

۹۱- مجموع سه عدد فرد متوالی برابر ۵۸۵ است. رقم یکان عدد بزرگتر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۹۲- اگر یکی از ریشه‌های معادله $mx^2 - 3x - (2m+1) = 0$ برابر ۱- باشد، حاصل تفاضل مقدار m از ریشه دیگر این معادله کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) $\frac{8}{5}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۹۳- می‌خواهیم معادله $2x(x-1) = 6$ را به روش مربع کامل حل کنیم، به این منظور این معادله را به شکل $(x-h)^2 = k$ تبدیل می‌کنیم، مقدار $\frac{k}{h}$ کدام است؟

- (۱) $7/5$ (۲) ۷ (۳) $6/5$ (۴) ۶

۹۴- مجموع ریشه‌های معادله $(\frac{2x}{3}-1)^4 - 36(\frac{2x}{3}-1)^2 = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

۹۵- ریشه‌های معادله $x^2 + 11x - 42 = 0$ چگونه است؟

- (۱) یک ریشه مضاعف منفی دارد.
(۲) دو ریشه مثبت دارد.
(۳) یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت دارد.
(۴) فاقد ریشه حقیقی است.

۹۶- به ازای کدام مقدار m معادله $\frac{x}{10+m} + 1 = \frac{x}{10-m}$ دارای جواب $x = 24$ است؟

- (۱) -۵۰ (۲) -۲ (۳) -۱۰ (۴) ۲۴

۹۷- به ازای کدام مقدار m ، معادله $(m+3)x^2 + (m-1)x + m+2 = 0$ جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) -۷ (۳) -۸ (۴) -۶

۹۸- ریشه بزرگتر معادله $\frac{x-2}{3x-3} + \frac{6(x-1)}{x-2} = 3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۹۹- یک پیتزا را بین چند نفر به طور مساوی تقسیم کردیم. سپس ۲ نفر به جمع آن‌ها اضافه شده و دوباره تکه پیتزاها را به طور مساوی بین همه افراد تقسیم کردیم. در این حالت به هریک از افراد اولیه به اندازه $\frac{1}{12}$ پیتزا کمتر رسید. در این صورت تعداد اولیه افراد چند نفر بوده است؟

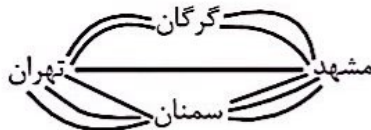
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۰۰- در یک کارگاه تولید چتر، سود روزانه حاصل از فروش x چتر از رابطه $p(x) = -0.004x^2 + 0.48x - 8$ به دست می‌آید. به ازای چه تعداد فروش چتر، کارگاه به نقطه سر به سر خود می‌رسد؟ (کارگاه در یک روز حداکثر ۶۰ چتر می‌تواند تولید کند.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

ریاضی و آمار ۳ - ۱۰ سوال

۸۱- شخصی قصد دارد از شهر تهران به شهر مشهد سفر کرده و سپس به شهر تهران بازگردد. اگر مطابق شکل زیر بین این دو شهر راه‌هایی وجود داشته باشد، اما یکی از مسیرهای میان شهر تهران و سمنان مسدود شده باشد و نتوان از آن عبور و مرور کرد، در این صورت به چند طریق این عمل امکان‌پذیر است؟



- (۱) ۱۱
(۲) ۱۴
(۳) ۲۸
(۴) ۱۲۱

۸۲- ۱۰ دونه در یک مسابقه شرکت می‌کنند. اگر هیچ‌کدام هم‌زمان به خط پایان نرسند و ۳ جایزه مختلف به نفرات اول، دوم و سوم داده شود، به چند طریق این جایزه‌ها بین دونده‌ها ممکن است توزیع شود؟

- (۱) ۷۲۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۰۰

۸۳- ۲ کتاب منطق، ۲ کتاب اقتصاد و ۳ کتاب ریاضی را به چند طریق می‌توانیم در کتابخانه قرار دهیم به طوری که ۲ کتاب اقتصاد کنار هم و ۳ کتاب ریاضی نیز در کنار هم قرار بگیرند؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۸۸ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۲

۸۴- تعداد جایگشت‌های ۶ حرفی از کلمه $ordeal$ که در آن حروف صدادار و بی‌صدا یکی در میان قرار بگیرند، کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۷۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۲

۸۵- چند عدد طبیعی چهار رقمی فرد وجود دارد که دهگان و صدگان آن، رقمی فرد نباشد؟

- ۱۲۵۰ (۱) ۷۲۰ (۲) ۱۱۲۵ (۳) ۶۲۵ (۴)

