



فایل متنی ای که ملاحظه می‌فرمائید متن سوالات تست‌های مربوط به "ریاضیات گسسته و آمار و احتمال" کنکور سراسری سال ۹۸ رشته ریاضی و فیزیک است. سوالات این قسمت از کنکور از کتاب آمار و احتمال یازدهم و ریاضیات گسسته دوازدهم رشته ریاضی و فیزیک است. (البته تست شماره ۱۵۱ مربوط به هندسه یازدهم از مبحث کاربرد قرینه‌یابی و بازتاب) است.

آنچه در این فایل متنی مشاهده می‌فرمائید، تست‌های شماره ۱۲۰ تا ۱۳۶ کنکور سراسری که در دو سری در این فایل متنی آمده است، ابتدا متن سوالات بدون جواب و سپس با پاسخ تشریحی. در فیلم مربوطه – که با عنوان "کنکور ریاضی ۹۸ – بخش دوم" در صفحه riazi.blog.ir مطلب سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک (riazi.blog.ir) است، وجود دارد.

لازم است بدانید:

همانند آنچه در مورد "سوالات مربوط به هندسه" که گفتیم، بسیاری از داوطلبان از تست‌های "ریاضیات گسسته و آمار و احتمال" به صورت کلی صرف‌نظر می‌کنند چون فرض را بر این می‌گذارند همه آنها "سخت" است. اما همچنانکه در فیلم مربوطه خواهید دید – که فایل متنی آن را دارید مشاهده می‌کنید – بیشتر سوالات از درجه متوسط هستند و دریافت امتیاز مربوط به آنها قابل حصول است اگر با کمی آمادگی که از حل تمرینات و فعالیت‌های کتاب درسی بدست می‌آید، "اعتماد به نفس" لازم را در خود ایجاد کرده باشیم. تست‌هایی از مبحث مجموعه و زیر مجموعه و بازه (فصل دوم از آمار و احتمال یازدهم) یا تست‌های مربوط به گزاره‌ها و تست‌های مربوط به آمار و شماری از تست‌های مربوط به احتمال و ترکیبیات. شاید از میان تست‌های ریاضیات گسسته، تست‌های مربوط به نظریه اعداد (عاد کردن یا بخش پذیری و همنهشتی) بیشتر مشکل به نظر بیاید که حتی در میان آنها، تست‌های کلاسیکی نظیر "معادله سیاله" با کمی تمرین و آمادگی، قابل حل است.

برای تسلط بر هر یک از این مباحث، بهتر است که فیلم‌های آموزشی مربوط به آن که برای مباحث آمار و احتمال به صفحه یازدهم سایت و برای ریاضیات گسسته، صفحه دوازدهم سایت مراجعه شود. در فیلم‌های آموزشی، توضیحات مفصلی در مورد مفاهیم بر مبنای تمرینات کتاب درسی ارائه شده است. زدن حتی چند تست از این تعداد (حدود بیست تست) گسسته و احتمال در کنکور می‌تواند رتبه شما را بسیار جابه‌جا کند. چون اکثریت داوطلبانی که آمادگی متوسط به بالایی دارند در تست‌های حسابان تقریباً عملکرد مشابهی دارند و آنچه افراد را تمیز می‌دهد در تست‌های مربوط به هندسه (که در بخش دوم آمد) و ریاضیات و گسسته و آمار احتمال است.

توصیه می‌شود که برای استفاده موثرتر از فیلم‌های آموزشی حتماً آنها را دانلود فرمائید و برای اینکه با بهترین کیفیت (اصلی) دانلود کنید از لینک تلگرام و یا گوگل درایو فیلم‌ها که در زیر لوگوی فیلم در صفحه اصل مطلب قرار دارد استفاده کنید.

تست به تست پیش بروید و سعی کنید که حتماً یکبار خودتان از ابتدا تا انتهای تست را حل کنید و به جواب برسید.

یادتان باشد،

"ریاضی را باید با صبر و حوصله و طمأنینه یاد بگیرید"

اصلاً "زمان" را در یادگیری موضوعی مهم ندانید، بدانید این زمان "سرمایه‌ای" است که در هنگام خود به بهره می‌رسد.

