به نام خدا

آزمون شماره 3

پاسخ:

ریاضی:

۳۴) گزینه «۲» صحیح است.

$$t = e^x \rightarrow \frac{dt}{dx} = e^x = t$$

$$y' = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt}.t \rightarrow y'' = \frac{d}{dt}\left(t\frac{dy}{dt}\right) \cdot \frac{dt}{dx} = \left(\frac{dy}{dt} + t\frac{d^2y}{dt^2}\right).t$$

با قرار دادن این عبارت در معادله داده شده به دست می‌آوریم:

$$\left(t\frac{dy}{dt} + t^2\frac{d^2y}{dt^2}\right) + (3t-1)\left(t\frac{dy}{dt}\right) + t^2y = 0 \rightarrow t^2\frac{d^2y}{dt^2} + 3t^2\frac{dy}{dt} + t^2y = 0 \rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + y = 0$$

۳۸) گزینه «۱» صحیح است.

چون f تابعی تحلیلی فرض شده، قسمت حقیقی آن باید تابعی همساز باشد یعنی باید معادله لاپلاس را ارضاء کند.

$$\begin{cases} u_x = (\sin x + x\cos x)\cosh y - ay\sinh y \sin x \\ u_{xx} = (2\cos x - x\sin x)\cosh y - ay\sinh y\cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_y = x\sin x\sinh y + a\cos x(\sinh y + y\cosh y) \\ u_{yy} = x\sin x\cosh y + a\cos x(2\cosh y + y\sinh y) \end{cases}$$

برای ارضاء معادله $u_{xx} + u_{yy} = 0$ باید $a = -1$

حال می‌توان نوشت:

$$f'(z) = u_x + iv_x = u_x - iu_y$$

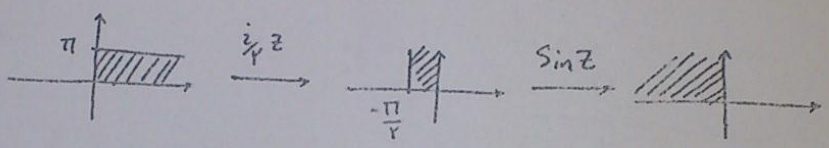
و در $z = \pi$ یعنی $\begin{cases} x = \pi \\ y = 0 \end{cases}$ داریم $\begin{cases} u_x = -\pi \\ u_y = 0 \end{cases}$ لذا

$$f'(\pi) = -\pi$$

۳۹) گزینه «۱» صحیح است.

W را می‌توان با ترکیب از انتهای نگاشت‌های زیر به دست آورد:

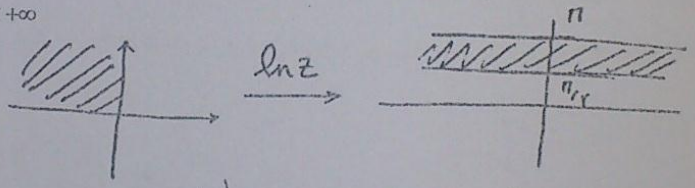
$$w:\frac{i}{2}z\ ,\ \sin z\ ,\ \ln z\ ,\ \frac{1}{z}$$



$\ln z$ تبدیل می‌شود به جایی که: $\begin{cases} u=\ln r \\ v=\theta \end{cases}$ است و تحت نگاشت $\begin{cases} 0<r<+\infty \\ \frac{\pi}{2}\le\theta\le\pi \end{cases}$ ناحیه فوق دارای

$$\ln(0^+)<u<\ln(+\infty)\rightarrow -\infty<u<+\infty$$

$$\frac{\pi}{2}\le v\le\pi$$



ناحیه حاصله بین دو خط $y=\pi\ ,\ y=\frac{\pi}{2}$ است و چون با نگاشت $\frac{1}{z}$ داریم:

$$A(x^2+y^2)+Bx+Cy+D=0\rightarrow D(u^2+v^2)+Bu-Cv+A=0$$

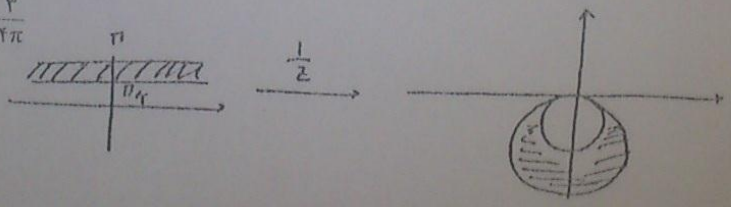
$y-\frac{\pi}{2}=0$ تبدیل می‌شود به:

$$-\frac{\pi}{2}(u^2+v^2)-v=0\rightarrow u^2+v^2+\frac{2}{\pi}v=0\rightarrow u^2+(v+\frac{1}{\pi})^2=\frac{1}{\pi^2}$$