۸۶- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند زیرمجموعه سه عضوی دارد که قطعاً شامل عدد ۴ باشد؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۸۷- تعداد جایگشت‌های ۴ حرفی کلمه SANTOR که دو حرف T و S حتماً در آن‌ها وجود داشته باشد، کدام است؟

- ۱۴۴ (۱) ۴۶۲ (۲) ۱۲۲ (۳) ۷۲ (۴)

۸۸- ۷ کتاب متفاوت را می‌خواهیم بین ۳ دانش‌آموز تقسیم کنیم. اگر تصمیم بگیریم که از میان کتاب‌ها ابتدا یک کتاب را به تصادف انتخاب کرده و به یکی از دانش‌آموزان مشخص (خاص) بدهیم و سپس باقی آن‌ها را به طور مساوی بین ۲ دانش‌آموز دیگر تقسیم کنیم؛ این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟

- ۱۰۰ (۱) ۱۴۰ (۲) ۷۷ (۳) ۱۸۰ (۴)

۸۹- به چند طریق می‌توانیم از بین ۶ دانش‌آموز پایه دهم و ۷ دانش‌آموز پایه یازدهم یک تیم ۶ نفره والیبال تشکیل دهیم، به طوری که حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش‌آموز یازدهم باشند؟

- ۶۵۸ (۱) ۵۲۵ (۲) ۶۵۱ (۳) ۵۳۲ (۴)

۹۰- در کیسه‌ای ۴ مهره قرمز، ۵ مهره آبی و ۳ مهره سبز وجود دارد. به طور تصادفی دو مهره را با هم از کیسه خارج می‌کنیم. تعداد اعضای فضای نمونه این پدیده تصادفی کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۶۶ (۴)

ریاضی و آمار ۲ - ۱۰ سوال

۱۰۱- نماد ریاضی گزاره «۷ برابر جذر خمس یک عدد، بزرگ‌تر یا مساوی نصف مکعب همان عدد می‌باشد.» کدام است؟

- (۱) $\sqrt{\left(\frac{x}{5}\right)^2} \geq \frac{x^3}{2}$ (۲) $\sqrt{\frac{7x}{5}} \geq \frac{(x)^2}{2}$
(۳) $\sqrt{\left(\frac{x}{\sqrt{5}}\right)^2} \geq \frac{x^3}{2}$ (۴) $\sqrt{\frac{x}{5}} \geq \frac{1}{2}(x^3)$

۱۰۲- در کدام گزینه استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است؟

(۱) مقدمه ۱: اگر شخصی در امتحان کتبی رانندگی حداقل نمره ۲۶ را کسب کند، آنگاه می‌تواند در آزمون عملی شرکت کند.

مقدمه ۲: علی در آزمون عملی رانندگی شرکت نکرده است.

∴ علی در آزمون کتبی رانندگی نمره کم‌تر از ۲۶ گرفته است.

(۲) مقدمه ۱: اگر شاخص آلودگی در شهری بالاتر از ۱۵۰ باشد، آنگاه مدارس آن شهر تعطیل می‌شود.

مقدمه ۲: شاخص آلودگی شهر تهران امروز ۱۶۰ است.

∴ مدارس شهر تهران امروز تعطیل شده است.

(۳) مقدمه ۱: اگر کسی از من متنفر باشد، آنگاه پشت سر من حرف می‌زند.

مقدمه ۲: سعید پشت سر من حرف زده است.

∴ سعید از من متنفر است.

(۴) مقدمه ۱: اگر عددی مثبت باشد، آنگاه توان دوم آن عدد مثبت است.

مقدمه ۲: a^2 بزرگتر از صفر است.

∴ a عددی مثبت است.

۱۰۳- ۵ لیوان همانند شکل زیر داریم که یکی از آن‌ها وارونه است. می‌خواهیم همه آن‌ها در حالت درست (رو به بالا) قرار گیرند. ولی مجاز هستیم

تا هر بار دقیقاً دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم. با چند بار تغییر وضعیت همه لیوان‌ها رو به بالا قرار می‌گیرند؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) امکان‌پذیر نیست.

۱۰۴- به کمک عکس نقیض یک گزاره شرطی، به جای اثبات گزاره شرطی «برای هر عدد طبیعی n اگر n^2 بر ۳ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه n نیز

بر ۳ بخش‌پذیر است.» می‌توان کدام گزاره را ثابت کرد؟

(۱) اگر n^2 بر ۳ بخش‌پذیر نباشد، آن‌گاه n نیز بر ۳ بخش‌پذیر نیست.

