فتوگرامتری تحلیلی

فصل دوم:
سیستمهای مختصات و تبدیل بین آنها

حیدر راستی ویس

October 11

فهرست مطالب

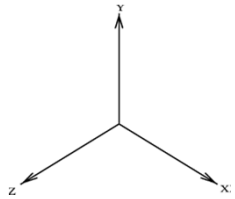
- مقدمه
  - سیستم مختصات
  - سیستمهای مختصات در فتوگرامتری
- تبدیل های دوبعدی به دوبعدی
  - انواع تبدیلها
  - نحوه محاسبه پارامترهای تبدیل
- تبدیل های سه بعدی به سه بعدی
  - انواع تبدیلها
  - نحوه محاسبه پارامترهای تبدیل
- تبدیل های سه بعدی به دوبعدی
  - انواع تبدیلها
  - نحوه محاسبه پارامترهای تبدیل

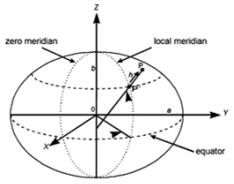
2

مقدمه

- انواع سیستم مختصات
- طبقه‌بندی سیستم‌های مختصات

- سیستم مختصات قائم‌الزاویه: موقعیت نقاط یا اشیاء بر اساس فاصله از محورهای مختصات بیان می‌شود.
- سیستم مختصات منحنی الخط: موقعیت نقاط یا اشیاء بر اساس زاویه‌هایی که با امتدادها یا صفحات معلوم می‌سازند، بیان می‌شود.



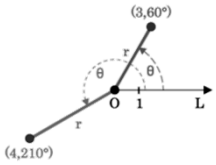


3

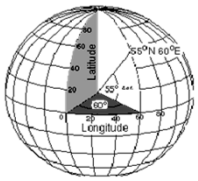
مقدمه

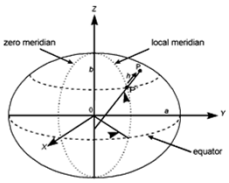
- انواع سیستم مختصات

- سیستم مختصات قطبی

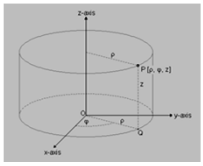


- سیستم مختصات جغرافیایی





- سیستم مختصات استوانه‌ای

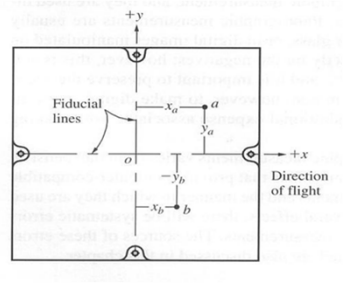


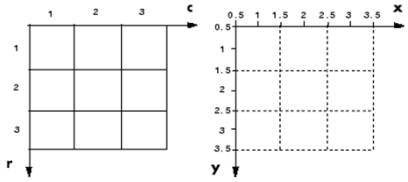
4

مقدمه

- سیستم های مختصات در فتوگرامتری
  - سیستمهای مربوط به تصویر:

1. سیستم مختصات مرکز عکسی(**Principal Point**)/سیستم مختصات عکسی
1. سیستم مختصات عکسی فیزیکی
2. سیستم مختصات عکسی هندسی(سیستم مختصات فیدوشال مارکها)
2. سیستم مختصات دستگاهی/سیستم مختصات کامپاراتور
1. سیستم مختصات پیکسلی
2. سیستم مختصات متریک



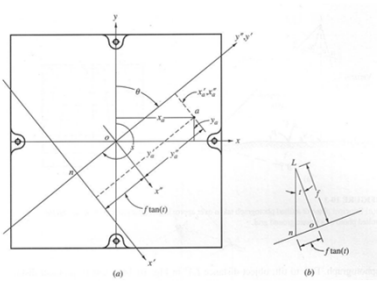


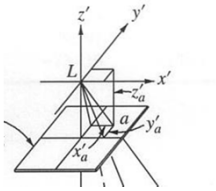
5

مقدمه

- سیستم های مختصات در فتوگرامتری
  - سیستمهای مربوط به تصویر:

