

هوالعلی



11 TH IOAA TEAM
I.R. IRAN

هفته دوم آذر

آزمون دوم:اخترفیزیک

- مدت زمان پیشنهادی آزمون چهار ساعت است.
- پاسخنامه این آزمون بزودی در سایت قرار داده می شود.
- سعی کنید از آزمون حداکثر استفاده را بکنید.
- این آزمون طرح شده توسط سینا بلوکی ، امیرحسین ستوده فر، عماد صالحی، پریمه صفریان ، شایان عزیزی ، امیراحسان علیزاده ، زهرا فرهمند ، عباس فروزان نژاد، علیرضا ملکی ، علی نادمی می باشد.
- استفاده از ماشین حساب غیر قابل برنامه ریزی مجاز میباشد.

جدول ثوابت

$6.63 * 10^{-34} \text{js}$	ثابت پلانک
$5.67 * 10^{-8} \frac{w^2}{m^2 * k^4}$	ثابت استفان بولتزمن
$6.96 * 10^8 \text{m}$	شعاع خورشید
5700k	دمای سطح خورشید
-26.78	قدر ظاهری خورشید
4.72	قدر مطلق خورشید
$1.989 * 10^{30} \text{kg}$	جرم خورشید
$5.292 * 10^{-11} \text{m}$	شعاع اتم بور
$1.674 * 10^{-27} \text{kg}$	جرم هیدروژن
$2.998 * 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	سرعت نور
mu=0.5	جرم متوسط ذرات خورشید
$3.09 * 10^{16} \text{m}$	پارسک
$6.378 * 10^6 \text{m}$	شعاع زمین
$5.97 * 10^{24} \text{kg}$	جرم زمین
$1.06 * 10^{-34} \text{js}$	ثابت پلانک کاهشده

سوال اول (45نمره)

اگر فوتون های ساطع شده از مرکز خورشید (تقریباً همه فوتون های ساطع شده از خورشید) بدون هیچ مانعی (برخورد وانحراف مسیر توسط اتم های موجود در خورشید) به زمین برسند، آنگاه قدر خورشید را چقدر اندازه میگیریم؟

سوال دوم (30نمره)

ستاره ای با شعاع خورشید که متشکل از هیدروژن خنثی است را در نظر بگیرید. با فرض اینکه تابعیت دما به صورت $T = T_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ باشد، اثبات کنید که این ستاره نمی تواند همگن باشد! (ستاره را متشکل از گاز کامل و در حال تعادل در نظر بگیرید.)

سوال سوم: خط شعاع ثابت (50نمره)

در نمودار H-R ستارگان رشته اصلی با شعاع یکسان، طبق رابطه $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ ، باید بر روی یک خط مستقیم قرار داشته باشند. اما می دانیم که در واقعیت چنین نیست و تعدادی از ستارگان در بالای خط و تعدادی دیگر نیز در پایین خط قرار دارند. در اینجا میخواهیم علت این موضوع را بیابیم.

الف) با فرض ثابت بودن چگالی ستاره و برقرار بودن تعادل هیدرواستاتیک، ثابت کنید $L \propto M^3$ است و ضریب تناسب را بیابید.

ب) ستاره را متشکل از گاز کامل در نظر بگیرید. رابطه ای بین جرم و شعاع این ستارگان بیابید.

ج) با توجه به جواب قسمت های قبل، رابطه ای بین درخشندگی و شعاع این ستارگان بیابید.

با توجه به رابطه دست آمده، نتیجه بگیرید که برای ستارگان با شعاع یکسان رشته اصلی، کدام یک در بالای خط مستقیم و کدام یک در زیر آن قرار دارد؟

د) حال نیز به طور شهودی، نتیجه به دست آمده در بالا را تفسیر نمایید.

سوال چهارم: دمای مرکز خورشید (50 نمره)

در این سوال می خواهیم با استفاده از یک مدل ساده ، دمای مرکز یک ستاره را بدست آوریم . فرض کنید این ستاره کم جرم بوده و بر روی رشته اصلی قرار داشته باشد . فرض کنید این ستاره از گاز ایده آل تک اتمی و بی دررو به فرم $P = K\rho^\gamma$ تشکیل شده است .