آدرس سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک: riazi.blog.ir

۱۳۰- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 0$ ، عدد غیر صفر x ، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه ماتریسی $AX = A - 2I$ ، ماتریس X ، کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

۱۳۲- اگر A ماتریس 3×3 باشد و $|A| = 4$ ، آنگاه دترمینان ماتریس $A \cdot A$ ، کدام است؟

(۱) ۶۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۸ (۴) ۲۵۶

۱۳۳- وتر مشترک دایره C با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x = 6$ منطبق بر نیمساز ناحیه اول است. اگر دایره C از نقطه $(-1, 4)$ بگذرد، معادله آن کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - y + 3x = 6$ (۲) $x^2 + y^2 + 2y - x = 6$

(۳) $x^2 + y^2 - 2y + x = 6$ (۴) $x^2 + y^2 - 3y - x = 6$

۱۳۴- معادله یک سهمی با کانون $F(2, 1)$ و خط هادی به معادله $x = 4$ ، کدام است؟

(۱) $y^2 - 2y + 4x = 11$ (۲) $y^2 - 2y + 2x = 5$

(۳) $x^2 - 4x + 4y = 0$ (۴) $x^2 - 6x + 2y = -5$

۱۳۵- در یک بیضی به اقطار $2\sqrt{5}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی، کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۱۳۶- به ازای کدام مقدار m ، سه بردار $\vec{a} = (-1, 2, 3)$ ، $\vec{b} = (2, 0, 1)$ و $\vec{c} = (-4, m, 5)$ در یک صفحه‌اند؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۷- اگر $A = \{\{1, 2, \{1, 2\}\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2\}\}$ و $B = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$ باشند، تعداد زیر مجموعه‌های $A \cap B'$ ، کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۱۳۸- در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه اول ۴ لامپ و در جعبه دوم ۳ لامپ معیوب است. از جعبه اول ۵ لامپ و از جعبه دوم ۷ لامپ، به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، یک لامپ انتخابی از جعبه جدید، معیوب است؟

(۱) $\frac{5}{24}$ (۲) $\frac{11}{48}$ (۳) $\frac{13}{48}$ (۴) $\frac{7}{24}$

۱۳۹- در دو پیشامد مستقل A و B ، اگر $P(A \cap B) = 0/6$ و $P(A \cap B') = 0/2$ ، آنگاه $P(A \cup B')$ ، کدام است؟

- (۱) $0/7$ (۲) $0/75$ (۳) $0/85$ (۴) $0/9$

۱۴۰- نمرات ریاضی ۴۰ دانش آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. میانگین وزنی نمرات، کدام است؟

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

- (۱) $14/2$ (۲) $14/25$ (۳) $14/4$ (۴) $14/75$

۱۴۱- نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است، مقدار $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ کدام است؟

$12/7, 30/2, 10/6, 11/9, 10/6, 12/3, 11/2, 13/5, 12/8, 11/5$
--

- (۱) $-0/225$ (۲) $-0/125$ (۳) $0/175$ (۴) $0/275$

۱۴۲- اگر باقی مانده تقسیم عددی بر ۶ و ۱۱ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم این عدد بر ۶۶، کدام است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۳۲ (۳) ۴۰ (۴) ۴۱

۱۴۳- به ازای بعضی از مقادیر $n \in \mathbb{N}$ ، اگر $3|13n+3$ و $4|7n+4$ و $1 \neq \alpha$ باشد، آنگاه مجموع ارقام کوچک ترین عدد n ، کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۴۴- قیمت هر واحد از دو نوع کالای متمایز به ترتیب ۲۲۰ و ۱۴۰ تومان است. با مبلغ ۱۹۰۰۰ تومان، به چند طریق می توان از این دو نوع کالا، خریداری کرد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۴۵- اگر عدد $a + 7^{13}$ بر ۲۳ بخش پذیر باشد، کوچک ترین عدد طبیعی a ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۴۶- یک گراف ساده ۶ رأسی $4-$ منتظم، دارای چند دور با طول ۴ است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۱۴۷- به چند طریق می توان ۱۱ توپ یکسان را بین ۵ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل، یک توپ داشته باشد؟

- (۱) ۱۶۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۲۲۰

۱۴۸- تعداد توابع پوشا، از یک مجموعه ۶ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی، کدام است؟

- ۳۶۰ (۱) ۴۵۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۵۴۰ (۴)