3. سیستم مختصات کمکی(**Auxiliary Sys.**)
4. سیستم مختصات مرکز تصویر (**Projection Center**)



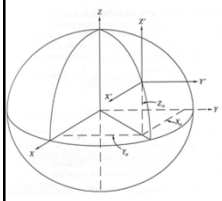


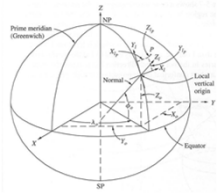
تمرین: تبدیل بین سیستم مختصات کمکی و سیستم عکسی را با رسم شکل بدست آورید.

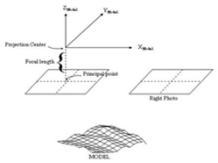
6

مقدمه

- سیستم های مختصات در فتوگرامتری
  - سیستمهای مربوط به زمین:
    1. سیستم مختصات سه بعدی محلی
    2. سیستم مختصات سه بعدی جهانی مانند WGS84
  - سیستمهای مربوط به مدل:
    1. سیستم مختصات مدلی



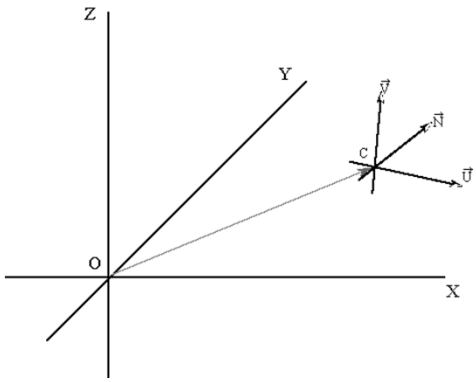




7

سیستم مختصات

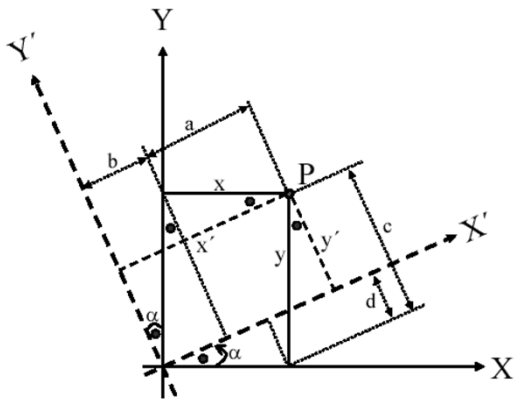
- منظور از تبدیل سیستم مختصات
- انواع تبدیلهای
  - دوران
  - انتقال
  - مقیاس
  - ...



8

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- انواع تبدیلها
  - دوران بر روی صفحه



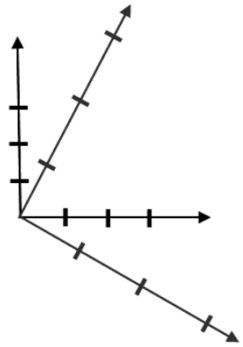
$$x' = a + b = x\cos\alpha + y\sin\alpha$$
$$y' = c - d = -x\sin\alpha + y\cos\alpha$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

9

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- انواع تبدیلها
  - دوران و تغییر مقیاس بر روی صفحه

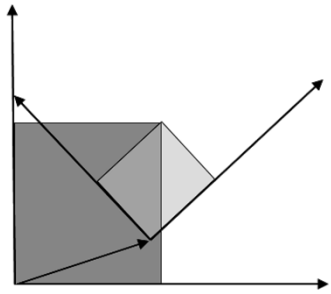


$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

10

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- انواع تبدیلها
  - دوران، تغییر مقیاس و انتقال بر روی صفحه

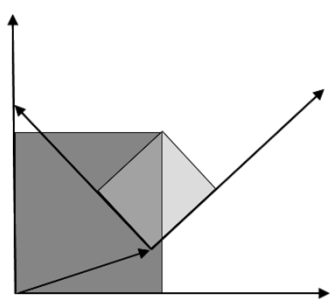


$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

11

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

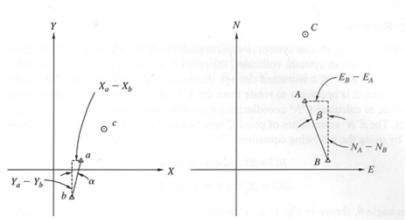
- انواع تبدیلها
  - تبدیل دوبعدی متشابه (**Conformal**)
    - شکل عوارض تغییر نمیکند.



