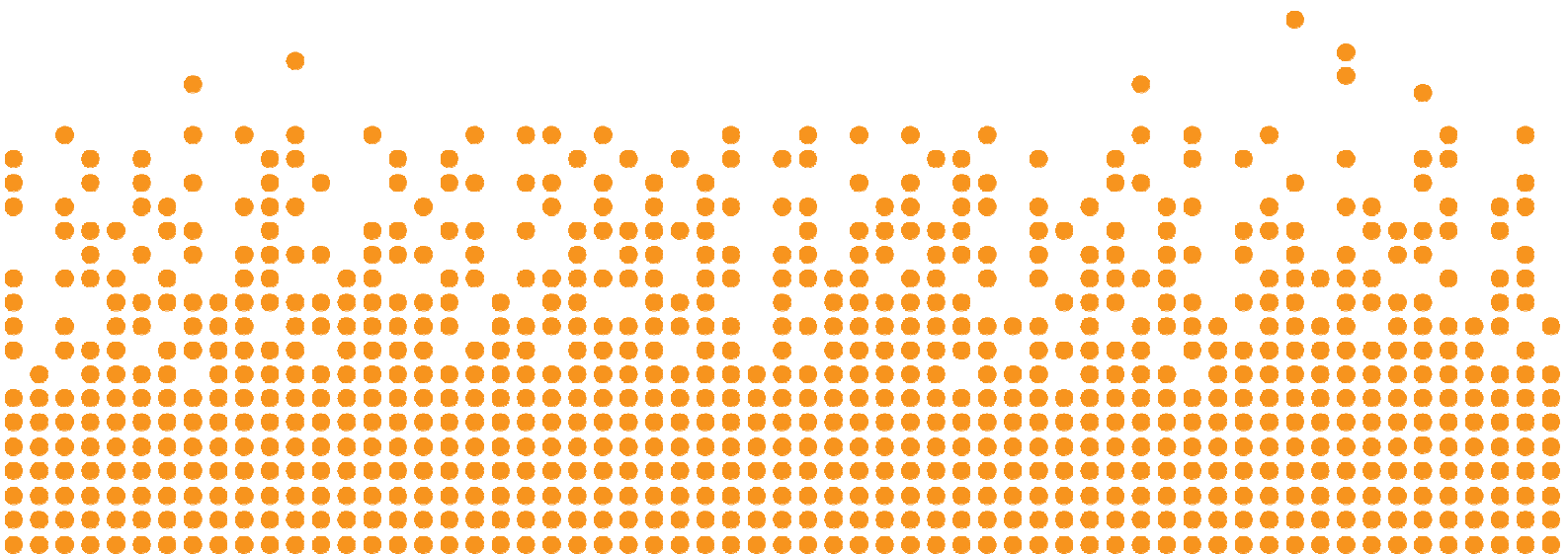


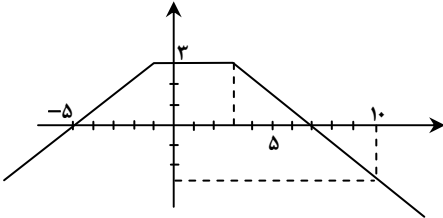


ریاضی عمومی

● فصل ۶



۱- نمودار تابع f به صورت زیر است. حاصل $\int_{-5}^{10} f(x) dx$ کدام است؟



(۱) ۱۹/۵

(۲) ۲۰

(۳) ۲۴

(۴) ۲۸/۵

(۴) ۴/۵

(۳) ۳/۵

(۲) ۳

(۱) ۲

۲- حاصل $\int_{-3}^1 x[x] dx$ کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است)

۳- حاصل $\int_{-3}^3 (x - [x]) dx$ کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است)

(۴) ۶

(۳) ۳

(۲) صفر

(۱) ۲

۴- اگر $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{t^2+1}$ و $F(\frac{1}{x}) = \frac{x^3}{2x+1}$ آن‌گاه $g'(1)$ کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) $-\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$

