



نام درس : ریاضی ۱

نام و نام خانوادگی :

نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)

پایه تحصیلی : دهم ریاضی و تجربی

تاریخ برگزاری ۱۴۰۱/۱۱/۰۸

نام دبیر : حامدنوردی

عنوان آزمون : کاربرگ ۱۴ - تعیین علامت

تستی

۱ به ازای چند عدد طبیعی، عبارت $p = \frac{(x+4)(9-x)}{2x-8}$ مثبت است؟

۴ بی شمار

۳ ۶

۲ ۴

۱ ۵

۲ جدول تعیین علامت $p(x) = -x^2 - 3x + 54$ کدام است؟

x	-۹	۶
p(x)	+ ○ -	- ○ +

۲

x	-۶	۹
p(x)	+ ○ -	- ○ +

۱

x	-۹	۶
p(x)	- ○ +	+ ○ -

۴

x	-۶	۹
p(x)	- ○ +	+ ○ -

۳

۳ جدول تعیین علامت $p(x) = -9x^2 + 6x - 1$ کدام است؟

x	$\frac{1}{3}$
p(x)	+ ○ -

۴

x	$\frac{1}{3}$
p(x)	- ○ -

۳

x	$-\frac{1}{3}$
p(x)	+ ○ -

۲

x	$-\frac{1}{3}$
p(x)	- ○ -

۱

۴ اگر جدول تعیین علامت $p(x) = \frac{(x+1)(ax^2+bx+12)}{2x+c-1}$ به صورت زیر باشد، $a+b+c$ کدام است؟

x	$-\infty$	-۱	۳	۶	$+\infty$
p(x)	-	○	+	○	+

۴ جواب ندارد.

۳ -۸

۲ -۳

۱ -۷



۵ حاصل عبارت $P(x) = \frac{(x+1)^6(x^2+4x-5)^7}{(x^3-8)^5}$ به ازای $x = 1 - \sqrt{2}$ و $x = -1 + \sqrt{2}$ به ترتیب چگونه

است؟

۴ مثبت - مثبت

۳ مثبت - منفی

۲ منفی - مثبت

۱ منفی - منفی

۶ اگر جدول تعیین علامت $P = x^2 - 11x + b$ به صورت زیر باشد، $a + b$ کدام است؟

x	$-\infty$	$\mathfrak{z}$	a	$+\infty$	
P	+	o	-	o	+

۳۲ ۴

-۱۱ ۳

۲۴ ۲

۱۱ ۱

۷ اگر جدول تعیین علامت $P = \frac{(2x-4)^2(ax^2+bx-12)}{2x+c}$ به صورت زیر باشد، $a + b + c$ کدام است؟

x	$-\infty$	-۵	۲	۶	$+\infty$
P	-	•	+	•	-

جواب ندارد. ۴

۶ ۳

-۱۲ ۲

۱۲ ۱

۸ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $2x^2 + k = x$ باشند، با شرط $5 < x_2 < 2 < x_1$ چه مقدار صحیح برای k وجود دارد؟

۳۷ ۴

۳۸ ۳

۳۹ ۲

۴۰ ۱

۹ جدول تعیین علامت $y = (a^2 - 4)x^2 + ax - b$ به صورت مقابل است. $b - 2a$ ، کدام است؟

x	-۳	
y	+	-

۷ ۴

۸ ۳

۹ ۲

۱۰ ۱

۱۰ علامت عبارت $P = \frac{-x(1-x)}{x^2+x-6}$ در کدام بازه منفی است؟

$(-2\sqrt{3}, -2)$ ۴

$(2, 3)$ ۳

$(\frac{3}{2}, \sqrt{3})$ ۲

$(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2})$ ۱



۱۱ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $x^2 - (m+1)x + m = 0$ باشند و رابطه‌ی $-4 < x_1 < 2 < x_2$ بین ریشه‌های معادله برقرار باشد، حدود m کدام است؟

- ۱ $m < -4$ ۲ $m > +2$ ۳ $-4 < m < -2$ ۴ $(m < -4) \cup (m > +2)$

۱۲ اگر تعیین علامت عبارت $P = (m^2 - m - 2)x + (m - 2)^2$ به صورت مقابل باشد، m کدام است؟