$y-\pi=0$ تبدیل می‌شود به:

$$-\pi(u^2+v^2)-v=0\rightarrow u^2+v^2+\frac{1}{\pi}v=0\rightarrow u^2+(v+\frac{1}{2\pi})^2=\frac{1}{4\pi^2}$$

$$A=\pi\left\{R^2-r^2\right\}=\pi\left(\frac{1}{4\pi^2}-\frac{1}{\pi^2}\right)=\frac{3}{4\pi}$$



مدار:

۵۳) گزینه «۱» صحیح است.

$$v_{1\Omega}=\alpha v_{s_1}+\beta v_{s_2}$$

حالت اول : $v_{1\Omega}=2\alpha\sin t+3\beta\rightarrow P=\frac{(2\alpha\sin t+3\beta)^2}{1}\Rightarrow P^-=2\alpha^2+9\beta^2$

حالت دوم $v_{1\Omega}=\alpha\cos t+\beta\rightarrow P=\frac{(\alpha\cos t+\beta)^2}{1}\Rightarrow P^-=\frac{\alpha^2}{2}+\beta^2$

$$\begin{matrix} 2\alpha^2+9\beta^2=38 \\ \frac{\alpha^2}{2}+\beta^2=4.5 \end{matrix}\rightarrow\boxed{\begin{matrix}\alpha=1\\ \beta=2\end{matrix}}$$

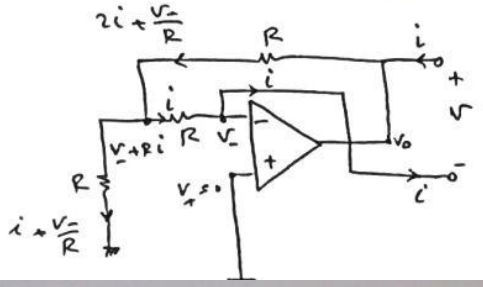
حالت دوم $v_{1\Omega}=\sin t+2\cos t\rightarrow P=\frac{(\sin t+2\cos t)^2}{1}\rightarrow P^-=\frac{1}{2}+2=2.5\ w$

۴۴) گزینه «2» صحیح است.

$$v = v_\circ \quad v_- = kv_- - v_- \rightarrow v_- = -\frac{1}{k+1}v$$

$$KVL: v = 2Ri + v_- + Ri = 3Ri - \frac{1}{k+1}v$$

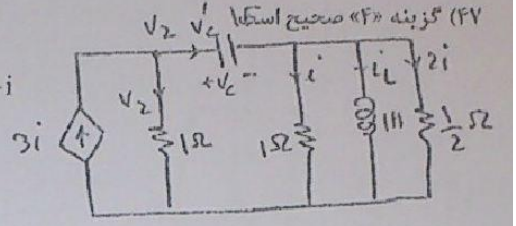
$$\rightarrow \frac{k+2}{k+1}v = 3Ri \rightarrow v = \frac{3R(k+1)}{k+2}i$$



۴۷) گزینه «۴» صحیح است.

$$KCL: 3i = v_2 + v_c' \quad (1)$$
$$KCL: v_c' = 3i + i_L \quad (2)$$
$$KVL: v_2 = v_c + i \quad (3)$$
$$KVL: i = i_L' \quad (4)$$

$$\Rightarrow v_2 = -i_L \Rightarrow v_2' = -i_L' \overset{(4)}{=} -i$$



$$\Rightarrow i(0^+) = -v_2'(0^+) = -2 \xrightarrow{(3)} v_2(0^+) = v_c(0^+) + i(0^+) \Rightarrow v_c(0^+) = 3$$

$$i_L(0^+) = -1 \xrightarrow{(2)} v_c'(0^+) = 3i(0^+) + i_L(0^+) = -6 - 1 = -7$$

کنترل:

۵۶) گزینه «۳» صحیح است.

اگر $n_1 + n_2 = n_3$ یعنی حذف صفر و قطب نداریم و پایداری خطی و BIBO معادل هم هستند. ولی اگر $n_1 + n_2 > n_3$ یعنی حذف رخ داده است.

