:

$$Z = \frac{0.24 - 0.212}{\sqrt{(0.218) \times (0.782) \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{330} \right)}} = \frac{0.028}{\sqrt{0.00136}} = \frac{0.028}{0.037} = 0.76$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
دوازدهم

$$\left. \begin{array}{l} Z_{\text{محاسبه شده}} = 92/0 \\ Z_{\text{جدول}} = 645/1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Z محاسبه شده بزرگتر از Z استخراج شده از جدول نمی باشد. لذا

 H_0 تأیید می شود.

پس نتیجه می گیریم: بین نسبتهای مورد مقایسه تفاوت معنی داری

وجود ندارد و نسبت دختران در هر دو دانشگاه یکسان است.

karbord2003@yahoo.com

فصل دوازدهم آزمون معنی‌دار بودن تفاوت بین دو نسبت همبسته

اطلاعاتی که از نمونه‌های همتراز جمع آوری می‌شود، همبسته‌اند.
مراحل کار:

همان مراحل آزمون برای دو نسبت مستقل می‌باشد.
فقط محاسبه Z به این صورت می‌باشد.

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{a + d}{n}}}$$

یا پس از جاگذاری مقادیر لازم:

$$Z = \frac{A - D}{\sqrt{A + D}}$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

مثال

می‌خواهیم با یک آزمون آماری مناسب و با احتمال $\alpha = 0.10$ تعیین کنیم آیا برنامه‌ای که اجرا شده است موجب تغییر نگرش دانشجویان شده است یا خیر؟

پیش از اجرای این برنامه نگرش دانشجویان نسبت به رشته تحصیلی اندازه‌گیری می‌شود. سپس برنامه مزبور شامل (نشان دادن فیلم و ایراد سخنرانی و...) اجرامی شود. پس از اتمام برنامه مجدداً نگرش دانشجویان نسبت به رشته تحصیلی اندازه‌گیری می‌شود. این اطلاعات در جدولهای ذیل ثبت شده است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

ادامه مثال

نسبت

بعد از اجرای برنامه

علاقه بی علاقه

علاقه بی	علاقه علاقمند	۶۰
علاقه بی	علاقه علاقمند	۱۴۰
		۲۰۰

فرآوانی

بعد از اجرای برنامه

علاقه بی علاقه

$\frac{10}{200} = 0.05$	$\frac{50}{200} = 0.25$	۳۰٪
$\frac{110}{200} = 0.55$	$\frac{30}{200} = 0.15$	۷۰٪
		۱

۶۰٪ ۴۰٪

با بررسی جدولهای فوق مشخص می شود که بین نمرات نگرش قبل از اجرای برنامه وبعد از آن همبستگی وجود دارد.
حال سوال این است که آیا بین $P_1 = 30\%$ و $P_2 = 40\%$ تفاوت معنی داری وجود دارد یا خیر؟

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

پاسخ

$H_0: p_1 - p_2 = 0$
 $H_A: p_1 - p_2 \neq 0$

در اینجا در مورد جهت تغییر نگرش دانشجویان چیزی مشخص نشده پس آزمون دو دامنه است.
برای محاسبه Z:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{a+d}{n}}}$$

اول مخرج کسر را حساب کنیم.

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

ادامه پاسخ

$$S_{p_1-p_2} = \sqrt{\frac{a+d}{n}} = \frac{0.05+0.15}{200} = 0.0316$$

حال محاسبه Z از طریق فرمول مربوطه:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{a+d}{n}}} = \frac{0.4 - 0.3}{0.0316} = 3.164$$

آزمون دو دامنه
 $\alpha = 0.10$ و $\Rightarrow Z_{جدول} = 575/2$
karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

ادامه پاسخ

چون Z محاسبه شده بزرگتر از Z استخراج شده از جدول می باشد

لذا H_0 رد می شود. پس نتیجه می گیریم تفاوت معنی داری بین

نسبتهای مورد مقایسه وجود دارد. پس برنامه اجرا شده موجب تغییر

نگرش دانشجویان نسبت به رشته تحصیلی خود شده است.

karbord2003@yahoo.com

آزمون واریانس

فصل
دوازدهم

در بعضی آزمونها نیاز به آزمون پراکندگی است.

مراحل کلی کار همانند مراحل کار (*) آزمون یک گروهی در فصل یازدهم


می باشد. یعنی از آزمون t استفاده می شود .

فقط تفاوت آن در موارد ذیل است:

karbord2003@yahoo.com

آزمون واریانس

فصل
دوازدهم

* فرضهای صفر و خلاف: برحسب واریانس (σ^2) می باشد. 

$$t = \frac{(s_1^2 - s_2^2) \sqrt{n-2}}{\sqrt{4s_1^2 s_2^2 (1-r_{12}^2)}}$$

* محاسبه نسبت t :

$$df = n - 2$$

* درجه آزادی:

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

آزمون واریانس

$H_0 : \sigma_1^2 - \sigma_2^2 = 0$ ← فرض صفر


آزمون یک دامنه
(جهت دار)

فرض خلاف

آزمون دو دامنه
(بدون جهت)

$H_A : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$
یا
 $H_A : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

$H_A : \sigma_1^2 - \sigma_2^2 \neq 0$


 karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

مثال

برای ۲۵ نفر دانشجوی داوطلب در کلاس درک و فهم زبان انگلیسی، آزمونی اجرا شد (پیش آزمون) میانگین و انحراف استاندارد آن به ترتیب ۸/۵۷ و ۵/۱۰ شده است پس از ۱۶ هفته آموزش، آزمون فوق مجدداً برای همین گروه اجرا شد (پس آزمون) و میانگین و انحراف استاندارد آن به ترتیب ۷/۶۳ و ۴/۶ بدست آمد. اگر $r_{12} = ۷۸/۰$ (همبستگی بین پیش آزمون و پس آزمون) باشد بایک آزمون آماری مناسب و با احتمال $\alpha = ۰.۵/۰$ تعیین کنید پراکندگی نمرات در پس آزمون کاهش پیدا کرده است یا خیر؟

karbord2003@yahoo.com

فصل دوازدهم

راه حل

$$\text{در پیش آزمون: } \bar{X}_1 = 57/8 \quad S_1 = 5/10 \Rightarrow S_1^2 = 25/110$$

$$\text{در پس آزمون: } \bar{X}_2 = 63/7 \quad S_2 = 4/6 \Rightarrow S_2^2 = 96/40$$

$$r_{12} = 78/10 \Rightarrow r_{12}^2 = 6084/100$$

karbord2003@yahoo.com

فصل دوازدهم

ادامه راه حل

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 0$$

چون در صورت مسئله مشخص شده است که پراکندگی نمرات کاهش پیدا کرده است پس جهت دارد و آزمون یک دامنه است لذا:

$$H_1: \sigma_1^2 - \sigma_2^2 > 0 \quad \text{به عبارتی} \quad H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$\text{پس: } t = \frac{(s_1^2 - s_2^2) \sqrt{n-2}}{\sqrt{4s_1^2 s_2^2 (1-r_{12}^2)}}$$

$$t = \frac{(110/25 - 40/96) \sqrt{25-2}}{\sqrt{(4)(110/25)(40/96)(1-0/6084)}} \Rightarrow t = 2/95$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