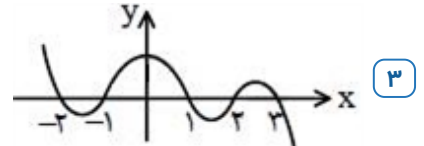
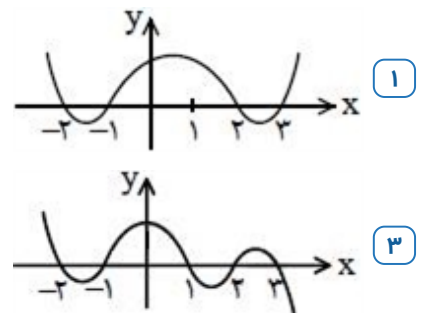
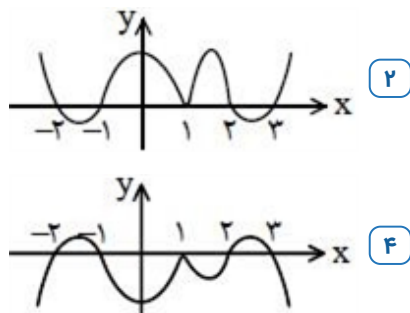
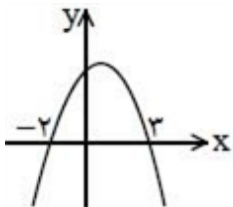
x	$-\infty$	۲	$+\infty$
p	-		+

- ۱ ۲ ۲ $-\frac{1}{4}$ ۳ صفر ۴ هیچ مقداری وجود ندارد.

۱۳ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $-x^2 + 3x + m = 0$ باشند و $-2 < x_1 < 1 < x_2$ باشد، حدود m کدام است؟

- ۱ $-2 < m < 2$ ۲ $m > 10$ ۳ $-2 < m < 10$ ۴ $m < 2$

۱۴ نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. نمودار $y = (x^2 - 2x + 1)(x^2 - x - 2)(-f(x))$ شبیه کدام است؟



۱۵ جدول تعیین علامت عبارت $f(x) = \frac{(m^2 - 2)x^2 - (3m + 1)x - 4}{x - 3\sqrt{x} + 2}$ به صورت زیر است. مقدار m کدام است؟

x	۰	۱	۴
$f(x)$		-	+

۴ $\frac{5}{4}$

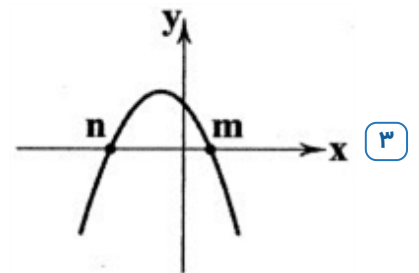
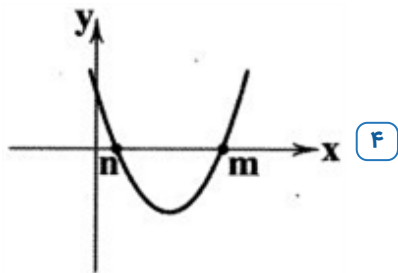
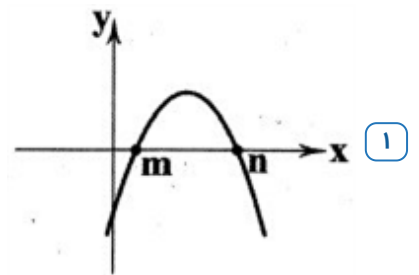
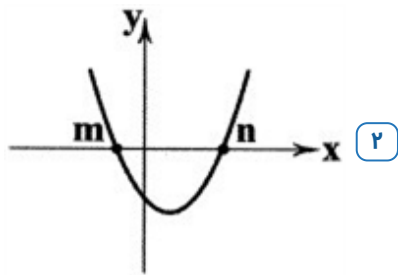
۳ $-\frac{5}{4}$