(۲) اگر n بر ۳ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه n^2 نیز بر ۳ بخش‌پذیر است.

(۳) اگر n بر ۳ بخش‌پذیر نباشد، آن‌گاه n^2 نیز بر ۳ بخش‌پذیر نیست.

(۴) اگر n بر ۳ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه n^2 بر ۳ بخش‌پذیر نیست.

۱۰۵- در اثبات حکم «اگر $\sqrt{3}$ یک عدد گنگ باشد، آنگاه $\sqrt{3}+1$ نیز گنگ است.» به کمک عکس نقیض گزاره شرطی، کدام گزاره شرطی را

اثبات می‌کنیم؟

(۱) اگر $\sqrt{3}$ گویا باشد، آن‌گاه $\sqrt{3}+1$ گویاست.

(۲) اگر $\sqrt{3}+1$ گویا باشد، آن‌گاه $\sqrt{3}$ گویاست.

(۳) اگر $\sqrt{3}+1$ گنگ باشد، آن‌گاه $\sqrt{3}$ گویاست.

(۴) اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد، آن‌گاه $\sqrt{3}+1$ گویاست.

۱۰۶- در رابطه با راه حل معادله $x^2 - 9 = x + 3$ و یافتن تمام جوابها، با توجه به استدلال زیر، در صورت وجود اشتباه، در چه مرحله‌ای اولین

اشتباه رخ داده است؟

مرحله ۱ $\xrightarrow{\text{تجزیه سمت چپ}} (x-3)(x+3) = x+3$

مرحله ۲ $\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین به } x+3} x-3=1$

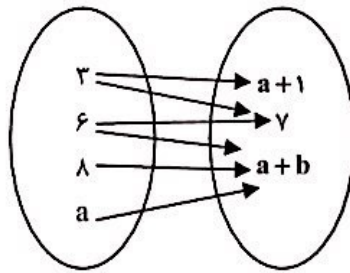
مرحله ۳ $\xrightarrow{\text{یافتن جواب}} x=4$

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ فاقد اشتباه

۳ (۳)



۱۰۷- اگر رابطه پیکانی زیر یک تابع باشد، مقدار b کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

-۲ (۳)

۷ (۴)

۱۰۸- اگر $f: A \rightarrow B$ تابعی با ضابطه $f(x) = 2x - 1$ و $A = \{-1, 2, 3\}$ و $B = \{a^2 + 1, 5, -b^2\}$ باشد، آن‌گاه $a^2 + b^2$ کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۰۹- در تابع $f: A \rightarrow B$ با دامنه $D_f = A = \left\{-2, -1, 0, 1, \frac{1}{2}\right\}$ برد تابع شامل چند عدد حسابی است؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۱۰- اگر $f = \{(3, 5), (3, a^2 + 1), (2, 7), (a, 8)\}$ یک تابع باشد، در تابع $g(x) = 3x + 9$ مقدار $g(a)$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۱۵ (۲)

۳ (۱)

-۹۱

(ریمع مشتاق نظم)

سه عدد فرد متوالی را به صورت x ، $x+2$ و $x+4$ در نظر می‌گیریم.
پس:

$$x + x + 2 + x + 4 = 585 \Rightarrow 3x + 6 = 585 \Rightarrow 3x = 579$$

$$x = 193 \Rightarrow \text{عدد بزرگتر} = 197$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۹۲

(فاطمه فحیمیان)

یکی از ریشه‌های معادله برابر ۱- است:

$$m(-1)^2 - 3(-1) - (2m + 1) = 0$$

$$\Rightarrow m + 3 - 2m - 1 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 9 - (-40) = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ x_2 = \frac{3-7}{4} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$2x(x-1) = 6 \xrightarrow{\div 2} x(x-1) = 3 \Rightarrow x^2 - x = 3$$

$$\xrightarrow{\frac{b^2}{4} = \frac{1}{4}} x^2 - x + \frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} \Rightarrow \underbrace{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}_{\text{اتحاد مربع دوجمله‌ای}} = \frac{13}{4} \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{2} \\ k = \frac{13}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{h} = \frac{\frac{13}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{13 \times 2}{4} = \frac{13}{2} = 6.5$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۴

