فتوگرامتری تحلیلی

فصل چهارم:
استخراج مختصات زمینی از عکسهای هوایی

حیدر راستی ویس

May 12

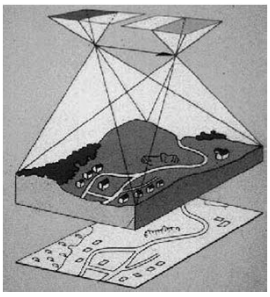
فهرست مطالب

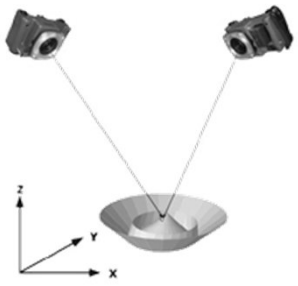
- مقدمه
- ارتباط مختصات عکسی و مختصات زمینی
  - اثبات معادلات شرط همخطی
- استخراج مختصات زمینی با استفاده از زوج عکس
  - استراتژی اول:
    - ترفیع فضایی
    - تقاطع فضایی
    - ترفیع و تقاطع همزمان
    - ترفیع و تقاطع فضایی با استفاده از معادلات Generic
  - استراتژی دوم:
    - توجیه نسبی
      - توجیه نسبی با استفاده از معادلات شرط همخطی
      - توجیه نسبی با استفاده از معادلات شرط هم صفحه ای
    - توجیه مطلق
      - توجیه مطلق با استفاده از معادلات کانفورمال سه بعدی
      - توجیه مطلق با استفاده از معادلات Generic
- جمع بندی

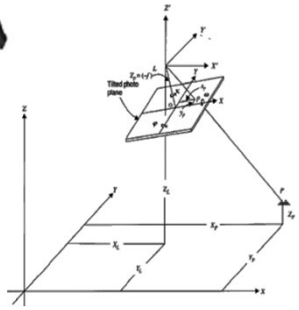
2

مقدمه

- استخراج مختصات زمینی یا شیئی هدف اصلی فتوگرامتری



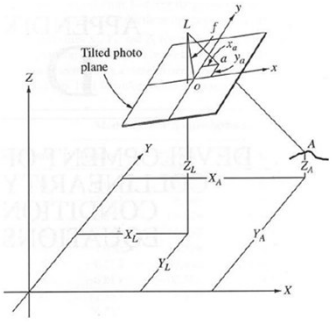




3

ارتباط مختصات عکسی و مختصات زمینی

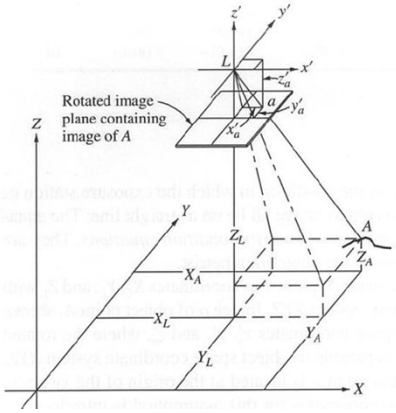
- هر معادله ای که یک سیستم دوبعدی را به یک سیستم 3بعدی ارتباط دهد میتواند استفاده شود.
- معادلات شرط هم خطی یکی از توانمندترین معادلات در ایجاد این ارتباط هستند.
- این معادلات بر مبنای شرط قرارگرفتن نقطه a، نقطه A و مرکز عدسی بر روی یک خط تعریف میشوند.

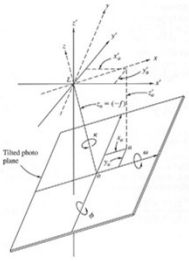


4

ارتباط مختصات عکسی و مختصات زمینی

- اثبات معادلات شرط همخطی
  - اگر عکس طوری دوران داده شود که سیستم مختصات مرکز تصویر (**Projection Center**) موازی با سیستم مختصات زمینی شود:
  - *صفحه(566)*





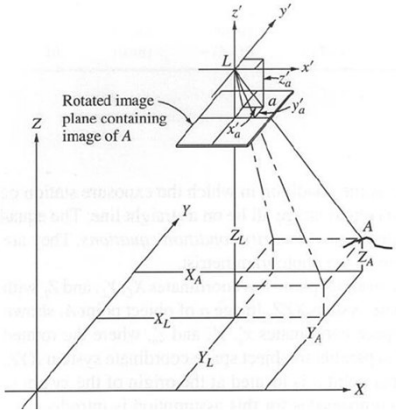
$$x_a = m_{11}x'_a + m_{12}y'_a + m_{13}z'_a$$
$$y_a = m_{21}x'_a + m_{22}y'_a + m_{23}z'_a \quad \text{(D-1)}$$
$$z_a = m_{31}x'_a + m_{32}y'_a + m_{33}z'_a$$

where
$m_{11} = \cos\phi\cos\kappa$
$m_{12} = \sin\omega\sin\phi\cos\kappa + \cos\omega\sin\kappa$
$m_{13} = -\cos\omega\sin\phi\cos\kappa + \sin\omega\sin\kappa$
$m_{21} = -\cos\phi\sin\kappa$
$m_{22} = -\sin\omega\sin\phi\sin\kappa + \cos\omega\cos\kappa$
$m_{23} = \cos\omega\sin\phi\sin\kappa + \sin\omega\cos\kappa$
$m_{31} = \sin\phi$
$m_{32} = -\sin\omega\cos\phi$
$m_{33} = \cos\omega\cos\phi$

5

ارتباط مختصات عکسی و مختصات زمینی

- اثبات معادلات شرط همخطی
  - حال میتوان رابطه زیر را بر اساس تشابه مثلثاتی نوشت.



$$\frac{x'_a}{X_A - X_L} = \frac{y'_a}{Y_A - Y_L} = \frac{-z'_a}{Z_L - Z_A}$$

- که معادلات زیر بدست می آیند.

$$x'_a = \left(\frac{X_A - X_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a \quad (a)$$

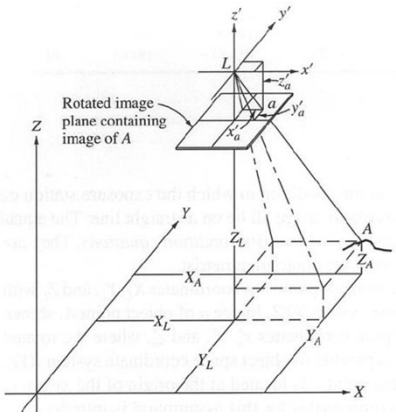
$$y'_a = \left(\frac{Y_A - Y_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a \quad (b)$$

$$z'_a = \left(\frac{Z_A - Z_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a \quad (c)$$

6

ارتباط مختصات عکسی و مختصات زمینی

- اثبات معادلات شرط همخطی
  - با جایگزینی معادلات a، b و c در معادله D-1



$$x_a = m_{11}\left(\frac{X_A - X_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{12}\left(\frac{Y_A - Y_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{13}\left(\frac{Z_A - Z_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a \qquad \text{(D-2)}$$

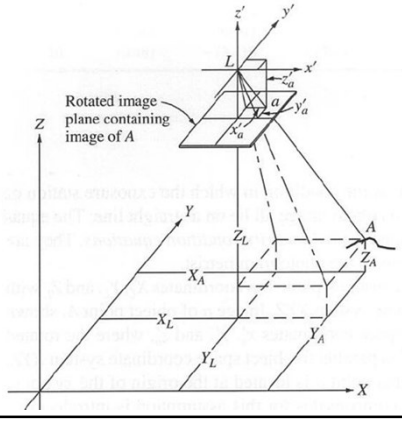
$$y_a = m_{21}\left(\frac{X_A - X_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{22}\left(\frac{Y_A - Y_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{23}\left(\frac{Z_A - Z_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a \qquad \text{(D-3)}$$

$$z_a = m_{31}\left(\frac{X_A - X_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{32}\left(\frac{Y_A - Y_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{33}\left(\frac{Z_A - Z_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a \qquad \text{(D-4)}$$

7

ارتباط مختصات عکسی و مختصات زمینی

- اثبات معادلات شرط همخطی
  - با فاکتور گرفتن $z'_a/(Z_A - Z_L)$ و تقسیم معادلات اول و دوم بر معادله سوم و نیز جایگزینی f– به جای z_a معادلات شرط همخطی بدست می آیند.



$$x_a = m_{11}\left(\frac{X_A - X_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{12}\left(\frac{Y_A - Y_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{13}\left(\frac{Z_A - Z_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a \qquad \text{(D-2)}$$

$$y_a = m_{21}\left(\frac{X_A - X_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{22}\left(\frac{Y_A - Y_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{23}\left(\frac{Z_A - Z_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a \qquad \text{(D-3)}$$

$$z_a = m_{31}\left(\frac{X_A - X_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{32}\left(\frac{Y_A - Y_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a + m_{33}\left(\frac{Z_A - Z_L}{Z_A - Z_L}\right)z'_a \qquad \text{(D-4)}$$

$$x_a = x_o - f\left[\frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}\right]$$

$$y_a = y_o - f\left[\frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}\right]$$

x_o و y_o شیفت مرکزعکس هندسی به مرکز عکس فیزیکی می باشند.

