

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

میان: در واقع عدد وسط، از میان داده‌ها را انتخاب می‌کنیم و با Mod نشان می‌دهیم.

مثال: ۱ ۱ ۱ ۰ ۰ ۶ ۴ ۱ ۳ ۲ ۱ ۷ ۱۰ ۵ ۳ ۰ ۳

۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۲ ۲ ۲ ۲ ۳ ۳ ۳ ۳

ابتدا مرتب سازی می‌کنیم

۲ ۲ ۳ ۳ ۳ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۷ ۷ ۷ ۸ ۹ ۹ ۹

۳ ۳ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵ ۵ ۶ ۶ ۷ ۷ ۸ ۹ ۹ ۹

$$\frac{1}{n} \times 15 = 7,5 \approx 8 \rightarrow mod = 3$$

از طریق فرمول بالا می‌توانیم تعداد داده‌ها را پیدا کنیم و داده هشتم میان است

نکته: اگر تعداد داده‌ها زوج بود، دو عدد وسط را تقسیم بر ۲ می‌کنیم

مثال: ۱ ۱ ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۷ ۷ ۸ ۹ ۹ ۹

$$n=17 \quad Mod = \frac{\Sigma + 1}{2} = 9$$

$$17 \times \frac{1}{2} = 8,5$$

$x_i \quad f_i \quad F_i$

۵ ۳ ۳

۷ ۴ ۷

۸ ۵ ۱۲

$$n \times \frac{1}{2} = 8,5 \times \frac{1}{2} = 4,25$$

$$Mod = 9$$

داده‌ها را مرتب می‌کنیم و طبق بندی می‌کنیم

داده بیستم میان است

۹ ۱۸ ۳۰

۱۰ ۱۰ ۴۰

۱۰ ۱۰ ۵۰

طریق میان دار
داره بیستم در طبقه ای موجود است که
 F_i آن از بیست به بالا باشد.

* برای بدست آوردن میان حتماً باید

F_i (فرکانس تجمعی) بدست آید.

یعنی عدد ۹ = ۸ بار تکرار شده است

توضیح مختصر حل مسئله: ① عددی که از نتیجہ جدول فراوانی تجمع بدست می آید را بر n ضرب می کنیم

$n \times \frac{1}{4}$ ② عددی که از جدول n در $\frac{1}{4}$ بدست می آید را در طبقه فراوانی تجمع می بینیم

در واقع عددی که بدست می آید باید مشخص شود که در کدام طبقه موجود است. طبق مثال

۲ در طبقه سوم جدول مشخص شده که عدد وسط ④ و n مورد ۱۰ در واقع ۹ عدد میانه است

داره نویسی درست ندری شده:

۱) ستون فراوانی تجمع را بدست آورید

۲) مقدار $n \times \frac{1}{4}$ و از ستون تجمع طبقه میانه را در اعلام می کنیم

۳) میانه را از جدول زیر بدست آورید

$$Md = Li + \frac{\frac{n}{4} - Fi-1}{f_i} \times C$$

Li ← کران پایین طبقه که میانه در آن قرار دارد

n ← تعداد داده ها $Fi-1$ ← فراوانی تجمع طبقه قبل از طبقه که میانه در آن قرار دارد

f_i ← فراوانی مطلق طبقه که میانه در آن قرار دارد

C ← فاصله طبقات

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

صورتیابی f_i F_i

۱-۴	۸	۸	$n \times \frac{1}{4} = ۵ \times \frac{1}{4} = (۲.۵)$	$C = ۵ - ۱.۵ = (۳.۵)$
۴-۷	۵	(۱۳) $\rightarrow F_{i-1}$		
۷-۱۰	۱۳	۲۶	$Mod = Li + \frac{F_i - F_{i-1}}{f_i} \times C$	
۱۰-۱۳	۱۵	۴۱		
۱۳-۱۶	۹	(۵۰) $\rightarrow n$	$Mod = ۷ + \frac{۲۵ - ۱۳}{۱۳} \times ۳.۵ = ۹.۷۷$	

مثال: نمایان داده است به بیشترین تکرار شده باشد و با Mo نشان داده

۳ ۱ ۵ ۹ ۲ ۳ ۱ ۷ ۳ ۲ ۳ ۴ ۳ ۳ ۲

$Mo = ۳$

کسب و طبع بندی: اگر داده ها کسب و طبع بندی شده باشند و به ترتیب از کمترین تا بیشترین

x_i f_i

۱۵ ۵

(۱۵) ۱۹

۲۰ ۱۳

۲۵ ۸

$Mo = ۱۵$

مثال: طبق مثال مقابل به عدد ۱۹ بیشترین تکرار داشته

یعنی عدد ۱۵، ۱۹، ۲۰ به بیشترین تکرار است تکرار شده است

پویسته و طبع بندی: اگر داده ها پویسته و طبع بندی شده باشند و به ترتیب از کمترین تا بیشترین

$D_1 = f_i - f_{i-1}$

$D_r = f_i - f_{i+1}$

D_1 = تفاضل فراوانی مطلق طبقه عاقل با طبقه قبل

D_r = تفاضل فراوانی مطلق طبقه عاقل با طبقه بعد

STAEDTLER

C = فاصل طبعات

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

x_i f_i

1-5 1

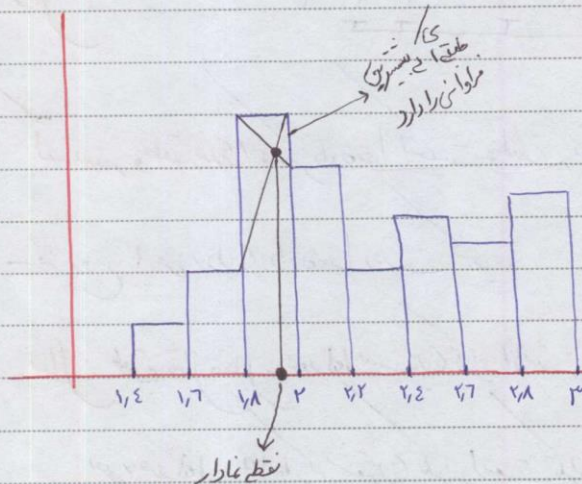
5-7 5

7-10 13 } $D_1 = 15 - 13 = 2$

(10-13 15) } طبقه غارار $C = 10 - 13 = 3$

13-17 9 } $D_2 = 15 - 9 = 6$

$$M_0 = L_i + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times C = 10 + \frac{2}{2 + 6} \times 3 = 10 + 0.75 \rightarrow M_0 = 10.75$$



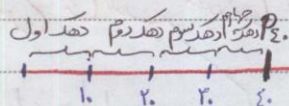
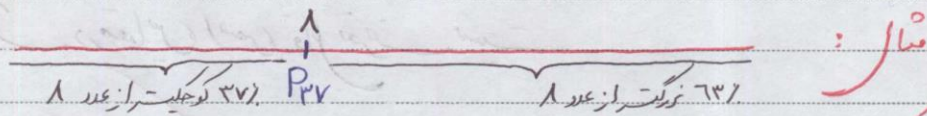
غارار از محور مستطالی

حذف ها: /
 - عدم با صد: (۱۰۰p) ام داره است به از مجموعه داره ها به اثر از ایا

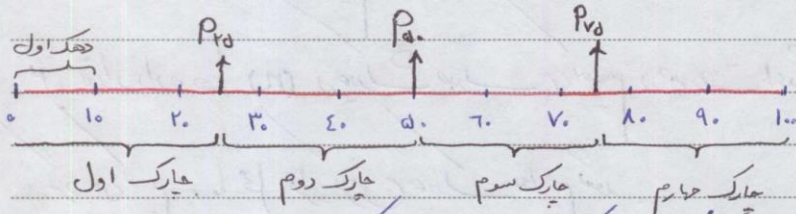
به ترتیب صعودی مرتب نمائیم (۱۰۰p) درصد داره ها از آن بویک تر و

درصد داره ها از آن بزرگتر باشند. p عددی بین صفر و یک $0 < p < 1$

مثال: $P_{(37)}$ یعنی صد ۳۷ ام به یعنی ۳۷ درصد داره ها از این بویک ترند
 یعنی اگر بازه را صد قسمت کنیم ۳۷ قسمت را جدا می کنیم و ۶۳ درصد داره ها بزرگترند



دهد ها: /
 P_{40}



چارک ها: /

با داره ها ۳ چارک تعریف می کنیم. چارک اول Q_1 و چارک دوم Q_2 و

چارک سوم Q_3 به ترتیب با صد ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ برابرند

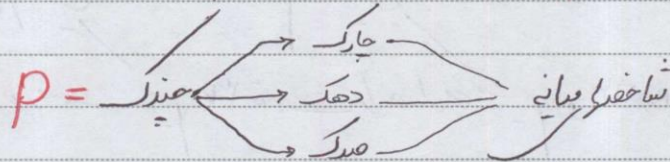
۲۵ و ۷۵ داره ها از آن بویکترند

دوم است که $\frac{3}{4}$ یا $\frac{1}{4}$ داره ها از آن بزرگتر باشد.