ادامه راه حل

$$\left. \begin{array}{l} df=n-2=25-2=23 \\ \alpha=0.5/0 \\ \text{آزمون یک دامنه} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{طبق جدول C} \\ \Rightarrow t_{(0.5/0 \text{ و } 23)}=714/1 \\ 95/3 > 714/1 \end{array}$$

چون t محاسبه شده از فرمول بزرگتر از t استخراج شده از جدول است لذا H_0 رد می شود پس بین واریانسهای مورد مقایسه تفاوت معنی داری وجود دارد.

چون واریانس پس آزمون از واریانس پیش آزمون کوچکتر است بنابراین با ۹۵٪ اطمینان می توان گفت پراکندگی نمره ها در پس آزمون کاهش پیدا کرده است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
دوازدهم

آزمون معنی دار بودن همبستگی

مراحل کلی کار همانند مراحل کار (*) آزمون یک گروهی در فصل یازدهم

می باشد فقط تفاوت در موارد ذیل است:

karbord2003@yahoo.com

آزمون معنی دار بودن همبستگی

فصل
دوازدهم

❖ فرضهای صفر و خلاف بر اساس همبستگی (ρ) می باشد. 

❖ محاسبه نسبت t :

$$t = r_{XY} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{XY}^2}}$$

❖ درجه آزادی

$$df = n - 2$$

karbord2003@yahoo.com

آزمون معنی دار بودن همبستگی

فصل
دوازدهم

$$H_0: \rho_{XY} = 0 \quad \text{فرض صفر}$$

$$H_A: \rho_{XY} \neq 0 \quad \text{فرض خلاف}$$



karbord2003@yahoo.com

آزمون معنی دار بودن همبستگی

فصل
دوازدهم

روش دیگر :

با استفاده از جدول D پیوست کتاب یعنی جدول معنی دار بودن ضریب همبستگی پیرسون نیز می توان مقدار t را بر اساس درجه آزادی و احتمالهای متفاوت به دست آورد.

karbord2003@yahoo.com

آزمون معنی دار بودن همبستگی

فصل
دوازدهم

نکته :

معتبرترین روش برای تعیین معنی دار بودن ضریب همبستگی استفاده از آزمون t است.

karbord2003@yahoo.com

فصل دوازدهم آزمون معنی دار بودن تفاوت دو ضریب همبستگی در نمونه‌های مستقل

اگر ρ_1 و ρ_2 ضرایب همبستگی برای دو نمونه مستقل باشد می‌خواهیم ببینیم آیا اختلاف بین ρ_1 و ρ_2 معنی دار است یا خیر.

مراحل کار:

$$H_0: \rho_1 - \rho_2 = 0$$

❖ فرض صفر و خلاف ←

$$H_A: \rho_1 - \rho_2 \neq 0$$

❖ با استفاده از جدول E پیوست کتاب یعنی جدول تبدیل ρ به Z_r فیشر ρ_1 و ρ_2 به Z_{r_1} و Z_{r_2} تبدیل می‌شود.

karbord2003@yahoo.com

فصل دوازدهم آزمون معنی دار بودن تفاوت دو ضریب همبستگی در نمونه‌های مستقل

❖ مقایسه Z فرمول ، با Z جدول با در نظر گرفتن سطح معنی داری

$$Z = \frac{Z_{r_1} - Z_{r_2}}{\sqrt{\frac{1}{n_1 - 2} + \frac{1}{n_2 - 2}}}$$

❖ تایید یا رد فرض صفر.

karbord2003@yahoo.com

فصل سیزدهم استفاده از جدول F

جدول F
درجات آزادی صورت کسر $df_1 = (k-1)$

df_2

درجات آزاد مخرج کسر $n-k$

df_2	1	2	3	4	5	200	500	800	1000
1									
2									
12		3.88 6.93							
200									
∞									

(ارقام کم رنگ) 0.05
(ارقام پر رنگ) 0.01

karbord2003@yahoo.com

فصل سیزدهم استفاده از جدول F

اگر نسبت F بدست آمده از فرمول بزرگتر یا مساوی F بدست آمده از جدول باشد فرض صفر رد می شود که در این مثال نیز چنین است .

karbord2003@yahoo.com

خودآزمایی

فصل
سیزدهم

کدامیک از پاسخهای زیر فرض صفری است که آن را می توان از طریق تجزیه و تحلیل واریانس آزمون کرد؟

الف : $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3$

ب : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

ج : $SS_{t_1} = SS_{t_2} = SS_{t_3}$

د : $SS_{b_1} = SS_{b_2} = SS_{b_3}$

karbord2003@yahoo.com

پاسخ خودآزمایی

فصل
سیزدهم

مورد (ب) صحیح است، به علت اینکه همیشه فرضهای صفر و

خلاف باید بر حسب پارامتر جامعه باشد .