الف) برای این گاز مقدار γ را بدست آورید .

ب) در ستارگان کم جرم فرایند غالب در انتقال انرژی بصورت همرفت است . در نتیجه گرادیان دمای تابشی را می توان با گرادیان دمای آدیاباتیک برابر گذاشت. با برابر گذاشتن این دو مقدار رابطه شیب دمای تابشی را بدست آورید .

(از تعادل هیدرواستاتیک نیز کمک بگیرید !)

ج) با فرض آنکه چگالی در این ستاره ثابت است ، رابطه $T(r)$ را بدست آورید .

د) برای ستاره ای خورشید گون که از هیدروژن یونیزه تشکیل شده است ، مقدار دمای مرکزی را بدست آورید. (راهنمایی : طول موجی که خورشید در آن بیشترین تابش را دارد ، در حدود 500 نانومتر است .)

سوال پنجم: ستاره تپنده (65 نمره)

میخواهیم مدلی را بررسی کنیم که در این مدل درخشندگی ستاره تپنده با دوره تناوب آن رابطه توانی داشته باشد. در این مدل تپش ستاره با سرعت صوت بی دررو صورت میگیرد. همچنین تعادل هیدرواستاتیک برقرار است و ستاره متشکل از گاز کامل تک اتمی است. فرض میکنیم دمای ستاره در هر لحظه در تمام نقاط ستاره برابر است .

الف) رابطه دوره تناوب متغیر های منظم که براساس این مدل هستند را برحسب چگالی متوسط آنها بیابید. (در این قسمت میتوانید چگالی ستاره را ثابت در نظر بگیرید)

ب) همانگونه که در اول سوال ذکر شده، $L \propto P^\beta$ است. β را به صورت عددی بیابید.

اتای عقاب یک متغیر دلتا قیفاووسی است که شعاع متوسط آن 8.13 شعاع خورشید و قدر ظاهری متوسط آن 4.1 و اختلاف منظر آن 0.00278 ثانیه قوسی است.

ج) اگر نوسانات شعاعی این متغیر به اندازه 0.3 شعاع خودش باشد، تغییرات دمای این ستاره را بیابید.

د) بیشترین و کمترین قدر ظاهری را برای این متغیر حساب کنید.

سرعت صوت بی دررو عبارت است از:

$$v_s = \left(\frac{\gamma P}{\rho}\right)^{0.5}$$

که در آن γ یک ثابت است و P فشار گاز و ρ چگالی گاز است.

سوال ششم: بررسی اثرات مکانیک کوانتومی (65 نمره)

یک دستگاه جرم فنر با طول آزاد ناچیز و جرم m و ثابت k در نظر بگیرید.

الف) بسادگی عبارتی برای انرژی مکانیکی سیستم بر حسب تکانه جرم، کشیدگی فنر، جرم جسم و ثابت فنر بدست آورید.

اصولا در رویکرد کلاسیک اگر تکانه جرم و کشیدگی فنر صفر باشد انرژی مکانیکی صفر است. اما بنابه اصل عدم قطعیت هرگز نمیتوان تکانه و مکان (اینجا کشیدگی فنر) یک جسم را با دقت بینهایت تعیین کرد. بر همین اساس اگر با اطمینان بگویید تکانه صفر است دیگر کشیدگی فنر میتواند هر چقدر بزرگ باشد.

ب) با این توضیحات کمینه انرژی یک دستگاه جرم فنر ساکن و کشیده نشده (E_{base}) را بدست آورید.

ج) ستاره ای همگن در نظر بگیرید که هیچگونه چرخشی ندارد. یک ذره در نزدیکی سطح آن در نظر بگیرید. با استفاده از قانون دوم نیوتن بسادگی معادله حرکت (نوسان شعاعی) آنرا بدست آورید.

د) عبارتی برای نسبت E_{base} به انرژی جنبشی این ذره بدست آورید. این نسبت را f مینامیم.

ه) نسبت f مربوط به یک ستاره نوترونی داغ نوعی (با دمای سطحی 10^6 کلوین، جرم 3 جرم خورشید و ابعاد 10 کیلومتر) به f مربوط به خورشید را محاسبه نمایید.

موفق هستیم؟