۲- چاک دوم داره است نه نصف یا $\frac{1}{4}$ یا $\frac{3}{4}$ داره ها از آن کوچکترند

دوم است که نصف یا $\frac{1}{4}$ یا $\frac{3}{4}$ از آن بزرگتر است

چاک دوم = میان ← چاک دوم با میان یکسان است



چندک در مقایسه اسن و قابل تعریف نیست

روش مناسب چندکها:

۱- داره ها را مرتب می کنیم

۲- تعداد داره ها (n) در چندک P ضرب می کنیم در صورت اعشاری بودن آن را به بال

برد می کنیم. تا محل قرار گرفتن چندک معلوم شود

مثال: صدک ۷۵ داره ها زیر را معلوم کنید

۲,۳ ۳,۵ ۳,۵ ۳,۷ ۳,۷ ۳,۸ ۳,۹ ۴ ۴,۳ ۴,۴

عمر صفتم

$$\frac{10 \times 0.75}{n} = \frac{10 \times 0.75}{10} = 7.5 \approx 7$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

نمایند عدد هفتم صد ۶۵ ام است $P_{۶۵} = ۳,۹$ یعنی

یعنی ۶۵٪ داده‌ها از ۳,۹ کوچکتر است و ۳۵٪ داده‌ها از ۳,۹ بزرگتر است

مثال: دهک چهارم داده‌های زیر را مشخص کنید.

۶,۹ ۶,۱ ۵,۳ ۵,۳ ۴,۴ ۴,۴ ۳,۸ ۳,۴ ۳,۲ ۳,۱ ۳ ۲,۳

زوج $\rightarrow n \times p = ۱۵ \times ۰,۴ = ۶$ $n = ۱۵$

$$p = \frac{۳,۸ + ۴}{۲} = ۳,۹$$

چون ضرب $n \times p$ اعشاری نیست، بعد از عدد ۳,۸ و ۴ را به دست می‌آوریم.

x_i f_i $-F_i$

۵ ۳ ۳
۷ ۴ ۷

۸ ۵ ۱۲

۹ ۱۸ ۲۰
۱۰ ۱۰ ۳۰

$$n \times p = ۴۰ \times ۰,۲۵ = ۱۰$$

عدد ۱۲ است پس طبقه چهارم این می‌شود

عدد ۱۰ در طبقه سوم از فراوانی جمع است، پس جایگاه اول عدد ۱ است.

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

محاسبه چندگانه: اگر داده ها پیوسته و دسته بندی شده باشند.

$$Q = L_i + \frac{n \times p - F_{i-1}}{f_i} \times C$$

۱- ستون فراوانی تجربی را مشخص می دهیم

حدود طبقه f_i F_i

۱-۴ ۸ ۸

۴-۷ ۵ ۱۳

۷-۱۰ ۱۳ ۲۶

۱۰-۱۳ ۱۵ ۴۱

۱۳-۱۶ ۹ ۵۰

n

۲- مقدار $n \times p$ را محاسبه می کنیم

۳- از ستون فراوانی تجربی، طبقه خنک دار را معلوم کنید.

۴- از فرمول مقابل استفاده کنید.

مثال: دهک سوم جدول مقابل را محاسبه کنید.

$$n \times p = 50 \times 0.3 = 15$$

$$C = 10 - 7 = 3$$

$$P_{0.3} = 7 + \frac{15 - 13}{13} \times 3 = 7.46$$

مثال: ۲ گروه از دانشجویان را از نظر مطالعه تعداد کتاب غیر درسی مورد بررسی

قرار داده ایم به نتایج در ۲ جدول زیر در دست آمده است

x_i f_i

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۱۵

۵ ۱۰

۶ ۴۰

۷ ۱۰

۸ ۱۵

۱۰ ۲

برای این ۲ گروه میانه ها
میانه و میانگین و کمر ۶ است

x_i f_i

۴ ۵

۵ ۱۰

۶ ۷

۷ ۱۰

۸ ۵

STAEDTNER

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

شاخصه سرندهی : شاخصه‌ای عددی هستند که میزان پراکندگی داده‌ها حول میانگین را اندازه می‌گیرند

دامنه تغییرات : حدود نوسان تغییرات صفت متغیر را معلوم می‌کنند $R = x_{max} - x_{min}$

دامنه جابجایی : دامنه تغییرات است و حدود تغییرات بین جابجایی اول و سوم را تعیین می‌کنند

$$Q_3 = Q_3 - Q_1$$

مثال : در داده‌ها زیر دامنه تغییرات و دامنه میان جابجایی را بدست می‌آوریم.

۱ ۱۲ ۱۴ ۱۵ ۱۷ ۲۰ ۲۵ ۲۵ ۲۸ ۳۰

$$R = x_{max} - x_{min} = 30 - 1 = 29 \rightarrow \text{دامنه تغییرات}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} \times n \rightarrow \frac{1}{4} \times 40 = 10 \approx 11 \\ Q_1 = 14 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} \times n \rightarrow \frac{3}{4} \times 40 = 30 \approx 31 \\ Q_3 = 25 \end{array} \right.$$

$$R = 29 \quad Q = Q_3 - Q_1 = 25 - 14 = 11 \rightarrow \text{دامنه میان جابجایی}$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

واریانس: در از مقادیر شاخصی را اندازه گیری است که قادر است براندگی داده ها نسبت به میانگین را به خوبی بیان کند.

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

واریانس S^2 تعداد داده ها n میانگین $\bar{x}$ متغیرها x

مثال: $x_i \rightarrow 3 \quad 2 \quad 4 \quad 3 \quad 7 \quad 3 \quad 5 \quad 7$

$$S^2 = \frac{1}{n} [(3-4)^2 + (2-4)^2 + (4-4)^2 + (3-4)^2 + (7-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2]$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (3+2+4+3+7+3+5+7) = \frac{1}{8} \times 32 = 4$$

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\bar{x} = \frac{32}{8} = 4$$

نکته: اگر در مثال جدول داده از فرمول زیر استفاده شود

$$S^2 = x_i^2 - \bar{x}^2$$

مثال: برای داده های جدول مقابل واریانس را به روش زیر محاسبه کنید

$x_i \quad f_i \quad f_i \cdot x_i \quad f_i \cdot x_i^2$

0	3	0	0
1	7	7	7
2	21	42	14
3	7	14	21
4	7	28	112
5	7	35	175
$n = 40$	140	140	228

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} = \frac{140}{40} = 3.5$$

$$x_i^2 = \frac{\sum f_i \cdot x_i^2}{n} = \frac{228}{40} = 5.7$$

$$S^2 = x_i^2 - \bar{x}^2 \rightarrow 5.7 - (3.5)^2 = 1.75$$

STAEDTLER

SUBJECT:

Year (

Month (

Date (

حصولیات f_i x_i $f_i \cdot x_i$ $f_i \cdot x_i^2$

۷-۱۱ ۲ ۹ ۱۸ ۱۶۲ $n=22$

۱۱-۱۵ ۳ ۱۳ ۳۹ ۵۰۷

۱۵-۱۹ ۵ ۱۷ ۸۵ ۱۴۴۵

۱۹-۲۳ ۶ ۲۱ ۱۲۶ ۲۶۴۶

۲۳-۲۷ ۲ ۲۵ ۵۰ ۱۲۵۰
 $\Sigma ۵۲$ $\Sigma ۷۷۷۴$

$$\bar{x} = \frac{1}{22} (502) = 18.27$$

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{22} (7774) = 353.36$$

$$S^2 = 353.36 - (18.27)^2 = 19.57$$

خواص واریانس: ۱) اگر همه داده‌ها با هم برابر باشند واریانس داده‌ها صفر است

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n \rightarrow S_x^2 = 0$$

۲) واریانس داده‌ها مقدار مثبت است $S^2 > 0$

۳) اگر داده‌ها عددی مانتی a را اضافه یا کم کنیم واریانس تغییر نمی‌کند

$$Y_i = a + x_i \rightarrow S_y^2 = a^2 \cdot S_x^2$$

۴) اگر داده‌ها را عددی مانتی a ضرب کنیم واریانس آن‌ها در a^2 برابر می‌شود

$$Y_i = a x_i \rightarrow S_y^2 = a^2 \cdot S_x^2$$

STAEDTLER

$$Y_i = \frac{x_i}{a} \rightarrow S_y^2 = \frac{S_x^2}{a^2}$$

به همین صورت فوق در مورد تقسیم بر عددی مانتی a داریم

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

x_i f_i $f_i \cdot x_i$ $f_i \cdot x_i^2$

0 1 0 0

1 2 2 2

2 8 16 32

3 5 15 45

مثال ۴: جدول توزیع فراوانی زیر را در نظر بگیرید

$$Z_i = 3x_i, Y_i = x_i + 4$$

$$s_y^2, s_z^2, s_x^2 \rightarrow ?$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$\bar{x} = \frac{f_i \cdot x_i}{n} = \frac{30}{15} = 2$$

$$s_x^2 = \frac{1}{n} (16 - 4) = 0.77$$

$$\bar{x} = \frac{30}{15} = 2$$

$$s_y^2 = s_x^2 = 0.77$$

$$s_z^2 = 9 s_x^2 = 9 \times 0.77 = 6.93$$

واریانس کل: اگر یک مجموعه n تایی از داده‌ها با واریانس s^2 یک مجموعه n تایی

از داده‌ها با واریانس s^2 می‌توانیم هر که داشته باشیم، کل داده‌ها را به صورت زیر

$$S^2 = \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2}$$

بدست می‌آوریم.

واریانس کل را می‌توان برای K جمعیت (K متناهی) شبه به همین صورت تقسیم کرد.

مثال: در یک مجموعه با 10 داده، واریانس 7، و در مجموعه دیگر با 15 داده

واریانس 4 است، واریانس کل داده چقدر است.

$$S^2 = \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2} = \frac{(10 \times 7) + (15 \times 4)}{10 + 15} = \frac{130}{25} = 5.2$$

از آنجا که واریانس توان دوم انحرافات از میانگین داده‌ها را نشان می‌دهد

انحراف معیار می‌تواند به عنوان یک معیار پایه برای تقسیم میزان پراکندگی

داده‌ها به کار می‌رود.

مثلاً اگر واحد داده‌ها سانتی‌متر باشد واحد واریانس سانتی‌متر مربع است.

* انحراف معیار عبارتست از جذر مثبت واریانس و آن را با s که نشان می‌دهیم می‌نویسیم

$$s = \sqrt{s^2}$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

مثال: اگر واریانس ۱۹,۷۵ باشد، انحراف معیار چقدر است؟

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{19,75} = 4,42$$

$$S^2 = 19,75$$

از آنجایی که واریانس به واحد اندازه گیری بستگی دارد

به طوری که اگر واحد اندازه گیری طول یک نقطه را از cm به این تقسیم دهیم واریانس آن تقسیم خواهد کرد. بنابراین از معیار دیگری به واحد اندازه گیری بستگی نداشته باشد استفاده می کنیم

ضریب تغییرات داده ها به آن را با C.V نشان می دهیم.

از نسبت انحراف معیار به میانگین به دست می آید و به صورت زیر می نویسیم

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} \times 100 \quad S = \text{انحراف معیار} \quad \bar{x} = \text{میانگین}$$

$$C.V = \text{ضریب تغییرات}$$

مثال: اگر در یک نمونه داده ها ۵ واریانس داده ها ۴ باشد

$$\bar{x} = 5$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{4} = 2$$

ضریب تغییرات داده ها به صورت زیر بدست می آید

$$C.V = \frac{2}{5} \times 100 = 40$$

STAEDTLER

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

تقارن و جویلی: ممکن است ۲ مجموعه از لحاظ گرایش به مرکز و پراکندگی تفاوت زیادی

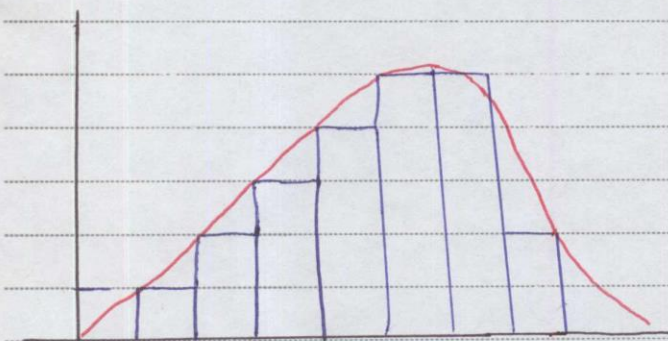
با هم نداشته باشند ولی از نظر تقارن با یکدیگر متفاوت باشند از این رو لازم است

تا شاخصه دیگری برای اندازه گیری میزان تقارن یا عدم تقارن داده ها معرفی شوند.

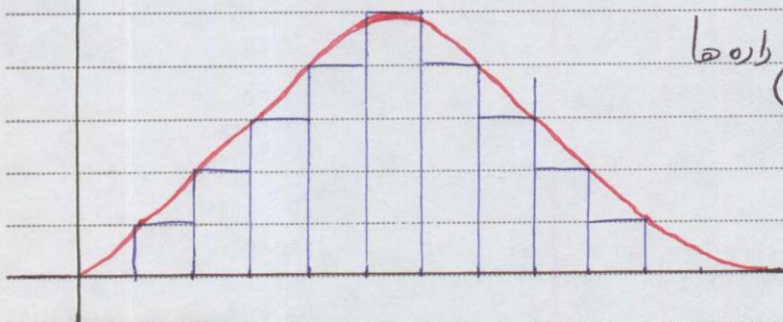
نکته: در توزیع متقارن تقریباً میانگین و میان وینا بر هم منطبقند

$$M_0 = \bar{x}$$

— نحوه سوال امتحانی: آیا مجموعه زیر یا جدول طبقه بندی داده ها متقارن است.



— عدم تقارن جویلی



— تقارن در توزیع داده ها

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

ضریب جولی بر حسب جاک: اگر جایزه اول و دوم و سوم یک توزیع را در اختیار داشته باشند. ضریب جولی جاک ها را به شکل زیر می نویسیم

$$SK = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$$

مثال: اگر دو مجموعه داده ها جایزه اول و دوم و سوم به ترتیب $Q_3 = 9$, $Q_2 = 5$ داشته باشند. ضریب جولی بر حسب جاک را بدست آورید

$$SK = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{11 + 5 - (2 \times 9)}{11 - 5} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

مثال: در داده جدول زیر، ضریب جولی بر حسب جاک را بدست آورید

هر دو طبقه	f_i	x_i	F_i	$P_k \times N \rightarrow \frac{1}{2} \times 22 = 11$
7-11	2	9	2	
11-15	3	13	5	$P_k \times N \rightarrow \frac{1}{2} \times 22 = 11$
15-19	5	17	10	
19-23	10	21	20	$P_k \times N \rightarrow \frac{2}{2} \times 22 = 17,5$
23-27	2	25	22	

$$Q_1 = L_i + \frac{N \times P - (F_i - 1)}{f} \times C = 15,4$$

$$Q_2 = \dots = 19,4$$

$$Q_3 = \dots = 21,7$$

$$SK = \frac{(21,7 - 19,4) - (19,4 - 15,4)}{(21,7 - 19,4) + (19,4 - 15,4)} = \frac{-2,1}{7,2} = -0,29 \rightarrow \text{ضریب جولی بر حسب جاک}$$

$$SK = \frac{37,2 - (2 \times 19,4)}{5,8} = \frac{1,4}{5,8} = 0,24 \rightarrow \text{حل استاد}$$