۵- حاصل $\int_{-2}^1 (x - [x]) dx$ کدام است؟

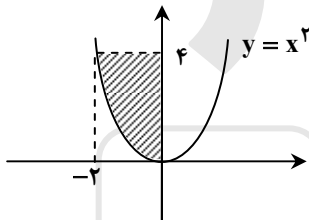
(۴) ۲/۵

(۳) ۲

(۲) ۱/۵

(۱) ۱

۶- در شکل زیر، مساحت ناحیه‌ی هاشور زده چقدر است؟



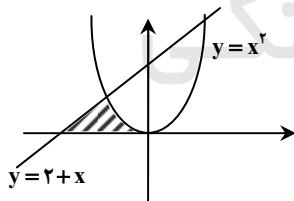
(۱) $\frac{8}{3}$

(۲) ۳

(۳) $\frac{16}{3}$

(۴) $\frac{32}{3}$

۷- با توجه به شکل مقابل مساحت ناحیه سایه زده چقدر است؟



(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{5}{6}$

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{5}{2}$

۸- مساحت محدود به نمودار تابع $y = x^2 - x$ و نیمساز ربع اول و سوم کدام است؟

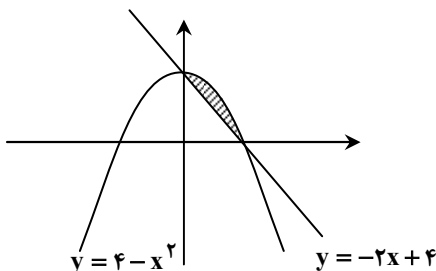
(۴) $\frac{20}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{8}{3}$

(۱) $\frac{3}{4}$

۹- در شکل مقابل مساحت ناحیه‌ی هاشور خورده کدام است؟



(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) ۱

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) ۲

۱۰- حاصل $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ (۴)

$\frac{4(\sqrt{2}-1)}{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}-1}{3}$ (۲)

$\sqrt{2}-1$ (۱)

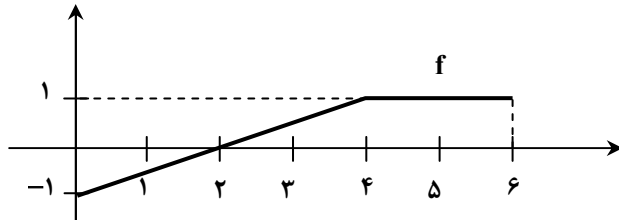
۱۱- حاصل عبارت $A = \int_1^2 (1+x \cos^2 x) dx + \int_1^2 (3x + x \sin^2 x) dx$ کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)



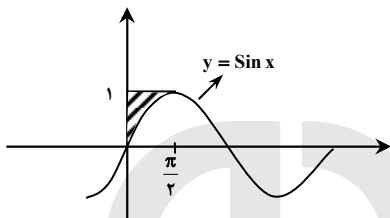
۱۲- با توجه به شکل مقابل حاصل $\int_0^6 f(x) dx$ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



۱۳- در شکل مقابل مساحت سطح هاشور خورده کدام است؟

۱ (۲)

$\frac{\pi}{2}$ (۱)

$\frac{\pi}{2} - 1$ (۴)

$\frac{\pi}{2} + 1$ (۳)

۱۴- اگر $\int (x\sqrt{x} + 3) dx = f(x)\sqrt{x} + c$ آن‌گاه $f(x)$ کدام است؟

$\frac{2}{5}x^2 + 3\sqrt{x}$ (۴)

$\frac{2}{5}x^2 + 3x$ (۳)

$\frac{2}{5}x^2 + 3x$ (۲)

$\frac{2}{5}x^2 + 3\sqrt{x}$ (۱)

۱۵- حاصل $\int \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} dx$ برابر کدام است؟

$x - \sin x + c$ (۴)

$-x + \cos x + c$ (۳)

$x - \cos x + c$ (۲)

$x + \cos x + c$ (۱)

۱۶- حاصل $\int_{-1}^1 (1+x) \cos \frac{\pi}{2} x dx$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

$\frac{\pi}{2}$ (۴)

$\frac{2}{\pi}$ (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

۱۷- اگر $\cos x$ تابع اولیه $f(x)$ باشد مشتق $f(\sin x)$ در $x = \pi$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۸- اگر $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{2x-1}} = A(2x-1)^B + C$ آنگاه $A+B$ کدام است؟

$-\frac{17}{12}$ (۴)

$-\frac{23}{12}$ (۳)

$\frac{17}{12}$ (۲)