8

ارتباط مختصات عکسی و مختصات زمینی

- پارامترهای معادلات شرط هم خطی
  - مختصات عکسی
  - مختصات زمینی نقطه
  - مختصات زمینی مرکز تصویر
  - دورانهای سیستم پروجکشن سنتر حول سیستم زمینی
  - فاصله کانونی

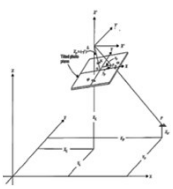
$$x_a = x_o - f\left[\frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}\right]$$

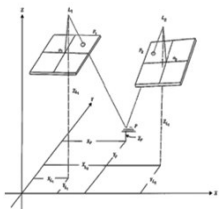
$$y_a = y_o - f\left[\frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}\right]$$

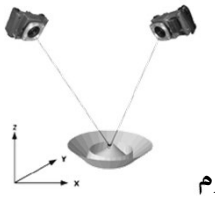
9

استخراج مختصات زمینی از عکسهای هوایی

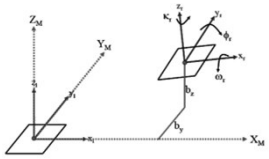
- استراتژی اول
  - ترفیع فضایی + تقاطع فضایی

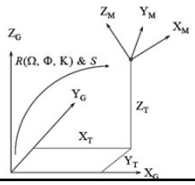


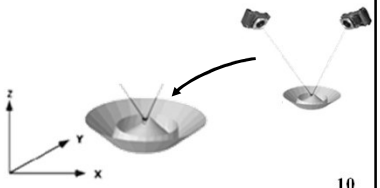




- استراتژی دوم
  - توجیه نسبی + توجیه مطلق





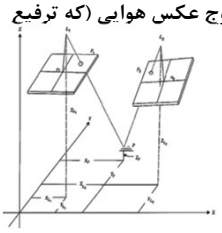


10

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- **استراتژی اول**
  - **ترفیع فضایی**
    - **پارامترهای مختصات زمینی مرکز تصویر ($Z_L\ Y_L\ X_L$) و دورانهای سیستم مختصات مرکز تصویر حول سیستم مختصات زمینی ($\kappa\ \varphi\ \omega$) را پارامترهای توجیه خارجی میگویند.**
    - **محاسبه پارامترهای توجیه خارجی را ترفیع فضایی میگویند.**

  - **تقاطع فضایی**
    - **محاسبه مختصات زمینی برای هر نقطه اختیاری با استفاده از یک زوج عکس هوایی (که ترفیع فضایی آنها انجام شده است) را تقاطع فضایی میگویند.**



معادلات شرط همخطی نقش مهمی هم در ترفیع فضایی و هم در تقاطع فضایی دارند.

$$x_a = x_o - f\left[\frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}\right]$$

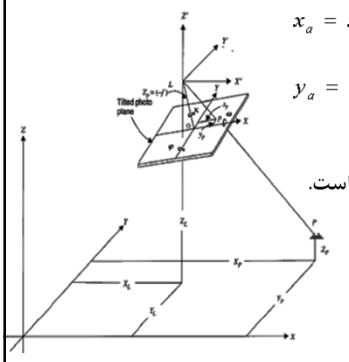
$$y_a = y_o - f\left[\frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}\right]$$

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- **ترفیع فضایی**
  - **پارامترهای $\kappa\ \varphi\ \omega$ $Z_L\ Y_L\ X_L$، پارامترهای توجیه خارجی هستند.**
  - **این پارامترهای در معادلات شرط همخطی وجود دارند.**

$$x_a = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$

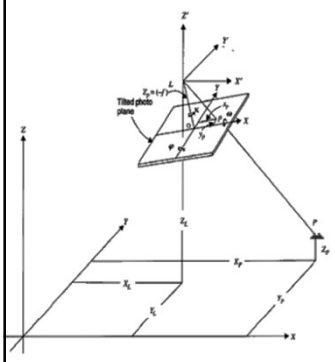
$$y_a = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$



- نقطه کنترل: نقطه ای که مختصات زمینی و عکسی آن معلوم است.

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- **ترفیع فضایی**
  - **در صورت موجود بودن 3 نقطه کنترل میتوان 6 معادله نوشت و شش مجهول ترفیع فضایی را حساب کرد:**



$$x_a = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$

$$y_a = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$

$$x_b = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_B - X_L) + m_{12}(Y_B - Y_L) + m_{13}(Z_B - Z_L)}{m_{31}(X_B - X_L) + m_{32}(Y_B - Y_L) + m_{33}(Z_B - Z_L)}$$

$$y_b = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_B - X_L) + m_{22}(Y_B - Y_L) + m_{23}(Z_B - Z_L)}{m_{31}(X_B - X_L) + m_{32}(Y_B - Y_L) + m_{33}(Z_B - Z_L)}$$

$$x_c = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_C - X_L) + m_{12}(Y_C - Y_L) + m_{13}(Z_C - Z_L)}{m_{31}(X_C - X_L) + m_{32}(Y_C - Y_L) + m_{33}(Z_C - Z_L)}$$

$$y_c = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_C - X_L) + m_{22}(Y_C - Y_L) + m_{23}(Z_C - Z_L)}{m_{31}(X_C - X_L) + m_{32}(Y_C - Y_L) + m_{33}(Z_C - Z_L)}$$

$$x_d = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_D - X_L) + m_{12}(Y_D - Y_L) + m_{13}(Z_D - Z_L)}{m_{31}(X_D - X_L) + m_{32}(Y_D - Y_L) + m_{33}(Z_D - Z_L)}$$

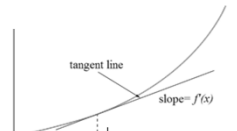
$$y_d = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_D - X_L) + m_{22}(Y_D - Y_L) + m_{23}(Z_D - Z_L)}{m_{31}(X_D - X_L) + m_{32}(Y_D - Y_L) + m_{33}(Z_D - Z_L)}$$

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- **ترفیع فضایی**
  - **معادلات شرط هم خطی معادلات غیر خطی هستند و استفاده در معادلات سرشکنی باید خطی شوند.**
  - **خطی کردن معادلات شرط هم خطی با استفاده از بسط سری تیلور صورت میگیرد.**

$$f(x) = f(\bar{x}) + \left.\frac{df}{dx}\right|_{x=\bar{x}}(x-\bar{x}) + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2f}{dx^2}\right|_{x=\bar{x}}(x-\bar{x})^2 + \frac{1}{6}\left.\frac{d^3f}{dx^3}\right|_{x=\bar{x}}(x-\bar{x})^3 + \cdots$$

$$f(x) = f(\bar{x}) + \underbrace{\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=\bar{x}}}_{a}(x-\bar{x}) + \text{ higher order terms.}$$



$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n) + \left.\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{\substack{x_1=\bar{x}_1\\ x_2=\bar{x}_2\\ \cdots\\ x_n=\bar{x}_n}}(x_1-\bar{x}_1) + \left.\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|_{\substack{x_1=\bar{x}_1\\ x_2=\bar{x}_2\\ \cdots\\ x_n=\bar{x}_n}}(x_2-\bar{x}_2) + \ldots + \left.\frac{\partial f}{\partial x_n}\right|_{\substack{x_1=\bar{x}_1\\ x_2=\bar{x}_2\\ \cdots\\ x_n=\bar{x}_n}}(x_n-\bar{x}_n)$$

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - خطی کردن معادلات شرط هم خطی
    - ص 569 PDF

$$F = x_o - f\frac{r}{q} = x_a$$

$$G = y_o - f\frac{s}{q} = y_a$$

$$q = m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)$$

$$r = m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)$$

$$s = m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)$$

$$x_a = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$

$$y_a = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$

15

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - خطی کردن معادلات شرط هم خطی

$$F = x_o - f\frac{r}{q} = x_a$$

$$G = y_o - f\frac{s}{q} = y_a$$

$$q = m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)$$

$$r = m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)$$

$$s = m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)$$

$$F_0 + \left(\frac{\partial F}{\partial \omega}\right)_0 d\omega + \left(\frac{\partial F}{\partial \phi}\right)_0 d\phi + \left(\frac{\partial F}{\partial \kappa}\right)_0 d\kappa + \left(\frac{\partial F}{\partial X_L}\right)_0 dX_L + \left(\frac{\partial F}{\partial Y_L}\right)_0 dY_L + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_L}\right)_0 dZ_L + \left(\frac{\partial F}{\partial X_A}\right)_0 dX_A + \left(\frac{\partial F}{\partial Y_A}\right)_0 dY_A + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_A}\right)_0 dZ_A = x_a \qquad \text{(D-9)}$$

$$G_0 + \left(\frac{\partial G}{\partial \omega}\right)_0 d\omega + \left(\frac{\partial G}{\partial \phi}\right)_0 d\phi + \left(\frac{\partial G}{\partial \kappa}\right)_0 d\kappa + \left(\frac{\partial G}{\partial X_L}\right)_0 dX_L + \left(\frac{\partial G}{\partial Y_L}\right)_0 dY_L + \left(\frac{\partial G}{\partial Z_L}\right)_0 dZ_L + \left(\frac{\partial G}{\partial X_A}\right)_0 dX_A + \left(\frac{\partial G}{\partial Y_A}\right)_0 dY_A + \left(\frac{\partial G}{\partial Z_A}\right)_0 dZ_A = y_a \qquad \text{(D-10)}$$

$$b_{11}\,d\omega + b_{12}\,d\phi + b_{13}\,d\kappa - b_{14}\,dX_L - b_{15}\,dY_L - b_{16}\,dZ_L + b_{14}\,dX_A + b_{15}\,dY_A + b_{16}\,dZ_A = J + v_{x_a} \qquad \text{(D-11)}$$

$$b_{21}\,d\omega + b_{22}\,d\phi + b_{23}\,d\kappa - b_{24}\,dX_L - b_{25}\,dY_L - b_{26}\,dZ_L + b_{24}\,dX_A + b_{25}\,dY_A + b_{26}\,dZ_A = K + v_{y_a} \qquad \text{(D-12)}$$

16

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - خطی کردن معادلات شرط هم خطی

$$b_{11}\,d\omega + b_{12}\,d\phi + b_{13}\,d\kappa - b_{14}\,dX_L - b_{15}\,dY_L - b_{16}\,dZ_L + b_{14}\,dX_A + b_{15}\,dY_A + b_{16}\,dZ_A = J + v_{x_a}$$

$$b_{21}\,d\omega + b_{22}\,d\phi + b_{23}\,d\kappa - b_{24}\,dX_L - b_{25}\,dY_L - b_{26}\,dZ_L + b_{24}\,dX_A + b_{25}\,dY_A + b_{26}\,dZ_A = K + v_{y_a}$$

$$b_{11} = \frac{f}{q^2}\,[r(-m_{33}\,\Delta Y + m_{32}\,\Delta Z) - q(-m_{13}\,\Delta Y + m_{12}\,\Delta Z)]$$

$$b_{12} = \frac{f}{q^2}\,[r(\cos\phi\,\Delta X + \sin\omega\sin\phi\,\Delta Y - \cos\omega\sin\phi\,\Delta Z) - q(-\sin\phi\cos\kappa\,\Delta X + \sin\omega\cos\phi\cos\kappa\,\Delta Y - \cos\omega\cos\phi\cos\kappa\,\Delta Z)]$$

$$b_{13} = \frac{-f}{q}\,(m_{21}\,\Delta X + m_{22}\,\Delta Y + m_{23}\,\Delta Z)$$

$$b_{14} = \frac{f}{q^2}\,(rm_{31} - qm_{11})$$

$$b_{15} = \frac{f}{q^2}\,(rm_{32} - qm_{12})$$

$$b_{16} = \frac{f}{q^2}\,(rm_{33} - qm_{13})$$

$$J = x_a - x_o + f\frac{r}{q}$$

$$b_{21} = \frac{f}{q^2}\,[s(-m_{33}\,\Delta Y + m_{32}\,\Delta Z) - q(-m_{23}\,\Delta Y + m_{22}\,\Delta Z)]$$