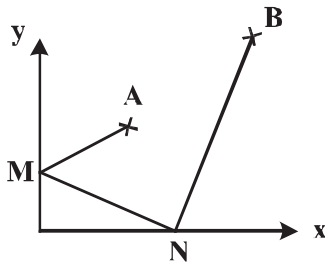
۱۴۹- از مجموعه اعداد $\{5, 8, 11, \dots, 65, 68, 71\}$ که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده است. یک زیر مجموعه حداقل چند عضوی انتخاب شود تا مطمئن باشیم، لافل دو عدد در این زیر مجموعه موجود است که جمع آن‌ها، ۸۲ باشد؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۱۵۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر x ، بازه $(x+1, 2x-1)$ یک همسایگی عدد ۳، می‌باشد؟

- \emptyset (۱) $\{2\}$ (۲) $2 < x < 2.5$ (۳) $1.5 < x < 2$ (۴)

۱۵۱- نقاط $A \begin{vmatrix} 3 \\ 5 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 9 \\ 11 \end{vmatrix}$ در صفحهٔ محورهای مختصات مفروض‌اند، دو نقطه M و N همواره روی دو محور می‌لغزند.



کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ ، کدام است؟

- ۱۸ (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴)

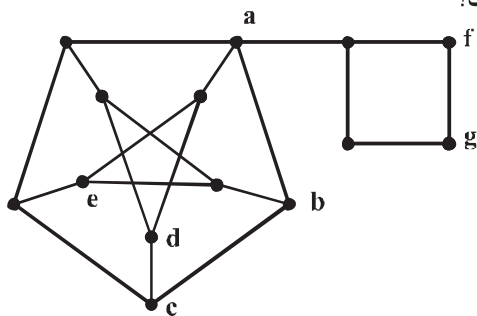
۱۵۲- گزاره $\sim(p \Rightarrow q)$ ، با کدام گزاره زیر، هم ارزش است؟

- $\sim p \vee q$ (۱) $p \vee \sim q$ (۲) $\sim p \wedge q$ (۳) $p \wedge \sim q$ (۴)

۱۵۳- گزارهٔ سوری، $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; P(x, y)$ ، با کدام گزاره نمای $P(x, y)$ دارای ارزش درست است؟

- $y - x = 6$ (۱) $x - y = 6$ (۲) $x + y = 6$ (۳) $xy = 6$ (۴)

۱۵۴- کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو، یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است؟



- $\{a, c, e, g\}$ (۱) $\{a, d, e, g\}$ (۲) $\{a, b, d, e\}$ (۳) $\{a, d, c, f\}$ (۴)

۱۵۵- تعداد مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

، کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۱۳۷- اگر $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2\}\}$ و $B = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$ باشند، تعداد زیر مجموعه‌های $A \cap B'$ ، کدام است؟

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

$$A \cap B' = A - B$$

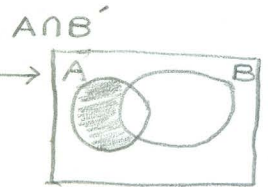
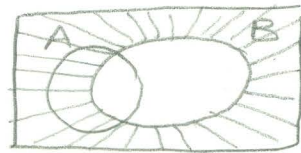
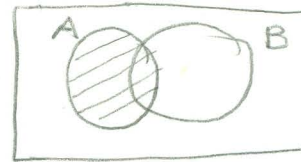
$$S = A \cup B$$

$$\rightarrow A \cap B' = \left\{ 1, 2, \{1, 2\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2\} \right\}$$

$$\left\{ 1, 2, \{1, \{1, 2\}\}, \{2\} \right\}$$

$$= \left\{ 1, 2, \{1, \{1, 2\}\}, \{2\} \right\} \Rightarrow n(A \cap B') = 4$$

تعداد زیر مجموعه‌ها
 $2^4 = 16$ گزینه (۳)



۱۳۸- در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه اول ۴ لامپ و در جعبه دوم ۳ لامپ معیوب است. از

جعبه اول ۵ لامپ و از جعبه دوم ۷ لامپ، به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، یک

لامپ انتخابی از جعبه جدید، معیوب است؟

۷/۲۴ (۴)

۱۳/۴۸ (۳)

۱۱/۴۸ (۲)

۵/۲۴ (۱)