$\frac{25}{12}$ (۱)

۱۹- حاصل $\int_{-2}^1 (|x| + |x|) dx$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

-۱ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۰- اگر $F(x) = \int \frac{dx}{x}$ و $F(e) = 3$ باشد، آن‌گاه $F(e^2)$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱- حاصل $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x + \sin x}{1 - 2 \sin x \cos x} dx$ کدام است؟

$2\sqrt{3}$ (۴)

$-2\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$-\sqrt{3}$ (۱)

۲۲- حاصل $\int \frac{\Delta x^2 + 6x}{2\sqrt{x}} dx$ کدام است؟

- (۱) $x^2 + 2x + c$ (۲) $\sqrt{x}(x^2 + 2x) + C$ (۳) $\sqrt{x}(\frac{5}{2}x^2 + 3x) + C$ (۴) $\sqrt{x}(x^2 + 3) + C$

۲۳- اگر $\int f(x)dx = x\sqrt{x} + c$ آن‌گاه $\int \frac{3}{f(x)} dx$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{x} + c$ (۲) $\frac{2}{3\sqrt{x}} + c$ (۳) $4\sqrt{x} + c$ (۴) $\frac{1}{x\sqrt{x}} + c$

۲۴- اگر $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-3}} = A(2x-3)^B + C$ باشد، آن‌گاه $A+B$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{17}{12}$ (۴) $\frac{12}{17}$

۲۵- حاصل $\int \frac{\pi}{2} \cos x dx$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

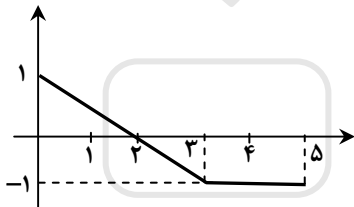
۲۶- اگر $g(x) = \int_1^x t \sin^2 \frac{\pi}{2t} dt$ آنگاه $g'(2)$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$

۲۷- اگر $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{1+\sqrt{t}}$ مقدار مشتق $F(\sqrt{x})$ به‌ازای $x=4$ چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}-1$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۸- نمودار تابع $y = f(t)$ به‌صورت زیر است. اگر $G(x) = \int_0^x f(t)dt$ باشد، حاصل $G(5) - G'(5)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) -1 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۲۹- اگر $\int \frac{\Delta x^3 + 3x^2}{x\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x}.f(x) + C$ آن‌گاه ضابطه‌ی $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $x^2 + x$ (۲) $x^2 - x$ (۳) $2x^2 + x$ (۴) $2x^2 - x$

۳۰- اگر G تابع مساحت با ضابطه‌ی $G(x) = \int_1^x \frac{\cos \pi t}{1+t^2} dt$ باشد، مشتق تابع $y = x^2 G(x)$ به‌ازای $x=1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) 1

۳۱- حاصل $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{|\cos 2x|}{\sin^2 x - \cos^2 x} dx$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{12}$ (۲) $\frac{5\pi}{6}$ (۳) $-\frac{\pi}{12}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$

۳۲- اگر G تابع مساحت با ضابطه $G(t) = \int_1^x \frac{\cos(\pi t)}{1+t^2} dt$ باشد آنگاه مشتق تابع $y = xG(x)$ در نقطه $x=1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) 1

۳۳- حاصل $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x} dx$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۳۴- اگر $G(x) = \int_2^x \frac{t}{\sqrt{t^3+1}} dt$ آن‌گاه مشتق راست تابع $y = x^2 G\left(\frac{1}{x}\right)$ در نقطه‌ی $x = \frac{1}{3}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۳۵- اگر $f(x) = \int_2^x \frac{t+2}{\sqrt{1+t^3}} dt$ آن‌گاه مشتق تابع $y = f \circ f(x)$ در نقطه‌ی $x = 2$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) $\frac{8}{3}$

۳۶- حاصل $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$ کدام است؟

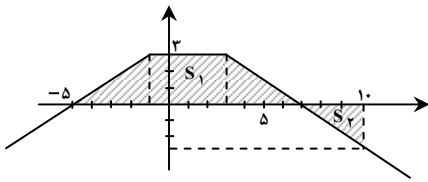
- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

