به نام خدا

آزمون #1 تئوری

تعداد سوالات :: 4

240 دقیقه

100 نمره

1::محمود 20 نمره\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

محمود یک درخت (گراف بدون دور) را پیدا کرد و از فرط بیکاری به فکر بازی با درخت افتاد . دوست بیکار او آبتین نیز در حال آمدن و همراهی اوست

او یک بازی ساخته ، که یکی مخصوص همزمان دو نفر است و آبتین نیز یک بازی مخصوص تنها یک نفر در هر دست است ؛

بازی دو نفره محمود چنین است : هر بار یک مسیر دلخواه از درخت انتخاب میکنیم ،

تمامی یال های آنرا حذف می کنیم . اگر بتوانیم در کمتر از تعداد حرکات حریف این کار را انجام دهیم ، برنده میشویم .

حال هردو استراتژی بازی برای خود تایین کردند ، آبتین هر بار بزرگترین مسیر ممکن را حذف میکند ، محمود نیز هر بار مسیری را که طول اش ماکزیمم است را انتخاب کرده و شاخه های آن را حذف میکند .توجه کنید که یال ها را فقط میتوان حذف کرد نه راس ها را.

پس از اینکه استراتزی ها را تایین کردند ، محمود رفت تا درخت را بیاورد . درخت او تعداد شصت و سه راس دارد ، او در مدتی که گراف را میاورد میخواهد کاری کند که بازی را ببرد ، برای همین گراف را دست کاری میکند . او را کمک کنید تا با شصت و سه یال (ربطی به درصد رای او در انتخابات 88 ندارد ) گرافی بسازد که استراتژی او یعنی محمود در آن نتیجه بدهد .

2::آبتین 28 نمره\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

قضیه دست کاری محمود در گراف لو رفت ، ولی آبتین به روی خود نیاورد ، و خواست جبران کند. پس از باخت آبتین ، او درخت محمود را کنار گداشت و بازی ای را اراعه کرد که این گونه است .

یک جدول (8\*8) داریم که هر خانه آن سیاه یا سفید است . هر بار میتوانیم یک خانه 1\*3 آن را انتخاب کرده و از سفید به سیاه و از سیاه به سفید تغییر دهیم . آبتین به محمود گفته که با جوهر این جدول را درست کرده و غیر قابل تغییر اند . محمود هم قبول کرده و فکر میکند که دیگر برنده این بازی میشود . هدف بازی این است که جدول را کاملا سیاه کنیم .

پس از این که محمود بازی را متوجه میشود ، منتظر میماند تا آبتین جدول را بیاورد . جئولی که آبتین آورد ، عجیب بود ! کاملا سفید ! .

حال بازی این گونه است ؛ باید تمامی خانه ها سیاه شوند ، هر کس نتواند بازنده است .

اگر هر دو نتوانند ، باید بازی دیگری اراعه کنند که مربوط به سوال های بعد میشود . و اگر بتوانند که برنده ، برنده نهایی است و سوالات بعدی از محمود و آبتین و بازی هاشون نخواهد بود .

ثابت کنید که هر دو بازنده اند و سوالات بعدی نیز درباره آنهاست .

3::ترازوی وزارت 32 نمره\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

یک ترازو داریم وتعدادی وزنه ، وزن وزنه ها اعداد1-2-4-8-16-.... است . میخواهیم تعداد راه های چیدن وزنه ها روی دو کفه ی ترازو را به طوری که وزن یک کفه همواره در طی انجام این عمل از طرف دیگر بیشتر است را پیدا کنیم ولی سخت است .

حال شما تعداد راههای انجام این عمل را پیدا کنید و کامل توضیح دهید.

تعداد وزنه ها رادر نظر بگیرید . که وزنه ها از یک تا دو به توان ان هستند .n

4::اختلاس در ایرلند شمالی 20 نمره\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

محمود پس از این که در بازی با آبتین نتیجه نگرفت ، تصمیم گرفت مسابقه ای به دور از دوز و کلک و گراف و ناوردایی و مسخره بازی تحت نام اختلاس انجام دهد. در این بازی ، درون تعدادی جعبه هر کدام تعدادی پول وجود دارد . پول موجود در هر کدام یک یا بیشتر هست. دوبرابر تعداد جعبه ها نیز پول وجود دارد .هر مرحله میتوان دقیقا یک پول از یک جعبه برداشت. ثابت کنید اگر آبتین بازی را شروع کند ، میتواند کاری کند که در مرحله ای از بازی که از قبل مشخص کنیم غیر از سه مرحله آخر تمامی پول های باقی مانده درون یک جعبه نباشند . 8 نمره

ثابت کنید محمود میتواند کاری کند که دو پول آخر مربوط به یک جعبه باشند .12 نمره