

انتگرال معین

انتگرال تابع با جملات بی‌نهایت

دکتر یوسف کوه‌مسکن

ریاضی ۱



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



@AvaEducation16



@AvaEducation16

توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت 💡 نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 - بسیار ساده جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات 🧐
 - ساده جهت تثبیت مطالب 🧐
 - متوسط جهت تمرین بیشتر مطالب 🧐
 - سخت جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص 🧐

۱ مسئله

حاصل انتگرال معین زیر را بیابید.

$$\int_0^1 \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \cdots}}} dx$$

۲ روش حل مسئله

🤔 پاسخ: باید یک رابطه برای تابع تعیین و سپس عمل انتگرال گیری انجام گیرد. تابع با جملات بی نهایت y نامیده می شود.

$$y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \cdots}}}, \Rightarrow y = \sqrt{x + y}$$

اکنون باید y از معادله فوق بدست آید. دو طرف این رابطه به توان دوم می رسند.

$$y^2 = x + y, \Rightarrow y^2 - y - x = 0$$

معادله فوق از روش دلتا، دو جواب خواهد داشت.

$$y = \frac{1}{2} (1 \pm \sqrt{1 + 4x})$$

چون تابع y همواره مثبت است، تنها جواب مثبت قابل قبول است.

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 + 4x})$$

انتگرال مورد نظر به صورت رابطه زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{2} \int_0^1 (1 + \sqrt{1 + 4x}) dx = \frac{1}{2} \left[x + \frac{1}{6} (1 + 4x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 = \frac{5}{12} (1 + \sqrt{5})$$

تنها هنگامی آن [(رویا، هدف، ...)] را
می‌بینید که بدان محقق باشید.

Wayne Dyer



 AvaEducation16.blog.ir

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

   [@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

 AvaEducation16@gmail.com