

امتحان پایان نرَم ریاضیات مهندسی

(نیمسال اول ۹۳-۹۴)

تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰/۲۱

نام و نام خانوادگی:

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

شماره دانشجویی:

(۱۱ تا ۱۳)

استفاده از ماشین حساب در امتحان ممنوع می‌باشد.

۱- سری فوریه تابع زیر را بنویسید و سپس مقدار سری فوریه را در نقاط 0 و $\pm\pi$ بدست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} -\pi & -\pi < x < 0 \\ x & 0 < x < \pi \end{cases}$$

۲- انتگرال فوریه تابع زیر را بدست آورید و با استفاده از آن نشان دهید $\int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha}{\alpha} d\alpha = \frac{\pi}{2}$.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 2 \\ 0 & x < 0 \text{ \& } x > 2 \end{cases}$$

۳- معادله انتقال حرارت زیر را به روش جداسازی متغیرها حل کنید.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (0, 3)$$

$$\begin{cases} u(0, t) = 0 \\ u(3, t) = 0 \end{cases}, \quad u(x, 0) = 25^\circ$$

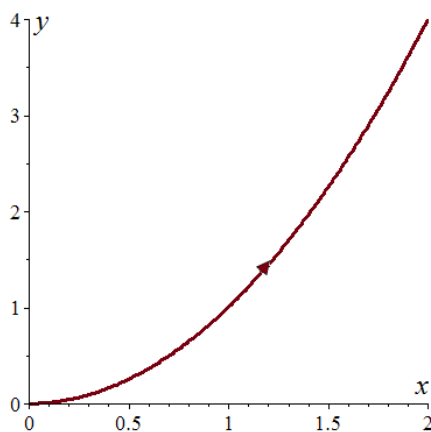
۴- نشان دهید حد زیر وجود ندارد.

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im}(z)}{|z|^2}$$

۵- اگر $u(x, y) = 2x + y^3 - 3x^2y$ باشد تابع تحلیلی $f(z) = u + iv$ را پیدا کنید.

۶- مقدار انتگرال مختلط زیر را بر روی مسیر C که نقطه $(0, 0)$ را به نقطه $(2, 4)$ از طریق رابطه $y = x^2$ وصل می‌کند حساب کنید.

$$\int_C \operatorname{Re}(z^2) dz$$



۷- مقدار انتگرال‌های زیر را حساب کنید

$$1) \oint_{C:|z-1|=3} \frac{e^z}{z(z+1)} dz$$

$$2) \oint_{C:|z|=2} \frac{5z^2 - 3z + 2}{(z-1)^3} dz$$

۸- سری لوران تابع زیر را حول نقطه تکینگی‌اش بنویسید و نوع تکینگی آن را مشخص کنید

$$f(z) = \frac{e^z}{(z-1)^2}$$

۹- انتگرال زیر را به روش مانده‌ها حساب کنید

$$\oint_{C:|z|=2} \frac{4-3z}{z^2-z} dz$$

۱۰- با استفاده از انتگرال مختلط حاصل انتگرال حقیقی زیر را بیابید.

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+3\sin\theta}$$

۱۱- مشخص کنید نگاشت $W = iz + i$ نیم صفحه $x > 0$ را بر روی چه ناحیه‌ای می‌نگارد.