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

$$x' = \underbrace{\lambda Cos\alpha}_{a}.x + \underbrace{\lambda Sin\alpha}_{b}.y + \underbrace{X_0}_{c}$$

$$y' = -\underbrace{\lambda Sin\alpha}_{b}.x + \underbrace{\lambda Cos\alpha}_{a}.y + \underbrace{Y_0}_{d}$$

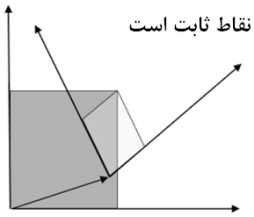


$$x' = a.x + b.y + c$$
$$y' = -bx + ay + d$$

12

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- انواع تبدیلها
  - تبدیل افاین دو بعدی(**Affine**)
    - تغییر مقیاس در دو جهت یکسان نبوده ولی نسبت آنها برای تمامی نقاط ثابت است
    - محورهای مختصات بر هم عمود نیستند.
    - خطوط موازی به‌صورت موازی باقی می‌مانند



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\varepsilon \\ 0 & \cos\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

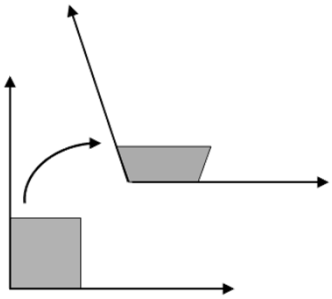
$$x' = \underbrace{(\lambda_x.\cos\alpha - \lambda_y \sin\alpha.\sin\varepsilon)}_{a_1} x + \underbrace{(\lambda_y.\sin\varepsilon.\cos\alpha + \lambda_x.\sin\alpha)}_{a_2}.y + \underbrace{X_0}_{a_3}$$

$$y' = \underbrace{-\lambda_y.\cos\varepsilon\sin\alpha}_{b_1} x + \underbrace{\lambda_y.\cos\varepsilon\cos\alpha}_{b_2}.y + \underbrace{Y_0}_{b_3}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= a_1.x + a_2.y + a_3 \\ y' &= b_1.x + b_2.y + b_3 \end{aligned}}$$

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- انواع تبدیلها
  - تبدیل پروژکتیو دو بعدی(**Projective**)
    - تغییر مقیاس در دو جهت یکسان نبوده و نسبت آنها نیز ثابت نمی‌باشد.
    - محورهای مختصات بر هم عمود نیستند.
    - خطوط موازی به‌صورت موازی باقی نمی‌مانند.



$$x' = \frac{a_1 x + a_2 y + a_3}{c_1 x + c_2 y + 1}$$

$$y' = \frac{b_1 x + b_2 y + b_3}{c_1 x + c_2 y + 1}$$

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

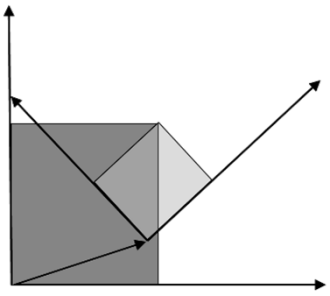
- انواع تبدیلها
  - تبدیل چند جمله ای(**Polynomial**)

$$x' = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2 + a_5 xy + \ldots$$
$$y' = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 y^2 + b_5 xy + \ldots$$

15

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- محاسبه پارامترهای تبدیل
  - برای محاسبه پارامترها نیاز به نقطه مشترک داریم.
  - نقطه مشترک: نقطه ای که مختصات آن در هر دو سیستم مشخص باشد