$$b_{22} = \frac{f}{q^2}\,[s(\cos\phi\,\Delta X + \sin\omega\sin\phi\,\Delta Y - \cos\omega\sin\phi\,\Delta Z) - q(\sin\phi\sin\kappa\,\Delta X - \sin\omega\cos\phi\sin\kappa\,\Delta Y + \cos\omega\cos\phi\sin\kappa\,\Delta Z)]$$

$$b_{23} = \frac{f}{q}\,(m_{11}\,\Delta X + m_{12}\,\Delta Y + m_{13}\,\Delta Z)$$

$$b_{24} = \frac{f}{q^2}\,(sm_{31} - qm_{21})$$

$$b_{25} = \frac{f}{q^2}\,(sm_{32} - qm_{22})$$

$$b_{26} = \frac{f}{q^2}\,(sm_{33} - qm_{23})$$

$$K = y_a - y_o + f\frac{s}{q}$$

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی

$$x_a = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$

$$y_a = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$

$$x_b = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_B - X_L) + m_{12}(Y_B - Y_L) + m_{13}(Z_B - Z_L)}{m_{31}(X_B - X_L) + m_{32}(Y_B - Y_L) + m_{33}(Z_B - Z_L)}$$

$$y_b = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_B - X_L) + m_{22}(Y_B - Y_L) + m_{23}(Z_B - Z_L)}{m_{31}(X_B - X_L) + m_{32}(Y_B - Y_L) + m_{33}(Z_B - Z_L)}$$

$$x_c = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_C - X_L) + m_{12}(Y_C - Y_L) + m_{13}(Z_C - Z_L)}{m_{31}(X_C - X_L) + m_{32}(Y_C - Y_L) + m_{33}(Z_C - Z_L)}$$

$$y_c = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_C - X_L) + m_{22}(Y_C - Y_L) + m_{23}(Z_C - Z_L)}{m_{31}(X_C - X_L) + m_{32}(Y_C - Y_L) + m_{33}(Z_C - Z_L)}$$

$$x_d = x_o - f\,\frac{m_{11}(X_D - X_L) + m_{12}(Y_D - Y_L) + m_{13}(Z_D - Z_L)}{m_{31}(X_D - X_L) + m_{32}(Y_D - Y_L) + m_{33}(Z_D - Z_L)}$$

$$y_d = y_o - f\,\frac{m_{21}(X_D - X_L) + m_{22}(Y_D - Y_L) + m_{23}(Z_D - Z_L)}{m_{31}(X_D - X_L) + m_{32}(Y_D - Y_L) + m_{33}(Z_D - Z_L)}$$

$$B\Delta = \varepsilon + V$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11_a} & b_{12_a} & b_{13_a} & -b_{14_a} & -b_{15_a} & -b_{16_a} \\ b_{21_a} & b_{22_a} & b_{23_a} & -b_{24_a} & -b_{25_a} & -b_{26_a} \\ b_{11_b} & b_{12_b} & b_{13_b} & -b_{14_b} & -b_{15_b} & -b_{16_b} \\ b_{21_b} & b_{22_b} & b_{23_b} & -b_{24_b} & -b_{25_b} & -b_{26_b} \\ b_{11_c} & b_{12_c} & b_{13_c} & -b_{14_c} & -b_{15_c} & -b_{16_c} \\ b_{21_c} & b_{22_c} & b_{23_c} & -b_{24_c} & -b_{25_c} & -b_{26_c} \\ b_{11_d} & b_{12_d} & b_{13_d} & -b_{14_d} & -b_{15_d} & -b_{16_d} \\ b_{21_d} & b_{22_d} & b_{23_d} & -b_{24_d} & -b_{25_d} & -b_{26_d} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} d\omega \\ d\phi \\ d\kappa \\ dX_L \\ dY_L \\ dZ_L \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} J_a \\ K_a \\ J_b \\ K_b \\ J_c \\ K_c \\ J_d \\ K_d \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ V_{x_b} \\ V_{y_b} \\ V_{x_c} \\ V_{y_c} \\ V_{x_d} \\ V_{y_d} \end{bmatrix}$$

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - ص 258 PDF

$$b_{11}\,d\omega + b_{12}\,d\phi + b_{13}\,d\kappa - b_{14}\,dX_L - b_{15}\,dY_L - b_{16}\,dZ_L + b_{14}\,dX_A + b_{15}\,dY_A + b_{16}\,dZ_A = J + v_{x_a}$$

$$b_{21}\,d\omega + b_{22}\,d\phi + b_{23}\,d\kappa - b_{24}\,dX_L - b_{25}\,dY_L - b_{26}\,dZ_L + b_{24}\,dX_A + b_{25}\,dY_A + b_{26}\,dZ_A = K + v_{y_a}$$

$$B\Delta = \varepsilon + V$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11_a} & b_{12_a} & b_{13_a} & -b_{14_a} & -b_{15_a} & -b_{16_a} \\ b_{21_a} & b_{22_a} & b_{23_a} & -b_{24_a} & -b_{25_a} & -b_{26_a} \\ b_{11_b} & b_{12_b} & b_{13_b} & -b_{14_b} & -b_{15_b} & -b_{16_b} \\ b_{21_b} & b_{22_b} & b_{23_b} & -b_{24_b} & -b_{25_b} & -b_{26_b} \\ b_{11_c} & b_{12_c} & b_{13_c} & -b_{14_c} & -b_{15_c} & -b_{16_c} \\ b_{21_c} & b_{22_c} & b_{23_c} & -b_{24_c} & -b_{25_c} & -b_{26_c} \\ b_{11_d} & b_{12_d} & b_{13_d} & -b_{14_d} & -b_{15_d} & -b_{16_d} \\ b_{21_d} & b_{22_d} & b_{23_d} & -b_{24_d} & -b_{25_d} & -b_{26_d} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} d\omega \\ d\phi \\ d\kappa \\ dX_L \\ dY_L \\ dZ_L \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} J_a \\ K_a \\ J_b \\ K_b \\ J_c \\ K_c \\ J_d \\ K_d \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ V_{x_b} \\ V_{y_b} \\ V_{x_c} \\ V_{y_c} \\ V_{x_d} \\ V_{y_d} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (B^{\mathrm{T}}B)^{-1}\,(B^{\mathrm{T}}\varepsilon)$$

19

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - مقادیر اولیه مجهولات؟

- با استفاده از کانفورمال دوبعدی X_L Y_L κ را حساب میکنیم و پارامترهای ω φ را نیز صفر در نظر میگیریم.
- پارامتر Z_L نیز از رابطه زیر بدست می آید.
- $Z_L = f\lambda + h_m$

20

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - مثال

Point	Photo coordinates x, mm	y, mm	Ground control coordinates X, m	Y, m	Z, m
A	86.421	−83.977	1268.102	1455.027	22.606
B	−100.916	92.582	732.181	545.344	22.299
C	−98.322	−89.161	1454.553	731.666	22.649
D	78.812	98.123	545.245	1268.232	22.336

21

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - مثال
    - مقادیر اولیه

$$a = -0.22189$$

$$b = 0.97432$$

$$T_X = 1009.923 = X_L$$

$$T_Y = 1038.056 = Y_L$$

$$\kappa = \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-0.22189}{0.97432}\right) = 102.83°$$

$$M = \begin{bmatrix} -0.22205 & 0.97504 & 0.00000 \\ -0.97504 & -0.22205 & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.00000 & 1.00000 \end{bmatrix}$$

22

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - ساخت ماتریس B و ε

$$B = \begin{bmatrix} b_{11_a} & b_{12_a} & b_{13_a} & -b_{14_a} & -b_{15_a} & -b_{16_a} \\ b_{21_a} & b_{22_a} & b_{23_a} & -b_{24_a} & -b_{25_a} & -b_{26_a} \\ b_{11_b} & b_{12_b} & b_{13_b} & -b_{14_b} & -b_{15_b} & -b_{16_b} \\ b_{21_b} & b_{22_b} & b_{23_b} & -b_{24_b} & -b_{25_b} & -b_{26_b} \\ b_{11_c} & b_{12_c} & b_{13_c} & -b_{14_c} & -b_{15_c} & -b_{16_c} \\ b_{21_c} & b_{22_c} & b_{23_c} & -b_{24_c} & -b_{25_c} & -b_{26_c} \\ b_{11_d} & b_{12_d} & b_{13_d} & -b_{14_d} & -b_{15_d} & -b_{16_d} \\ b_{21_d} & b_{22_d} & b_{23_d} & -b_{24_d} & -b_{25_d} & -b_{26_d} \end{bmatrix} \quad \Delta = \begin{bmatrix} d\omega \\ d\phi \\ d\kappa \\ dX_L \\ dY_L \\ dZ_L \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} J_a \\ K_a \\ J_b \\ K_b \\ J_c \\ K_c \\ J_d \\ K_d \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ V_{x_b} \\ V_{y_b} \\ V_{x_c} \\ V_{y_c} \\ V_{x_d} \\ V_{y_d} \end{bmatrix}$$

- برای هر نقطه اختیاری

$$\begin{aligned} r &= m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L) \\ &= -0.22205(1268.102 - 1009.923) + 0.97504(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad + 0(22.606 - 649.614) = 349.233 \\ s &= m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L) \\ &= -0.97504(1268.102 - 1009.923) - 0.22205(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad + 0(22.606 - 649.614) = -344.322 \\ q &= m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L) \\ &= 0(1268.102 - 1009.923) + 0(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad + 1(22.606 - 649.614) = -627.008 \end{aligned}$$