karbord2003@yahoo.com

فصل سیزدهم

مثال

اگر فرض کنید گروهی آزمودنی بطور تصادفی در سه گروه مختلف آزمایشی جایگزین شدند. چنانچه نتیجه اندازه گیری متغیر وابسته مطابق جدول ذیل باشد، با استفاده از روش تجزیه و تحلیل واریانس تعیین کنید بین میانگینهای سه گروه، تفاوت معنی داری وجود دارد یا خیر؟

karbord2003@yahoo.com

فصل سیزدهم

مثال

داده های فرضی برای سه گروه

آزمایش یک		آزمایش دو		آزمایش سه	
x_1	x_1'	x_2	x_2'	x_3	x_3'
۱۰	۱۰۰	۱۲	۱۴۴	۱۰	۱۰۰
۸	۶۴	۱۰	۱۰۰	۸	۶۴
۶	۳۶	۸	۶۴	۷	۴۹
۶	۳۶	۷	۴۹	۷	۴۹
۵	۲۵	۶	۳۶	۶	۳۶
۵	۲۵	۵	۲۵	۶	۳۶
۴	۱۶	۵	۲۵	۵	۲۵
۴	۱۶	۴	۱۶	۴	۱۶
۴	۱۶	۴	۱۶	۴	۱۶
۳	۹	۳	۹	۳	۹

$$\sum X_1 = 52$$

$$\sum X_1' = 338$$

$$\sum X_2 = 62$$

$$\sum X_2' = 382$$

$$\sum X_3 = 51$$

$$\sum X_3' = 395$$

فصل سیزدهم

راه حل:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_A : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$$

حال برای محاسبه SS_t باید موارد ذیل را بدست آورد:

$$\sum X = \sum X_1 + \sum X_2 + \sum X_3 = 54 + 64 + 59 = 177$$

$$\sum X^2 = \sum X_1^2 + \sum X_2^2 + \sum X_3^2$$

$$\sum X^2 = 2328 + 482 + 295 = 1217$$

karbord2003@yahoo.com

فصل سیزدهم

دهم

ادامه راه حل

محاسبه مجموع مجذورات

*مجموع مجذورات کل:

$$SS_t = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}$$

$$SS_t = 1217 - \frac{(177)^2}{30} = 172.7$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل سیزدهم

محاسبه مجموع مجذورات

*مجموع مجذورات بین گروهها:

$$S_b = \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_3)^2}{n_3} - \frac{(\sum x)^2}{N}$$

$$SS_b = \frac{(54)^2}{10} + \frac{(62)^2}{10} + \frac{(59)^2}{10} - \frac{(177)^2}{30} = 5$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل سیزدهم

محاسبه مجموع مجذورات

*مجموع مجذورات درون گروهها:

$$SS_w = SS_t - SS_b$$

$$SS_w = 172/N - 5 = 167/N$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
سیزدهم

ادامه راه حل

محاسبه میانگین مجذورات

* میانگین مجذورهای بین گروهها:

$$MS_b = \frac{SS_b}{k-1}$$

$$MS_b = \frac{5}{2} = 2.5$$

karbord2003@yahoo.com

فصل سیزدهم

ادامه راه حل

محاسبه میانگین مجذورات

* میانگین مجذورهای درون گروهها:

$$MS_w = \frac{SS_w}{N-K} = \frac{167/7}{27} = 6/21$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
سیزدهم

محاسبه نسبت F :

$$F = \frac{MS_b}{MS_w} = 0.403$$

حال آنچه محاسبه کردیم را بصورت خلاصه درجدول ذیل

karbord2003@yahoo.com

نشان می دهیم.

ادامه راه حل

فصل سیزدهم

خلاصه تجزیه و تحلیل واریانس

F	میانگین مجذورات	درجات آزادی	مجموع مجذورات	منابع تغییر
۴۰۳/۰	۵/۲	۲	۵	بین گروهها
	۲۱/۶	۲۷	۷/۱۶۷	درون گروهها
		۲۹	۷/۱۷۲	جمع

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل سیزدهم

هرگاه نسبت F محاسبه شده کوچکتر از ۱ باشد
دیگر نیازی به جدول F نیست و فرض صفر تایید می شود.

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل سیزدهم

در این مثال نیز به همین جهت فرض صفر تایید می شود.
پس نتیجه می گیریم : بین میانگینهای سه گروه مستقل تفاوت
معنی داری وجود ندارد.

karbord2003@yahoo.com

خود آزمایی

فصل سیزدهم

جدول زیر را کامل کنید و با سطح $0.1/0$ معنی دار بودن نسبت F را معین کنید .

F	میانگین مجذورات	df	مجموع مجذورات	منابع تغییر
	؟	۲	؟	بین گروهها
؟	؟	؟	۳۵۰	درون گروهها

karbord2003@yahoo.com

۵۰۰

جمع

راه حل

فصل سیزدهم

$$SS_b = 500 - 350 = 150$$

$$df_w = 99 - 2 = 97$$

$$MS_B = \frac{SS_b}{df_b} = \frac{150}{2} = 75$$

$$MS_w = \frac{SS_w}{df_w} = \frac{350}{97} = 6.08/3$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل سیزدهم

جدول تکمیل شده

F	میانگین مجزورات	df	مجموع مجزورات	منابع تغییر
۷۸۷/۲۰	۷۵	۲	۱۵۰	بین گروهها
	۶۰۸/۳	۹۷	۳۵۰	درون گروهها
		۹۹	۵۰۰	جمع

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
سیزدهمدر جدول F به جای عدد ۹۷ در ستون جدول (df_2) از

عدد ۱۰۰ استفاده می شود. پس:

$$F_{\text{جدول}} = ۸۲/۴$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل سیزدهم

$$\left. \begin{array}{l} F = 787/20 \text{ محاسبه شده} \\ \alpha = 0.1\% \text{ و درجات آزادی } 97 \text{ و } 2 \\ F \text{ جدول} = 82/4 \end{array} \right\} \Rightarrow 787/20 > 82/4$$

پس فرض صفر رد می شود.

نتیجه می گیریم که نسبت F معنی دار است.

karbord2003@yahoo.com

مثال

فصل سیزدهم

تجزیه و تحلیل واریانس را برای اطلاعات زیر که از سه گروه جمع آوری شده بکار برید.

