

لگاریتم

دستگاه معادلات لگاریتمی

دکتر یوسف کوه‌مسکن

ریاضی ۱۱م



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



@AvaEducation16



@AvaEducation16

توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت 💡 نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 - بسیار ساده 🧐 جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات
 - ساده 🧐 جهت تثبیت مطالب
 - متوسط 🧐 جهت تمرین بیشتر مطالب
 - سخت 🧐 جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص

۱ مسئله

پاسخ معادله لگاریتمی زیر را بدست آورید.

$$\begin{cases} y^x = 3y \\ 2 \log_3 y + \log_y 3 = 3x \end{cases} \quad (x, y) = ?$$

۲ روش حل مسئله



پاسخ: از رابطه اول لگاریتم گرفته می‌شود.

$$\log y^x = \log(3y), \quad \Rightarrow \quad x \log y = \log 3 + \log y$$

در این مرحله، مبنای لگاریتم اهمیتی ندارد. برای ساده کردن رابطه دوم از نکته زیر استفاده می‌شود.

💡 با فرض آنکه $a, b > 0, b \neq 1$

$$\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$$

با استفاده از نکته خواهیم داشت:

$$2 \frac{\log y}{\log 3} + \frac{\log 3}{\log y} = 3x$$

اگر مقدار x از معادله اول جایگزین شود:

$$2 \frac{\log y}{\log 3} + \frac{\log 3}{\log y} = 3 \frac{\log 3 + \log y}{\log y}$$

فرض شود $Y = \log y$ ، معادله فوق به صورت زیر خواهد بود:

$$2 \frac{Y}{\log 3} + \frac{\log 3}{Y} = 3 \frac{\log 3 + Y}{Y}, \quad \Rightarrow \quad 2Y^2 - (3 \log 3)Y - 2(\log 3)^2 = 0$$

رابطه فوق یک معادله درجه دوم است که از روش‌های مختلف از جمله دلتا حل می‌شود:

$$Y = 2 \log 3, \quad -\frac{1}{2} \log 3$$

برای تعیین جواب اول به صورت زیر عمل می‌شود:

$$\log y = 2 \log 3 = \log 9, \quad \Rightarrow \quad y = 9$$

برای تعیین جواب دوم به صورت زیر عمل می‌شود:

$$\log y = -\frac{1}{2} \log 3 = \log 3^{-\frac{1}{2}} = \log \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

با جایگذاری این مقادیر y در رابطه $x = 1 + \frac{\log 3}{\log y}$ که از معادله اول بدست آمده بود، مقدار x هم تعیین می‌شود.

$$\begin{aligned} y = 9, \quad \Rightarrow \quad x &= 1 + \frac{\log 3}{\log 9} \\ &= 1 + \frac{\log 3}{2 \log 3} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \Rightarrow \quad x &= 1 + \frac{\log 3}{\log \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= 1 + \frac{\log 3}{-0.5 \log 3} \\ &= -1 \end{aligned}$$

در نهایت زوج جواب‌ها به صورت زیر هستند:

$$(x, y) = \left(\frac{3}{2}, 9\right), \quad \left(-1, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

به خاطر داشته باشید که دریای آراه،
نافدای قهرمان نمی‌سازد.



 AvaEducation16.blog.ir

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

   [@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

 AvaEducation16@gmail.com