

فرض کنید C منحنی $\vec{r}(t) = (\cosh t, \sinh t, t)$ است. مطلوب است:

(۱) بردارهای T, N, B و مقادیر انحنای و تاب در نقطه‌ی متناظر با $t = 0$. (خواجه نصیر- اردیبهشت ۹۶)

اگر C خم فصل مشترک رویه‌های $z = x^2 + y^2$ و $x^2 + y^2 = 1 + \frac{z^2}{4}$ باشد، آنگاه

(۲) مطلوب است بردارهای T, N, B و انحنای و تاب خم. (خواجه نصیر- خرداد ۹۵)

(۳) رویه $z = x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5$ را رسم کنید. (خواجه نصیر- اردیبهشت ۹۶)

(۴) رویه درجه دوم $x = y^2 + 4z^2$ را شرح داده و رسم کنید.

فرض کنید $f(x, y) = \begin{cases} y \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ ابتدا پیوستگی $f_x(x, y)$ در نقطه‌ی $(0, 0)$ را بررسی کرده و سپس $f_{xy}(0, 0)$ را محاسبه کنید.

(۵) (خواجه نصیر- اردیبهشت ۹۵)

تابع دو متغیره f با ضابطه زیر را در نظر بگیرید. پیوستگی و مشتقات جزئی این تابع را در مبدا مختصات بررسی کنید.

$$f(x, y) = \begin{cases} (2x + y^2) \cos\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases} \quad (۶)$$

(خواجه نصیر- اردیبهشت ۹۷)

(۷) مشتق سویی (جهتی) تابع $F(x, y, z) = xy^2 - 4x^2y + z^2$ را در نقطه $(1, -1, 2)$ در جهت بردار $3\mathbf{k} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{i}$ بدست آورید

(خواجه نصیر- آبان ۹۷)

مشتق سویی (جهتی) تابع $f(x,y,z) = x^2 - 5xy + \frac{3}{8}z^3$ را در امتداد بردار عمود بر رویه $z = x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5$ در نقطه $(-1, 2, 0)$ بیابید. (خواجه نصیر- اردیبهشت ۹۶)

(۸)

میدان اسکالر و مشتق‌پذیر $f(x,y)$ در نقطه $(1, 2)$ و در جهت $(1, 2)$ به $(2, 2)$ دارای مشتق سویی ۲ و در جهت $(1, 2)$ به $(1, 1)$ دارای مشتق سویی ۲- است. مشتق سویی f در جهت $(1, 2)$ به $(4, 6)$ را محاسبه کنید. (خواجه نصیر- اردیبهشت ۹۵)

(۹)

مقادیر ثابت a ، b و c را طوری بیابید که مشتق جهتی تابع $f(x,y,z) = ax^2y + byz + cz^2x^3$ در نقطه $(1, 2, -1)$ دارای مقدار ماکسیمم ۶۴ در جهت مثبت محور z ها باشد. (خواجه نصیر- اردیبهشت ۹۷)

(۱۰)

الف) معادله صفحه مماس بر رویه $z = xe^{y^2} - ye^{x^2}$ را در نقطه $(1, 2)$ تعیین کنید.
ب) نقطه‌ای بر رویه $z = x^2 - y^2$ بیابید طوری که صفحه مماس بر آن موازی صفحه قسمت (الف) باشد.
(خواجه نصیر- اردیبهشت ۹۷)

معادلات پارامتری خط فصل مشترک صفحات زیر را بدست آورید.

$$\begin{cases} 5x - 4y - 9z = 8 \\ x + 4y + 3z = 4 \end{cases} \quad (12)$$

(خواجه نصیر- آبان ۹۷)

(۱۳)

اگر F و G دارای مشتقات جزئی مرتبه دوم باشند، نشان دهید $u(x, t) = F(x + at) + G(x - at)$

در معادله موج $a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ صدق می‌کند

(خواجه نصیر- آبان و اردیبهشت ۹۷)

$$\text{اگر } w = f\left(\frac{y}{x^\alpha}, \frac{z}{y^\beta}\right) \text{، نشان دهید: } x \frac{\partial w}{\partial x} + \alpha y \frac{\partial w}{\partial y} + \alpha \beta z \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

فرض کنید $f(2xy - x^2, y^2 + z^3) = 0$ و z تابعی از x, y است و مشتقات جزئی f مخالف صفر باشد. نشان دهید: (خواجه نصیر - اردیبهشت ۹۵)

$$6xz^2 \frac{\partial z}{\partial x} = (2y - 2x)(2y + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y}) \quad (15)$$

فرض کنید z تابعی از x و y بوده و $F\left(\frac{x}{y}, \frac{z+xy}{x}\right) = 0$ تابعی با مشتقات جزئی مرتبه

اول ناصفر باشد. حاصل عبارت $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$ را به دست آورید. (خواجه نصیر - اردیبهشت ۹۶) (16)

مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $f(x, y) = xy$ بر بیضی $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ را بیابید. (17)

با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ نزدیکترین نقاط رویه $z - xy = 1$ را به مبدا مختصات بیابید. (خواجه نصیر - اردیبهشت ۹۷) (18)

ماکزیمم و مینیمم $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$ را در قرص $x^2 + y^2 \leq 1$ بیابید. (19)

مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 - 9x^2 + 3y^2$ را وقتی که $x^2 + y^2 \leq 4$ است را به دست آورید. (خواجه نصیر - خرداد ۹۶) (20)

ابراهیم شاه ابراهیمی - فروردین ۹۸

کارشناس ارشد مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مدرس تخصصی: ریاضی ۱ و ۲، معادلات دیفرانسیل، ریاضیات مهندسی، محاسبات عددی