۳✓

۲

۱

(فاطمه فحیمیان)

$$\left(\frac{2x}{3} - 1\right)^2 \left(\left(\frac{2x}{3} - 1\right)^2 - 36\right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{2x}{3} - 1\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{2x}{3} = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{2x}{3} - 1\right)^2 - 36 = 0 \Rightarrow \frac{2x}{3} - 1 = \pm 6 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{21}{2} \\ x = -\frac{15}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{3}{2} + \frac{21}{2} - \frac{15}{2} = \frac{9}{2}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲✓

۱

(موسا عفتی)

$$x^2 + 11x - 42 = 0$$

$$(x-3)(x+14)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+14=0 \Rightarrow x=-14 \end{cases}$$

یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳✓

۲

۱

(موسا عفتی)

$$x = 24 \Rightarrow \frac{24}{10+m} + \frac{10+m}{10+m} = \frac{24}{10-m}$$

$$\Rightarrow \frac{24+10+m}{10+m} = \frac{24}{10-m} \Rightarrow \frac{34+m}{10+m} = \frac{24}{10-m}$$

$$\Rightarrow (34+m)(10-m) = 24(10+m) \Rightarrow 100 - 48m - m^2 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 48m - 100 = 0 \Rightarrow (m+50)(m-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+50=0 \Rightarrow m=-50 \\ m-2=0 \Rightarrow m=2 \end{cases}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۴

۳

۲

۱✓

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$m = 1 \Rightarrow 4x^2 + 3 = 0 \Rightarrow 4x^2 = -3$$

گزینه «۲»:

$$m = -7 \Rightarrow -4x^2 - 8x - 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - 4(-4)(-5) = 64 - 80 < 0$$

معادله جواب ندارد.

$$m = -8 \Rightarrow -5x^2 - 9x - 6 = 0 \Rightarrow$$

گزینه «۳»:

$$\Delta = 81 - 4(-5)(-6) = 81 - 120 < 0$$

معادله جواب ندارد.

$$m = -6 \Rightarrow -3x^2 - 7x - 4 = 0$$

گزینه «۴»:

$$\Rightarrow \Delta = 49 - 4(-3)(-4) = 49 - 48 > 0$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

☒ ۴☐ ۳☐ ۲☐ ۱

$$\frac{x-2}{3x-3} + \frac{6(x-1)}{x-2} = 3 \Rightarrow \frac{(x-2)^2 + (3x-3)(6x-6)}{(3x-3)(x-2)} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 4 + 18x^2 - 18x - 18x + 18}{3x^2 - 6x - 3x + 6} = 3$$

$$\Rightarrow 19x^2 - 40x + 22 = 9x^2 - 27x + 18 \Rightarrow 10x^2 - 13x + 4 = 0$$

$$\Delta = (-13)^2 - 4(10)(4) = 169 - 160 = 9$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{9}}{2 \times 10} = \begin{cases} \frac{13+3}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \\ \frac{13-3}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ریشه بزرگتر $\frac{4}{5}$ است.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۴

۳✓

۲

۱

(مریم مشتاق‌نظم)

تعداد اولیه افراد را n در نظر می‌گیریم. بنابراین ابتدا به هر نفر $\frac{1}{n}$ پیتزا

رسید و در مرحله بعد به هر نفر $\frac{1}{n+2}$ پیتزا رسید. پس:

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{n+2-n}{n(n+2)} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{n(n+2)} = \frac{1}{12} \Rightarrow n^2 + 2n = 24 \Rightarrow n^2 + 2n - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (n+6)(n-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n+6=0 \Rightarrow n=-6 \\ n-4=0 \Rightarrow n=4 \end{cases}$$

$n=4$ جواب قابل قبول است.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۰

(معمد بصیرایی)

$$p(x) = 0 \Rightarrow -0.004x^2 + 0.48x - 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 0.004} -x^2 + 120x - 2000 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 120x + 2000 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 100)(x - 20) = 0$$

$$\begin{cases} x = 100 \\ x = 20 \end{cases}$$

با توجه به حداکثر تولید روزانه $x = 20$ قابل قبول است.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۱

(موسا عفتی)

$$\text{مشهد} \rightarrow \text{تهران (مسیر رفت)} = 2 \times 3 + 1 + 2 \times 2 = 6 + 1 + 4 = 11$$

$$\text{تهران} \rightarrow \text{مشهد (مسیر برگشت)} = 3 \times 2 + 1 + 2 \times 2 = 11$$

$$\text{مسیر رفت و برگشت} = 11 \times 11 = 121$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(معمد بصیرایی)

$$p(x) = 0 \Rightarrow -0/004x^2 + 0/48x - 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 0/004} -x^2 + 120x - 2000 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 120x + 2000 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 100)(x - 20) = 0$$

$$\begin{cases} x = 100 \\ x = 20 \end{cases}$$

با توجه به حداکثر تولید روزانه $x = 20$ قابل قبول است.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱✓

