



زمان آزمون :

نام و نام خانوادگی :

نام درس : ریاضی ۱ - فصل ۶

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)

نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۲/۰۲/۰۹

عنوان آزمون : کاربرگ شمارش

۱ اگر $n! = 50 \times 49! + 48 \times 47! + \dots + 2 \times 1! + 1$ باشد n را حساب کنید.

۲ ۴ دانش‌آموز و ۵ معلم در یک صف ایستاده‌اند. تعداد حالت‌هایی را به دست آورید که:
(الف) ابتدا و انتهای صف معلم باشند.
(ب) نفر وسط معلم باشد.
(ج) معلم‌ها کنار هم و دانش‌آموزان کنار هم باشند.

۳ در چند جایگشت از حروف کلمه jahrom حرف a بعد از حرف z آمده است، به طوری که این دو حرف کنار هم نیستند؟

۴ با حروف کلمه جیرجیرک چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟

۵ چند عدد ۷ رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که ارقام آن‌ها یک در میان زوج و فرد باشند و مجموع ارقام آن‌ها عدد زوج باشد.

۶ به چند طریق می‌توان ۶ نفر را به ۳ تیم دوتایی پینگ پنگ تقسیم کرد؟

۷ در عبارت $\binom{14}{n}$ ، بیش‌ترین مقدار زمانی رخ می‌دهد که n برابر با باشد.

۸ با توجه به تساوی‌های زیر مقدار n را بیابید.

الف) $C(n, 3) = 2n$

ب) $P(n, 2) = 3n$

۹ اگر $\binom{n}{k+3} = \binom{n}{5-k}$ باشد، حاصل $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-1}$ را حساب کنید.

۱۰ هر یک از ترکیب‌های ۳ از ۵ مجموعه‌ی $\{a, b, c, d, e\}$ روی یک کارت نوشته شده است. پس از مخلوط کردن آن‌ها یک کارت را به تصادف برمی‌داریم. احتمال آن‌که حرف a یکی از حروف این کارت باشد چیست؟



۱

$$1 + 1! = 1 + 1 = 2 = 2!$$

$$2! + 2 \times 2! = 2!(1 + 2) = 3 \times 2! = 3!$$

$$3! + 3 \times 3! = 3!(1 + 3) = 4 \times 3! = 4!$$

.

$$50! + 50 \times 50! = 50!(1 + 50) = 51 \times 50! = 51! \Rightarrow 51! = n! \Rightarrow n = 51$$

الف) $\frac{5}{\text{معلم}} \times \frac{4}{\text{معلم}} \times 7 \text{ نفر بین آن ها باشد} = 5 \times 4 \times 7!$

ب) $\frac{5}{\text{معلم}} \times \frac{8}{\text{معلم}} = 5 \times 8!$

ج) $\frac{5!}{\text{معلم ها}} \times \frac{4!}{\text{دانش آموزها}} \times 2! = 5! \times 4! \times 2!$
 ۲ نفر ۲ حالت

۲

جایگشت حروف کلمه jahrom ۶! است که a اول بیاید یا ز اول بیاید به یک اندازه است. بنابراین تعداد حالتی که a بعد از حرف z باشد $\frac{6!}{2}$ است. اما این مقدار کنار هم بودن a و z را نیز در نظر می‌گیرد که a بعد از z باشد و دقیقاً در کنار هم برابر است با:

$\frac{1!}{j a} \text{ hrom} \Rightarrow 5!$

$a = \frac{6!}{2} - 5! = 360 - 120 = 240$ بعد از حرف z باشد و کنار هم نباشند.

$\frac{7!}{2! \times 2! \times 2!}$ (ص ۵۸)

۴

۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹

اولاً می‌بایست تعداد ارقام فرد زوج باشد.

ف ز ف ز ف ز ف

در نتیجه می‌بایست ۴ رقم فرد و ۳ رقم زوج باشد.

تعداد حالات $= P(5, 3) \times P(5, 4) = 60 \times 120 = 7200$

۵

چون به ۳ تیم یکسان می‌خواهیم تقسیم‌بندی کنیم بنابراین:

تعداد حالت ها $= \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = 15$

۶

۷

$$\text{الف) } C(n, 3) = 3n \Rightarrow \frac{n!}{(n-3)! \times 3!} = 3n \Rightarrow \frac{\cancel{n}(n-1)(n-2)\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)!} \times 6} = 3\cancel{n}$$

۸

$$\Rightarrow n^2 - 3n + 3 = 12 \Rightarrow n^2 - 3n - 10 = 0 \Rightarrow (n-5)(n+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=5 \text{ ق ق} \\ n=-2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\text{ب) } P(n, 2) = 3n \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = 3n \Rightarrow \frac{\cancel{n}(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 3\cancel{n} \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$n = k + 3 + 5 - k \Rightarrow n = 8$$

$$\binom{8}{0} + \binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \dots + \binom{8}{7} + \binom{8}{8} = 2^8$$

$$1 + \binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \dots + \binom{8}{7} + 1 = 256 \Rightarrow \binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \dots + \binom{8}{7} = 254$$

تعداد ترکیبها برابر $\binom{5}{3} = 10$ است. اگر a یکی از حروف باشد، پس ۲ حرف دیگر از بین ۴ حرف دیگر انتخاب

۱۰

می‌کنیم که برابر ۶ $\binom{4}{2} = 6$ است، پس $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