SUBJECT:

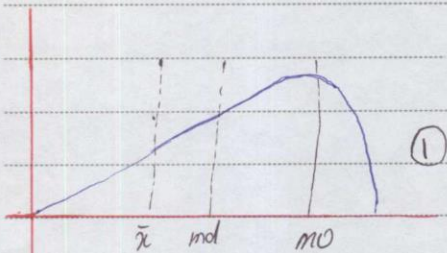
Year () Month () Date ()

تفسیر چولگی: ضریب چولگی معین است. تعاریف نداریم. اگر $SK = 0$ اگر ۲

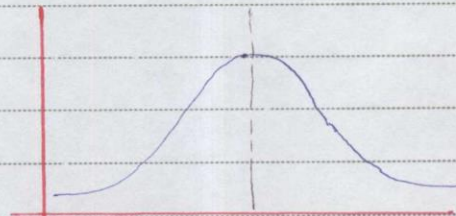
مقدار معین مثبت یا منفی باشد. برای این است. چوله به سمت چپ $SK < 0$ اگر ۱

وضعیت قرار گرفتن ۳ شاخص مهم وزنی. چوله به سمت راست $SK > 0$ اگر ۳

و میانگین و میان و غلط در حالتها مختلف بسنجید



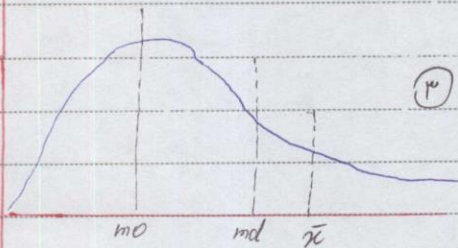
①



$$\bar{x} = mo = mo$$

②

منحنی نرمال یا استاندارد



③

۱- در این صورت توزیع داده‌ها نامتوازن است و می‌توانیم داده‌ها چوله به چپ هستند. $SK < 0$

۲- در این صورت توزیع داده‌ها متوازن است و شاخص میانگین، میانگین و میانگین و غلط هم منطبقند. $SK = 0$

۳- در این صورت توزیع داده‌ها نامتوازن است و می‌توانیم داده‌ها چوله به راست هستند. $SK > 0$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

اگر داده‌ها تقریباً متقارن باشند در صورتی که میانگین و انحراف معیار داده‌ها را داشته باشیم

داریم می‌توانیم به طور تجربی فاصله‌های زیر را برای داده‌ها در نظر بگیریم

در حدود ۶۸ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - S, \bar{x} + S)$ قرار دارند

در حدود ۹۵ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - 2S, \bar{x} + 2S)$ قرار دارند

در حدود ۹۹ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - 3S, \bar{x} + 3S)$ قرار دارند

مثال: توزیع نمرات یک درس دانشجویان تقریباً متقارن است اگر میانگین نمرات آنها

۱۵ و واریانس نمرات ۲٫۲۵ باشد، فاصله‌ای را که شامل ۶۸ درصد نمره‌ها دانشجویان

است تعیین می‌کنیم تقریباً ۶۸ درصد نمرات در فاصله ۱۶٫۵ و ۱۳٫۵ قرار دارند

$$(\bar{x} - S, \bar{x} + S) = (15 - 1.5, 15 + 1.5) = (13.5, 16.5)$$

$$S = \sqrt{2.25} = 1.5 \rightarrow S = \sqrt{S^2}$$

انحراف معیار

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

احتمال به مقدمه: وقت نبرد وارد لغت ها و نوشته ها عیان به طور دستی از

جمله ها (حدس می زنم و ممکن است و احتمال می دهم) است فاره می کنیم به تمام آنها

با عدم تعیین و بی اطلاعی و سردی همراه است و همه آنها شامل مفهوم احتمال است

آزمایش تقاضای: یک آزمایش تقاضای حقیقت ندارد و اگر آنها را زیر شرایط یکسان

تکرار کنیم. نتایج یکسانی مشاهده نکنیم. آزمایش ها تقاضای هستند

۱- تراب یک ملک ۶ دمی ۲- گروه خون یک نفر

۳- طول عمر یک وسیله برقی ۴- میزان بارش در یک روز معینی از ماه بهمن

مثل از اینکه چرا آزمایشی صورت گیرد می توان فهمیدی از نتایج تعیین کنیم

نمونه نمونه: به مجموعه تمام حالات ممکن یک آزمایش تقاضای تقاضای نمونه می گویند

و آن را با کد نمایش می دهم

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

مثال: H، راشیه و T، رطبه در نظر میگیریم

فضای نمونه برآیند یک سکه $S = \{H, T\}$ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

۶ وجهی

$S = \{A, O, B, AB\}$ آرایش گروه خون یک فرد

انتخاب عددی در فاصله صفر تا ۲ $S = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$

هر فضای نمونه که اعضای آن قابل شمارش باشند، فضای نمونه گسسته است

فضای نمونه گسسته ← گسسته نامید

گسسته می نامید

فضای نمونه برآیند یک تاس، یک فضای نمونه نامید است $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

فضای نمونه برآیند یک سکه تا آمدن اولین خط، فضای نمونه می نامید است

$S = \{T, HT, HHT, HHHT, HHHHT, \dots\}$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

فضای نمونه پیوسته

هر فضا نمونه که زیر مجموعه از اعداد حقیقی باشد فضا نمونه پیوسته است

مثال: طول عمر یک قطعه الکترونیک پس از تولید، یک فضا نمونه پیوسته است

نه آن را به صورت مقابل می نویسیم

$$S = \{t | t \geq 0\}$$

برآورد: به هر عضو فضا نمونه یک برآورد می دهیم و برآورد ها را با e_i

$$S = \{A, O, B, AB\}$$

غاشی می دهیم

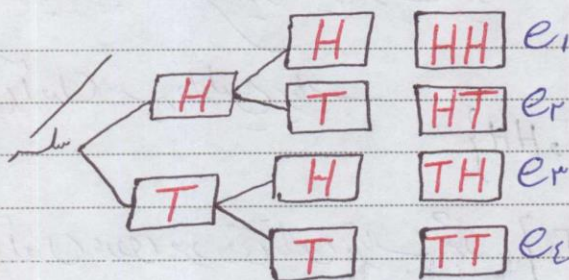
$$e_1 = A \quad e_2 = O$$

مثال فضا نمونه از زمان شروع تا یک فرد

$$e_3 = B \quad e_4 = AB$$

شامل ۴ برآورد به صورت مقابل است

مثال: فضا نمونه برای ۲ سکه شامل ۴ برآورد به صورت زیر است.



$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

نمایش می دهیم

پیشامد: به هر زیر مجموعه فضای نمونه، یک پیشامد می‌گویند و پیشامدها را با حروف A و B و ...

نشان می‌دهیم.

$$A = \{1, 2\}$$

A = پیشامد عددی کمتر از ۳ روش شود

$$B = \{2, 4, 6\}$$

B = پیشامد روشن شدن عددی زوج

$$C = \emptyset$$

C = پیشامد آمدن عددی بزرگتر از ۱۰

$$D = S$$

D = پیشامد روشن شدن عددی کمتر از ۷ مجموعه تمام اعضای S است

مثال: فرض کنید آزمایشی در ۲ مرحله انجام شود، ابتدا سکه را پرتاب می‌شود اگر خط بیاید

تاس پرتاب می‌شود، ولی اگر شش بیاید سکه دوباره پرتاب می‌شود. مقدار نمونه ای را

تعریف کنید. پیشامدها زیر را نیز تعریف کنید

$$\{T, H\}$$

$$A = \{HT, HH\}$$

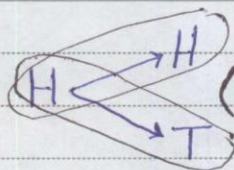
(الف) آمدن شش در اولین پرتاب

(ب) آمدن عددی فرد وقتی تاس پرتاب شود

$$S = \{T, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, HT, HH\}$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()



متصور از جمله مقابل نیست و اگر شمر باید شما دوباره باید (HH, HT)

سکه بیاندارید نتیجه احتمالاً H یا T می شود به صورت مقابل می نویسیم

مثال: فرض کنید سکه را آنقدر تریاب تا اولین شیر ظاهر شود. فضا نمونه را مشخص کنید.