- نقطه کنترل:برای محاسبه پارامترها
- نقطه چک:برای بررسی صحت

- ارزیابی دقت بر اساس بردار باقیمانده ها
  - هم برای نقطه کنترل و هم برای نقطه چک

16

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- محاسبه پارامترهای تبدیل
  - تبدیل کانفورمال

$$x' = a.x + b.y + c$$
$$y' = -bx + ay + d$$

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ x'_3 \\ y'_3 \\ x'_4 \\ y'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & -x_1 & 0 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 \\ y_2 & -x_2 & 0 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 \\ y_3 & -x_3 & 0 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 \\ y_4 & -x_4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

$$L = AX$$
$$X = (A^t A)^{-1}(A^t L)$$
$$V = AX - L$$

محاسبه باقیمانده ها برای نقاط چک و کنترل الزامی است.

17

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- محاسبه پارامترهای تبدیل
  - تبدیل کانفورمال

میتوان به روش دیگر پارامترهای تبدیل کانفورمال را محاسبه کرد:

هر کدام از پارامترهای مقیاس، دوران و انتقال را با استفاده از نقاط کنترل میتوان محاسبه کرد:

مقیاس←

$$s = \frac{AB}{ab} = \frac{\sqrt{(E_B - E_A)^2 + (N_B - N_A)^2}}{\sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2}}$$

انتقال←

$$T_E = E_A - E'_A = E_B - E'_B$$
$$T_N = N_A - N'_A = N_B - N'_B$$

دوران؟

18

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- محاسبه پارامترهای تبدیل
  - تبدیل افاین

$$x' = a_1.x + a_2.y + a_3$$
$$y' = b_1.x + b_2.y + b_3$$

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ x'_3 \\ y'_3 \\ x'_4 \\ y'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$L = AX$$
$$X = (A^t A)^{-1}(A^t L)$$
$$V = AX - L$$

محاسبه باقیمانده ها برای نقاط چک و کنترل الزامی است.

19

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- محاسبه پارامترهای تبدیل
  - تبدیل پروجکتیو

$$x' = \frac{a_1.x + a_2.y + a_3}{c_1 x + c_2.y + 1} \quad \Rightarrow x' = a_1.x + a_2.y + a_3 - c_1.x.x' - c_2.y.x'$$
$$y' = \frac{b_1.x + b_2.y + b_3}{c_1 x + c_2.y + 1} \quad \Rightarrow y' = b_1.x + b_2.y + b_3 - c_1.x.y' - c_2.y.y'$$

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ x'_3 \\ y'_3 \\ x'_4 \\ y'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1x'_1 & -y_1x'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1y'_1 & -y_1y'_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2x'_2 & -y_2x'_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -x_2y'_2 & -y_2y'_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3x'_3 & -y_3x'_3 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & -x_3y'_3 & -y_3y'_3 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_4x'_4 & -y_4x'_4 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 & -x_4y'_4 & -y_4y'_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$$L = AX$$
$$X = (A^t A)^{-1}(A^t L)$$
$$V = AX - L$$

محاسبه باقیمانده ها برای نقاط چک و کنترل الزامی است.

20

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

- تبدیل پلی نومیال (چندجمله ای)

- تمرین: نحوه محاسبه پارامترهای چندجمله ای درجه 2 برای تبدیل یک سیستم دوبعدی به یک سیستم دوبعدی دیگر را بنوسید. تشکیل ماتریسها الزامی است.
- نحوه محاسبه بردار باقیمانده برای نقاط چک و کنترل را نیز توضیح دهید.
- تعداد نقاط مشترک موجود=10

