

آزمون کدنویسی - روز دوم^۵ آدینه ۱۷ خرداد ۱۳۹۲ - زمان: ۳ ساعت

پرسش نخست: جمع معمولی

هومر سیمپسون یک کامپیوتر بسیار پیشرفته ساخته است که همه‌ی اعداد را در مبنای ۱۳۹۲ نگه می‌دارد. او مشغول آزمایش‌های خفن با این کامپیوتر است. در حین یکی از این آزمایش‌های خفن هومر موفق شد برنامه‌ای بنویسد که دو عدد را گرفته و آن‌ها را با هم جمع کند، اما متأسفانه برنامه‌ی هومر باگ خورده و عمل ۱۳۹۲ بر ۱ را انجام نمی‌دهد. (به عنوان مثال اگر از این برنامه بخواهیم که ۱۳۹۱+۲ را حساب کند، پاسخش ۱ خواهد بود.)

ایبراهام سیمپسون که از کامپیوتر هومر خوشش آمده است، تصمیم گرفته که نحوه‌ی عمل‌کرد این برنامه را کشف کند. او متوجه شده که برنامه دقیقن دو عدد به عنوان ورودی دریافت می‌کند. بنابراین تصمیم گرفته است که همه‌ی جفت‌های ممکن از اعداد بین ۰ تا ۱-۱۳۹۲^{۱۳} (شامل خود این دو عدد) را به برنامه‌ی خفن هومر بدهد و ببیند عدد مورد علاقه‌اش چندبار به عنوان جواب ظاهر می‌شود ولی چون حال و حوصله‌ی این همه عدد دادن به کامپیوتر هومر را ندارد به شما مراجعه کرده است. شما از عدد مورد علاقه‌ی او اطلاع ندارید به همین علت برای دلخوشی ایبراهام تصمیم گرفته‌اید که فرض کنید عدد مورد علاقه‌اش عددی است که بیش‌ترین تکرار را دارد و تعداد تکرارهای این عدد را به او اعلام کنید. باقی‌مانده‌ی این تعداد بر ۱۳۹۲۲۰۱۳ را به عنوان پاسخ بفرستید.

پرسش دوم: مهره‌بازی

لیزا و مگی سیمپسون مشغول بازی هستند. بازی آن‌ها به این صورت است که ابتدا یک سطر با n خانه روی زمین می‌کشند. سپس در خانه‌ی i -ام تا سنگ‌ریزه قرار می‌دهند. مگی بازی را شروع می‌کند. هر کس در نوبت خود باید دقیقن یک سنگ‌ریزه را حرکت دهد، حرکت دادن سنگ‌ریزه‌ها باید از قوانین زیر پیروی کند:

- اگر سنگ‌ریزه در خانه‌ی اول نباشد، می‌توان سنگ‌ریزه را یک خانه به جلو برد. (از خانه‌ی i به خانه‌ی $i-1$ منتقل کرد.)
- در صورتی که سنگ‌ریزه در خانه‌ای با شماره‌ی k باشد، می‌توان آن را به خانه‌ی شماره‌ی k منتقل کرد.

هرکس نتواند حرکتی انجام دهد بازنده است.

با این فرض واضح که لیزا و مگی هر دو بینهایت باهوش هستند و هرگز در بازی مرتکب اشتباهی نمی‌شوند، تعیین کنید که به ازای چندتا از n های کوچک‌تر از ۱۳۹۲، لیزا برنده می‌شود.

پرسش سوم: خرید

مارج سیمپسون تصمیم گرفته که سال آینده بارت بیچاره را برای خرید کتاب به نمایشگاه کتاب ببرد. بارت می‌داند که در نمایشگاه کتاب در مجموع ۹۳ غرفه وجود خواهد داشت، هم‌چنین مسیرهایی بین بعضی از غرفه‌ها وجود دارد که سیمپسون‌ها می‌توانند از آن‌ها بگذرند. با توجه به قضیه‌ی سانتا^۱، هر مسیر به صورت خط صاف بوده و دو تا از غرفه‌ها را به هم وصل می‌کند. (دقت کنید که لزومی ندارد که بین هر دو غرفه‌ی دلخواه یک مسیر وجود داشته باشد.)

بارت به کمک اسنوبال، از جزئیات محل غرفه‌ها و این مسیرها آگاه شده است. این جزئیات در فایل snowball.cat آمده است. ۹۳ خط نخست فایل هر یک شامل مختصات یکی از غرفه‌ها در صفحه‌ی دو بعدی هستند و خط‌های بعدی هر یک نمایانگر وجود یک مسیر دوطرفه بین دو تا از غرفه‌ها می‌باشند. (غرفه‌ها به ترتیبی که مختصاتهمان داده شده است از ۱ تا ۹۳ شماره‌گذاری شده‌اند.)

قرار بر این است که مسیر حرکت در نمایشگاه (و محل شروع حرکت!) توسط بارت تعیین شود. بارت می‌داند که مادرش فقط به

^۵ با سپاس ویژه از محمد مهدی جهان‌آرا

^۱ مطابق این قضیه کوتاه‌ترین مسیر بین دو غرفه در نمایشگاه کتاب، مسیر مستقیم است.

بازدید از تمام غرفه‌ها راضی نیست. به عبارت دقیق‌تر اگر بارت و مارج در غرفه‌ی شماره‌ی i باشند و بارت پیشنهاد بدهد که از غرفه‌ی j بازدید کنند، آنگاه مارج تا رسیدن آن‌ها به غرفه‌ی j به هیچ چیز توجه نمی‌کند و همراه بارت راه می‌آید. (از هر مسیری که بارت بخواهد.) مارج فقط در صورتی راضی می‌شود که به ازای هر i و j متمایز، بارت یا پیشنهاد بازدید از غرفه‌ی j را در یکی از زمان‌هایی که در غرفه‌ی i هستند بدهد یا برعکس (پیشنهاد بازدید از i را در زمانی که در j هستند بدهد.) و آن را عملی کند. بارت می‌خواهد کاری کند که هم مارج راضی شود و هم خودش مجبور نباشد زیاد راه برود. در حقیقت او مایل است شما کم‌ترین میزان رادپیمایی لازم برای راضی کردن مارج را بیابید. این عدد را تا ۳ رقم اعشار گرد کرده و به عنوان پاسخ بفرستید.

پرسش چهارم: تقاطع

در حیاط مدرسه‌ی اسپرینگفیلد، تعداد زیادی مربع (برای بازی لی‌لی) کشیده شده است. با توجه به این که مدرسه‌ی اسپرینگفیلد پولی ندارد که به معلم ریاضی بدهد، مدیر تصمیم گرفته است برای بهبود وضع ریاضی دانش‌آموزان از آن‌ها بخواهد که تعداد تقاطع‌ها بین مربع‌های داخل حیاط مدرسه را بشمارند. (دو مربع متقاطعند اگر محیط‌هایشان دست‌کم یک نقطه‌ی مشترک داشته باشند.) بر این اساس در فایل `springfield.sqr` مشخصات مربع‌های رسم شده در حیاط مدرسه آمده است. هر خط شامل مختصات نقطه‌ی گوشه‌ی بالا سمت راست یک مربع و طول ضلع آن است. اضلاع همه‌ی مربع‌ها موازی با محورهای مختصات هستند. تعداد تقاطع‌ها را بیابید.

پرسش «بیا منو بگیر و صفر نشو»:

در فایل `kitty.cat`، یک نمونه ورودی برای سؤال ۳، با ۴ غرفه آمده است. پاسخ را برای این نمونه بیابید.

پیروز باشید!