23

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - مثال

$$\begin{aligned} b_{11} &= \frac{f}{q^2}[r(-m_{32}\Delta Y + m_{32}\Delta Z) - q(-m_{13}\Delta Y + m_{12}\Delta Z)] \\ &= \frac{152.916}{(-627.008)^2}\{349.233[-1(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad + 0(22.606 - 649.614)] + 627.008[-0(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad + 0.97504(22.606 - 649.614)]\} \\ &= -205.739 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{12} &= \frac{f}{q^2}[r(\cos\phi\,\Delta X + \sin\omega\sin\phi\,\Delta Y - \cos\omega\sin\phi\,\Delta Z) \\ &\quad - q(-\sin\phi\cos\kappa\,\Delta X + \sin\omega\cos\phi\cos\kappa\,\Delta Y \\ &\quad - \cos\omega\cos\phi\cos\kappa\,\Delta Z)] \\ &= \frac{152.916}{(-627.008)^2}\{349.233[\cos(0)(1268.102 - 1009.923) \\ &\quad + \sin(0)\sin(0)(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad - \cos(0)\sin(0)(22.606 - 649.614)] \\ &\quad + 627.008[-\sin(0)\cos(102.83^\circ)(1268.102 - 1009.923) \\ &\quad + \sin(0)\cos(0)\cos(102.83^\circ)(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad - \cos(0)\cos(0)\cos(102.83^\circ)(22.606 - 649.614)]\} \\ &= 1.116 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{13} &= \frac{-f}{q}(m_{31}\Delta X + m_{32}\Delta Y + m_{33}\Delta Z) \\ &= \frac{-152.916}{(-627.008)}[-0.97504(1268.102 - 1009.923) \\ &\quad - 0.22205(1455.027 - 1038.056) + 0(22.606 - 649.614)] \\ &= -83.974 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{14} &= \frac{f}{q^2}(rm_{31} - qm_{11}) \\ &= \frac{152.916}{(-627.008)^2}[349.233(0) + 627.008(-0.22205)] \\ &= -0.05415 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{15} &= \frac{f}{q^2}(rm_{32} - qm_{12}) \\ &= \frac{152.916}{(-627.008)^2}[349.233(0) + 627.008(0.97504)] \\ &= 0.23779 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{16} &= \frac{f}{q^2}(rm_{33} - qm_{13}) = \frac{152.916}{(-627.008)^2}[349.233(1) + 627.008(\\ &= 0.13584 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{21} &= \frac{f}{q^2}[s(-m_{33}\Delta Y + m_{32}\Delta Z) - q(-m_{23}\Delta Y + m_{22}\Delta Z)] \\ &= \frac{152.916}{(-627.008)^2}\{-344.322[-1(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad + 0(22.606 - 649.614)] + 627.008[-0(1455.027 \\ &\quad - 1038.056) - 0.22205(22.606 - 649.614)]\} \\ &= 89.799 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{22} &= \frac{f}{q^2}[s(\cos\phi\,\Delta X + \sin\omega\sin\phi\,\Delta Y - \cos\omega\sin\phi\,\Delta Z) \\ &\quad - q(\sin\phi\sin\kappa\,\Delta X - \sin\omega\cos\phi\sin\kappa\,\Delta Y + \cos\omega\cos\phi\sin\kappa\,\Delta Z)] \\ &= \frac{152.916}{(-627.008)^2}\{-344.322[\cos(0)(1268.102 - 1009.923) \\ &\quad + \sin(0)\sin(0)(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad - \cos(0)\sin(0)(22.606 - 649.614)] \\ &\quad + 627.008[\sin(0)\sin(102.83^\circ)(1268.102 - 1009.923) \\ &\quad - \sin(0)\cos(0)\sin(102.83^\circ)(1455.027 - 1038.056) \\ &\quad + \cos(0)\cos(0)\sin(102.83^\circ)(22.606 - 649.614)]\} \\ &= -183.676 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{23} &= \frac{f}{q}(m_{11}\Delta X + m_{12}\Delta Y + m_{13}\Delta Z) \\ &= \frac{152.916}{(-627.008)}\{-0.22205(1268.102 - 1009.923) \\ &\quad + 0.97504(1455.027 - 1038.056) + 0(22.606 - 649.614)] \\ &= -85.172 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{24} &= \frac{f}{q^2}(sm_{31} - qm_{21}) \\ &= \frac{152.916}{(-627.008)^2}[-344.322(0) + 627.008(-0.97504)] = -0.23779 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{25} &= \frac{f}{q^2}(sm_{32} - qm_{22}) = \frac{152.916}{(-627.008)^2}[-344.322(0) \\ &\quad + 627.008(-0.22205)] = -0.05415 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{26} &= \frac{f}{q^2}(sm_{33} - qm_{23}) = \frac{152.916}{(-627.008)^2}[-344.322(1) \\ &\quad + 627.008(0)] = -0.13393 \end{aligned}$$

$$J = x_o - x_o + f\frac{r}{q} = 86.421 - 0 + 152.916\left(\frac{349.233}{-627.008}\right) = 1.249$$

$$K = y_o - y_o + f\frac{s}{q} = -83.977 - 0 + 152.916\left(\frac{-344.322}{-627.008}\right) = -0.003$$

4

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - مثال

$$B = \begin{bmatrix} -205.739 & 1.116 & -83.974 & 0.05415 & -0.23779 & -0.13584 \\ 89.799 & -183.676 & -85.172 & 0.23779 & 0.05415 & 0.13393 \\ -229.270 & 11.238 & 92.682 & 0.05413 & -0.23768 & 0.16271 \\ 106.750 & -190.133 & 102.073 & 0.23768 & 0.05413 & -0.14774 \\ -196.473 & -102.705 & -89.144 & 0.05416 & -0.23781 & 0.15462 \\ -9.609 & -212.318 & 96.943 & 0.23781 & 0.05416 & 0.14218 \\ -178.404 & -93.117 & 97.990 & 0.05413 & -0.23769 & -0.12732 \\ -2.002 & -221.688 & -79.864 & 0.23769 & 0.05413 & -0.15622 \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} 1.249 \\ -0.003 \\ 1.157 \\ -0.100 \\ -1.379 \\ -0.017 \\ -1.052 \\ 0.133 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (B^T B)^{-1} (B^T \varepsilon)$$

$$\omega = 0° - 0.00714\left(\frac{180°}{\pi}\right) = -0.4093°$$

$$\phi = 0° + 0.02119\left(\frac{180°}{\pi}\right) = 1.2144°$$

$$\kappa = 102.83° - 0.00059\left(\frac{180°}{\pi}\right) = 102.7959°$$

$$X_L = 1009.923 + 18.017 = 1027.940$$

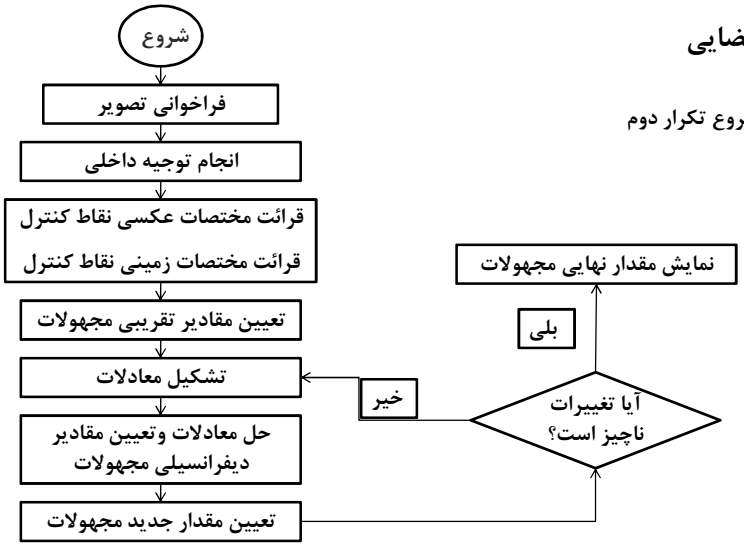
$$Y_L = 1038.056 + 6.049 = 1044.105$$

$$Z_L = 649.614 - 1.127 = 648.487$$

25

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - مثال
    - شروع تکرار دوم



26

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع فضایی
  - مثال
    - شروع تکرار دوم

$$\omega = 0^\circ - 0.00714\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = -0.4093^\circ$$

$$\phi = 0^\circ + 0.02119\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 1.2144^\circ$$

$$\kappa = 102.83^\circ - 0.00059\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 102.7959^\circ$$

$$X_L = 1009.923 + 18.017 = 1027.940$$

$$Y_L = 1038.056 + 6.049 = 1044.105$$

$$Z_L = 649.614 - 1.127 = 648.487$$

$$M = \begin{bmatrix} -0.22143 & 0.97517 & -0.00227 \\ -0.97495 & -0.22132 & 0.02225 \\ 0.02119 & 0.00714 & 0.99975 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -208.944 & 1.559 & -83.926 & 0.05185 & -0.24241 & -0.13926 \\ 88.454 & -183.535 & -86.389 & 0.24423 & 0.05576 & 0.13033 \\ -225.520 & 10.925 & 92.541 & 0.05661 & -0.23338 & 0.15915 \\ 107.916 & -190.210 & 100.876 & 0.23138 & 0.05219 & -0.15085 \\ -199.865 & -103.710 & -89.124 & 0.05808 & -0.23982 & 0.15932 \\ -8.397 & -212.459 & 98.273 & 0.24395 & 0.05572 & 0.13848 \\ -175.370 & -92.117 & 98.085 & 0.05072 & -0.23586 & -0.12353 \\ -3.132 & -221.659 & -78.761 & 0.23164 & 0.05223 & -0.15988 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0.032 \\ -0.051 \\ -0.040 \\ 0.041 \\ -0.049 \\ -0.037 \\ 0.051 \\ 0.038 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} -0.00003 \\ -0.00007 \\ 0.00008 \\ -0.083 \\ 0.009 \\ -0.289 \end{bmatrix}$$

$$\omega = -0.4093^\circ - 0.00003\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = -0.4109^\circ$$

$$\phi = 1.2144^\circ - 0.00007\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 1.2101^\circ$$

$$\kappa = 102.7959^\circ + 0.00008\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 102.8003^\circ$$

$$X_L = 1027.940 - 0.083 = 1027.857$$

$$Y_L = 1044.105 + 0.009 = 1044.114$$

$$Z_L = 648.487 - 0.289 = 648.197$$

27

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

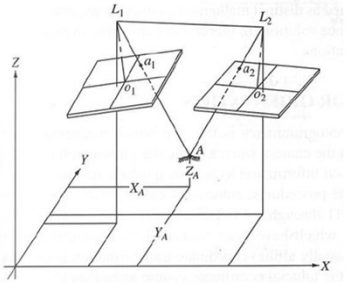
- تقاطع فضایی

$$x_{a_1} = x_{o_1} - f\,\frac{m1_{11}(X_A - X_{L1}) + m1_{12}(Y_A - Y_{L1}) + m1_{13}(Z_A - Z_{L1})}{m1_{31}(X_A - X_{L1}) + m1_{32}(Y_A - Y_{L1}) + m1_{33}(Z_A - Z_{L1})}$$

$$y_{a_1} = y_{o_1} - f\,\frac{m1_{21}(X_A - X_{L1}) + m1_{22}(Y_A - Y_{L1}) + m1_{23}(Z_A - Z_{L1})}{m1_{31}(X_A - X_{L1}) + m1_{32}(Y_A - Y_{L1}) + m1_{33}(Z_A - Z_{L1})}$$