جعبه اول
۴ معیوب
۱۶ سالم

جعبه دوم
۳ معیوب
۹ سالم

احتمال معیوب بودن هر یک از لامپ‌های ۱۲ لامپ
خارج شده از جعبه اول $\frac{4}{20}$ و برای
تمامی لامپ‌های معیوب دوم $\frac{3}{12}$ باقی
می‌مانند.

$$P(A) = \frac{5}{12} \times \frac{4}{20} + \frac{7}{12} \times \frac{3}{12}$$

احتمال اینکه لامپ انتخابی از جعبه
دوم باشد

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(B') \cdot P(A|B')$$

(قانون احتمال کل)

$$P(A) = \frac{20}{240} + \frac{21}{144} = \frac{1}{12} + \frac{7}{48} = \frac{4+7}{48} = \frac{11}{48}$$

گزینه (۲)

۱۳۹- در دو پیشامد مستقل A و B، اگر $P(A \cap B) = 0.6$ و $P(A \cap B') = 0.2$ ، آنگاه $P(A \cup B')$ کدام است؟

۰/۹ (۴)

۰/۸۵ (۳)

۰/۷۵ (۲)

۰/۲ (۱)

اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند "A و B"، "A و B'", "A' و B" و "A' و B'" هم مستقل هستند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) \cdot (1 - P(B)) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \underbrace{P(A) \cdot P(B')}_{P(A \cap B')} + P(B)$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B')$$

$$= \frac{4}{5} + \frac{1}{4} - \frac{2}{10}$$

$$= \frac{16 + 5 - 4}{20} = \frac{17}{20} = 0.85$$

گزینه (۳)

$$\left. \begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B) \\ P(A \cap B') &= P(A) \cdot P(B') \end{aligned} \right\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} 0.6 &= P(A) \cdot P(B) \\ 0.2 &= P(A) \cdot P(B') \end{aligned} \right.$$

$$P(B') = 1 - P(B)$$

$$0.6 = a \cdot b$$

$$0.2 = a \cdot (1 - b)$$

$$3 = \frac{b}{1 - b}$$

$$3 - 3b = b$$

$$b = P(B) = \frac{3}{4}$$

$$P(B') = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{4}{5}$$

۱۴۰- نمرات ریاضی ۴۰ دانش آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. میانگین وزنی نمرات، کدام است؟

	-۴	-۲	۰	۱	۳	۴
x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

۱۴/۷۵ (۴)

۱۴/۴ (۳)

۱۴/۲۵ (۲)

۱۴/۲ (۱)

می‌توانیم به جای اینکه $\sum_{i=1}^6 x_i f_i$ را حساب کرده و بر $\sum_{i=1}^6 f_i$ تقسیم کنیم، نسبت به یک عدد دلخواه مثلاً ۱۴ میانگین را حساب

و بعد با ۱۴ جمع کنیم.

$$\frac{5x_{-4} + 8x_{-2} + 7x_0 + 10x_1 + 6x_3 + 4x_4}{50} = \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$= 0.2$$

$$\bar{X} = 14 + 0.2 = 14.2$$

گزینه (۱)

۱۴۱- نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است، مقدار $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ کدام است؟

۱۲/۷، ۲۰/۲، ۱۰/۶، ۱۱/۹، ۱۰/۶، ۱۲/۳، ۱۱/۲، ۱۳/۵، ۱۲/۸، ۱۱/۵

۰/۲۷۵ (۴) ۰/۱۷۵ (۳) -۰/۱۲۵ (۲) -۰ ۲۲۵ (۱)

Q_1 ۱۰/۶، ۱۰/۶، ۱۱/۲، ۱۱/۵، ۱۱/۹، ۱۲/۳، ۱۲/۷، ۱۲/۸، ۱۳/۵، ۲۰/۲ Q_3

$$Q_2 = \frac{11,9 + 12,3}{2} = \frac{24,2}{2} = 12,1$$

$$\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{11,2 + 12,8 - 2 \times 12,1}{12,8 - 11,2} = \frac{24 - 24,2}{1,6}$$

$$= \frac{-0,2}{1,6} = -\frac{1}{8} = -0,125$$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 11} \\ - 10 \\ \hline 10 \\ - 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

گزینه (۲)

۱۴۲- اگر باقی مانده تقسیم عددی بر ۶ و ۱۱ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم این عدد بر ۶۶، کدام است؟