	گروه یک	گروه دو	گروه سه
n	10	10	10
\bar{X}	5.7	9	5.10
$\sum x^2$	650	865	1150

karbord2003@yahoo.com

فصل سیزدهم راه حل

طبق اطلاعات صورت مسئله داریم :

$$n_1 = 10 \quad n_2 = 10 \quad n_3 = 10$$

$$\bar{x}_1 = 7.5 \quad \bar{x}_2 = 9 \quad \bar{x}_3 = 10.5$$

$$\sum X_1^r = 750 \quad \sum X_2^r = 870 \quad \sum X_3^r = 1150$$

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} \Rightarrow \sum X = n\bar{x} \Rightarrow \sum X_1 = 10 \times 7.5 = 750$$

$$\sum X_2 = 10 \times 9 = 90$$

$$\sum X_3 = 10 \times 10.5 = 105$$

$$\sum X = \sum X_1 + \sum X_2 + \sum X_3 = 750 + 90 + 105 = 945$$

$$N = n_1 + n_2 + n_3 = 10 + 10 + 10 = 30$$

فصل سیزدهم ادامه راه حل

$$SS_D = \frac{(\sum X_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum X_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum X_3)^2}{n_3} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SS_D = \frac{(750)^2}{10} + \frac{(90)^2}{10} + \frac{(105)^2}{10} - \frac{(945)^2}{30}$$

$$SS_D = 56250 + 810 + 1102.5 - 29235$$

$$SS_D = 45$$

$$SS_W = \sum X_1^r - \frac{(\sum X_1)^2}{n_1} + \sum X_2^r - \frac{(\sum X_2)^2}{n_2} + \sum X_3^r - \frac{(\sum X_3)^2}{n_3}$$

$$SS_W = 650 - \frac{(750)^2}{10} + 860 - \frac{(90)^2}{10} + 1150 - \frac{(105)^2}{10}$$

$$SS_W = 190$$

karbord2003@yahoo.com

فصل سیزدهم

ادامه راه حل

$$SS_t = SS_b + SS_w = 45 + 190$$

$$SS_t = 235$$

$$df_b = k - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$df_w = N - k = 30 - 3 = 27$$

$$df_t = df_b + df_w$$

$$df_t = 2 + 27 = 29$$

$$MS_b = \frac{SS_b}{df_b} = \frac{45}{2} = 22.5$$

$$MS_w = \frac{SS_w}{df_w} = \frac{190}{27} = 7.04$$

$$F = \frac{MS_b}{MS_w} = \frac{22.5}{7.04} = 3.19$$

karbord2003@yahoo.com

فصل سیزدهم

ادامه راه حل

پس همه موارد بدست آمده را بطور خلاصه در جدول ذیل نشان می‌دهیم.

	F	MS	df	ss	منابع تغییر	
۱۹۶/۳		۵/۲۲	۲	۴۵	بین گروهها	b
		۰۴/۷	۲۷	۱۹۰	درون گروهها	w
			۲۹	۲۳۵	جمع	

karbord2003@yahoo.com

فصل چهاردهم

آمار غیر پارامتریک

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

هدفهای رفتاری

✽ تشخیص داده هایی که دارای مفروضه های پارامتریک هستند.

✽ تعیین موقعیتهایی که آزمونهای غیر پارامتریک را می توان بجای

پارامتریک به کار برد.

✽ تشخیص مواقع ضروری جهت استفاده از آزمون مجذور کا و

استفاده از آن برای ارزشهای طبقه ای مستقل
karbord2003@yahoo.com

هدفهای رفتاری

فصل
چهاردهم

- ✿ محاسبه آزمون مجذور کا در کلیه حالتها
- ✿ درجات آزادی حالتهای مختلف مجذور کا
- ✿ محاسبه ضریب Φ با استفاده از مجذور کا
- ✿ تشخیص مواقعی که تبدیل مجذور کا به ضریب توافقی ضروری است.
- ✿ محاسبه ضریب توافقی با استفاده از مجذور کا

karbord2003@yahoo.com

مفروضه های آمار پارامتریک

فصل
چهاردهم

- آزمونهای Z و t و F از جمله آزمونهای پارامتریک هستند.
- سه مفروضه در آمار پارامتریک عبارتست از:
 - ✿ مقیاس اندازه گیری فاصله ای یا نسبی باشد.
 - ✿ متغیر مورد پژوهش در جامعه دارای توزیع طبیعی باشد.
 - ✿ آمار یا آماره هایی که محاسبه می شود، برآوردی از پارامتر جامعه باشد.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم
موقعیتهای مناسب برای استفاده از آزمونهای غیرپارامتریک

زمانی که نمی توان در پژوهش مفروضه های آمار پارامتریک را رعایت کرد.

به عنوان مثال: وقتی مقیاس اندازه گیری اسمی یا ترتیبی باشد.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم
آمار غیر پارامتریک

در این فصل فقط یکی از روشهای آزمونهای غیر پارامتریک به نام
مجذور کا یا خی دو (χ^2) که دارای موارد استفاده زیادی می باشد آمده
است .

karbord2003@yahoo.com

مجذور کا (χ^2)

فصل
چهاردهم

- * آزمون مجذور کا به منظور آزمون فرضیه در باره استقلال فراوانیهای که در طبقه های مختلف قرار گرفته اند به کار برده می شود.
- * اطلاعات در این آزمون به صورت **فراوانی یا تعداد** می باشد.
- * این آزمون موارد استفاده مختلفی دارد.

karbord2003@yahoo.com

نیکویی برآزاندن مجذور کا

فصل
چهاردهم

وقتی به کار می رود که یک متغیر طبقه ای واحد با بیش از دو ارزش

داشته باشیم. 

اطلاعات از یک نمونه جمع آوری شده باشد.

فرض صفر در آزمون مجذور کا با فراوانی، نسبت، احتمال یا در صد به

کار می رود.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

توضیحات بیشتر

در صورت داشتن دو ارزش معمولاً از مدل دو جمله ای با تقریب
نرمال دو جمله ای استفاده می شود که جزو این درس نمی باشد.



karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

نیکویی برآزاندن مجذور کا

مثال: می خواهیم نظر مردم را نسبت به نوع چای (A و B و C) مطالعه کنیم.

O	نوع چای
۲۶	A
۳۸	B
۲۶	C
۹۰	Σ

karbord2003@yahoo.com

نیکویی برآزاندن مجذور کا

فصل
چهاردهم

راه حل بطور کلی:

H_2O : نسبت افرادی که هر یک از این سه نوع چای را انتخاب می کنند مساوی است.

H_A : نسبت افرادی که هر یک از این سه نوع چای را انتخاب می کنند مساوی نیست.

از آزمون مجذور کا استفاده می کنیم.