$$x_{a_2} = x_{o_2} - f\,\frac{m2_{11}(X_A - X_{L2}) + m2_{12}(Y_A - Y_{L2}) + m2_{13}(Z_A - Z_{L2})}{m2_{31}(X_A - X_{L2}) + m2_{32}(Y_A - Y_{L2}) + m2_{33}(Z_A - Z_{L2})}$$

$$y_{a_2} = y_{o_2} - f\,\frac{m2_{21}(X_A - X_{L2}) + m2_{22}(Y_A - Y_{L2}) + m2_{23}(Z_A - Z_{L2})}{m2_{31}(X_A - X_{L2}) + m2_{32}(Y_A - Y_{L2}) + m2_{33}(Z_A - Z_{L2})}$$



$$\begin{bmatrix} J1 \\ K1 \\ J2 \\ K2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b1_{14} & b1_{15} & b1_{16} \\ b1_{24} & b1_{25} & b1_{26} \\ b2_{14} & b2_{15} & b2_{16} \\ b2_{24} & b2_{25} & b2_{26} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX_A \\ dY_A \\ dZ_A \end{bmatrix}$$

$$B\Delta = \varepsilon + V$$

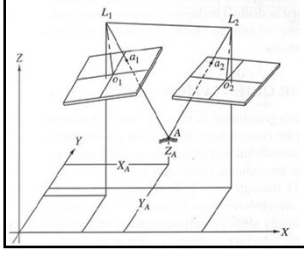
$$b_{14}\,dX_A + b_{15}\,dY_A + b_{16}\,dZ_A = J + v_{x_a}$$

$$b_{24}\,dX_A + b_{25}\,dY_A + b_{26}\,dZ_A = K + v_{y_a}$$

28

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

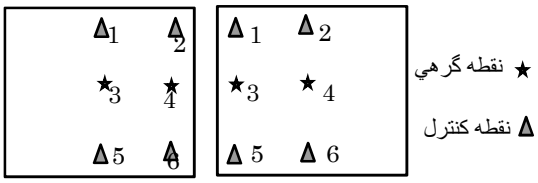
- تقاطع فضایی
  - مقادیر اولیه مختصات:
  - روش اول:
    - مؤلفه Z را برابر ارتفاع متوسط منطقه میگیریم.
    - دوپارامتر دیگر(X و Y) را از معکوس معادلات شرط هم خطی محاسبه میکنیم.
  - روش دوم:
    - مؤلفه Z را برابر ارتفاع متوسط منطقه میگیریم.
    - دو پارامتر دیگر را با فرض قائم بودن عکس محاسبه میکنیم.



29

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع تقاطع همزمان
  - نقطه گرهی
  - در دو عکس زیر میتوان جدا جدا ابتدا ترفیع را برای دو عکس حل کرد و سپس با تقاطع فضایی برای دو نقطه گرهی مختصات زمینی محاسبه کرد.
  - به طور همزمان میتوان ترفیع و تقاطع فضایی را با هم حل کرد.



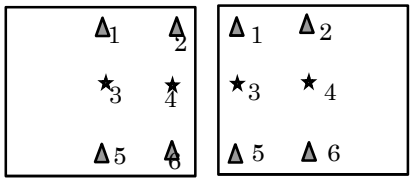
30

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- **ترفیع تقاطع همزمان**
  - **به ازای هر نقطه روی هر عکس میتوان 2 معادله شرط هم خطی نوشت.**

- **تعداد معادلات:**
  - **6*2 برای عکس اول**
  - **6*2 برای عکس دوم**
  - **24 معادله**

- **تعداد مجهولات:**
  - **6 پارامتر ترفیع عکس اول**
  - **6پارامتر ترفیع عکس دوم**
  - **2*3 مختصات نقاط گرهی**
  - **18 مجهول**

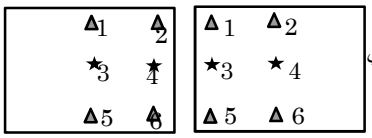


★ نقطه گرهي

Δ نقطه کنترل

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- **ترفیع تقاطع همزمان**



★نقطه گرهي

Δنقطه کنترل

$$b_{11}\,d\omega + b_{12}\,d\phi + b_{13}\,d\kappa - b_{14}\,dX_L - b_{15}\,dY_L - b_{16}\,dZ_L + b_{14}\,dX_A + b_{15}\,dY_A + b_{16}\,dZ_A = J + v_{x_a}$$

$$b_{21}\,d\omega + b_{22}\,d\phi + b_{23}\,d\kappa - b_{24}\,dX_L - b_{25}\,dY_L - b_{26}\,dZ_L + b_{24}\,dX_A + b_{25}\,dY_A + b_{26}\,dZ_A = K + v_{y_a}$$

$$x_{ij} = x_{oj} - f\,\frac{m_{11}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{12}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{13}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}{m_{31}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{32}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{33}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}$$

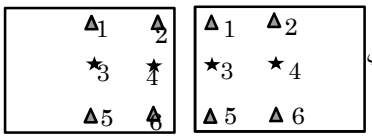
$$y_{ij} = y_{oj} - f\,\frac{m_{21}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{22}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{23}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}{m_{31}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{32}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{33}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}$$

$$\begin{bmatrix} J \\ K \end{bmatrix}_{ij} + \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{ij} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -b_{14} & -b_{15} & -b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & -b_{24} & -b_{25} & -b_{26} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \\ dX_L \\ dY_L \\ dZ_L \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}_i$$

$$F_{ij} + V_{ij} = B_{ij}.dP_j + C_{ij}.dX_i$$

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع تقاطع همزمان



★ نقطه گرهي

Δنقطه کنترل

- برای نقاط کنترل

$$\begin{bmatrix} J \\ K \end{bmatrix}_{ij} + \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{ij} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -b_{14} & -b_{15} & -b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & -b_{24} & -b_{25} & -b_{26} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \\ dX_L \\ dY_L \\ dZ_L \end{bmatrix}_j$$

$$F_{ij} + V_{ij} = B_{ij}.dP_j$$

- برای نقاط گرهی

$$\begin{bmatrix} J \\ K \end{bmatrix}_{ij} + \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{ij} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -b_{14} & -b_{15} & -b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & -b_{24} & -b_{25} & -b_{26} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \\ dX_L \\ dY_L \\ dZ_L \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}_i$$

$$F_{ij} + V_{ij} = B_{ij}.dP_j + C_{ij}.dX_i$$

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع و تقاطع فضایی با استفاده از معادلات جنریک
  - افاین 8 پارامتری
  - DLT
  - Rational Functions

$$x = a_0X + a_1Y + a_2Z + a_3 \qquad x = \frac{L_1X + L_2Y + L_3Z + L_4}{L_9X + L_{10}Y + L_{11}Z + 1}$$

$$y = b_0X + b_1Y + b_2Z + b_3 \qquad y = \frac{L_5X + L_6Y + L_7Z + L_8}{L_9X + L_{10}Y + L_{11}Z + 1}$$

$$x = \frac{a_0 + a_1X + a_2Y + a_3Z + \ldots + a_{18}Y^3 + a_{19}Z^3}{1 + c_1X + c_2Y + c_3Z + \ldots + c_{18}Y^3 + c_{19}Z^3}$$

$$y = \frac{b_0 + b_1X + b_2Y + b_3Z + \ldots + b_{18}Y^3 + b_{19}Z^3}{1 + d_1X + d_2Y + d_3Z + \ldots + d_{18}Y^3 + d_{19}Z^3}$$

- نیازی نیست که توجیه داخلی انجام شده باشند. یعنی مستقیما از سیستم مختصات دستگاهی میتوان به سیستم زمینی رسید.
- تعداد نقاط کنترل باید حداقل 4 باشد.
- دقت معادلات افاین برای تصاویر هوایی به نسبت معادلات شرط همخطی بسیار پایین میباشند.
- برای تصاویر ماهواره ای خطی تا حدی قابل قبول میباشند.
- معادلات Rational به تعداد زیادی نقاط کنترل نیاز دارد و از نقاط ضعف آن میباشد.
- مزیت آنها خطی بودن معادلات میباشد. سرعت محاسبات مخصوصا در افاین و DLT به مراتب بالاست.

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع و تقاطع فضایی با استفاده از معادلات جنریک
  - معادلات افاین 8 پارامتری
- **ترفیع**
  - برای هر نقطه کنترل میتوان 2 معادله نوشت.

$$x = a_0 X + a_1 Y + a_2 Z + a_3$$
$$y = b_0 X + b_1 Y + b_2 Z + b_3$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y & Z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & Y & Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} X_n & Y_n & Z_n & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_n & Y_n & Z_n & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$L = AP$$
$$P = (A^t A)^{-1} (A^t L)$$
$$V = AP - L$$

35

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

- ترفیع و تقاطع فضایی با استفاده از معادلات جنریک
  - معادلات افاین 8 پارامتری
- **تقاطع**
  - هدف محاسبه مختصات زمینی یک نقطه اختیاری میباشد.
  - برای یک نقطه اختیاری میتوان 2 معادله روی عکس چپ و دومعادله برای عکس راست نوشت.

$$x = a_0 X + a_1 Y + a_2 Z + a_3$$
$$y = b_0 X + b_1 Y + b_2 Z + b_3$$

$$\begin{bmatrix} x^1 - a^1_3 \\ y^1 - b^1_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^1_0 & a^1_1 & a^1_2 \\ b^1_0 & b^1_1 & b^1_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x^2 - a^2_3 \\ y^2 - b^2_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2_0 & a^2_1 & a^2_2 \\ b^2_0 & b^2_1 & b^2_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x^1 - a^1_3 \\ y^1 - b^1_3 \\ x^2 - a^2_3 \\ y^2 - b^2_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^1_0 & a^1_1 & a^1_2 \\ b^1_0 & b^1_1 & b^1_2 \\ a^2_0 & a^2_1 & a^2_2 \\ b^2_0 & b^2_1 & b^2_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$L = AX$$
$$X = (A^t A)^{-1} (A^t L)$$
$$V = AX - L$$

36

استراتژی اول: ترفیع فضایی+تقاطع فضایی

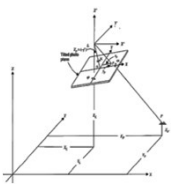
- ترفیع و تقاطع فضایی با استفاده از معادلات جنریک
  - معادلات DLT

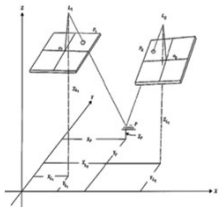
- تمرین: ترفیع و تقاطع فضایی با استفاده از معادلات DLT به چه صورت انجام میشود. تشکیل ماتریسها الزامی است.