۴۱ (۴) ۴۰ (۳) ۳۲ (۲) ۲۹ (۱)

$$\begin{array}{l} a \equiv b \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{n} \end{array} \xrightarrow{(m,n)=1} a \equiv b \pmod{mn}$$

$$a \equiv 5 \pmod{6} \rightarrow a \equiv 5 \equiv 29 \pmod{66}$$

$$a \equiv 7 \pmod{11} \rightarrow a \equiv 7 \equiv 29 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow a \equiv 29 \pmod{66}$$

گزینه (۱)

$$\begin{array}{l} a - b = mK \\ a - b = nK' \end{array}$$

با توجه به اینکه m و n هر کدام شمارنده $a - b$ است و $(m, n) = 1$ (یعنی نسبت به هم اول است) بنابراین $m \times n$ شمارنده $a - b$ است

$$a - b = mnq \Rightarrow a \equiv b \pmod{mn}$$

نکته:

$$a \equiv 5 \pmod{6} \rightarrow a = 6K + 5 \quad (1)$$

$$a \equiv 7 \pmod{11} \rightarrow a = 11K' + 7 \quad (2)$$

برای یافتن ۲۹ این مراحل را می توان طی کرد.

K	۱	۲	۳	۴	۵
(1)	۱۱	۱۷	۲۳	۲۹	۳۵
(2)	۱۸	۲۹	۴۰	۵۱	۶۲

۱۴۳- به ازای بعضی از مقادیر $n \in \mathbb{N}$ اگر $\alpha | 13n + 3$ و $\alpha | 7n + 4$ و $\alpha \neq 1$ باشد، آنگاه مجموع ارقام کوچکترین عدد n ، کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

$$\alpha | 7n + 4 \rightarrow \alpha | 13(7n + 4) \rightarrow \alpha | 91n + 52 \rightarrow \alpha | 91n + 52 - (91n + 28)$$

$$\alpha | 13n + 3 \rightarrow \alpha | 7(13n + 4) \rightarrow \alpha | 91n + 28$$

$$\Rightarrow \alpha | 31$$

چون شرط $\alpha \neq 1$ بنابراین $\alpha = 31$

$$31 | 7n + 4 \rightarrow 7n + 4 = 31K \rightarrow 7n \equiv -4 \pmod{31}$$

$$7n \equiv -4 \pmod{31}$$

$$7n \equiv -4 - 31 \rightarrow 7n \equiv -35 \pmod{31}$$

$$7n \equiv -7 \times 5 \pmod{31}$$

$$n \equiv -5 \pmod{31}$$

$$n \equiv -5 + 31 \pmod{31}$$

$$n \equiv 26 \pmod{31}$$

گزینه (۲)

اگر از $13n + 3$ به جای $7n + 4$ استفاده می کردیم باز $n = 26$

$$31 | 13n + 3$$

$$13n \equiv -3 \pmod{31}$$

$$13n \equiv -3 - 2 \times 31 \pmod{31}$$

$$13n \equiv -65 \pmod{31}$$

$$n \equiv -5 \pmod{31}$$

۱۴۴- قیمت هر واحد از دو نوع کالای متمایز به ترتیب ۲۲۰ و ۱۴۰ تومان است. با مبلغ ۱۹۰۰۰ تومان، به چند طریق

می توان از این دو نوع کالا، خریداری کرد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

$$220x + 140y = 19000$$

$$22x + 14y = 1900$$

$$11x + 7y = 950 \rightarrow 7y = 950 - 11x$$

$$11x \equiv 950 \pmod{7}$$

$$11x \equiv 950 - 7 \times 10 \pmod{7}$$

$$11x \equiv 880 \pmod{7}$$

$$x \equiv 80 \pmod{7} \rightarrow x = 7K + 80$$

$$x = 7K + 77 + 3$$

$$x = 7(K + 11) + 3$$

$$x = 7K' + 3$$

$$x = 7K' + 3$$

$$11(7K' + 3) + 7y = 950$$

$$y = \frac{950 - 11(7K' + 3)}{7}$$

$$y = \frac{950 - 77 - 11 \times 7K'}{7}$$

$$y = -11K' + 131$$

$$K' = 0, 1, 2, 3, \dots, 11$$

۱۳ نوع خرید برای این دو کالا داریم

(طریق) گزینه (۳)

به ازای هر یک از این K' ها یک قیمت (x, y) داریم که این همان طریق خرید کردن از این دو نوع کالا است.