حل: فضا نمونه مقابل

$$S = \{H, TH, TTH, TTTH, TTTTH, \dots\}$$

نامتناهی ولی بشمار است

تمرین کنترل: فرض کنید از ماشینی در ۳ مرحله تریاب می گردد. ابتدا تاس تریاب می شود.

در هر اعداد زوج باید، سکه تریاب و اگر خط باید مجدداً تاس تریاب می شود. در غیر

این صورت سکه مجدداً تریاب می گردد.

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

قوانین شمارها: اگر فضای نمونه S را به عنوان یک مجموعه در نظر بگیریم

هر شماره یک زیرمجموعه از آن است پس قوانین مجموعه‌ها را بشماره‌ها نیز قرار خواهد داد

$A \cup B$ ← اجتماع ۲ شماره A و B اعضای از فضای نمونه است به یاد A یا B قرار دارند

اجتماع ۲ شماره به این معنی است به حداقل یکی از A یا B رخ دهند. یکی از هر ۲

$A \cap B$ ← اشتراک A و B مجموعه عناصر از فضای نمونه است که هم به A و هم به B

معلق دارند. وقتی $A \cap B$ می‌نویسیم به این معنی است به A و B با هم رخ دهند هر ۲ با هم

A' ← متمم شماره A ، مجموعه تمام برآمده‌هایی است که متعلق به A نباشند و آن را A'

نمایش می‌دهیم. مفهوم متمم بشماره A است به A رخ ندهد. رخ ندهد

$A - B$ ← مجموعه عناصر که در A باشند ولی در B نباشند وقوع $A - B$ به این معنی

است که A رخ دهد بدون اینکه B رخ داده باشد

ناسازگاری: دو شماره A و B را ناسازگار می‌نامیم هرگاه هیچ عضوی با عضو مشترکی

نداشته باشند یعنی ۲ مجموعه جدا از هم باشند باید طبق خواص مجموعه‌ها داشته باشیم $A \cap B = \emptyset$

هم ارزی: اگر رخ دادن A منجر به رخ دادن B و رخ دادن B منجر به رخ دادن A

شود می‌گوئیم A و B هم ارزند. معادلی اند و طبق خواص مجموعه‌ها می‌نویسیم $A=B$

قانون مورگان:

اشتراک سیاه‌ها معتم = اجتماع سیاه‌ها

$$\left(\bigcup_{i=1}^n E_i \right)' = \bigcap_{i=1}^n E_i'$$

اجتماع سیاه‌ها معتم = اشتراک سیاه‌ها

$$\left(\bigcap_{i=1}^n E_i \right)' = \bigcup_{i=1}^n E_i'$$

مثال ۴: فرض کنید ۳ کالا را در نظر بگیرید، مورد ارزش قرار دهیم. فضای نمونه

ارزش‌های شامل ۱ برآید و به صورت زیر خواهد بود

$$S = \{ (م م م), (م م س), (م س م), (م س س), (س م م), (س م س), (س س م), (س س س) \}$$

$$A = \{ (م م م), (م م س), (م س م) \}$$

الف) سیاه‌ها اند فقط یک کالا سالم باشد

$$B = \{ (م م م), (م م س), (م س م), (م س س) \}$$

ب) سیاه‌ها اند یک اولین کالا سالم باشد

$$C = \{ (م م م), (م م س) \}$$

ج) سیاه‌ها اند ۲ کالا اول معیوب باشد

تعدادها به دست آمده $A' = S - A = (س س س س) (م س س س) (س م م س) (س س س م) (م م م م)$

$$A-B = (p \oplus p)(p \oplus p)$$

مثال: اگر آب و ماشین تقاضای اندازه گیری طول عمر یک نوع لامپ باشد. قضا عونه

این آزمایش را به صورت زیر بنویسیم

في اول المسألة $t = 0$

مشق دوم نوشتن است. پس قصه نمونه قصای نوشتن است.

A: بسیار دانه‌خوار و لوله‌خوار است. در ساعت ۱۰:۰۰ مشاهده شد.

B: می‌شود ایندکس عملکرد معیشتی از ۲٪ ساعت باشد

$$B = \{t \mid t \geq r_0\}$$

احتمال: از دیدگاه تئوری اندازه گیری است که میزان وقوع یک پشیاد را

نشان می دهد.

اصل موضوع احتمال = فرض کنید A پشیادی از فضای نمونه S باشد و احتمال A را

بصورت $P(A)$ نشان می دهیم.

اصل ۱- احتمال پشیادی چون A عددی است بین صفر و یک $\frac{1}{100}$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

اصل ۲- احتمال پشیاد حتمی برابر یک است $P(S) = 1$

اصل ۳- اگر $A_1, A_2, \dots$ پشیادهای 2 به 2 نام سازگار باشند، داریم:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

نحوه محاسب احتمال یک پشیاد چگونه است؟

۱- احتمال کلاسیک (فضای گسسته) = دو فضای نمونه گسسته تعریف می شود.

۲- احتمال هندسی (فضای پیوسته) = اگر S احتمال هندسی روی فضای نمونه پیوسته تعریف می شود.

۳- احتمال تجربی (فرآیند نسبی پشیاد) = به فراوانی های نسبی یک پشیاد در n بار

تعریف: عضوهای از نظر رخ دادن همپاشی هستند.

در A پشیادی از این مقدار نمونه باشد احتمال وقوع A را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$P(A) = \frac{\text{تعداد عضوهای } A}{\text{تعداد عضوهای } S} \quad \text{یا} \quad P(A) = \frac{\text{حالت‌هایی که امکان رخ دادن } A \text{ دارد}}{\text{حالت‌هایی که ممکن است رخ دهد}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

مثال: مرتاب تاس، مثال واضحی از مقدار نمونه است. به برآمدها آن همپاشی‌اند

یعنی احتمال وقوع هر طرف آن $\frac{1}{6}$ است و مقدار نمونه آن به صورت زیر است

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{1, 3, 5\} \rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{پشیادد اندک عدد فرد روشن شود}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6\} \rightarrow P(B) = \frac{4}{6} = \left(\frac{2}{3}\right) \quad \text{پشیادد اندک عدد بزرگتر ۲ باشد}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow P(C) = \frac{4}{6} = \left(\frac{2}{3}\right) \quad \text{پشیادد اندک عدد کمتر از ۵ باشد}$$

$$S = \{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, HT, HH\} \quad \text{مثال ۱: تاس و سکه}$$

$$C = \{T_1, T_3, T_5\} \quad \text{احتمال آمدن عددی فرد وقتی تاس بر تاس روشن شود}$$

تمرین ۱۷) یک فوتبالیست با احتمال $\frac{1}{8}$ از روی نقطه مقابلی گل می‌زند. از او

می‌خواهیم ۳ بار بار مقابلی بزند

الف) قضا نمونه آزمایش را بنویسید.

- ۱) (گل) (گل) (گل)
- ۲) (گل) (گل) (گل)
- ۳) (گل) (گل) (گل)
- ۴) (گل) (گل) (گل)
- ۵) (گل) (گل) (گل)
- ۶) (گل) (گل) (گل)
- ۷) (گل) (گل) (گل)
- ۸) (گل) (گل) (گل)

$$S = \{ (گل, گل, گل), (گل, گل, گل), (گل, گل, گل), (گل, گل, گل), (گل, گل, گل), (گل, گل, گل), (گل, گل, گل), (گل, گل, گل) \}$$

$$\{ (گل, گل, گل), (گل, گل, گل), (گل, گل, گل) \}$$

ب) احتمال اینکه اصلاً گل نزند، چقدر است؟ $P_{(B)} = \frac{1}{8} = (گل, گل, گل)$

تمرین ۱۹) در یک بازی ۱۰ کارت به رنگ زرد و شماره‌های ۱ تا ۱۰ و ۱۰ کارت سفید و شماره‌های

۱ تا ۱۰ دخیل کارت قرمز و شماره‌های ۱ تا ۱۰ و ۱۰ کارت سیاه و شماره‌های

۱ تا ۱۰ وجود دارد. از بین این کارت‌ها به صورت تصادفی یک کارت برمی‌داریم؛

احتمالات زیر را حساب کنید.