(موسا عفتی)

۸۱-

$$مشهد \rightarrow تهران \text{ (مسیر رفت)} = 2 \times 3 + 1 + 2 \times 2 = 6 + 1 + 4 = 11$$

$$تهران \rightarrow مشهد \text{ (مسیر برگشت)} = 3 \times 2 + 1 + 2 \times 2 = 11$$

$$مسیر رفت و برگشت = 11 \times 11 = 121$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴✓

۳

۲

۱

(معمد بصیرایی)

۸۲-

یکی از ده نفر می‌تواند نفر اول شود و جایزه نفر اول را بگیرد و از نه نفر بعدی یکی نفر دوم شود و جایزه نفر دوم را بگیرد و از بین ۸ نفر بعدی یکی نفر سوم شود و جایزه نفر سوم را بگیرد. بنابراین حالت‌های ممکن:

$$10 \times 9 \times 8 = 720$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱✓

۲ کتاب اقتصاد را در یک جعبه و ۳ کتاب ریاضی هم در یک جعبه قرار می‌دهیم:

۲ کتاب منطق ۳ کتاب ریاضی ۲ کتاب اقتصاد

تعداد جایگشت‌های این دو جعبه با ۲ کتاب منطق برابر ۴! است و تعداد جایگشت‌های ۲ کتاب اقتصاد داخل جعبه برابر ۲! و تعداد جایگشت‌های ۳ کتاب ریاضی داخل جعبه برابر ۳! است. بنابراین:

$$2! \times 3! \times 4! = 2 \times 6 \times 24 = 288$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

----- ☐ ۱ ☒ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴

$(o, e, a) \rightarrow 3 = \text{تعداد حروف صدادار}$

$(r, d, l) \rightarrow 3 = \text{تعداد حروف بی صدا}$

تعداد جایگشت‌های ۶ حرفی که با حرف صدادار آغاز می‌شوند: $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 36$

تعداد جایگشت‌های ۶ حرفی که با حرف بی صدا آغاز می‌شوند: $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 36$

$$\Rightarrow 36 + 36 = 72$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۵ تا ۸)

----- ☐ ۱ ☒ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴

تعداد ارقام فرد ۵ تا و تعداد ارقام زوج نیز ۵ تا است. بنابراین، طبق اصل اساسی شمارش:

$$\boxed{9} \boxed{5} \boxed{5} \boxed{5} = 9 \times 5 \times 5 \times 5 = 1125$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

----- ☐ ۱ ☒ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴

چون صورت سؤال زیرمجموعه‌ای ۳ عضوی خواسته و یک عضو این مجموعه حتماً عدد ۴ است، بنابراین از ۳ عضو، ۱ عضو انتخاب شده است، بنابراین باید تعداد ترکیب‌های ۲ از ۴ را محاسبه کنیم.

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ابتدا دو حرف دیگر از بین ۴ حرف باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم، سپس تعداد جایگشت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\binom{4}{2} \times 4! = \frac{4!}{2! \times 2!} \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6 \times 24 = 144$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

ابتدا از این ۷ کتاب ۱ کتاب را انتخاب می‌کنیم و به دانش‌آموز خاص می‌دهیم:

$$\binom{7}{1} = 7$$

از ۶ کتاب باقی‌مانده به هر نفر ۳ کتاب می‌رسد، بنابراین:

$$\binom{6}{3} \times \binom{3}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{3!}{3! \times 1}$$

$$= 20 \times 1 = 20$$

$$\Rightarrow 20 \times 7 = 140$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲✓

۱

حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، یعنی ۴ یا ۵ یا ۶ نفر دانش آموز یازدهم باشند.
بنابراین:

الف) اگر ۴ نفر دانش آموز یازدهم باشند:

$$\binom{7}{4} \binom{6}{2} = \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{6!}{4! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!}$$

$$= 35 \times 15 = 525$$

ب) اگر ۵ نفر دانش آموز یازدهم باشند:

$$\binom{7}{5} \binom{6}{1} = \frac{7!}{5! \times 2!} \times 6 = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2 \times 1} \times 6 = 21 \times 6 = 126$$