21

تبدیلهای دوبعدی به دوبعدی

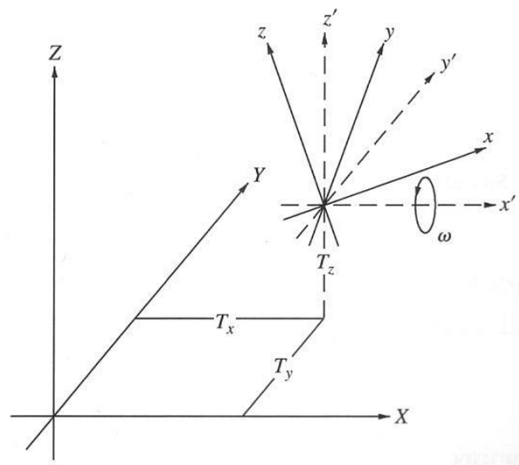
- تمرین عملی 1:

- برنامه ای بنویسید که فایل نقاط کنترل و چک دوبعدی را گرفته و پارامترهای تبدیل دوبعدی به دوبعدی با استفاده از هرکدام از مدلهای ریاضی کانفورمال، افاین، پروجکتیو و پلینومیال حساب شود.
- برنامه باید:
  1. نوع مدل ریاضی استفاده شده باید توسط کاربر انتخاب شود.
  2. باقیمانده نقاط کنترل و چک را حساب کند و بصورت گرافیکی نمایش دهد.
  3. قابلیت انتخاب تعداد نقاط کنترل و چک را داشته باشد.
  4. خروجی را به صورت یک فایل (با فرمت **text** و یا **mat**) ارائه دهد.

22

تبدیلهای سه بعدی به سه بعدی

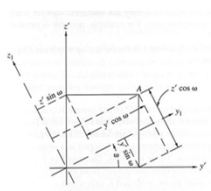
- دورانهای سه بعدی
- انتقال سه بعدی
- ...



23

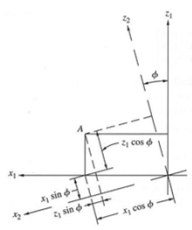
تبدیلهای سه بعدی به سه بعدی

- دوران امگا(ω Rotation)



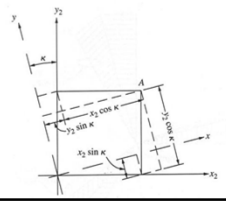
$$x_1 = x'$$
$$y_1 = y' \cos\omega + z' \sin\omega$$
$$z_1 = -y' \sin\omega + z' \cos\omega$$

- دوران فی (φ Rotation)



$$x_2 = -z_1 \sin\phi + x_1 \cos\phi$$
$$y_2 = y_1$$
$$z_2 = z_1 \cos\phi + x_1 \sin\phi$$

- دوران کاپا(κ Rotation)



$$x = x_2 \cos\kappa + y_2 \sin\kappa$$
$$y = -x_2 \sin\kappa + y_2 \cos\kappa$$
$$z = z_2$$

24

تبدیلهای سه بعدی به سه بعدی

- دورانهای سه بعدی

$$x = x'(\cos\phi\cos\kappa) + y'(\sin\omega\sin\phi\cos\kappa + \cos\omega\sin\kappa) + z'(-\cos\omega\sin\phi\cos\kappa + \sin\omega\sin\kappa)$$

$$y = x'(-\cos\phi\sin\kappa) + y'(-\sin\omega\sin\phi\sin\kappa + \cos\omega\cos\kappa) + z'(\cos\omega\sin\phi\sin\kappa + \sin\omega\cos\kappa)$$

$$z = x'(\sin\phi) + y'(-\sin\omega\cos\phi) + z'(\cos\omega\cos\phi)$$

$$x = m_{11}x' + m_{12}y' + m_{13}z'$$
$$y = m_{21}x' + m_{22}y' + m_{23}z'$$
$$z = m_{31}x' + m_{32}y' + m_{33}z'$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos xx' & \cos xy' & \cos xz' \\ \cos yx' & \cos yy' & \cos yz' \\ \cos zx' & \cos zy' & \cos zz' \end{bmatrix}$$