۱-۲۰ زرد

۱-۱۰ سفید

۱-۴۰ قرمز

۱-۱۰ سیاه

الف) کارت، زرد یا قرمز باشد.

$$P_{(A)} + P_{(B)} = \frac{20}{100} + \frac{40}{100} = \frac{2}{10} + \frac{4}{10}$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

ب) شماره کارت، کمتر از ۱۰ باشد $P + P + P + P = \frac{4}{10} + \frac{4}{10} + \frac{4}{10} + \frac{4}{10}$ سیاه سفید قرمز زرد

ج) رنگ کارت، قرمز یا سفید و شماره آن کمتر از ۱۰ باشد

د) شماره آن حداقل ۱۰ یا رنگ آن سیاه باشد

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

۱۸ اگر A متضاد A باشد $P(A') = 1 - P(A)$ و $P_{(A')} = 1 - P(A)$

۱۹ اگر A و B دو شیء در یک گواه باشند $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

۱۰ اگر A و B دو شیء از یک گواه باشند $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

۱۱ اگر A و B دو شیء در یک گواه باشند $P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap B')$

مثال: فرض کنید ۲۵٪ مردم یک شهر روزنامه A و ۲۰٪ روزنامه B و ۱۳٪ روزنامه C

و ۱۰٪ روزنامه AB و ۱٪ روزنامه AC و ۵٪ روزنامه BC

۴٪ همه روزنامه ها را می خوانند. احتمال اینکه شخصی به تعداد از این مردم این شهر

انتخاب شود و هیچ یک از این روزنامه ها را نتواند بخواند

$A = ۲۵\%$

$B = ۲۰\%$

$C = ۱۳\%$

$A, B = ۱۰\%$

$A, C = ۱\%$

$B, C = ۵\%$

$A, B, C = ۴\%$

$P(A') = 1 - P(A)$

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A, B) - P(A, C) -$

$- P(B, C) - P(A, B, C) = ۲۵ + ۲۰ + ۱۳ - ۱۰ - ۱ - ۵ - ۴ =$

$1 - P(A \cup B \cup C) = 1 - ۲۵\% + ۲۰\% + ۱۳\% - ۱۰\% - ۱\% - ۵\% - ۴\% =$

مثال: سکه ۱ را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. پشیادهای زیر را حساب کنید.

A: پشیادهای حاصل ۲ بار خط مشاهده می‌شود.

$$S = \{ (HHH)(HHT)(HTH)(THH)(TTH)(THT)(HTT)(TTT) \}$$

A: $\left\{ \frac{HHT}{1}, \frac{HTH}{2}, \frac{THH}{3}, \frac{TTT}{4} \right\} \rightarrow n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

B: پشیادهای هیچ خطی رخ ندهد.

$$B = \{ TTT \} \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

مثال: ۶۰٪ دانشجویان یک دانشگاه در رشته فوتبال ۷۰٪ در رشته والیبال و ۳۰٪ مشترک

$$60\% = F$$

$$50\% = W$$

$$30\% = \text{مشترک}$$

اگر دانشجویی را به طور تصادفی انتخاب کنیم احتمال اینکه:

A: فوتبال یا والیبال بازی کند چقدر است

$$A) P(F \cup W) = P(F) + P(W) - P(F \cap W) = \frac{60}{100} + \frac{50}{100} - \frac{30}{100}$$

B: هیچ ورزشی نکند چقدر است

$$B = P(F \cup W)' = 1 - P(F \cup W) = 1 - 0.8 = 0.2$$

نکته: اگر دو مثال طرح هیچ داده. حتماً از قضیه مضمون استفاده شود.

SUBJECT:

Year (۹۳) Month (۱۰) Date (۱۷)

احتمال شرطی: گاهی اوقات دو شیء را تنها غرض ما باشد A و B به یکدیگر وابسته هستند.
به طوری که اگر از وقوع A از آنرا اطلاع داشته باشیم. در بدین آردن احتمال دیگری تجدید
نظر می کنیم.

مثال: در تریاک یک تاس احتمال آمدن عدد ۶ و A برابر $\frac{1}{6}$ است
و اگر به شما اطلاع داده شود که عددی زوج آمده است (B) آنگاه احتمال

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

در A و B دو پیامد از یک نمونه گزیده شده به یکدیگر وابسته اند. احتمال
پیامد A ، وقتی از وقوع پیامد B اطلاع داریم، احتمال مشروط A می‌گویند.

و آن را بصورت زیر می‌نویسیم

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ و } P(B) \neq 0$$

مثال: احتمال آمدن ۶ = (پیامد A) برابر ۱ است، در یک تاس

و هر وقتی از آمدن عدد زوج = (پیامد B) اطلاع داریم

آنگاه احتمال به هم افزایش می‌یابد.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{6\} \quad B = \{2, 4, 6\}$$

$$A \cap B = \{6\} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6} \quad P(B) = \frac{3}{6} \quad P(A|B) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

نتیجه: هر چه اطلاعات ما از محیط اطراف بیشتر باشد، احتمال موفقیت

ما افزایش می‌یابد.

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

مثال: قابلیت ۱۰۰ دانش آموز در ورزش دریافنی بررسی شده و نتایج آن به صورت جدول ورزش

	خوب	متوسط	ضعیف	جمع
خوب	۶	۱۱	۱۸	۳۵
متوسط	۱۲	۱۸	۱۰	۴۰
ضعیف	۱۶	۵	۴	۲۵
جمع	۳۴	۳۴	۲۲	۱۰۰

ریاضی

خرج

زیر آمده است

الف) اگر از این گروه یک نفر به تصادف

انتخاب کنیم و بدانیم از ریاضی ضعیف

است احتمال اینکه در ورزش خوب باشد

در ورزش خوب = A ریاضی ضعیف = B

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{17}{100}}{\frac{25}{100}} = \frac{17}{25}$$

حقیقتاً است

تعداد دانش‌آموزانی که در ورزش خوب و از ریاضی ضعیفند

تعداد دانش‌آموزانی که از ریاضی ضعیفند

ب) احتمال اینکه ریاضی ضعیف باشد و ورزش خوب باشد حقیقتاً است

در ورزش خوب = B ریاضی ضعیف = A

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{17}{100}}{\frac{34}{100}} = \frac{17}{34}$$

نکته: همیشه اولین جمله عنوان A و دومین جمله عنوان B در ظاهر گرفته شود

مثال: از بین ۳ کارت قرمز به شماره ۱، ۲ و ۳ و ۲ کارت آبی به شماره ۱ و ۲

به صورت تصادفی ۲ کارت بر می داریم. اگر بایم فقط یک کارت قرمز است.

حقیقتاً احتمال دارد مجموع شماره های انتخاب شده ۴ باشد.

$$\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \rightarrow (1,2)(1,3)(2,3)$$

$$\boxed{1} \boxed{2} \rightarrow (1,2)$$

$$S = \left\{ (\boxed{1,2})(\boxed{1,3})(\boxed{2,3})(\boxed{1,1})(\boxed{1,2})(\boxed{2,1})(\boxed{2,2})(\boxed{3,1})(\boxed{3,2}) \right. \\ \left. (\boxed{1,2}) \right\}$$

A: بشماره های انتخاب شده ۴ باشد.

$$A = \left\{ (\boxed{3,1})(\boxed{2,2}) \right\}$$

B: بشماره های انتخاب شده فقط یک کارت قرمز انتخاب شده باشد.

$$\boxed{1,1} \boxed{1,2} \boxed{2,1} \boxed{2,2} \boxed{3,1} \boxed{3,2}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{4}{6}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

تفسیر: اگر از ۶ نمونه ۲ کارت بر می داریم به بیشترین قرمز باشد و مجموع دو کارت ۴ شود. احتمالش ۱/۳ است.

SUBJECT:

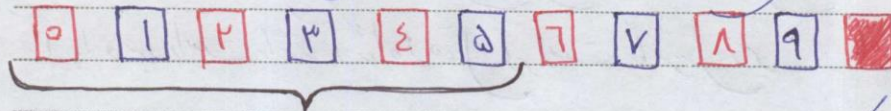
Year () Month () Date ()

مسئله: در یک جعبه ۱۰ کارت از شماره صفر الی ۹ مقاره گذاری شده است.