۲ -۲

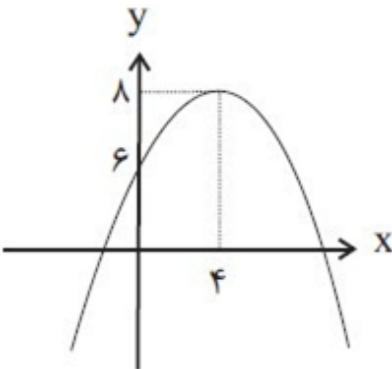
۱ ۲

۱۶ اگر جدول تعیین علامت چند جمله‌ای درجه دوم $P(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار $P(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

x	m	n
$P(x)$	-	+



۱۷ شکل زیر سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد، کدام گزینه تعیین علامت y را به درستی نمایش می‌دهد؟



x	-۲	۱۰
y	-	+

۲

x	-۳	۱۱
y	-	+

۱

x	-۲	۱۰
y	+	-

۴

x	-۴	۱۲
y	-	+

۳



۱۸ جدول تعیین علامت کدام یک از چندجمله‌ای‌های زیر به صورت زیر می‌باشد؟

x	-۲	۱
y	-	+

۲ $y = x^2 - x + 2$

۱ $y = x^2 + x - 2$

۴ $y = x^2 - 3x^2 + 2$

۳ $y = x^2 + 3x^2 - 2$

۱۹ اگر جدول تعیین علامت $y = ax + b$ به شکل مقابل باشد، جدول تعیین علامت $y = bx - a$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟

x	۲
ax + b	+

x	$\frac{1}{2}$
bx - a	-

۲

x	$-\frac{1}{2}$
bx - a	-

۱

x	$-\frac{1}{2}$
bx - a	+

۴

x	$\frac{1}{2}$
bx - a	+

۳

۲۰ جدول تعیین علامت $P = 2(x + 1) + (x - 4) - (x - 2)$ کدام گزینه است؟

x	-۱	۲	۴
P	+	-	+

۲

x	-۱	۲	۴
P	-	+	-

۱

x	۰
P	-

۴

x	۳
P	-

۳



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4, 9 - x = 0 \Rightarrow x = 9, 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4$$

X	$-\infty$	-4	4	9	$+\infty$
$x+4$	-	+	+	+	+
$9-x$	+	+	+	-	-
$2x-8$	-	-	+	+	+
P	$\boxed{+}$	$\boxed{-}$	$\boxed{+}$	$\boxed{-}$	$\boxed{+}$

اعداد طبیعی $x < -4$ یا $4 < x < 9 \longrightarrow x = 5, 6, 7, 8 \Rightarrow 4$ عدد

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲

X	$-\infty$	-9	6	$+\infty$
p(x)	-	+	-	+

$$p(x) = -x^2 - 3x + 54 = 0 \Rightarrow (x + 9)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ x = 6 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳

X	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
p(x)	-	+	-

$$p(x) = -(3x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که علامت دو طرف ریشه $x = 6$ تغییر کرده بنابراین $ax^2 + bx + 12$ باید درجه اول باشد و $x = 3$ ریشه مخرج باشد. ۴

$$\xrightarrow{a=0} bx + 12 = 0 \xrightarrow{x=6} 6b + 12 = 0 \Rightarrow b = -2$$

$$\xrightarrow{x=3 \text{ ریشه مخرج است}} 2(3) + c - 1 = 0 \Rightarrow c = -5$$

با توجه به جوابهای به دست آمده و با توجه به این که b منفی است باید برای $x > 6$ حاصل منفی شود و چون در این جا مثبت نوشته است بنابراین جواب ندارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵

همواره منفی

$$P(x) = \frac{(x+1)^6 (x^2+4x-5)^5}{(x^3-8)^4} = \frac{(x+1)^6 (x^2+4x-5)^5}{(x^3-8)^4} \times \frac{x^2+4x-5}{x^3-8}$$

کافی است عبارت $\frac{x^2+4x-5}{x^3-8}$ را تعیین علامت کنیم:

$$\frac{x^2+4x-5}{x^3-8} = \frac{(x-1)(x+5)}{(x-2)(x^2+2x+4)}$$

	-5	1	2	
x^2+4x-5	+	-	+	+
$x-2$	-	-	-	+
$P(x)$	-	+	-	+

ت.ن

$$x = 1 - \sqrt{2} \approx -0.414 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} P(1 - \sqrt{2}) > 0$$

$$x = -1 + \sqrt{2} \approx 0.414 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} P(-1 + \sqrt{2}) > 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶

$$x = 3 \Rightarrow 9 - 33 + b = 0 \Rightarrow b = 24$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow a = 8$$

$$a + b = 8 + 24 = 32$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که علامت دو طرف ریشه $x = 6$ تغییر کرده بنابراین $ax^2 + bx - 12$ باید