where
$$m_{11} = \cos\phi\cos\kappa$$
$$m_{12} = \sin\omega\sin\phi\cos\kappa + \cos\omega\sin\kappa$$
$$m_{13} = -\cos\omega\sin\phi\cos\kappa + \sin\omega\sin\kappa$$
$$m_{21} = -\cos\phi\sin\kappa$$
$$m_{22} = -\sin\omega\sin\phi\sin\kappa + \cos\omega\cos\kappa$$
$$m_{23} = \cos\omega\sin\phi\sin\kappa + \sin\omega\cos\kappa$$
$$m_{31} = \sin\phi$$
$$m_{32} = -\sin\omega\cos\phi$$
$$m_{33} = \cos\omega\cos\phi$$

$$X = MX'$$

$$M^{-1} = M^T$$

$$X' = M^T X$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad X' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

$$x' = m_{11}x + m_{21}y + m_{31}z$$
$$y' = m_{12}x + m_{22}y + m_{32}z$$
$$z' = m_{13}x + m_{23}y + m_{33}z$$

25

تبدیلهای سه بعدی به سه بعدی

- انتقال و مقیاس سه بعدی

$$X = sx' + T_X \qquad X = sx' + T_X = s(m_{11}x + m_{21}y + m_{31}z) + T_X$$
$$Y = sy' + T_Y \qquad Y = sy' + T_Y = s(m_{12}x + m_{22}y + m_{32}z) + T_Y$$
$$Z = sz' + T_Z \qquad Z = sz' + T_Z = s(m_{13}x + m_{23}y + m_{33}z) + T_Z$$

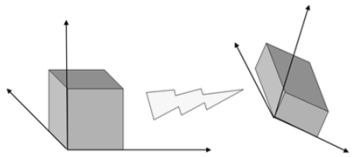
- تبدیل کانفورمال سه بعدی

$$\overline{X} = sM^T X + T$$

26

تبدیلهای سه بعدی به سه بعدی

- تبدیل افاین سه بعدی
  - تعمیم یافته افاین دو بعدی میباشد
  - تبدیل افاین سه‌بعدی دارای سه پارامتر انتقال، سه پارامتر دوران، سه پارامتر مقیاس و سه پارامتر عمود نبودن محورهای مختصات می‌باشد.



$$x' = a_1x + a_2y + a_3z + a_4$$
$$y' = b_1x + b_2y + b_3z + b_4$$
$$z' = c_1x + c_2y + c_3z + c_4$$

- خصوصیات تبدیل افاین:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_4 \\ b_4 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

27

تبدیلهای سه بعدی به سه بعدی

- تبدیل پروجکتیو سه بعدی

$$x' = \frac{a_1x + a_2y + a_3z + a_4}{d_1x + d_2y + d_3z + 1}$$
$$y' = \frac{b_1x + b_2y + b_3z + b_4}{d_1x + d_2y + d_3z + 1}$$
$$z' = \frac{c_1x + c_2y + c_3z + c_4}{d_1x + d_2y + d_3z + 1}$$

28

تبدیلهای سه بعدی به سه بعدی

- تبدیل پلی نومیال سه بعدی

$$x' = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_6 z^2 + a_7 xy + a_8 yz + a_9 zx + \ldots$$
$$y' = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 z + b_4 x^2 + b_5 y^2 + b_6 z^2 + b_7 xy + b_8 yz + b_9 zx + \ldots$$
$$z' = c_0 + c_1 x + c_2 y + c_3 z + c_4 x^2 + c_5 y^2 + c_6 z^2 + c_7 xy + c_8 yz + c_9 zx + \ldots$$

29

تبدیلهای سه بعدی به سه بعدی

- محاسبه پارامترهای تبدیل
  - تبدیل کانفورمال سه بعدی
  - تبدیل افاین سه بعدی
  - تبدیل پروجکتیو سه بعدی
  - تبدیل پلی نومیال سه بعدی

$$x' = a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_4$$
$$y' = b_1 x + b_2 y + b_3 z + b_4$$
$$z' = c_1 x + c_2 y + c_3 z + c_4$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & y & z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}$$