قرارداد: کارت‌هایی به شماره آنرا فرستاد به رنگ آبی و کارت‌هایی به شماره آنرا زوج

است به رنگ قرمز اند. یک کارت به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم.

اگر بدانیم عدد روی کارت کمتر از ۷ است. احتمال اینکه قرمز باشد چقدر است.



A: می‌تواند اینکه کارت قرمز انتخاب شود.

A: {0, 2, 4, 6, 8}

B: می‌تواند عدد روی کارت کمتر از ۷ باشد.

B: {0, 1, 2, 3, 4, 5}

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{7}{10}} = \frac{3}{7} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

قانون ضرب احتمال: اگر وقوع پیاپیها A و B از قضاغونه S به طور همزمان

امکان پذی باشد به طوریکه داشته باشیم

$$P_{(A \cap B)} = P_{(A)} \cdot P_{(B|A)}$$

ضرب احتمالات می توانیم

اگر $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ پیاپیها از قضاغونه باشند به طوریکه امکان رخ دادن همزمان آنها وجود داشته باشد آنگاه احتمال برابر است با فرمول زیر

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1, A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n|A_1, A_2, \dots, A_{n-1})$$

مثال: جعبه ای شامل ۳ لایب است که یکی آن معیوب و بقیه سالمند

۳ لایب پشت سرهم به تصادف از جعبه بر می داریم و یک بار بعد از دیگر مورد آزمایش قرار می دهیم

احتمال اینکه ۲ لایب اول معیوب و سومی سالم باشد را بدست آورید

(سالم معیوب معیوب)
 S_1, S_2, C_3

$$P(S_1 \cap S_2 \cap C_3)$$

حالت مطلوب کل سالها

$$P(S_1) \cdot P(S_2|S_1) \cdot P(C_3|S_1, S_2) = \frac{5}{30} \cdot \frac{4}{29} \cdot \frac{25}{28}$$

کل حالات

STAEDTLER

لایب سالم	۲۵	۲۵	۲۵	۲۴
لایب	۴	۲۹	۲۸	۲۷
معیوب	۵	۴	۳	۳

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

سؤال: ۳ لایب در حقیقت وجود دارد که آن را آن معیوب و قبیح المذ

۳ لایب به تفاوت و با جانبداری بر می داریم و آنرا با شش در نیم

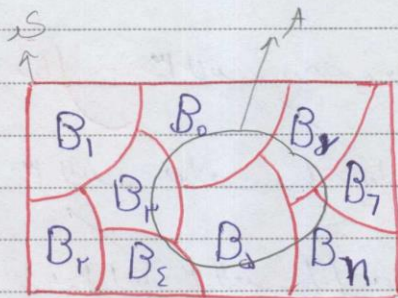
احتمال است ۲ لایب اول معیوب و سوم سالم باشد مقدار است

$$K = \{ (سالم, معیوب, معیوب) \}$$

$$\text{طبق فرمول سؤال قبل} \rightarrow \frac{25}{30} \times \frac{10}{30} \times \frac{10}{30}$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()



احتمال ط:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(B_1) \cdot P(A|B_1) + \dots + P(B_n) \cdot P(A|B_n) =$$

$$= \sum_{i=1}^n P(B_i) \cdot P(A|B_i)$$

آیند

مثال: ۳ جعبه با محتویات زیر در نظر بگیرید و اندازه یکسان است موجود است

ابتدا جعبه را و به تصادف انتخاب می‌کنیم. سپس از درون جعبه توپی را برمی‌داریم

احتمال اینکه توپ قرمز باشد چقدر است

①	②	③
۵ قرمز ۵ آبی	۳ قرمز ۶ آبی	۵ قرمز ۷ آبی
B_1	B_2	B_3

$A = \text{قرمز}$ $B = \text{کل}$

$$\frac{1}{3} = \text{انتخاب جعبه} = \text{مرحله اول}$$

A: بسیار مدبرانه آمدن توپ قرمز

$$P(1 \text{ قرمز} | 1 \text{ جعبه}) = \frac{5}{10}$$

$$P(2 \text{ جعبه}) = \frac{3}{9}$$

$$P(3 \text{ جعبه}) = \frac{5}{12}$$

STAEDTLER

$$P(A) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{5}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{5}{12}\right) = \frac{1}{3} \left(\frac{5}{10} + \frac{3}{9} + \frac{5}{12}\right)$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

قانون بیز فرض کنید سیاه‌ها $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ سیاه‌ها

۲ به ۲ و ناسازگار از آنها نمی‌تواند رخ دهد. اگر A سیاه درخواه دیگری

از B_i باشد و $P(A) = 0$ باشد آن‌گاه برای هر $n, 1, 2, 3, \dots, n$ داریم

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A|B_i)}{P(A)}$$

مثال

۳ جعبه با محتوای زیر در نظر بگیرید و اندازه یک آن است موجود است طبق روش

۴ ← احتمال اینکه توپ قرمز باشد از جعبه دوم باشد چیست

۵ قرمز
۵ آبی

۳ قرمز
۶ آبی

۵ قرمز
۷ آبی

$$P(B_2|A) = \frac{P(B_2 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_2) \cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{9}}{\frac{13}{31}} = \frac{4}{11}$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

مثال: ۳ درصد مدیران در یک شرکت جوان تحت ۳۵ ساله و قبلاً میانیال هستند.

۵ درصد از مدیران جوان و ۱۰ درصد از مدیران میانیال بومی هستند اگر از فهرست مدیران

این شرکت یک نفر را انتخاب کنیم.

الف) احتمال اینکه هر مدیران بومی باشد حقیر است

ب) اگر بایزیم بومی است، احتمال اینکه هر مدیران جوان باشد حقیر است

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

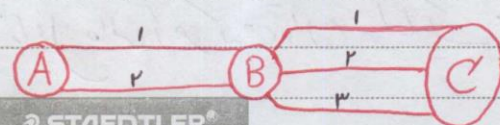
از حالتی به حالتی دیگر:
اصل شمارش: به طور متوسط تمام توانهای شمارش متنی بر ۲ اصل

اساسی می باشد. اصل ضرب و اصل جمع
اصل جمع: اگر عملی منوط به انجام عمل اول با n_1 حالت یا عمل دوم با n_2 حالت باشد آنگاه می توان به $n_1 + n_2$ حالت آن عمل را انجام داد

مثال: از میان ۴ کتاب ریاضی و ۷ کتاب فارسی $7+4=11$ طریق می توان یک کتاب را انتخاب نمود

اصل ضرب: اگر بتوان عملی را به m_1 حالت و را هر حالت عمل دیگری را به m_2 حالت انجام داد این ۲ عمل را هم (به طور همزمان) به $m_1 \times m_2$ حالت می توان انجام داد

مثال: برای رفتن از نقطه A به نقطه B دو راه وجود دارد و برای رفتن از نقطه B به نقطه C، ۳ راه وجود دارد. برای رفتن از نقطه A به نقطه C به چند طریق می توان مسافرت کرد

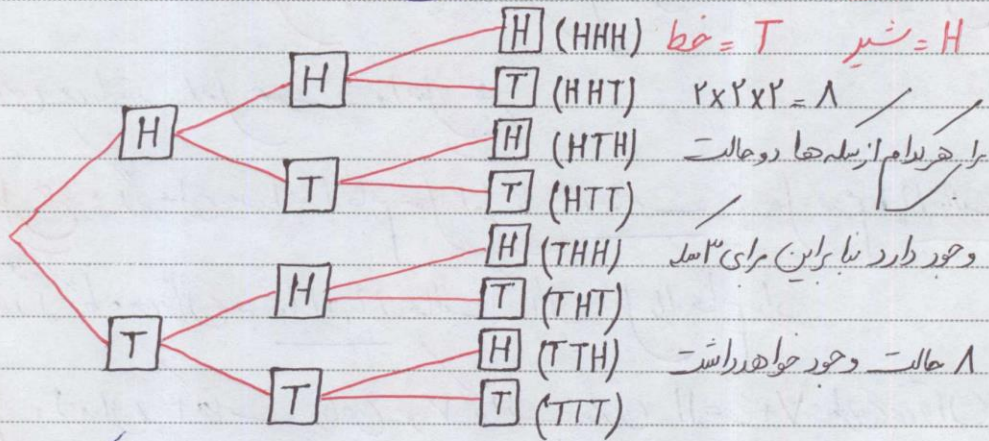


STAEDTLER

$$2 \times 3 = 6$$

به ۶ حالت مختلف می توان مسافرت کرد
 $\{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3)\}$