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذور کا

فصل
چهاردهم

ادامه راه حل بطور کلی:

$O =$ فراوانی مشاهده شده

(که در صورت مسئله داده می شود)

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آزمون مجذورکا

ادامه راه حل بطور کلی:

برای پیدا کردن فراوانی مورد انتظار (E) دو حالت وجود دارد:

نداشتن اطلاعات قبلی	}	فراوانی مورد انتظار
داشتن اطلاعات و تجارب قبلی		

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آزمون مجذورکا

ادامه راه حل بطور کلی:

در صورت نداشتن اطلاعات قبلی :

(مانند همین مثال) انتظاری رود که خریداران به **تعداد مساوی**

هر یک از انواع چای را انتخاب نمایند .

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذورکا

فصل
چهاردهم

ادامه راه حل بطور کلی:

در صورت داشتن اطلاعات و تجارب قبلی:

مثلا وقتی گفته می شود: ۶۰ درصد افراد چای نوع B را ترجیح

می دهند و ۲۰ درصد، نوع A را در این صورت طبق فرمول

 $f = p.n$ فراوانی های مورد انتظار را محاسبه می کنیم.

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذورکا

فصل
چهاردهم

$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$	$(O - E)^2$	O - E	E	O	نوع چای
۵۳/۰	۱۶	-۴	۳۰	۲۶	A
۱۳/۲	۶۴	۸	۳۰	۳۸	B
۵۳/۰	۱۶	-۴	۳۰	۲۶	C
			$۹۰ E = \Sigma$	$= ۹۰ O \Sigma$	

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذورکا

فصل
چهاردهم

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E} \quad \text{فرمول لازم جهت محاسبه مجذور کا :} \quad (*)$$

$$df = k - 1$$

نکته: اگر $df = 1$ باشد یعنی $k = 2$ (تعداد طبقات) در این صورت برای

جلوگیری از اشتباه، فرمول باید تصحیح شود

$$\chi^2 = \sum \frac{[|O - E| - 0.5]^2}{E} \quad \text{که به آن تصحیح ییتس می گویند و فرمول آن چنین است:} \quad (*)$$

$$df = k - 1$$

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذورکا

فصل
چهاردهم

در صورت عدم استفاده به موقع از تصحیح ییتس (وقتی $df = 1$) نتایج بیش

از آنچه هست برآورد می شود و احتمال معنی دار شدن نتایج افزایش

می یابد.

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذورکا

فصل
چهاردهم

سپس از جدول G(پیوست کتاب) استفاده می شود درجات آزادی در هر دو فرمول (۱) و (۲) برابر $K-1$ می باشد و α برابر است با 0.05 یا 0.01 .

درجات آزادی	سطح معنی دار	
	0.5/0	0.1/0
۱		
۲	۹۹/۵	
۳		
.		
.		
۳۰		
۲۰		
.		
.		
۱۰۰		

محل تقاطع df و α مورد نظر مقدار مجذورکا در جدول را نشان می دهد.

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذورکا

فصل
چهاردهم

در این مسئله :

$$\left. \begin{array}{l} df = k - 1 = 3 - 1 = 2 \\ \alpha = 0.05 \end{array} \right\} \rightarrow \text{جدول } \chi^2 = 99.5$$

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذورکا

فصل
چهاردهم

H_0 رد می شود $\iff \chi^2 \geq \chi^2_{جدول}$ محاسبه شده

پس نتیجه می گیریم تفاوت معنی داری بین انتخاب این سه نوع چای وجود دارد .

ولی در این مسئله $99/5 \geq 99/3$ برقرار نمی باشد لذا فرض صفر تا ئید می شود .

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذورکا

فصل
چهاردهم

(■) مراحل اجرای آزمون :

پس مراحل اجرای آزمون به اینصورت است:

✱ طبقه بندی اطلاعات در چند طبقه

✱ محاسبه E بر اساس اصول نظری یا بر اساس اطلاعات قبلی

✱ بیان H_0 : بین فراوانیهای مشاهده شده و فراوانیهای مورد انتظار اختلاف

معنی داری وجود ندارد.

karbord2003@yahoo.com

آزمون مجذورکا

فصل
چهاردهم

ادامه مراحل اجرای آزمون:

* محاسبه χ^2 با فرمول مناسب* تعیین احتمال اشتباه و محاسبه df * استخراج جدول با توجه به مقدار α و df * مقایسه χ^2 محاسبه شده با χ^2 جدول

* تصمیم گیری در مورد رد یا تأیید فرض صفر

* نتیجه گیری آماری و karbord2003@yahoo.com

مثال

فصل
چهاردهم

مسئول مدرسه ای در نهضت سواد آموزی مشاهده کرده است که افراد مسن به میزان مساوی با افراد جوان و نوجوان از نهضت سواد آموزی استفاده نمی کنند. براساس آمار موجود ۶۰ درصد از ثبت نام شدگان افراد جوان و نوجوان و ۴۰ درصد مسن بودند. به منظور بررسی این مسئله نهضت سوادآموزی از بین کلیه ثبت نام شدگان در یک شهر ۳۵۰ نفر سواد آموز را انتخاب کرد. ۱۲۰ نفر از این عده مسن و ۲۳۰ نفر آنها را افراد جوان و نوجوان تشکیل داده است. توزیع فراوانیهای مشاهده شده در جدول ذیل آمده است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

ادامه مثال

فراوانیهای مشاهده شده (O)	
۲۳۰	جوان و نوجوان
۱۲۰	مسن
۳۵۰	جمع

ضمناً $\alpha = 0.05$ می باشد.

راه حل:

H_0 : بین فراوانیهای مشاهده شده و مورد انتظار تفاوت معنی داری وجود ندارد.

H_A : بین فراوانیهای مشاهده شده و مورد انتظار تفاوت معنی داری وجود دارد.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

ادامه راه حل

برای محاسبه فراوانیهای مورد انتظار، چون در اینجا اطلاعات قبلی وجود دارد پس نمی توان مجموع فراوانیها را به نسبت مساوی در طبقات تقسیم کرد بلکه براساس اطلاعات موجود، محاسبه و در بین طبقات مورد پژوهش توزیع می شود. پس:

$$f = n \cdot p$$

$$f_{\text{جوان و نوجوان}} = 350 \times \frac{60}{100} = 210 \text{ نفر}$$

$$f_{\text{مسن}} = 350 \times \frac{40}{100} = 140 \text{ نفر}$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
چهاردهم

E	O	
۲۱۰	۲۳۰	جوان و نوجوان
۱۴۰	۱۲۰	مسن
۳۵۰	۳۵۰	جمع

$$\sum E = \sum O = ۳۵۰$$

توجه شود: چون در اینجا: $df = ۱$ $df = k - ۱ = ۲ - ۱ = ۱$ پس برای جلوگیری از اشتباه، فرمول χ^2 باید تصحیح شود بنابراین از تصحیح یتس استفاده می‌کنیم.