30

تبدیلهای سه بعدی به سه بعدی

- محاسبه پارامترهای تبدیل
  - تبدیل کانفورمال سه بعدی
    - معادلات خطی نیستند و تشکیل ماتریس ضرایب نیازمند خطی کردن میباشد.
    - در بحث توجیه مطلق به طور مفصل بحث خواهد شد.
  - تبدیل افاین سه بعدی
    - معادلات خطی است و تشکیل ماتریس ضرایب به آسانی صورت میگیرد.
  - تبدیل پروجکتیو سه بعدی
    - معادلات خطی است و تشکیل ماتریس ضرایب به آسانی صورت میگیرد.
  - تبدیل پلی نومیال سه بعدی
    - معادلات خطی است و تشکیل ماتریس ضرایب به آسانی صورت میگیرد.

در هرکدام از تبدیلهای بالا به ازای هر نقطه مشترک با سه مؤلفه مختصاتی معلوم سه معادله میتوان نوشت.

31

تبدیلهای سه بعدی به دو بعدی

- افاین هشت پارامتری

$$x = a_0 X + a_1 Y + a_2 Z + a_3$$
$$y = b_0 X + b_1 Y + b_2 Z + b_3$$

- مدل DLT

$$x = \frac{L_1 X + L_2 Y + L_3 Z + L_4}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + 1}$$
$$y = \frac{L_5 X + L_6 Y + L_7 Z + L_8}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + 1}$$

- Rational Function

$$x = \frac{a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 Z + \ldots + a_{18} Y^3 + a_{19} Z^3}{1 + c_1 X + c_2 Y + c_3 Z + \ldots + c_{18} Y^3 + c_{19} Z^3}$$
$$y = \frac{b_0 + b_1 X + b_2 Y + b_3 Z + \ldots + b_{18} Y^3 + b_{19} Z^3}{1 + d_1 X + d_2 Y + d_3 Z + \ldots + d_{18} Y^3 + d_{19} Z^3}$$

- معادلات شرط هم خطی
  - یکی پر استفاده ترین مدلهای ریاضی در فتوگرامتری میباشد و برای برقرای ارتباط سیستم مختصات عکسی و زمینی مناسب میباشد.

$$x = -f \frac{m_{11}(X_A - X_O) + m_{12}(Y_A - Y_O) + m_{13}(Z_A - Z_O)}{m_{31}(X_A - X_O) + m_{32}(Y_A - Y_O) + m_{33}(Z_A - Z_O)}$$
$$y = -f \frac{m_{21}(X_A - X_O) + m_{22}(Y_A - Y_O) + m_{23}(Z_A - Z_O)}{m_{31}(X_A - X_O) + m_{32}(Y_A - Y_O) + m_{33}(Z_A - Z_O)}$$

32

تبدیلهای سه بعدی به دو بعدی

- محاسبه پارامترهای تبدیل
  - افاین هشت پارامتری
    - معادلات خطی است و تشکیل ماتریس ضرائب به آسانی صورت میگیرد.
  - مدل DLT
    - معادلات خطی است و تشکیل ماتریس ضرائب به آسانی صورت میگیرد.
  - Rational Function
    - معادلات خطی است و تشکیل ماتریس ضرائب به آسانی صورت میگیرد.
  - معادلات شرط هم خطی
    - یکی پر استفاده ترین مدلهای ریاضی در فتوگرامتری میباشد و برای برقرای ارتباط سیستم مختصات عکسی و زمینی مناسب میباشد.
    - این معادلات در فصلهای بعدی توضیح داده میشوند.

33

قسیم بندی مدلهای ریاضی

- مدلهای سخت (Rigorous)
  - مانند معادلات شرط هم خطی
  - نیاز به نقطه کنترل کم
  - وابسته بودن معادلات به نوع سنجنده استفاده شده
  - عدم ایجاد وابستگی بین پارامترها
- مدلهای کلی (Generic)
  - مانند معادلات رشنال
  - نیاز به نقاط کنترل زیاد
  - امکان استفاده برای هر نوع سنجنده
  - خطر وابستگی بین پارامترها

34