۵۹) گزینه «۳» صحیح است.

۶۲) گزینه «۴» صحیح است.

$$\Delta(s) = (1+k)s^3 + 3ks^2 + 3ks + k$$

s^3	$1+k$	$3k$
s^2	$3k$	k
s^1	$\frac{8k-1}{3}$	
s^0	k	

سیگنال:

۷۴) گزینه «۲» صحیح است.

$$y[n]=x[n]*h[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2k}u[n-k]$$

خروجی سیگنال متناوب با دوره $N=4$ است بنابراین $y[1394]=y[2]$

$$y[n]=\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+4}u[n+2]+\left(\frac{1}{2}\right)^{n}u[n]+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-4}u[n-4]+\ldots$$

$$y[2]=\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^{6}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2}=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{2}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{4}}=\frac{4}{15}$$

۷۸) گزینه «۴» صحیح است.

$$y(t)=x(t)*h(t)\ \rightarrow\ y(t+1)=x(t)*h(t+1)\ \rightarrow\ y(-t+1)=x(-t)*h(-t+1)$$

$$y(-t+1)=x(-t)*h(t)$$

$$\Rightarrow \boxed{h(-t+1)=h(t)}$$

$h(t)$ باید حول $t=\frac{1}{2}$ تقارن زوج داشته باشد.

۶۷) گزینه «۳» صحیح است.

گزینه «۱» صحیح است.

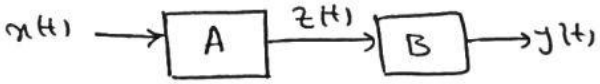
$x[2n]\leftrightarrow\frac{N}{2}=\frac{3}{2}$ دوره تناوب همان ۳ است.

گزینه «۲» صحیح است.

$x(t)=x(t+1)$ حافظه‌دار

$y(t)=x(t-1)$ حافظه‌دار

$y(t)=x(t)$ بدون حافظه



گزینه «۳» صحیح نیست.

$$y(t)=\int_{t-2}^{t+3\cos\pi t-2}x(y)\,dy$$

چون $t+3\cos\pi t-2$ در برخی زمان‌ها از t بیشتر می‌شود غیر علی است.

$t+\tau=y$

گزینه «۴» صحیح است اگر $x(t)=\sin t$, $y(t)$ متناوب نیست.

الکترونیک:

۱۰۳) گزینه «۴» صحیح است

فرض فعال غلط است.

$$I_{C_۲} = ۱۰ \times ۱ = ۱۰\ mA \rightarrow I_{B_۱} = ۵\ mA \rightarrow I_{E_۱} = ۲۵۰ mA \rightarrow V_o = ۱۲/۵ \rightarrow$$

$Q_۳$ اشباع است:

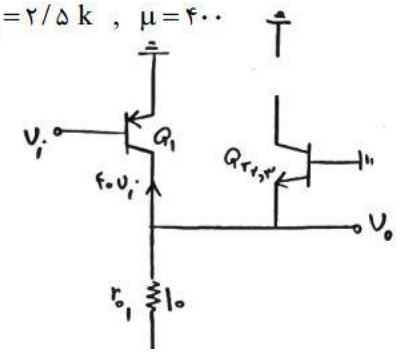
$$V_o = ۱۰ - ۰/۳ - ۰/۷ = ۹ \rightarrow I_{E_۱} = \frac{۹}{۰/۰۵} = ۱۸۰ mA \rightarrow I_{B_۱} = \frac{۱۸۰}{۵۰} = ۳/۶$$

$$\Rightarrow I_x = ۸/۶\ mA$$

۱۰۸) گزینه «۲» صحیح است.

$$I_{C_۱} = I_{C_{T_{۲,۳}}} = ۱\ mA \rightarrow g_m = ۴۰ \ , \ r_o = ۱۰\ k\Omega \ , \ h_{ie} = ۲/۵\ k \ , \ \mu = ۴۰۰$$

$$V_o = (-۴۰ V_i) \times [۱۰ \parallel ۲/۵] = -۸۰ V_i$$



۱۱۴) گزینه «۲» صحیح است.

$$V_{gs_۲} = ۲V_t$$

$$i_t = ۲V_{gs_۲} = ۲V_t$$

$$R'_o = \frac{V_t}{i_t} = \frac{۱}{۴} k = ۲۵۰\Omega$$

$$R_{out} = ۵^k \parallel R'_o \approx ۲۵۰\Omega$$