ج) اگر هر ۶ نفر دانش آموز یازدهم باشند:

$$\binom{7}{6} = \frac{7!}{6! \times 1!} = 7$$

طبق اصل جمع $\rightarrow 525 + 126 + 7 = 658$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱✓

تعداد کل مهره‌ها $4 + 5 + 3 = 12$

$$n(S) = \binom{12}{2} = \frac{12!}{10! \times 2!} = \frac{12 \times 11 \times 10!}{10! \times 2 \times 1} = 66$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴✓

۳

۲

۱

اگر عدد موردنظر را x فرض کنیم، بنابراین خمس آن برابر است با $\frac{x}{5}$ و

جذر خمس آن عدد می شود $\sqrt{\frac{x}{5}}$ ، هم چنین مکعب عدد برابر x^3 است.

$$\sqrt[5]{\frac{x}{5}} \geq \frac{1}{2} x^3$$

در نتیجه:

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی، صفحه های ۱۲ و ۱۳)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

تنها در گزینه «۲» استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است.

تشریح سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: شاید علی در آزمون کتبی هم شرکت نکرده باشد.

گزینه «۳»: شاید سعید از من متنفر نباشد و پشت سر من حرف بدی زده باشد.

گزینه «۴»: a می تواند عددی منفی هم باشد و توان دوم آن مثبت باشد.

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی، صفحه های ۱۴ و ۱۵)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

تعداد لیوان های وارونه: $s = 1$

وضعیت مطلوب $s = 0$

حرکت مجاز: در هر بار دقیقاً دو لیوان تغییر وضعیت می دهند.

چون s همیشه به اندازه عددی زوج تغییر می یابد هرگز از ۱ به صفر

نمی تواند کاهش یابد، پس امکان پذیر نیست.

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی، صفحه ۱۵)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

در روش اثبات $p \Rightarrow q$ به روش عکس نقیض، درستی $\sim p \Rightarrow \sim q$ را اثبات می‌کنیم. پس ثابت می‌کنیم اگر n بر ۳ بخش‌پذیر نباشد، آن‌گاه n^2 نیز بر ۳ بخش‌پذیر نیست.

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

برای اثبات حکم $p \Rightarrow q$ می‌توان عکس نقیض آن یعنی $\sim p \Rightarrow \sim q$ را اثبات کرد. بنابراین ثابت می‌کنیم «اگر $\sqrt{3} + 1$ یک عدد گویا باشد، آنگاه $\sqrt{3}$ نیز عددی گویا است.»

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

طرفین معادله را نمی‌توان بر $(x + 3)$ تقسیم کرد، زیرا با این کار ریشه $x = -3$ حذف می‌شود، پس اشتباه در مرحله ۲ رخ داده است.

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

(مفهم پذیرایی)

$$\begin{cases} (۳, ۷) \\ (۳, a+۱) \end{cases} \Rightarrow a+۱=۷ \Rightarrow a=۶$$

$$\begin{cases} (۶, ۷) \\ (۶, a+b) \end{cases} \Rightarrow a+b=۷ \xrightarrow{a=۶} b=۱$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱✓

(ریم مشتاق نظم)

چون $f(-۱) = -۳$ و $f(۲) = ۳$ و $f(۳) = ۵$ و $B = \{a^۲ + ۱, ۵, -b^۲\}$

بنابراین: $-b^۲ = -۳$ و $a^۲ + ۱ = ۳$ پس: $b^۲ = ۳$ و $a^۲ = ۲$ در

$$a^۲ + b^۲ = ۲ + ۳ = ۵$$

نتیجه:

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

$$f(x) = 2x^2 - 1$$

$$f(-2) = 2 \times (-2)^2 - 1 = 7$$

$$f(-1) = 2 \times (-1)^2 - 1 = 1$$

$$f(0) = 2 \times (0)^2 - 1 = -1$$

$$f(1) = 2 \times (1)^2 - 1 = 1$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow B = \left\{-1, -\frac{1}{2}, 1, 7\right\}$$

برد شامل دو عضو حسابی $\{1, 7\}$ است.

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(معمد بگیری)

-۱۱۰

$$\begin{cases} (3, 5) \\ (3, a^2 + 1) \end{cases} \Rightarrow a^2 + 1 = 5 \Rightarrow a = \pm 2$$

$a = 2 \Rightarrow f = \{(3, 5), (2, 7), (2, 8)\}$ تابع نیست.

$a = -2 \Rightarrow f = \{(3, 5), (2, 7), (-2, 8)\}$ تابع است.

$$\Rightarrow g(a) = g(-2) = 3 \times (-2) + 9 = 3$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