خریشه‌دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ تست‌های فصل ۶



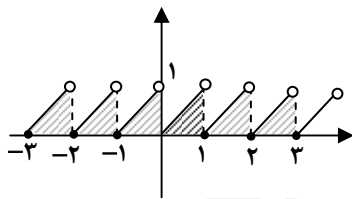
۱- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\int_{-5}^1 f(x) dx = S_1 - S_2 = \frac{(1+4) \cdot 2}{2} - \frac{2 \times 2}{2} = \frac{48}{2} - \frac{9}{2} = \frac{39}{2} = 19.5$$

۲- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\int_{-2}^1 x[x] dx = \int_{-2}^{-1} (-2x) dx + \int_{-1}^0 (-x) dx + \int_0^1 dx = \left[-\frac{2x^2}{2} \right]_{-2}^{-1} + \left[-\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 = (-1+4) + \left(0 - \left(-\frac{1}{2}\right) \right) = 3.5$$

۳- گزینه ۳ پاسخ است.



با توجه به این که $\int_a^b f(x) dx$ برابر سطح محصور علامت‌دار بین منحنی تابع $f(x)$ و محور x ‌ها محدود به خطوط $x = a$ و $x = b$ است، لذا برای محاسبه‌ی

$$\int_{-3}^3 (x - [x]) dx$$

$$\Rightarrow \int_{-3}^3 (x - [x]) dx = 6 \times \frac{1 \times 1}{2} = 3$$

۴- گزینه ۴ پاسخ است.

$$F(x) = \int_1^x \frac{dt}{t^2+1} \rightarrow F(1) = \int_1^1 \frac{dt}{t^2+1} = 0$$

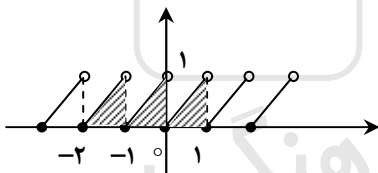
$$g(x) = \frac{x^3}{2x+1} F\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow g'(1) = u'(1) \underbrace{V(1)}_{F(1)=0} + V'(1)u(1) \Rightarrow g'(1) = V'(1)u(1) = \left(-\frac{1}{x^2} F'\left(\frac{1}{x}\right)\right)(u(1)) = -F'(1) \times u(1) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}$$

تذکر:

$$F'(x) = \frac{1}{x^2+1} \Rightarrow F'(1) = \frac{1}{2}$$

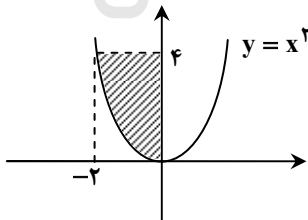
۵- گزینه ۲ پاسخ است.

با توجه به نمودار تابع $f(x) = x - [x]$ داریم:



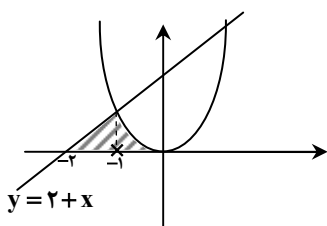
$$\int_{-2}^1 (x - [x]) dx = \text{مساحت قسمت‌های هاشور خورده} = 3 \times \left(\frac{1 \times 1}{2}\right) = 1.5$$

۶- گزینه ۳ پاسخ است.



$$S = \underbrace{(2 \times 4)}_{\text{مساحت مستطیل هاشور زده}} - \underbrace{\int_{-2}^0 x^2 dx}_{\text{مساحت زیر منحنی}} = 8 - \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-2}^0 = 8 - \left(0 - \left(-\frac{8}{3}\right) \right) = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ است.



$$2+x=0 \Rightarrow x=-2$$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2+x \end{cases} \Rightarrow x^2 = x+2 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow S = \int_{-2}^{-1} (2+x) dx + \int_{-1}^0 x^2 dx$$

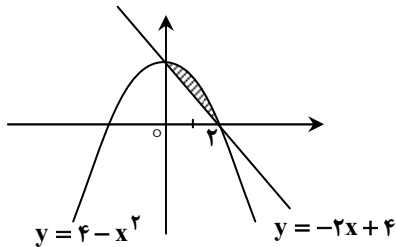
$$\Rightarrow S = 2x + \frac{x^2}{2} \Big|_{-2}^{-1} + \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^0 = \left(-\frac{3}{2} - (-2)\right) + \left(0 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right) \Rightarrow S = \frac{5}{6}$$