درجه‌ی اول باشد و $x = -5$ ریشه‌ی مخرج است.

$$\xrightarrow{a=0} bx - 12 = 0 \xrightarrow{x=6} 6b - 12 = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$\xrightarrow{\text{ریشه مخرج } x=-5} 2(-5) + c = 0 \Rightarrow c = 10$$

با توجه به جواب‌های به دست آمده و با توجه به این که b مثبت است باید برای $x > 6$ حاصل مثبت شود و چون در این جا منفی نوشته است. بنابراین جواب ندارد.



۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. براساس جدول تعیین علامت در تابع درجه ۲:

X	$-\infty$	X_1	۲	X_2	۵
$P(x) = 2x^2 - x + k$	+	•	-	•	+

$$x = 2 \Rightarrow P(2) < 0 \Rightarrow 2(2)^2 - 2 + k < 0 \Rightarrow k < -6 \quad (1)$$

$$x = 5 \Rightarrow P(5) > 0 \Rightarrow 2(5)^2 - 5 + k > 0 \Rightarrow k > -45 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow -45 < k < -6 \Rightarrow k \text{ تعداد مقادیر صحیح } = (-6 - (-45)) - 1 = 38$$

۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت داده شده نمی‌تواند درجه ۲ باشد، زیرا اگر عبارت درجه دوم یک ریشه مضاعف داشته

باشد، علامت عبارت در کل دامنه آن همواره موافق علامت ضریب x^2 است و در مرز صفر تغییر نمی‌کند. بنابراین

$$a^2 - 4 = 0 \text{ و } a = \pm 2 \text{ با این شرایط معادله به صورت } y = ax - b \text{ درمی‌آید:}$$

X	-۳
$ax - b$	مخالف علامت a موافق علامت

$$x = -3 \Rightarrow a(-3) - b = 0 \text{ مرز صفر شدن}$$

بنابراین a الزاماً منفی است (در مقایسه با جدول مفروض در سؤال) یعنی $a = -2$ و $b = 6$ و

$$b - 2a = 6 - 2(-2) = 10$$

۱۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P = \frac{-x(1-x)}{x^2 + x - 6} = \frac{-x(1-x)}{(x+3)(x-2)} \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \begin{cases} -x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 1-x = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \\ x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

	-۳	۰	۱	۲
-x	+	+	-	-
1-x	+	+	+	-
x+3	-	+	+	+
x-2	-	-	-	+
P	+	-	+	+

$$\left(\frac{3}{2}, \sqrt{3}\right) \subseteq (1, 2)$$

پس P در این بازه منفی است.

۱۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

X	$-\infty$	-۴	X_1	۲	X_2	$+\infty$
$x^2 - (m+1)x + m$	+	+	-	-	+	+

$$\begin{cases} (-4)^2 - (m+1)(-4) + m > 0 \\ 2^2 - (m+1)(2) + m < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20 + 5m > 0 \Rightarrow m > -4 \\ -m + 2 < 0 \Rightarrow m > 2 \end{cases} \Rightarrow m > 2$$



۱۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ریشه معادله درجه اول P ، برابر ۳ است پس:

$$3(m^2 - m - 2) + m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 7m - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 + 32 = 81 \begin{cases} m_1 = 2 \\ m_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

با توجه به جدول تعیین علامت، ضریب x باید مثبت باشد:

$$m^2 - m - 2 > 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) > 0 \Rightarrow m \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

هیچ‌کدام از m های به دست آمده در بازه مربوط قرار نمی‌گیرند پس جدول تعیین علامت به ازای هیچ مقداری از m ، درست نیست.

