





دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شهر سوادکوه

محاسبات عددی

ابراهیم شاه ابراهیمی

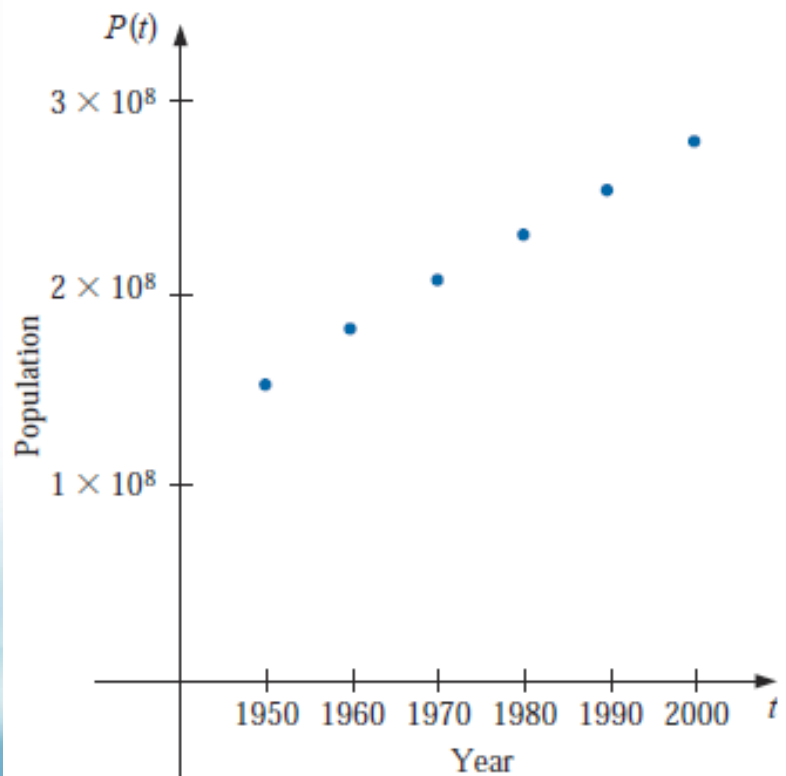
اردیبهشت ۹۹

2 Interpolation and Polynomial Approximation

Introduction

A census of the population of the United States is taken every 10 years.

Year	1950	1960	1970	1980	1990	2000
Population (in thousands)	151,326	179,323	203,302	226,542	249,633	281,422



In reviewing these data, we might ask whether they could be used to provide a reasonable estimate of the population say, in 1975 or even in the year 2020.

This process is called

interpolation

and is the subject of this chapter.

Lagrange Interpolating Polynomials

Newton's Divided-Difference

مقدمه

فصل ۱
ریشه یابی

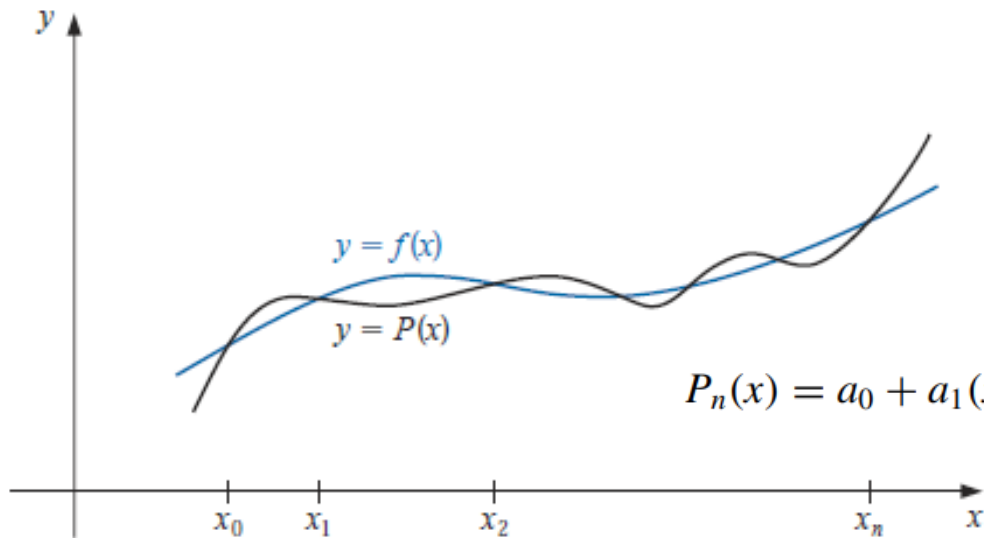
فصل ۲
درونیابی

فصل ۳
عددی انتگرال

فصل ۴
حل عددی معادله دیفرانسیل

فصل ۵
حل عددی دستگاه معادلات

فصل ۶
برازش منحنی



$$P(x) = f(x_0)L_{n,0}(x) + \dots + f(x_n)L_{n,n}(x)$$

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + a_n(x - x_0) \dots (x - x_{n-1})$$

$$a_0 = P_n(x_0) = f(x_0).$$

$$f(x_0) + a_1(x_1 - x_0) = P_n(x_1) = f(x_1)$$

$$a_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}.$$

$$f[x_i, x_{i+1}] = \frac{f[x_{i+1}] - f[x_i]}{x_{i+1} - x_i}$$

$$f[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k-1}, x_{i+k}] = \frac{f[x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_{i+k}] - f[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k-1}]}{x_{i+k} - x_i}$$

$$P_n(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + a_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}).$$

$$P_n(x) = f[x_0] + \sum_{k=1}^n f[x_0, x_1, \dots, x_k](x - x_0) \dots (x - x_{k-1}).$$