۸- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\Rightarrow S = \left| \int_1^2 (y_2 - y_1) dx \right| = \left| \int_1^2 (x^2 - x - x) dx \right| \begin{cases} y = x^2 - x \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x^2 - x = x \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \left| \int_1^2 (x^2 - 2x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = \left| \left(\frac{8}{3} - 4 \right) - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \right| = \frac{4}{3}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ است.



$$\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$S = \int_0^2 (4 - x^2) dx - \int_0^2 (-2x + 4) dx$$

$$= \int_0^2 (4 - x^2 + 2x - 4) dx = \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} \right) \Big|_0^2$$

$$= \left(-\frac{8}{3} + 4 \right) - (0 + 0) = \frac{4}{3}$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} = \int_1^2 \left(\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}} \right) dx = \int_1^2 \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{x - (x+1)} dx = \int_1^2 (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) dx = \left(\frac{(x+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right) \Big|_1^2$$

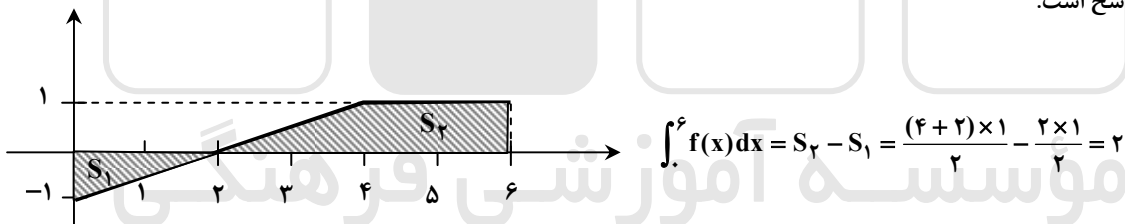
$$= \left(\frac{2}{3} (2\sqrt{2}) - \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{2}{3} - 0 \right) = \frac{4}{3} \sqrt{2} - \frac{4}{3} = \frac{4}{3} (\sqrt{2} - 1)$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ است.

$$A = \int_1^2 (1 + x \cos^2 x) dx + \int_1^2 (2x + x \sin^2 x) dx = \int_1^2 (2x + 1 + x(\sin^2 x + \cos^2 x)) dx$$

$$= \int_1^2 (2x + 1) dx = \left(\frac{2x^2}{2} + x \right) \Big|_1^2 = (2x^2 + x) \Big|_1^2 = 10 - 3 = 7$$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ است.



$$\int_1^6 f(x) dx = S_2 - S_1 = \frac{(4+2) \times 1}{2} - \frac{2 \times 1}{2} = 2$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ است.

$$S = \left(\frac{\pi}{2} \times 1 \right) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} - (-\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - (0 - (-1)) = \frac{\pi}{2} - 1$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\int (x\sqrt{x} + 2) dx = \int (x^{\frac{3}{2}} + 2) dx = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + 2x + c = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + 2x + c = f(x)\sqrt{x} + c$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{5} x^2 + 2x \right) + c = f(x)\sqrt{x} + c \Rightarrow \sqrt{x} \left(\frac{2}{5} x^2 + 2\sqrt{x} \right) + c = f(x)\sqrt{x} + c \Rightarrow f(x) = \frac{2}{5} x^2 + 2\sqrt{x}$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\int \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} dx = \int \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} dx = \int \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 - \sin x} dx = \int (1 + \sin x) dx = \int 1 dx + \int \sin x dx = x - \cos x + c$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\int_{-1}^1 (1+[x])\cos \frac{\pi}{2} x dx = \int_{-1}^0 (1+(-1))\cos \frac{\pi}{2} x dx + \int_0^1 (1+0)\cos \frac{\pi}{2} x dx = \int_0^1 \cos \frac{\pi}{2} x dx$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^1 \cos \frac{\pi}{2} x dx = \left(\frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{2} x \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{\pi} - 0 = \frac{2}{\pi}$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ است.