۱۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

x	-2	x_1	1	x_2
$-x^2 + 3x + m$	-	-	+	-

$$x = -2 \Rightarrow -(-2)^2 + 3(-2) + m < 0 \Rightarrow m < 10 \quad \cap \quad -2 < m < 10$$

$$x = 1 \Rightarrow -(1)^2 + 3(1) + m > 0 \Rightarrow m > -2$$

۱۴

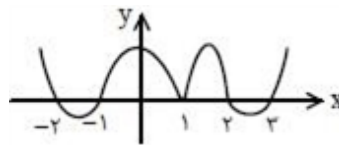
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 \text{ ضریب} = 1 > 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2, x = -1 \Rightarrow -f(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 3$$

x	$-\infty$	-2	-1	1	2	3	$+\infty$
$(x-1)^2$		+	+	+	+	+	+
$x^2 - x - 2$		+	+	-	-	+	+
$-f(x)$		+	-	-	-	-	+
y		+	-	+	+	-	+



۱۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $x = 4$ ریشه ساده مخرج است ولی عبارت در این نقطه تغییر علامت نداده است پس $x = 4$ ریشه صورت نیز باید باشد.

$$16(m^2 - 2) - 4(3m + 1) - 4 = 0 \Rightarrow 16m^2 - 32 - 12m - 4 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 16m^2 - 12m - 40 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

از طرفی برای $x > 4$ عبارت مثبت است، پس باید:

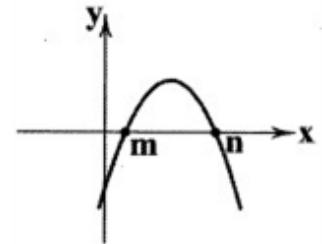
$$m^2 - 2 > 0 \Rightarrow m^2 > 2 \Rightarrow m > \sqrt{2} \text{ یا } m < -\sqrt{2}$$

پس پاسخ $m = 2$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به جدول تعیین علامت زیر

x	m	n
P(x)	-	+

مابین دو ریشه‌ی m و n ($m < n$)، نمودار در بالای محور x ها و در طرفین این ریشه‌ها نمودار در پایین محور قرار دارد. پس گزینه‌ی (۱) می‌تواند جواب موردنظر باشد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون رأس سهمی نقطه $(۴, ۸)$ است، معادله آن را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$y = a(x - ۴)^2 + ۸ \xrightarrow{(۰, ۶) \in f} ۶ = a(۰ - ۴)^2 + ۸$$

$$\Rightarrow ۶ = ۱۶a + ۸ \Rightarrow a = -\frac{1}{۸}$$

$$y = \frac{-1}{۸}(x - ۴)^2 + ۸ \xrightarrow{y=۰} \frac{1}{۸}(x - ۴)^2 = ۸ \Rightarrow (x - ۴)^2 = ۶۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - ۴ = ۸ \Rightarrow x = ۱۲ \\ x - ۴ = -۸ \Rightarrow x = -۴ \end{cases}$$

پس ریشه‌های معادله $y = ۰$ برابر است با $x = ۱۲$ و $x = -۴$ همان‌طور که از نمودار مشخص است. جدول تعیین علامت به صورت گزینه «۳» می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. همان‌طور که از جدول تعیین علامت دیده می‌شود ۱ و ۲- ریشه‌های چند جمله‌ای هستند. در

اطراف $x = ۱$ علامت چند جمله‌ای عوض شده ولی در اطراف $x = -۲$ علامت چند جمله‌ای عوض نشده است پس $x = ۱$ ریشه ساده و $x = -۲$ ریشه مضاعف چند جمله‌ای می‌توانند باشند.

$$y = (x + ۲)^2(x - ۱) \Rightarrow y = (x^2 + ۴x + ۴)(x - ۱)$$

$$\Rightarrow y = x^3 - x^2 + ۴x^2 - ۴x + ۴x - ۴$$

$$\Rightarrow y = x^3 + ۳x^2 - ۴$$



نکته: جدول تعیین علامت عبارت درجه اول $y = ax + b$ به صورت زیر است:

x	$-\frac{b}{a}$
$y = ax + b$	مخالف علامت a موافق علامت a

با توجه به جدول داده شده، دو مطلب را می توان فهمید:

(۱) ریشه این عبارت است، پس: $0 = 2a + b \Rightarrow b = -2a$

(۲) علامت a منفی است.

برای تعیین علامت $y = bx - a$ ، ابتدا به جای b مقدار $-2a$ را قرار می دهیم:

$$y = -2ax - a = -a(2x + 1)$$

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

x	$-\frac{1}{2}$
$-a(2x+1)$	- 0 +

چون a منفی است، پس جدول تعیین علامت به صورت مقابل است:

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

x	۰
P	- 0 +

$$P = 2x + 2 + x - 4 - x + 2 = x \Rightarrow x = 0$$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