مقدمه

فصل (۱)
ریشه یابی

فصل (۲)
درونیابی

فصل (۳) حل
عددی انتگرال

فصل (۴) حل عددی
معادله دیفرانسیل

فصل (۵) حل عددی
دستگاه معادلات

فصل (۶)
برازش منحنی

x	$f(x)$	First divided differences	Second divided differences	Third divided differences
x_0	$f[x_0]$	$f[x_0, x_1] = \frac{f[x_1] - f[x_0]}{x_1 - x_0}$		
x_1	$f[x_1]$	$f[x_1, x_2] = \frac{f[x_2] - f[x_1]}{x_2 - x_1}$	$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{x_2 - x_0}$	$f[x_0, x_1, x_2, x_3] = \frac{f[x_1, x_2, x_3] - f[x_0, x_1, x_2]}{x_3 - x_0}$
x_2	$f[x_2]$	$f[x_2, x_3] = \frac{f[x_3] - f[x_2]}{x_3 - x_2}$	$f[x_1, x_2, x_3] = \frac{f[x_2, x_3] - f[x_1, x_2]}{x_3 - x_1}$	$f[x_1, x_2, x_3, x_4] = \frac{f[x_2, x_3, x_4] - f[x_1, x_2, x_3]}{x_4 - x_1}$
x_3	$f[x_3]$	$f[x_3, x_4] = \frac{f[x_4] - f[x_3]}{x_4 - x_3}$	$f[x_2, x_3, x_4] = \frac{f[x_3, x_4] - f[x_2, x_3]}{x_4 - x_2}$	$f[x_2, x_3, x_4, x_5] = \frac{f[x_3, x_4, x_5] - f[x_2, x_3, x_4]}{x_5 - x_2}$
x_4	$f[x_4]$	$f[x_4, x_5] = \frac{f[x_5] - f[x_4]}{x_5 - x_4}$	$f[x_3, x_4, x_5] = \frac{f[x_4, x_5] - f[x_3, x_4]}{x_5 - x_3}$	
x_5	$f[x_5]$			

مقدمه

فصل (۱)
ریشه یابی

فصل (۲)
درونیابی

فصل (۳) حل
عددی انتگرال

فصل (۴) حل عددی
معادله دیفرانسیل

فصل (۵) حل عددی
دستگاه معادلات

فصل (۶)
برازش منحنی

Example 1

Complete the divided difference table for the data used in

x	$f(x)$
1.0	0.7651977
1.3	0.6200860
1.6	0.4554022
1.9	0.2818186
2.2	0.1103623

Solution

i	x_i	$f[x_i]$	$f[x_{i-1}, x_i]$	$f[x_{i-2}, x_{i-1}, x_i]$	$f[x_{i-3}, \dots, x_i]$	$f[x_{i-4}, \dots, x_i]$
0	1.0	0.7651977				
1	1.3	0.6200860	-0.4837057			
2	1.6	0.4554022	-0.5489460	-0.1087339	0.0658784	
3	1.9	0.2818186	-0.5786120	-0.0494433	0.0680685	0.0018251
4	2.2	0.1103623	-0.5715210	0.0118183		

$$\begin{aligned}
 P_4(x) = & 0.7651977 - 0.4837057(x - 1.0) - 0.1087339(x - 1.0)(x - 1.3) \\
 & + 0.0658784(x - 1.0)(x - 1.3)(x - 1.6) \\
 & + 0.0018251(x - 1.0)(x - 1.3)(x - 1.6)(x - 1.9).
 \end{aligned}$$

EXERCISE SET 2.2

1. Use **Newton's Divided-Difference** to construct interpolating polynomials of degree one, two, and three for the following data. Approximate the specified value using each of the polynomials.
- a. $f(8.4)$ if $f(8.1) = 16.94410$, $f(8.3) = 17.56492$, $f(8.6) = 18.50515$, $f(8.7) = 18.82091$
- b. $f(0.9)$ if $f(0.6) = -0.17694460$, $f(0.7) = 0.01375227$, $f(0.8) = 0.22363362$, $f(1.0) = 0.65809197$

مقدمه

فصل ۱
ریشه یابیفصل ۲
درونیابیفصل ۳
عددی انتگرالفصل ۴
معادله دیفرانسیل
حل عددیفصل ۵
دستگاه معادلات
حل عددیفصل ۶
برازش منحنی

پایان جلسه پنجم (پایان فصل ۲ - قسمت ۲)

۲ اردیبهشت ۹۹

باتشکر از توجه شما

مقدمه

فصل ۱
ریشه یابی

فصل ۲
درونیابی

فصل ۳
عددی انتگرال

فصل ۴
معادله دیفرانسیل
حل عددی

فصل ۵
دستگاه معادلات
حل عددی

فصل ۶
برازش منحنی