چون $\cos x$ تابع اولیه $f(x)$ است لذا داریم:

$$\int f(x) dx = \cos x \Rightarrow f(x) = -\sin x \Rightarrow f(\sin x) = -\sin(\sin x)$$

$$\Rightarrow (f(\sin x))' = -\cos x \cos(\sin x) \stackrel{x=\pi}{=} -\cos \pi \cos 0 = 1$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x-1}} = \int (2x-1)^{-\frac{1}{3}} dx = \frac{1}{2} \int 2(2x-1)^{-\frac{1}{3}} dx = \frac{1}{2} \times \frac{(2x-1)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + c = \frac{3}{4} (2x-1)^{\frac{2}{3}} + c \Rightarrow A = \frac{3}{4}, B = \frac{3}{4} \Rightarrow A+B = \frac{17}{12}$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\int_{-2}^1 (|x|+|x|) dx = \int_{-2}^{-1} (-2-x) dx + \int_{-1}^0 (-1-x) dx + \int_0^1 (0+x) dx$$

$$= \left(-2x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-2}^{-1} + \left(-x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^0 + \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{3}{2} - 2 \right) + \left(0 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - 0 \right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ است.

$$F(x) = \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C \Rightarrow F(e) = 2 \Rightarrow \ln|e| + C = 2 \xrightarrow{\text{چون } \ln e=1} 1+C=2 \Rightarrow C=1 \Rightarrow F(x) = \ln|x| + 1$$

$$\Rightarrow F(e^2) = \ln e^2 + 1 = 2 \ln e + 1 = 2 + 1 = 3$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin x}{1-2\sin x \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin x}{\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin x}{(\sin x - \cos x)^2} dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{(\cos x + \sin x)}_{u'} \underbrace{(\sin x - \cos x)^{-2}}_u dx = \frac{(\sin x - \cos x)^{-1}}{-1} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{-1}{\sin x - \cos x} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{-1}{1-\sqrt{3}} - \frac{-1}{0-1} \right)$$

$$= \frac{-1}{1-\sqrt{3}} - 1 = \frac{-2}{1-\sqrt{3}} - 1 = \frac{-2-1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{-3+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{1-\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\int_1^4 \frac{5x^2 + 6x}{2\sqrt{x}} dx = \int_1^4 \left(\frac{5}{2} x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{5}{2} \times \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + 3 \times \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = x^{\frac{5}{2}} + 2x^{\frac{3}{2}} + C = \sqrt{x}(x^2 + 2x) + C$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\int f(x) dx = x\sqrt{x} + c \xrightarrow{\text{از طرفین مشتق می‌گیریم}} f(x) = (x\sqrt{x} + c)'$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \frac{2x+x}{2\sqrt{x}} = \frac{3x}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \int \frac{3}{2}\sqrt{x} dx = \int \frac{3}{2}\sqrt{x} dx = \int \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} dx = 2 \int x^{\frac{1}{2}} dx = 2 \times \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{4}{3}\sqrt{x} + c$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2x-3}} = \int (2x-3)^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{2} \int \underbrace{(2)}_{u'} \underbrace{(2x-3)}_u^{-\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{(2x-3)^{\frac{1}{2}}}{\frac{2}{2}} + c = \frac{1}{2} (2x-3)^{\frac{1}{2}} + c = A(2x-3)^B + C \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ B = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A+B = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = (\sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ است.

با توجه به قضیه بنیادی اول حساب دیفرانسیل و انتگرال داریم:

$$g'(x) = x \sin^{\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2x} \Rightarrow g'(2) = 2 \sin^{\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{4} = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

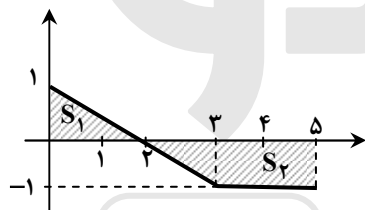
۲۷- گزینه ۳ پاسخ است.

$$F(x) = \int_1^x \frac{dt}{1+\sqrt{t}} \Rightarrow (F(\sqrt{x}))' = \frac{1}{2\sqrt{x}} F'(\sqrt{x}) \xrightarrow{x=4} \frac{1}{4} F'(2) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{4}$$

$$F(x) = \int_1^x \frac{dt}{1+\sqrt{t}} \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$$

تذکر:

۲۸- گزینه ۴ پاسخ است.