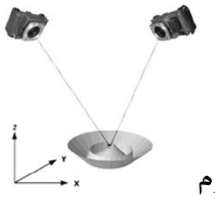
37

استخراج مختصات زمینی از عکسهای هوایی

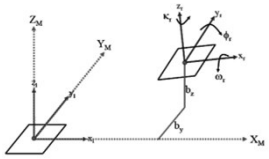
- استراتژی اول
  - ترفیع فضایی + تقاطع فضایی

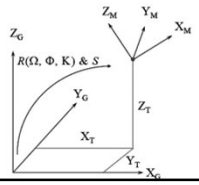


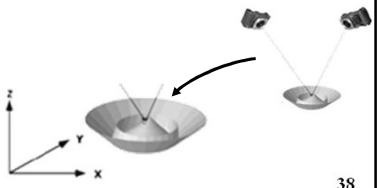




- استراتژی دوم
  - توجیه نسبی + توجیه مطلق







38

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- **توجیه نسبی**
  - توجیه دو عکس به صورت نسبی طوری که دید سه بعدی ایجاد گردد. نتیجه آن یک مدل سه بعدی میباشد.
  - توجیه نسبی میتواند به صورت یک طرفه و یا دوطرفه انجام شود.
  - در دستگاههای مکانیکی معمولا به صورت دوطرفه انجام میشد.
  - تعداد پارامترهای توجیه نسبی 5 پارامتر است.

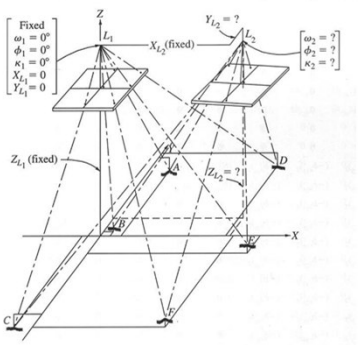
- **توجیه مطلق**
  - تبدیل سیستم مختصات مدلی مدل ایجاد شده در مرحله توجیه نسبی به سیستم مختصات زمینی را توجیه مطلق میگویند.
  - تمامی تبدیلهای 3بعدی به 3بعدی میتوان استفاده کرد. اما معمولا از کانفورمال 3بعدی استفاده میکنند. که تعداد پارامترهای آن 7 پارامتر است.

- تذکر: تعداد پارامترهای حل شده در اینجا (5+7=12) میباشد که با تعداد پارامترهای استراتژی اول (6+6=12) برابر است.

39

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

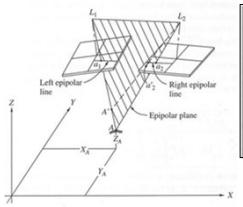
- **توجیه نسبی**
  - با استفاده از معادلات شرط هم خطی



$$x_{ij} = x_{oj} - f\,\frac{m_{11}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{12}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{13}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}{m_{31}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{32}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{33}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}$$

$$y_{ij} = y_{oj} - f\,\frac{m_{21}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{22}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{23}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}{m_{31}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{32}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{33}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}$$

  - با استفاده از معادلات شرط هم صفحه ای

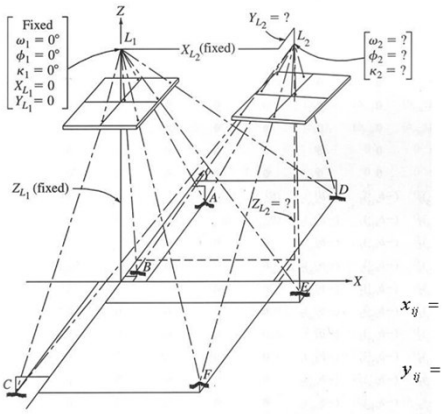


$$F_i = \begin{vmatrix} b_X & b_Y & b_Z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0$$

40

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه نسبی
  - با استفاده از معادلات شرط هم خطی



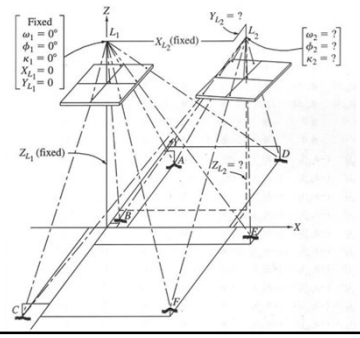
$$x_{ij} = x_{oj} - f\,\frac{m_{11}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{12}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{13}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}{m_{31}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{32}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{33}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}$$

$$y_{ij} = y_{oj} - f\,\frac{m_{21}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{22}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{23}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}{m_{31}^{j}(X_i - X_{Lj}) + m_{32}^{j}(Y_i - Y_{Lj}) + m_{33}^{j}(Z_i - Z_{Lj})}$$

41

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه نسبی
  - با استفاده از معادلات شرط هم خطی
    - تعداد پارامترهای توجیه نسبی 5 است.
    - به ازای هر نقطه که روی دو عکس مشخص باشد، دو معادله شرط هم خطی عکس چپ و دو معادله شرط هم خطی عکس راست میتوان نوشت. از آنجا که مختصات سه بعدی این نقطه در سیستم مدلی مشخص نیست پس 3 مجهول هم اضافه میشود. به عبارت دیگر هر نقطه 4 معادله و 3 مجهول به همراه دارد.



$$4n \geq 3n + 5 \Rightarrow n \geq 5$$

- بردار مجهولات شامل مختصات مدلی نقاط استفاده شده و پارامترهای توجیه نسبی میباشد.

42

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- **توجیه نسبی**
  - **با استفاده از معادلات شرط هم خطی**
    - **ماتریس مشتقات جزئیٔ و بردار ثابتها با فرض داشتن 6 زوج نقطه**

$$ {}_{24}A^{23}\,{}_{23}X^{1} = {}_{24}L^{1} + {}_{24}V^{1} $$

$$ X = \begin{bmatrix} d\omega_2 \\ d\phi_2 \\ d\kappa_2 \\ dY_{L_2} \\ dZ_{L_2} \\ dX_A \\ dY_A \\ dZ_A \\ dX_B \\ dY_B \\ dZ_B \\ dX_C \\ dY_C \\ dZ_C \\ dX_D \\ dY_D \\ dZ_D \\ dX_E \\ dY_E \\ dZ_E \\ dX_F \\ dY_F \\ dZ_F \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} (J_p)_1 \\ (K_p)_1 \\ (J_p)_1 \\ (K_p)_1 \\ (J_p)_1 \\ (K_p)_1 \\ (J_p)_1 \\ (K_p)_1 \\ (J_p)_1 \\ (K_p)_1 \\ (J_p)_1 \\ (K_p)_1 \\ (J_p)_2 \\ (K_p)_2 \\ (J_p)_2 \\ (K_p)_2 \\ (J_p)_2 \\ (K_p)_2 \\ (J_p)_2 \\ (K_p)_2 \\ (J_p)_2 \\ (K_p)_2 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} (v_{xp})_1 \\ (v_{yp})_1 \\ (v_{xp})_1 \\ (v_{yp})_1 \\ (v_{xp})_1 \\ (v_{yp})_1 \\ (v_{xp})_1 \\ (v_{yp})_1 \\ (v_{xp})_1 \\ (v_{yp})_1 \\ (v_{xp})_1 \\ (v_{yp})_1 \\ (v_{xp})_2 \\ (v_{yp})_2 \\ (v_{xp})_2 \\ (v_{yp})_2 \\ (v_{xp})_2 \\ (v_{yp})_2 \\ (v_{xp})_2 \\ (v_{yp})_2 \\ (v_{xp})_2 \\ (v_{yp})_2 \end{bmatrix} $$

$$ A = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccccccccccccc} d\omega_2 & d\phi_2 & d\kappa_2 & dY_{L_2} & dZ_{L_2} & dX_A & dY_A & dZ_A & dX_B & dY_B & dZ_B & dX_C & dY_C & dZ_C & dX_D & dY_D & dZ_D & dX_E & dY_E & dZ_E & dX_F & dY_F & dZ_F \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_1p})_1 & (b_{x_1p})_1 & (b_{x_1p})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_1p})_1 & (b_{y_1p})_1 & (b_{y_1p})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_2p})_1 & (b_{x_2p})_1 & (b_{x_2p})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_2p})_1 & (b_{y_2p})_1 & (b_{y_2p})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_1p})_1 & (b_{x_1p})_1 & (b_{x_1p})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_1p})_1 & (b_{y_1p})_1 & (b_{y_1p})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_2p})_1 & (b_{x_2p})_1 & (b_{x_2p})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_2p})_1 & (b_{y_2p})_1 & (b_{y_2p})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_1p})_1 & (b_{x_1p})_1 & (b_{x_1p})_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_1p})_1 & (b_{y_1p})_1 & (b_{y_1p})_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_2p})_1 & (b_{x_2p})_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_2p})_1 & (b_{y_2p})_1 \\ (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & (-b_{x_1p})_2 & (-b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & (-b_{y_1p})_2 & (-b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b_{x_2p})_2 & (b_{x_2p})_2 & (b_{x_2p})_2 & (-b_{x_2p})_2 & (-b_{x_2p})_2 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_2p})_2 & (b_{x_2p})_2 & (b_{x_2p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b_{y_2p})_2 & (b_{y_2p})_2 & (b_{y_2p})_2 & (-b_{y_2p})_2 & (-b_{y_2p})_2 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_2p})_2 & (b_{y_2p})_2 & (b_{y_2p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & (-b_{x_1p})_2 & (-b_{x_1p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & (-b_{y_1p})_2 & (-b_{y_1p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b_{x_2p})_2 & (b_{x_2p})_2 & (b_{x_2p})_2 & (-b_{x_2p})_2 & (-b_{x_2p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_2p})_2 & (b_{x_2p})_2 & (b_{x_2p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b_{y_2p})_2 & (b_{y_2p})_2 & (b_{y_2p})_2 & (-b_{y_2p})_2 & (-b_{y_2p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_2p})_2 & (b_{y_2p})_2 & (b_{y_2p})_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & (b_{x_1p})_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & (b_{y_1p})_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{x_2p})_2 & (b_{x_2p})_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (b_{y_2p})_2 & (b_{y_2p})_2 \end{bmatrix} \end{array} $$