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
چهاردهم

$$\chi^2 = \sum \frac{[O-E] - 0.5]^2}{E}$$

طریقه محاسبه در جدول ذیل آمده است.

$\frac{[O-E] - 0.5]^2}{E}$	$[O-E]^2$	$-0.5 O-E $	O-E	E	O	
۸۱/۱	۲۵/۳۸۰	۵/۱۹	۲۰	۲۱۰	۲۳۰	جوان و نوجوان
۷۲/۲	۲۵/۳۸۰	۵/۱۹	-۲۰	۱۴۰	۱۲۰	مسن
۵۳/۴	مجموع					

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

ادامه راه حل

$$\left. \begin{array}{l} \chi^2 = 4/53 \\ \text{محاسبه شده} \\ \chi^2 = 3/84 \\ \text{جدول} \end{array} \right\} \Rightarrow 53/4 > 84/3$$

با $\alpha = 0.05$ و $df = 1$

پس H_0 رد می شود.

پس نتیجه می گیریم بین فراوانیهای مشاهده شده و فراوانیهای مورد انتظار تفاوت معنی داری وجود دارد یعنی با ۹۵ درصد اطمینان می توان گفت نظر مسئول مدرسه نهضت سوادآموزی صحیح است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهمآزمون مستقل بودن متغیرهای طبقه‌ای به وسیله χ^2

* در موارد قبل، یک متغیر داشتیم که به طبقات مختلف تقسیم

می شد حال یک گروه آزمودنی بر اساس دو متغیر در طبقات

مختلفی طبقه‌بندی می شود.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آزمون مستقل بودن متغیرهای طبقه‌ای به وسیله χ^2

به عنوان مثال: رابطه بین جنسیت دانش‌آموزان ابتدایی و

نمرات پیشرفت تحصیلی آنها.

دو متغیر عبارتند از: جنسیت و نمرات پیشرفت تحصیلی

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آزمون مستقل بودن متغیرهای طبقه‌ای به وسیله χ^2

سؤال این است: آیا بین متغیرها همبستگی وجود دارد یا نه؟
اطلاعات بر اساس فراوانی وارد جدول می‌شود و به چنین جدولی،
جدول توافقی گویند.
چون داده‌ها به صورت فراوانی و طبقه‌ای هستند پس آزمون مجذور
کا مناسب است.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آزمون مستقل بودن متغیرهای طبقه‌ای به وسیله χ^2

مراحل کار :

مانند مراحل اجرای آزمون (χ^2) می‌باشد.

فقط در جدول توافقی این موارد متفاوت می‌باشد، فرضهای صفر و خلاف و

محاسبه E و χ^2 و df به شرح ذیل می‌باشد.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آزمون مستقل بودن متغیرهای طبقه‌ای به وسیله χ^2

تفاوتها:

H_0 : بین دو متغیر رابطه‌ای (همبستگی) وجود ندارد

(یا : دو متغیر مستقل هستند)

H_A : بین دو متغیر رابطه‌ای (همبستگی) وجود دارد

(یا : دو متغیر مستقل نیستند)

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آزمون مستقل بودن متغیرهای طبقه‌ای به وسیله χ^2

تفاوتها:

$$E = \frac{(\sum r)(\sum c)}{N}$$

$$\text{مجموع فراوانیهای موردانتظار} = \frac{(\text{مجموع فراوانیهای سطر}) (\text{مجموع فراوانیهای ستون})}{\text{تعداد کل}}$$

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آزمون مستقل بودن متغیرهای طبقه‌ای به وسیله χ^2

تفاوتها

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

$$df = (r - 1) (c - 1)$$

(۱- تعداد ستونها) (۱- تعداد سطرها) = درجات آزادی در جدول توافقی

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آزمون مستقل بودن متغیرهای طبقه‌ای به وسیله χ^2

ادامه مراحل کار:

سپس α تعیین شود و با استفاده از جدول G پیوست کتاب

مراحل () را ادامه می دهیم .

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

آمار غیر پارامتریک

مثال:

۲۰۰ نفر از کارکنان آموزش و پرورش به صورت تصادفی انتخاب شده اند و نوع مدیریت: متمرکز، نیمه متمرکز و ترکیبی (متمرکز و نیمه متمرکز با هم) سؤال شد ضمناً خواسته شد که نظرشان (تایید یا عدم تایید) را نسبت به برنامه های رفاهی وزارت آموزش و پرورش اعلام کنند.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

ادامه مثال

آیا بین نسبت کارکنانی که مدیریت (متمرکز، نیمه متمرکز و ترکیبی) را ترجیح می دهند و برنامه های رفاهی را تایید می کنند تفاوت معنی داری وجود دارد؟

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

ادامه مثال

به عبارت دیگر آیا بین نوع مدیریت و نگرش نسبت به برنامه های رفاهی رابطه ای وجود دارد؟

karbord2003@yahoo.com

آمار غیر پارامتریک

فصل
چهاردهم

فراوانیهای مشاهده شده در بررسی رابطه مدیریت و نگرش

جمع	نظر خواهی نسبت به برنامه های رفاهی		نوع مدیریت
	عدم تایید	تایید	
۶۰	۵۰	۱۰	متمرکز
۱۰۰	۴۰	۶۰	غیر متمرکز
۴۰	۲۰	۲۰	ترکیبی
۲۰۰	۱۱۰	۹۰	جمع

karbord2003@yahoo.com

آمار غیر پارامتریک

فصل
چهاردهم

پاسخ :

H_0 : بین دو متغیر (نوع مدیریت و نگرش نسبت به برنامه های رفاهی) رابطه (همبستگی) وجود ندارد.