۱۴۵- اگر عدد $a + 7^{13}$ بر ۲۳ بخش پذیر باشد، کوچک ترین عدد طبیعی a ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$23 \mid 7^{13} + a$$

$$7^2 \equiv 49 \pmod{23}$$

$$7^4 = 7^2 \times 49 = 2401$$

$$\begin{array}{r} 2401 \mid 23 \\ - 23 \\ \hline 101 \\ - 92 \\ \hline 9 \end{array} \quad 7^4 \equiv 9 \pmod{23}$$

$$7^8 = 7^4 \times 2401 = 2401^2$$

$$\begin{array}{r} 2401^2 \mid 23 \\ - 23 \\ \hline 101 \\ - 92 \\ \hline 9 \end{array} \quad 7^8 \equiv 9 \pmod{23}$$

$$7^8 \equiv 9 \pmod{23}$$

$$(7^8)^3 \equiv 9^3 \equiv 729 \pmod{23}$$

$$\begin{array}{r} 729 \mid 23 \\ - 69 \\ \hline 39 \\ - 23 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$7^8 \times 7^{12} \equiv 9 \times 16 \equiv 144 \pmod{23}$$

$$\begin{array}{r} 144 \mid 23 \\ - 92 \\ \hline 52 \\ - 46 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$7^{13} \equiv 20 \pmod{23}$$

$$\Rightarrow 7^{13} - 20 \equiv 0 \pmod{23}$$

$$7^{13} - 20 + 23 \equiv 0 \pmod{23}$$

$$7^{13} + 3 \equiv 0 \pmod{23}$$

گزینه (۲)

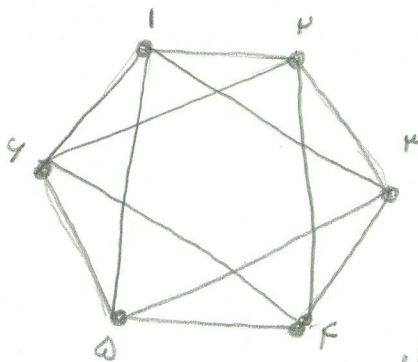
۱۴۶- یک گراف ساده ۶ رأسی ۴- منتظم، دارای چند دور با طول ۴ است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)



گراف ۶ رأسی ۴- منتظم مقابل

را در نظر می گیریم.

برای هر چهار رأسی که در نظر بگیریم

می توانیم بیشترین دوری با طول ۴

داریم.

مثال رئس های ۱، ۲، ۳ و ۴ دوری دارند به طول

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$$

بر رئس های ۱، ۲، ۳ و ۴؛ دوری به طول ۴ دارند: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!2!} = 15 \quad \text{گزینه (۴)}$$

۱۴۷- به چند طریق می توان ۱۱ توپ یکسان را بین ۵ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد؟

۲۲۰ (۴)

۲۱۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 11$$

با شرط هر کدام حداقل یک توپ

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 = 6$$

$$\binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4! \times 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2} = 210 \text{ گزینه (۳)}$$

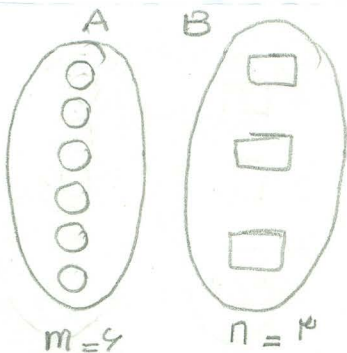
۱۴۸- تعداد توابع پوشا، از یک مجموعه ۶ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی، کدام است؟

۵۴۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

۴۵۰ (۲)

۳۶۰ (۱)



$$\circ \times \circ \times \circ \times \circ \times \circ \times \circ = 3^6 = 729$$

تعداد کل توابعی که از A به B می توان در نظر گرفت

اگر توابع غیر پوشا را از کل توابعی که از A به B

می توان داشت کم کنیم پاسخ، تعداد توابع پوشا است.

$$\begin{aligned} \text{تعداد توابع پوشا} &= 3^m - (3 \times 2^m - 3) \Rightarrow 3^6 - (3 \times 2^6) + 3 \\ &= 729 - 3 \times 64 + 3 = 729 - 192 + 3 \\ &= 540 \end{aligned}$$

گزینه (۴)

۱۴۹- از مجموعه اعداد $\{5, 8, 11, \dots, 65, 68, 71\}$ که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده است. یک زیر مجموعه حداقل چند عضوی انتخاب شود تا مطمئن باشیم، لاکل دو عدد در این زیر مجموعه موجود است که جمع آن‌ها ۸۲ باشد؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

باید تعداد جفت‌هایی که جمع شان ۸۲ می‌شود بیابیم.