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- **توجیه نسبی**
  - **با استفاده از معادلات شرط هم خطی**
    - **ماتریس مشتقات جزئیٔ و بردار ثابتها با فرض داشتن 6 زوج نقطه**

$$ A = \begin{bmatrix} {}_{2}0^{5} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{1a} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}0^{5} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{1b} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}0^{5} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{1c} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}0^{5} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{1d} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}0^{5} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{1e} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}0^{5} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{1f} \\ {}_{2}\dot{B}^{5}_{2a} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{2a} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}\dot{B}^{5}_{2b} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{2b} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}\dot{B}^{5}_{2c} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{2c} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}\dot{B}^{5}_{2d} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{2d} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}\dot{B}^{5}_{2e} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{2e} & {}_{2}0^{3} \\ {}_{2}\dot{B}^{5}_{2f} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}0^{3} & {}_{2}\dot{B}^{3}_{2f} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} \ddot{\Delta}_2 \\ \ddot{\Delta}_A \\ \ddot{\Delta}_B \\ \ddot{\Delta}_C \\ \ddot{\Delta}_D \\ \ddot{\Delta}_E \\ \ddot{\Delta}_F \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1a} \\ \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{1c} \\ \varepsilon_{1d} \\ \varepsilon_{1e} \\ \varepsilon_{1f} \\ \varepsilon_{2a} \\ \varepsilon_{2b} \\ \varepsilon_{2c} \\ \varepsilon_{2d} \\ \varepsilon_{2e} \\ \varepsilon_{2f} \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} v_{1a} \\ v_{1b} \\ v_{1c} \\ v_{1d} \\ v_{1e} \\ v_{1f} \\ v_{2a} \\ v_{2b} \\ v_{2c} \\ v_{2d} \\ v_{2e} \\ v_{2f} \end{bmatrix} $$

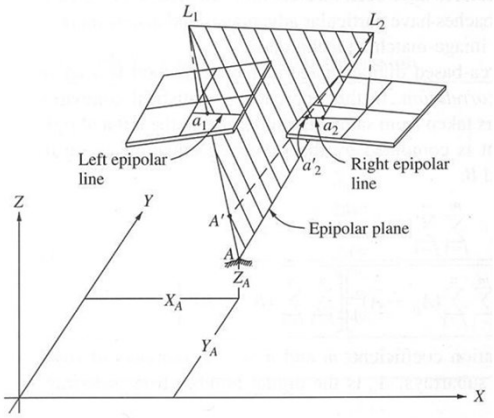
$$ {}_{2}0^{5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad {}_{2}0^{3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} $$

$$ {}_{2}\dot{B}^{5}_{2p} = \begin{bmatrix} (b_{P11})_2 & (b_{P12})_2 & (b_{P13})_2 & (-b_{P15})_2 & (-b_{P16})_2 \\ (b_{P21})_2 & (b_{P22})_2 & (b_{P23})_2 & (-b_{P25})_2 & (-b_{P26})_2 \end{bmatrix} \quad {}_{2}\dot{B}^{3}_{ip} = \begin{bmatrix} (b_{P14})_i & (b_{P15})_i & (b_{P16})_i \\ (b_{P24})_i & (b_{P25})_i & (b_{P26})_i \end{bmatrix} $$

$$ \ddot{\Delta}_2 = \begin{bmatrix} d\omega_2 \\ d\phi_2 \\ d\kappa_2 \\ dY_{L_2} \\ dZ_{L_2} \end{bmatrix} \quad \ddot{\Delta}_P = \begin{bmatrix} dX_P \\ dY_P \\ dZ_P \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{ip} = \begin{bmatrix} (J_p)_i \\ (K_p)_i \end{bmatrix} \quad v_{ip} = \begin{bmatrix} (v_{xp})_i \\ (v_{yp})_i \end{bmatrix} $$

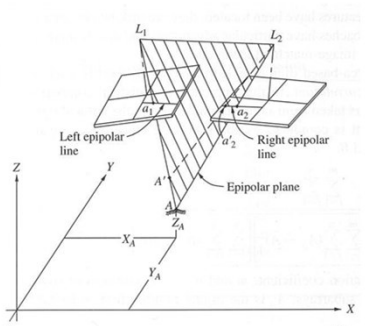
استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه نسبی
  - با استفاده از معادلات شرط هم صفحه ای
    - صفحه اپیپولار
    - خطوط اپیپولار
    - معادلات شرط هم صفحه ای
    - حل توجیه نسبی



استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه نسبی
  - با استفاده از معادلات شرط هم صفحه ای

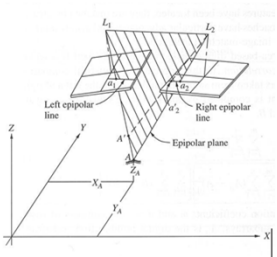


$$\begin{cases} aX_{L_1}+bY_{L_1}+cZ_{L_1}+d=0 \\ aX_{L_2}+bY_{L_2}+cZ_{L_2}+d=0 \\ aX_{a_1}+bY_{a_1}+cZ_{a_1}+d=0 \\ aX_{a_2}+bY_{a_2}+cZ_{a_2}+d=0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a(X_{L_1}-X_{L_2})+b(Y_{L_1}-Y_{L_2})+c(Z_{L_1}-Z_{L_2})+(d-d)=0 \\ a(X_{L_1}-X_{a_1})+b(Y_{L_1}-Y_{a_1})+c(Z_{L_1}-Z_{a_1})+(d-d)=0 \\ a(X_{L_2}-X_{a_2})+b(Y_{L_2}-Y_{a_2})+c(Z_{L_2}-Z_{a_2})+(d-d)=0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} X_{L_1}-X_{L_2} & Y_{L_1}-Y_{L_2} & Z_{L_1}-Z_{L_2} \\ X_{L_1}-X_{a_1} & Y_{L_1}-Y_{a_1} & Z_{L_1}-Z_{a_1} \\ X_{L_2}-X_{a_2} & Y_{L_2}-Y_{a_2} & Z_{L_2}-Z_{a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} X_{L_1}-X_{L_2} & Y_{L_1}-Y_{L_2} & Z_{L_1}-Z_{L_2} \\ X_{L_1}-X_{a_1} & Y_{L_1}-Y_{a_1} & Z_{L_1}-Z_{a_1} \\ X_{L_2}-X_{a_2} & Y_{L_2}-Y_{a_2} & Z_{L_2}-Z_{a_2} \end{vmatrix} = 0$$

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق



- توجیه نسبی
  - با استفاده از معادلات شرط هم صفحه ای

$$\begin{vmatrix} X_{L_1}-X_{L_2} & Y_{L_1}-Y_{L_2} & Z_{L_1}-Z_{L_2} \\ X_{L_1}-X_{a_1} & Y_{L_1}-Y_{a_1} & Z_{L_1}-Z_{a_1} \\ X_{L_2}-X_{a_2} & Y_{L_2}-Y_{a_2} & Z_{L_2}-Z_{a_2} \end{vmatrix}=0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} bx & by & bz \\ x'_{a1} & y'_{a1} & z'_{a1} \\ x'_{a2} & y'_{a2} & z'_{a2} \end{vmatrix}=0 \text{ where } \begin{bmatrix} x'_{a1} \\ y'_{a1} \\ z'_{a1} \end{bmatrix}=R_1\cdot\begin{bmatrix} x_{a1} \\ y_{a1} \\ -f \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} x'_{a2} \\ y'_{a2} \\ z'_{a2} \end{bmatrix}=R_2\cdot\begin{bmatrix} x_{a2} \\ y_{a2} \\ -f \end{bmatrix}$$

$$where\ R_1=I \quad , \quad R_2=R_{\Delta\omega}R_{\Delta\varphi}R_{\Delta\kappa}$$

$$bx\begin{vmatrix} y'_{a1} & z'_{a1} \\ y'_{a2} & z'_{a2} \end{vmatrix}-by\begin{vmatrix} x'_{a1} & z'_{a1} \\ x'_{a2} & z'_{a2} \end{vmatrix}+bz\begin{vmatrix} x'_{a1} & y'_{a1} \\ x'_{a2} & y'_{a2} \end{vmatrix}=0\Rightarrow$$

$$F=bx\begin{vmatrix} y'_{a1} & z'_{a1} \\ y'_{a2} & z'_{a2} \end{vmatrix}-by\begin{vmatrix} x'_{a1} & z'_{a1} \\ x'_{a2} & z'_{a2} \end{vmatrix}+bz\begin{vmatrix} x'_{a1} & y'_{a1} \\ x'_{a2} & y'_{a2} \end{vmatrix}$$

47

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه نسبی
  - با استفاده از معادلات شرط هم صفحه ای

$$F=F^0+(\frac{\partial F}{\partial by})dby+(\frac{\partial F}{\partial bz})dbz+(\frac{\partial F}{\partial \Delta\omega})d\Delta\omega+(\frac{\partial F}{\partial \Delta\varphi})d\Delta\varphi+(\frac{\partial F}{\partial \Delta\kappa})d\Delta\kappa=0$$

$$\left[-F^0\right]=\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial by} & \frac{\partial F}{\partial bz} & \frac{\partial F}{\partial \Delta\omega} & \frac{\partial F}{\partial \Delta\varphi} & \frac{\partial F}{\partial \Delta\kappa} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dby \\ dbz \\ d\Delta\omega \\ d\Delta\varphi \\ d\Delta\kappa \end{bmatrix}\Rightarrow\left[-F^0\right]=\begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dby \\ dbz \\ d\Delta\omega \\ d\Delta\varphi \\ d\Delta\kappa \end{bmatrix}$$

- پس برای هر زوج نقطه میتوان یک معادله شرط هم صفحه ای نوشت. در صورت داشتن حداقل 5 زوج نقطه میتوان 5 معادله نوشت و مجهولات توجیه نسبی را حساب کرد.

48

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه نسبی
  - با استفاده از معادلات شرط هم صفحه ای
    - میزان پارالاکس y باقیمانده را میتوان به صورت زیر حساب کرد.