مثال: بر اساس اصل ضرب، مقایسه نمونه برابر ۳ سکه را می توان به صورت زیر نوشت



اصل تبديل: به تعداد حالتی می توان n شیء یا حرف را به ترتیب کنار یکدیگر قرار دهیم
 تبديل ها n تایی می گوئیم و از رابطه $An = n!$ به دست می آید

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

اگر n خانه خالی در نظر بگیریم و بخواهیم در هر خانه یک شیء قرار دهیم، خانه اول

را با هر یک از n شیء می توان پر کرد و خانه خالی دوم را با $n-1$ شیء، باقی مانده

پر کرد و محل با خانه خالی سوم را با $n-2$ شیء باقی مانده پر کرد و به همین ترتیب

تا محل خالی آخر که می توان تنها با یک شیء، باقی مانده پر کرد

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

طبق اصل ضرب همه حالتها قابل با هم ضرب می شوند

$$\boxed{n} \boxed{n-1} \boxed{n-2} \boxed{n-3} \dots \boxed{2} \boxed{1}$$

خواص فاکتوریل ← $0! = 1$ (۱) $1! = 1$ (۲) $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \dots 1$ (۳)

مثال: به چند طریق می توان ۵ نفر را به حالت های مختلف به صف برد؟

طریق یا حالت $\rightarrow 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

مثال: به چند طریق می توان ۷ کتاب را در یک قفسه بنا بچانه کرد؟

طریق $\rightarrow 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

توجه: اگر ترتیب اشیاء قابل تکرار باشند، تعداد تکرار با k تکرار n شی

n^k حالت خواهد بود.

مثال: با ۵ عدد ۲، ۳، ۴، ۱، ۹ چند عدد ۵ رقمی می توان ساخت

چون اعداد قابل تکرار هستند $\rightarrow 5^5 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3125$

مثال: در کامپیوتر هر بیت از صفر و یک ساخته می شود و هر بیت ۱ بیت است یا هر بیت ۲ حالت

STAEDTLER

چند به مختلف می توان ساخت $2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

اصل ترتیب - گاهی به جای قرار دادن n شیئی کنار هم ما r شیئی را کنار هم

قرار دهیم، مقدار ترتیب r تایی از n شیئی مختلف $(r \leq n)$ را به

ترتیب n تایی می گوئیم. و به صورت زیر می نویسیم

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times n - (r-1)$$

نکته: اصل ترتیب را می توان به صورت قرار دادن n شیئی متغایر در r مکان نیز نوشت

مثال: از بین ۵ نفر به چند حالت می توان صفی ۳ تایی ساخت

$$P_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

تا همین جا جواب دهیم غرض کامل دارد

مثال: تعداد ترتیب جای ۲ حرفی از ۴ حرف a, b, c, d را نشان دهید

$$P_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 4 \times 3 = 12$$

$$\boxed{4 \times 3} = 12$$

مثال: با ارقام ۱ تا ۹ چند تایی ۵ رقمی می توان ساخت به قسمی که

$$P_9^5 = \frac{9!}{(9-5)!} = \frac{9!}{4!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120$$

$$9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120$$

$$\boxed{9 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5}$$

STAEDTLER

$$\boxed{9 \ 9 \ 9 \ 9 \ 9}$$

$$9^5 = 59049$$

بم اعداد تکرار شوند

SUBJECT:

Year (

Month (

Date (

حالتی از ترتیب به در آن n شی متمايز هستند (متمايزند)

اگر n شی داشته باشیم به n_1 شی آن متمايز بديگر و n_2 شی آن متمايز بديگر و ...

n_k شی آن متمايز بديگر باشند به طور به $n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ تعداد حالتی به

میتوان این n شی را از هم مرتب کرد عبارتست از

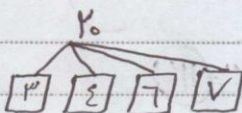
$$n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

مثال: به چند حالت میتوان ۱۲ نفر را در یک ون ۱ نفره و ۴ نفره تقسیم کرد.

$$n = \frac{12!}{4! \cdot 8!}$$

مثال: به چند حالت میتوان یک کلاس ۲۰ نفری را به گروه ۳ و ۴ و ۷ نفری تقسیم کرد.

$$n = \frac{20!}{3! \times 4! \times 7! \times 7!}$$



اصل ترکیب: انتخاب r شی از بین n شی بدون در نظر گرفتن ترتیب آنها

ترکیب نام دارد. تعداد ترکیب حاصل r شی از n شی را صورت ترکیب r شی می گویند.

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

چون در ترکیب ترتیب اثر را اهمیت ندارد

در مرجع فرمول r فاکتوریل آمده است

مثال: به چند طریق می توان از بین ۷ دانشجو ۳ نفر از آنها را برای شرکت در یک مسابقه

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{2 \times 1 \times 1} = \frac{210}{2} = 105$$

مثال: از بین ۱۲ کارت قرمز و ۷ کارت آبی که می توان ۴ کارت انتخاب کرد.

$$\binom{12}{4} = \frac{12!}{4!(12-4)!} = \frac{12!}{4! \cdot 8!} = 495$$

الف) اگر محدودیتی نداشته باشیم

$$\binom{5}{3} \binom{7}{1} = \frac{5!}{3!(5-3)!} \times \frac{7!}{1!(7-1)!} = 10 \times 7 = 70$$

ب) ۳ کارت قرمز و یک کارت آبی باشند

$$\binom{5}{4} = \frac{5!}{4!(5-4)!} = 5$$

ج) همه کارت قرمز باشند

$$\binom{5}{2} \binom{7}{2} = 10 \times 21 = 210$$

د) دو کارت قرمز داشته باشیم

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

مثال: از بین ۱۰ لامپ به ۴ تایی آن معیوب است ۳ لامپ انتخاب می‌کنیم. احتمال هر یک از تیشامدهای زیر را بدست آورید

A: تیشامد اینکه هیچ لامپ معیوبی انتخاب نشود.

$$P_A = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{3} \binom{3}{0}}{\binom{10}{3}} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$$

B: تیشامد اینکه حداقل یک لامپ معیوب باشد

$$P_B = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \binom{7}{2} + \binom{7}{1} \binom{3}{2}}{\binom{10}{3}}$$

$$\frac{70 + 21}{120} = \frac{91}{120}$$

مثال: ۳ زن و ۴ مرد به تصادف در یک صف ایستادند احتمال تیشامدها زیر را حساب کنید

A: تیشامد اینکه اول صف ۳ زن و بقیه مرد باشند

$$P_A = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3! \times 4!}{7!} = \frac{1}{35}$$

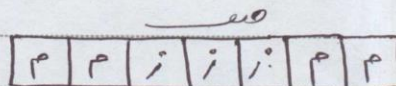
B: تیشامد اینکه ۳ زن کنار هم باشند

$$P_B = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3! \times 4!}{7!}$$

C: تیشامد اینکه اول صف دو مرد و بعد ۳ زن

$$P_C = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2 \times 2! \times 3! \times 2!}{7!} = \frac{1}{105}$$

و بعد دو مرد در انتها باشند



فرقی ندارد به خاطر همین در ۲ مورد می‌کنیم

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

حالتی در نظر بگیرید که گروه متمایز را اختیار داریم به طوریکه ابتدا در هر گروه
مسابه هم هستند برابر انتخاب n شی از بین k گروه متمایز از رابطه زیر استفاده می کنیم.

$$\binom{n+k-1}{n} -$$

مثال ۱: ما خواهیم از بین دانشمندان ۳ رشته مختلف A ، B و C

دانشجو انتخاب کنیم به چند حالت این امکان وجود دارد.

$$\binom{5+3-1}{5} = \binom{7}{5} = \frac{7!}{2!5!}$$