H_A : بین دو متغیر (نوع مدیریت و نگرش نسبت به برنامه های رفاهی) رابطه (همبستگی) وجود دارد.

karbord2003@yahoo.com

آمار غیر پارامتریک

فصل
چهاردهم

محاسبه فراوانیهای مورد انتظار

جمع	نظر خواهی نسبت به برنامه های رفاهی				نوع مدیریت
	عدم تایید		تایید		
	E	O	E	O	
۶۰	۶۰	۵۰	۲۷	۱۰	متمرکز
۱۰۰	۱۰۰	۴۰		۶۰	غیر متمرکز
۴۰	۴۰	۲۰		۲۰	ترکیبی
۲۰۰	۲۰۰	۱۱۰	۹۰	۹۰	جمع

karbord2003@yahoo.com

آمار غیر پارامتریک

فصل
چهاردهم

محاسبه فراوانیهای مورد انتظار که به صورت نمونه
با فلش نشان داده شده است:

$$E = \frac{60 \times 90}{200} = 27$$

$$E = \frac{40 \times 110}{200} = 22$$

karbord2003@yahoo.com

آمار غیر پارامتریک

فصل
چهاردهم

جمع	نظر خواهی نسبت به برنامه های رفاهی				نوع مدیریت	
	عدم تایید		تایید			
	E	O	E	O		
۶۰	۶۰	۳۳	۵۰	۲۷	۱۰	متمرکز
۱۰۰	۱۰۰	۵۵	۴۰	۲۵	۶۰	غیر متمرکز
۴۰	۴۰	۲۲	۲۰	۱۸	۲۰	ترکیبی
۲۰۰	۲۰۰	۱۱۰	۱۱۰	۹۰	۹۰	جمع

karbord2003@yahoo.com

آمار غیر پارامتریک

فصل
چهاردهم

محاسبه کل فراوانیهای مورد انتظار موجود در جدول :

$$E = \frac{60 \times 110}{200} = 33$$

$$E = \frac{60 \times 90}{200} = 27$$

$$E = \frac{100 \times 110}{200} = 55$$

$$E = \frac{100 \times 90}{200} = 45$$

$$E = \frac{40 \times 110}{200} = 22$$

$$E = \frac{40 \times 90}{200} = 18$$

karbord2003@yahoo.com

آمار غیر پارامتریک

فصل
چهاردهم

جمع	نظر خواهی نسبت به برنامه های رفاهی				نوع مدیریت	
	عدم تایید		تایید			
	E	O	E	O		
۶۰	۶۰	۳۳	۵۰	۲۷	۱۰	متمرکز
۱۰۰	۱۰۰	۵۵	۴۰	۴۵	۶۰	غیر متمرکز
۴۰	۴۰	۲۲	۲۰	۱۸	۲۰	ترکیبی
۲۰۰	۲۰۰	۱۱۰	۱۱۰	۹۰	۹۰	جمع

karbord2003@yahoo.com

آمار غیر پارامتریک

فصل چهاردهم

مجموع فراوانیهای ستونها مجموع فراوانی سطرها

$$\text{در هر خانه: } E = \frac{(\sum R)(\sum C)}{N}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E} = \frac{(10-27)^2}{27} + \frac{(60-45)^2}{45} + \frac{(20-18)^2}{18} + \frac{(50-33)^2}{33} + \frac{(40-55)^2}{55} + \frac{(20-22)^2}{22} = 28.95$$

karbord2003@yahoo.com

آمار غیر پارامتریک

فصل
چهاردهم

$$df = (1 - \text{تعداد ستونها}) (1 - \text{تعداد سطرها})$$

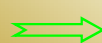
$$df = (r-1)(c-1)$$

$$df = (3-1)(2-1) = 2$$

$$\alpha = 0.1/0$$

جدول $\chi^2 = 21/9$

H_0 رد می شود $\chi^2 \geq$ جدول χ^2 محاسبه شده



پس نتیجه می گیریم:

بین دو متغیر (نوع مدیریت و نگرش نسبت به برنامه های رفاهی)

تفاوت معنی داری وجود دارد.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

مثال

به منظور اندازه گیری رابطه بین اقتصاد خانواده و پذیرش طرح کاد نمونه ای از دانش آموزان یک منطقه آموزشی را به صورت تصادفی انتخاب و اطلاعاتی به شرح زیر جمع آوری گردید. با یک آزمون آماری تعیین کنید بین وضعیت اقتصادی خانواده و پذیرش طرح کاد همبستگی وجود دارد. ($\alpha = 0.1/0$)؟

طرح کاد		وضعیت اقتصادی
مخالف	موافق	
۵۴	۴۶	بالا
۷۰	۳۰	متوسط
۳۵	۶۵	پائین

karbord2003@yahoo.com

راه حل

فصل
چهاردهم

$$E = \frac{(\sum r)(\sum c)}{N}$$

$$\frac{100 \times 159}{300} = 53$$

$$\frac{100 \times 141}{300} = 47$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
چهاردهم

جمع		طرح کاد				وضعیت اقتصادی
		مخالف		موافق		
		E	O	E	O	
۱۰۰	۱۰۰	۵۳	۵۴	۴۷	۴۶	بالا
۱۰۰	۱۰۰	۵۳	۷۰	۴۷	۳۰	متوسط
۱۰۰	۱۰۰	۵۳	۳۵	۴۷	۶۵	پائین
۳۰۰	۳۰۰	۱۵۹	۱۵۹	۱۴۱	۱۴۱	جمع

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
چهاردهم

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

$$= \frac{(46-47)^2}{47} + \frac{(54-53)^2}{53} + \frac{(3-47)^2}{47} + \frac{(7-53)^2}{53} + \frac{(65-47)^2}{47} + \frac{(35-53)^2}{53}$$

$$= \frac{1}{47} + \frac{1}{53} + \frac{219}{47} + \frac{219}{53} + \frac{324}{47} + \frac{324}{53}$$

$$= 0.21 + 0.019 + 4.65 + 4.12 + 6.89 + 6.11 = 64/24$$

karbord2003@yahoo.com

ادامه راه حل

فصل
چهاردهم

$$\chi^2 = 64/24$$

فرمول

$$df = (3-1)(2-1) = 2 \times 1 = 2$$

$$\alpha = 0.1$$

$$df = 2 \Rightarrow \chi^2_{جدول} = 21/9$$

$$\Rightarrow \chi^2_{فرمول} > \chi^2_{جدول} \Rightarrow H_0 \text{ رد می شود}$$

بین فراوانیهای مشاهده شده و مورد انتظار تفاوت معنی داری وجود دارد. یعنی:

بین وضعیت اقتصادی و پذیرش طرح کادر رابطه معنی داری وجود دارد.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

جدول توافقی ۲×۲

یکی از معروفترین موارد استفاده مجذور کا آزمون مستقل بودن متغیرهایی است که طبقه ای هستند و جدول آنها بصورت جدول توافقی ۲×۲ است .