این تعداد همان تعداد لانه‌ها هستند در اصل لانه کیوتری

$$a_n = 5 + (n-1) \times 3 \rightarrow a_n = 3n + 2$$

$$71 = 3n + 2 \rightarrow 3n = 69$$

$$n = 23$$

اما ۵ و یا ۸ با عددی از مجموعه مفروض جمع ۸۲ را ایجاد نمی‌کنند. پس کلاً باید از ۲۱ عدد از ۱ تا ۷۱ بررسی انجام دهیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} (11, 71), (14, 68), (17, 65), (20, 62), (23, 59) \\ (26, 56), (29, 53), (32, 50), (35, 47), (38, 44) \\ \times (41, 41) \end{array} \right\} \text{ لانه‌ها}$$

تعداد لانه‌ها ۱۰ است به نظری آید که اگر بگوییم ۱۱ عدد اگر انتخاب

کنیم دست کم یک جفت عدد مجموع ۸۲ داریم. اما چون می‌توانیم عددی ۳، ۵ و ۴ را که در تشکیل لانه‌ها نبودند اما جزو مجموعه مفروض بودند را انتخاب کنیم پس دست کم ۱۴ عدد باید انتخاب شود تا یک جفت مجموع ۸۲ داشته باشیم. گزینه (۴)

۱۵۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر x ، بازه $(x+1, 2x-1)$ یک همسایگی عدد ۳ می‌باشد؟

۱/۵ < x < ۲ (۴)

۲ < x < ۲.۵ (۳)

{۲} (۲)

∅ (۱)

همسایگی برای ۳ $(x+1, 2x-1)$

• گزینه (۲)



$$(2+1, 2 \times 2 - 1)$$

$$(2, 3)$$

- پس همسایگی برای ۳ نیست.

• گزینه (۳) مثلاً اگر ۲ اقرار



$$x = 2$$

$$(2, 2 \times 2 - 1) = (2, 3)$$

$$x = 1, 5 \leftarrow (1, 5+1, 2 \times 1, 5 - 1)$$

• گزینه (۴)

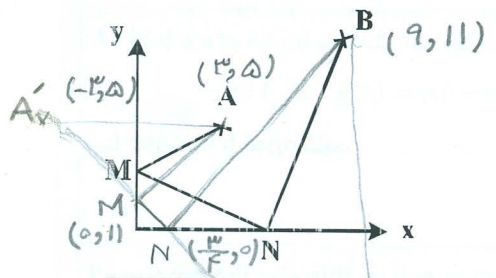
همسایگی برای ۳ ایجاد

$$(2, 5, 2)$$

نمی‌کند

پس گزینه (۱)

۱۵۱- نقاط A (۳, ۵) و B (۹, ۱۱) در صفحهٔ محورهای مختصات مفروض اند، دو نقطه M و N همواره روی دو محور می‌لغزند.



کترین اندازه خط شکسته AMNB، کدام است؟

- ۱۸ (۱)
- ۱۹ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۲۱ (۴)

طول مسیر AMNB رسم شده کوتاه‌ترین خط شکسته AMNB است.

مختصات نقاط M و N را پیدا کنیم.

باید ابتدا معادله خط d را پیدا کنیم

$$m_d = m_{A'B'} = \frac{5 - (-11)}{-3 - 9} = -\frac{16}{12} = -\frac{4}{3}$$

$$y - 5 = -\frac{4}{3}(x - (-3)) \rightarrow y = -\frac{4}{3}x + 1$$

M(0, 1) N(3/4, 0)