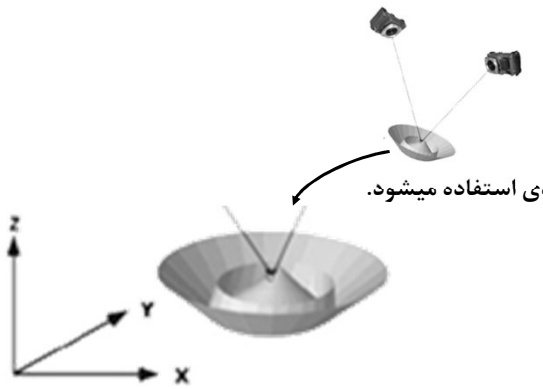
$$Py = \begin{vmatrix} bx & by & bz \\ x'_{a1} & y'_{a1} & z'_{a1} \\ x'_{a2} & y'_{a2} & z'_{a2} \end{vmatrix}$$

$$Py = \begin{bmatrix} x_{a_1} & y_{a_1} & -f \end{bmatrix} . R_1^t . \begin{bmatrix} 0 & -bz & by \\ bz & 0 & -bx \\ -by & bx & 0 \end{bmatrix} R_2 . \begin{bmatrix} x_{a_2} \\ y_{a_2} \\ -f \end{bmatrix}$$

$$where \;\; R_1 = I \quad , \quad R_2 = R_{\Delta\omega} R_{\Delta\varphi} R_{\Delta\kappa}$$

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه مطلق
  - تبدیل سیستم مختصات مدلی به سیستم مختصات زمینی

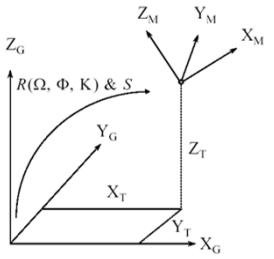


- از مدل کانفورمال 3بعدی استفاده میشود.
  - سه انتقال
  - سه دوران
  - یک ضریب مقیاس

-حل همزمان
-حل دو مرحله ای

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه مطلق
  - تبدیل سیستم مختصات مدلی به سیستم مختصات زمینی
    - حل همزمان



$$\begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix} + S\ R(\Omega, \Phi, K) \begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{bmatrix}$$

$$X_P = (X_P)_0 + \left(\frac{\partial X_P}{\partial s}\right)_0 ds + \left(\frac{\partial X_P}{\partial \omega}\right)_0 d\omega + \left(\frac{\partial X_P}{\partial \phi}\right)_0 d\phi + \left(\frac{\partial X_P}{\partial \kappa}\right)_0 d\kappa + \left(\frac{\partial X_P}{\partial T_X}\right)_0 dT_X + \left(\frac{\partial X_P}{\partial T_Y}\right)_0 dT_Y + \left(\frac{\partial X_P}{\partial T_Z}\right)_0 dT_Z$$

$$Y_P = (Y_P)_0 + \left(\frac{\partial Y_P}{\partial s}\right)_0 ds + \left(\frac{\partial Y_P}{\partial \omega}\right)_0 d\omega + \left(\frac{\partial Y_P}{\partial \phi}\right)_0 d\phi + \left(\frac{\partial Y_P}{\partial \kappa}\right)_0 d\kappa + \left(\frac{\partial Y_P}{\partial T_X}\right)_0 dT_X + \left(\frac{\partial Y_P}{\partial T_Y}\right)_0 dT_Y + \left(\frac{\partial Y_P}{\partial T_Z}\right)_0 dT_Z$$

$$Z_P = (Z_P)_0 + \left(\frac{\partial Z_P}{\partial s}\right)_0 ds + \left(\frac{\partial Z_P}{\partial \omega}\right)_0 d\omega + \left(\frac{\partial Z_P}{\partial \phi}\right)_0 d\phi + \left(\frac{\partial Z_P}{\partial \kappa}\right)_0 d\kappa + \left(\frac{\partial Z_P}{\partial T_X}\right)_0 dT_X + \left(\frac{\partial Z_P}{\partial T_Y}\right)_0 dT_Y + \left(\frac{\partial Z_P}{\partial T_Z}\right)_0 dT_Z$$

51

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه مطلق
  - تبدیل سیستم مختصات مدلی به سیستم مختصات زمینی
    - حل همزمان

$$a_{11}\,ds + a_{12}\,d\omega + a_{13}\,d\phi + a_{14}\,d\kappa + a_{15}\,dT_X + a_{16}\,dT_Y + a_{17}\,dT_Z = [X_P - (X_P)_0] + v_{X_P}$$

$$a_{21}\,ds + a_{22}\,d\omega + a_{23}\,d\phi + a_{24}\,d\kappa + a_{25}\,dT_X + a_{26}\,dT_Y + a_{27}\,dT_Z = [Y_P - (Y_P)_0] + v_{Y_P}$$

$$a_{31}\,ds + a_{32}\,d\omega + a_{33}\,d\phi + a_{34}\,d\kappa + a_{35}\,dT_X + a_{36}\,dT_Y + a_{37}\,dT_Z = [Z_P - (Z_P)_0] + v_{Z_P}$$

$$a_{11} = m_{11}x_P + m_{21}y_P + m_{31}z_P$$

$$a_{12} = 0$$

$$a_{13} = [(-\sin\phi\cos\kappa)\,x_P + \sin\phi\sin\kappa\,(y_P) + \cos\phi\,(z_P)]\,s$$

$$a_{14} = (m_{21}x_P - m_{11}y_P)\,s$$

$$a_{15} = a_{26} = a_{37} = 1$$

$$a_{16} = a_{17} = a_{25} = a_{27} = a_{35} = a_{36} = 0$$

$$a_{21} = m_{12}x_P + m_{22}y_P + m_{32}z_P$$

$$a_{22} = (-m_{13}x_P - m_{23}y_P - m_{33}z_P)\,s$$

$$a_{23} = [(\sin\omega\cos\phi\cos\kappa)\,x_P + (-\sin\omega\cos\phi\sin\kappa)\,y_P + (\sin\omega\sin\phi)\,z_P]\,s$$

$$a_{24} = (m_{22}x_P - m_{12}y_P)\,s$$

$$a_{31} = m_{13}x_P + m_{23}y_P + m_{33}z_P$$

$$a_{32} = (m_{12}x_P + m_{22}y_P + m_{32}z_P)\,s$$

$$a_{33} = [(-\cos\omega\cos\phi\cos\kappa)x_P + (\cos\omega\cos\phi\sin\kappa)y_P + (-\cos\omega\sin\phi)z_P]\,s$$

$$a_{34} = (m_{23}x_P - m_{13}y_P)\,s$$

52

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه مطلق
  - تبدیل سیستم مختصات مدلی به سیستم مختصات زمینی
    - حل همزمان

$$ {}_{3n}A^{7}\ {}_{7}X^{1} = {}_{3n}L^{1} + {}_{3n}V^{1} $$

$$ {}_{3n}A^{7} = \begin{bmatrix} a_{1_{11}} & a_{1_{12}} & a_{1_{13}} & a_{1_{14}} & 1 & 0 & 0 \\ a_{1_{21}} & a_{1_{22}} & a_{1_{23}} & a_{1_{24}} & 0 & 1 & 0 \\ a_{1_{31}} & a_{1_{32}} & a_{1_{33}} & a_{1_{34}} & 0 & 0 & 1 \\ a_{2_{11}} & a_{2_{12}} & a_{2_{13}} & a_{2_{14}} & 1 & 0 & 0 \\ a_{2_{21}} & a_{2_{22}} & a_{2_{23}} & a_{2_{24}} & 0 & 1 & 0 \\ a_{2_{31}} & a_{2_{32}} & a_{2_{33}} & a_{2_{34}} & 0 & 0 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n_{11}} & a_{n_{12}} & a_{n_{13}} & a_{n_{14}} & 1 & 0 & 0 \\ a_{n_{21}} & a_{n_{22}} & a_{n_{23}} & a_{n_{24}} & 0 & 1 & 0 \\ a_{n_{31}} & a_{n_{32}} & a_{n_{33}} & a_{n_{34}} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}_{7}X^{1} = \begin{bmatrix} ds \\ d\omega \\ d\phi \\ d\kappa \\ dT_X \\ dT_Y \\ dT_Z \end{bmatrix} \quad {}_{3n}L^{1} = \begin{bmatrix} X_1 - (X_1)_0 \\ Y_1 - (Y_1)_0 \\ Z_1 - (Z_1)_0 \\ X_2 - (X_2)_0 \\ Y_2 - (Y_2)_0 \\ Z_2 - (Z_2)_0 \\ \vdots \\ X_n - (X_n)_0 \\ Y_n - (Y_n)_0 \\ Z_n - (Z_n)_0 \end{bmatrix} \quad {}_{3n}V^{1} = \begin{bmatrix} v_{X_1} \\ v_{Y_1} \\ v_{Z_1} \\ v_{X_2} \\ v_{Y_2} \\ v_{Z_2} \\ \vdots \\ v_{X_n} \\ v_{Y_n} \\ v_{Z_n} \end{bmatrix} $$

53

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه مطلق
  - تبدیل سیستم مختصات مدلی به سیستم مختصات زمینی
    - حل همزمان
  - مقادیر اولیه؟

54

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه مطلق
  - تبدیل سیستم مختصات مدلی به سیستم مختصات زمینی
    - حل همزمان

- با استفاده از هر نقطه کنترل 3 معادله به صورت زیر میتوان نوشت.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} d\lambda \\ d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \\ dx_o \\ dy_o \\ dz_o \end{bmatrix}$$

55

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه مطلق
  - تبدیل سیستم مختصات مدلی به سیستم مختصات زمینی
  - حل دومرحله ای
    - از آنجاییکه در روش همزمان نیاز به مقادیر اولیه مناسب می باشد، بخصوص پارامترهای کاپا و مقیاس مقادیر اولیه بزرگی دارند که تعیین نامناسب این مقادیر باعث طولانی شدن محاسبات و حتی گاهی واگرایی معادلات می شود، از این رو پارامترها را در دو دسته مسطحاتی و ارتفاعی به روش دومرحله ای حل می کنند.

  - مسطحاتی
    - در مرحله مسطحاتی 4 پارامتر **X0,Y0,K,λ** را با استفاده از معادلات کانفرمال دوبعدی حل می کنند بدین منظور به دو نقطه مسطحاتی نیاز است. معادلات کانفرمال دوبعدی بدون نیاز به مقادیر اولیه حل می شوند.

56

استراتژی دوم: توجیه نسبی+توجیه مطلق

- توجیه مطلق
  - تبدیل سیستم مختصات مدلی به سیستم مختصات زمینی
  - حل دومرحله ای
  - ارتفاعی
- در مرحله ارتفاعی از معادله زیر استفاده می شود برای هر نقطه ارتفاعی یک معادله نوشته می شود با سه نقطه ارتفاعی می توان پارامترهای ارتفاعی (**Z0,ω,Φ**) را حل نمود.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ -z & 0 & 0 \\ y & -x & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} d\omega \\ d\varphi \\ dZ_0 \end{bmatrix} \quad Z = z + y\,d\omega - x\,d\varphi + dZ\,0$$

57