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

جدول توافقی ۲×۲

در این جدول دو متغیر داریم که هر کدام دارای دو طبقه است.

در اینجا $df=1$ می باشد چون $df = (2-1)(2-1) = 1$

پس باید از **تصحیح یش** استفاده کرد.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

جدول توافقی ۲×۲

فرمول دیگری که به جای تصحیح یتس فقط در مورد جدول توافقی ۲×۲ به کار برده می شود و از نظر ریاضی معادل فرمول تصحیح یتس است فرمول ذیل است :

$$x^2 = \frac{(|ad-bc| - n/2)^2 n}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \quad (E)$$

که برای استفاده از آن ابتدا باید اطلاعات را به صورت جدول زیر تنظیم کرد:

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

جدول توافقی ۲×۲

مزیت‌های فرمول فوق عبارتند از :

*عدم نیاز به محاسبه فراوانیهای مورد انتظار (E)

*به حداقل رساندن خطاهای محاسباتی

karbord2003@yahoo.com

مراحل انجام کارها در آزمون مجذور کا

فصل
چهاردهم

مراحل انجام کارها در آزمون مجذور کا (آزمون عدم وابستگی) همان مراحل عنوان شده در () است مجذور کا با استفاده از فرمولی که مناسب اطلاعات جمع آوری شده است محاسبه شودولی اگر $df=1$ باشد باید از فرمول های شماره (۲) یا (۳) استفاده شود.

karbord2003@yahoo.com

محدودیت های استفاده از مجذور کا

فصل
چهاردهم

مجذور کا وقتی استفاده می شود که مفروضه های ذیل برقرار باشد.

- ❁ داده ها بصورت فراوانی و طبقه ای و مقیاس اسمی باشد.
- ❁ داده ها به طبقات ناسازگار تقسیم شود.
- ❁ هر فراوانی یا مشاهده باید مستقل از سایر فراوانیها (مشاهدات) باشد.

karbord2003@yahoo.com

محدودیت‌های استفاده از مجذورکا

فصل
چهاردهم

طبق قانون تجربه :

اگر در آزمون مجذور کا $df=1$ باشد باید فراوانیهای مورد انتظار در هر خانه جدول بزرگتر یا مساوی ۵ باشد.

اگر در آزمون مجذور کا $df > 1$ باشد باید در ۸۰ درصد خانه های جدول فراوانیهای مورد انتظار بزرگتر یا مساوی ۵ باشد.

karbord2003@yahoo.com

محدودیت‌های استفاده از مجذورکا

فصل
چهاردهم

اگر در داده ها این محدودیت وجود داشته باشد بهترین روش ترکیب طبقه ها با یکدیگر (در صورت امکان پذیر بودن) و بالا بردن فراوانیهای مورد انتظار است.

karbord2003@yahoo.com

محدودیت‌های استفاده از مجذورکا

فصل
چهاردهم

نکته : ترکیب طبقه ها باید منطقی باشد .

مثلا" دو طبقه تحصیلات ابتدایی و تحصیلات راهنمایی را می توان
ترکیب کرد و یک طبقه داشت با عنوان تحصیلات ابتدایی و راهنمایی .

karbord2003@yahoo.com

محدودیت‌های استفاده از مجذورکا

فصل
چهاردهم

اگر به هر دلیلی امکان ترکیب طبقه ها وجود نداشته باشد
باید از آزمون فیشر استفاده کرد .

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

مثال

فرض کنید مدیر مدرسه‌ای علاقمند است که عقیده دانش آموزان را با توجه به سواد پدرانشان در مورد مقررات انضباطی مدرسه مورد بررسی قرار دهد. این مدیر پس از اجرای پرسشنامه‌ای اطلاعات را در جدولی مانند زیر تنظیم می‌کند:

جمع	دکتری	فوق لیسانس	لیسانس	فوق دیپلم	دیپلم	راهنمایی	ابتدایی	
۴۵	۱۲	۱۰	۵	۷	۵	۴	۲	موافق
۴۵	۱۲	۹	۸	۶	۵	۴	۱	مخالف
۹۰	۲۴	۱۹	۱۳	۱۳	۱۰	۸	۳	جمع

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

پاسخ

پس از محاسبه فراوانیهای مورد انتظار

جمع	دکتری	فوق لیسانس	لیسانس	فوق دیپلم	دیپلم	راهنمایی	ابتدایی									
E	O	E	O	E	O	E	O	E	O							
۴۵	۴۵	۱۲	۱۲	۵/۹	۱۰	۵/۶	۵	۵/۶	۷	۵	۵	۴	۴	۵/۱	۲	موافق
۴۵	۴۵	۱۲	۱۲	۵/۹	۹	۵/۶	۸	۵/۶	۶	۵	۵	۴	۴	۵/۱	۱	مخالف

چون درجات آزادی در جدول داده شده بزرگتر از یک است پس باید فراوانیهای مورد انتظار در ۸۰٪ خانه های جدول بزرگتر یا مساوی ۵ باشد که در اینجا چون جدول ۱۴ خانه دارد پس باید $14 \times \frac{80}{100} = 11.2$ در ۱۲ خانه از جدول فراوانیهای مورد انتظار (E) بزرگتر یا مساوی ۵ باشد

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

پاسخ

که در اینجا در ۴ خانه اول جدول در ستون ابتدایی و ستون راهنمایی فراوانیهای مورد انتظار ۵/۱ و ۴ می باشد که کوچکتر از ۵ است لذا باید این دو طبقه را ترکیب کرد چون از نظر منطقی ترکیب این طبقات امکان پذیر است پس به صورت جدول ذیل می شود.

karbord2003@yahoo.com

فصل
چهاردهم

ادامه پاسخ

جمع	دکتری	فوق لیسانس	لیسانس	فوق دیپلم	دیپلم	ابتدایی و راهنمایی	
۴۵	۱۲	۵/۹	۵/۶	۵/۶	۵	۵/۵	موافق
۴۵	۱۲	۵/۹	۵/۶	۵/۶	۵	۵/۵	مخالف

karbord2003@yahoo.com