(3, 5) (0, 1)

$$AM = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

(0, 1) (3/4, 0)

$$MN = \sqrt{\frac{9}{16} + 1} = \frac{5}{4}$$

(3/4, 0) (9, 11)

$$NB = \sqrt{(9 - \frac{3}{4})^2 + 11^2} = \sqrt{\frac{33^2}{16} + 11^2} = \sqrt{\frac{3 \times 11^2 + 16 \times 11^2}{16}} = \frac{5 \times 11}{4} = \frac{55}{4}$$

$$AMNB = 5 + \frac{5}{4} + \frac{55}{4} = \frac{20 + 5 + 55}{4} = 20$$

گزینه (۳)

۱۵۲- گزاره (p ⇒ q) ~، با کدام گزاره زیر، هم ارزش است؟

- (۱) ~p ∨ q
- (۲) p ∨ ~q
- (۳) ~p ∧ q
- (۴) p ∧ ~q

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

گزینه (۴)

p	q	~p	p → q	~p ∨ q
F	F	T	T	T
T	T	F	T	T
F	T	T	T	T
T	F	F	F	F

↳ ≡ ↓

۱۵۳- گزاره سوری، $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; P(x, y)$ ، با کدام گزاره نمای $P(x, y)$ دارای ارزش درست است؟

(۴) $xy = 6$

(۳) $x + y = 6$

(۲) $x - y = 6$

(۱) $y - x = 6$

بیان فارسی آن یعنی نیازای هر عدد طبیعی که در نظر بگیریم، عدد طبیعی ای وجود دارد که در رابطه مفروض صدق می کند.

گزینه (۱) را بررسی کنیم $y = x + 6$ ؛ هر x عضو عدد طبیعی، y عضو \mathbb{N} را ایجاد می کند. پس پاسخ گزینه (۱) است.

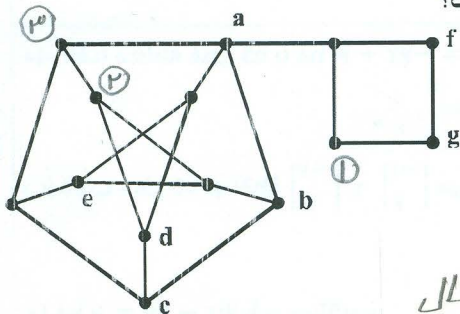
گزینه (۲) را بررسی کنیم: $x - y = 6 \rightarrow x - 6 = y$ به ازای $x = 1$ به طور مثال $y = 5$ درست می آید که عضو \mathbb{N} نیست.

گزینه (۳) $y = 6 - x$ به طور مثال اگر $x = 1$ را در نظر بگیریم $y \notin \mathbb{N}$

گزینه (۴) $y = \frac{6}{x}$ ؛ به طور مثال $x = 7$ ، $y \notin \mathbb{N}$ ، تفواهد بود.

پس گزینه (۱) پاسخ است.

۱۵۴- کدام مجموعه برای گراف روبه رو، یک مجموعه احاطه گر مینیمال است؟



(۱) $\{a, c, e, g\}$

(۲) $\{a, d, e, g\}$

(۳) $\{a, b, d, e\}$

(۴) $\{a, d, c, f\}$

برای پیدا کردن یک مجموعه احاطه گر مینیمال
بابت همه به اینکه در تمامی گزینه ها فقط
از رئوس نامگذاری شده استفاده شود.

بنابراین ما نیزه بنا را احاطه گری این رئوس برای نامگذاری شده

قرار می دهیم رأس (۱) توسط هیچ راسی به جز e نمی تواند احاطه شود پس e

جزو مجموعه احاطه گر مینیمال باید باشد. رأس (۲) فقط توسط d می تواند
احاطه شود (از بین رئوس نامگذاری شده) پس d هم باید جزو مجموعه احاطه گر
مورد نظر باشد. گزینه (۲) پاسخ است.

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۱۵۵- تعداد مربع های لاتین متعامد با مربع لاتین ، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

A

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱



۳۱	۱۲	۲۳
۱۳	۲۱	۳۲
۲۲	۳۳	۱۱



۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱



۳۱	۱۳	۲۲
۱۲	۲۱	۳۳
۲۳	۳۲	۱۱



۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲



۳۲	۱۱	۲۳
۱۳	۲۲	۳۱
۲۱	۳۳	۱۲

/		
	/	
		/

بنابراین به ازای هر عددی که

در در نظر بگیریم ۲ مربع

لاتین متعامد برای مربع

لاتین مساله وجود دارد $2 \times 3 = 6$ گزینه (۴)