$$G(x) = \int_0^x f(t) dt$$

$$\Rightarrow \begin{cases} G(5) = \int_0^5 f(t) dt = S_1 - S_2 + S_3 = \left(\frac{1 \times 1}{2}\right) - \left(\frac{1 \times 2}{2}\right) + \left(\frac{(3+2) \times 1}{2}\right) = \frac{3}{2} \\ G'(x) = f(x) \Rightarrow G'(5) = f(5) = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow G(5) - G'(5) = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$$

۲۹- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\int \frac{\Delta x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{3}{2}}}{x\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{\Delta x^{\frac{3}{2}}}{x\sqrt{x}} + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{x\sqrt{x}}\right) dx = \int (\Delta x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}}) dx = \frac{\Delta x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = 2x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{3}{2}} + c$$

$$= 2x^{\frac{3}{2}}(x^{\frac{1}{2}} + x) + c = 2\sqrt{x}(x^{\frac{3}{2}} + x) + c = 2\sqrt{x} \cdot f(x) + c \Rightarrow f(x) = x^{\frac{3}{2}} + x$$

۳۰- گزینه ۳ پاسخ است.

$$G(x) = \int_1^x \frac{\cos \pi t}{1+t^2} dt \Rightarrow G'(x) = \frac{\cos \pi x}{1+x^2}$$

$$y = x^2 G(x) \Rightarrow y' = 2xG(x) + x^2 G'(x) \xrightarrow{x=1} 2G(1) + 1G'(1) = 2 \int_1^1 \frac{\cos \pi t}{1+t^2} dt + \frac{\cos \pi(1)}{1+(1)^2} = \frac{-1}{2}$$

۳۱- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < 2x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \cos 2x < \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{|\cos 2x|}{\sin^2 x - \cos^2 x} dx \xrightarrow{\cos 2x > 0} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin^2 x - \cos^2 x} dx$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x - \sin^2 x}{\sin^2 x - \cos^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (-1) dx = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) (-1) = -\frac{\pi}{12}$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ است.

$$y = xG(x) \Rightarrow y' = G(x) + xG'(x) \xrightarrow{x=1} G(1) + 1G'(1) = \int_1^1 \frac{\cos \pi t}{1+t^2} dt + \frac{\cos \pi(1)}{1+1^2} = -\frac{1}{2}$$

۳۳- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{1 + \tan^r x}{\tan^r x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} (1 + \tan^r x) (\tan x)^{-r} dx = \left(\frac{(\tan x)^{-r}}{-r} \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}$$

$$= (-\cot x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} = -\cot \frac{3\pi}{4} - (-\cot \frac{\pi}{4}) = -(-1) - (-1) = 2$$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ است.

$$G(x) = \int_r^x \frac{t}{\sqrt{t^r+1}} dt, \quad y = x^r G\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$y' = rxG\left(\frac{1}{x}\right) + \left(-\frac{1}{x^2}\right)G'\left(\frac{1}{x}\right)(x^r) = rxG\left(\frac{1}{x}\right) - G'\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow y'\left(\frac{1}{r}\right) = G(r) - G'(r) = \int_r^r \frac{t}{\sqrt{t^r-1}} dt - \left(\frac{r}{\sqrt{r^r+1}}\right) = -\frac{r}{r}$$

$$G'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^r+1}} \quad \text{توجه داشته باشید:}$$

۳۵- گزینه ۴ پاسخ است.

$$f(x) = \int_r^x \frac{t+r}{\sqrt{1+t^r}} dt \Rightarrow \begin{cases} f(r) = \int_r^r \frac{t+r}{\sqrt{1+t^r}} dt = 0 \\ f'(r) = \frac{r+r}{\sqrt{1+r^r}} = \frac{4}{3} \\ f'(0) = \frac{0+r}{1+0} = r \end{cases}$$

$$y = f \circ f(x) \Rightarrow y' = f'(x)f'(f(x)) \xrightarrow{x=r} f'(r)f'(f(r)) \xrightarrow{f(r)=0} f'(r)f'(0) = \frac{4}{3} \times r = \frac{8}{3}$$

۳۶- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^r x dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} (-\sin x) \cos^r x dx = \left(-\frac{\cos^r x}{r} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 0 - \left(-\frac{1}{r} \right) = \frac{1}{r}$$

نکات:

$$1) \int u' u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$$

$$2) \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$