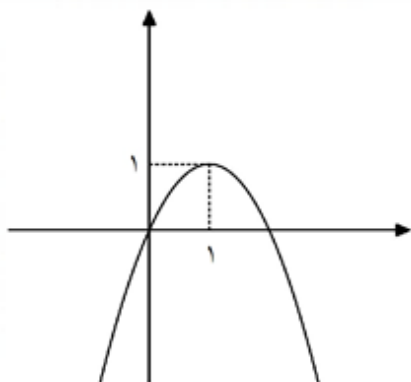




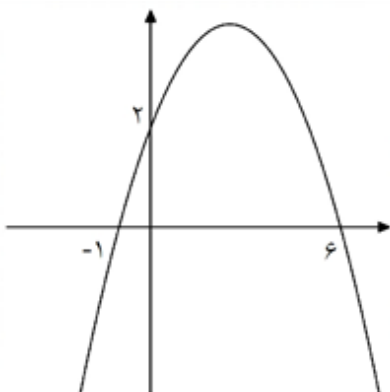
نام و نام خانوادگی :
پایه تحصیلی :
نام دبیر :
عنوان آزمون :
تاریخ برگزاری :
نام درس : ریاضی ۱
نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)
۱۴۰۱/۱۰/۲۸

نام و نام خانوادگی :
پایه تحصیلی :
نام دبیر :
عنوان آزمون :
تاریخ برگزاری :
نام درس : ریاضی ۱
نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)
۱۴۰۱/۱۰/۲۸

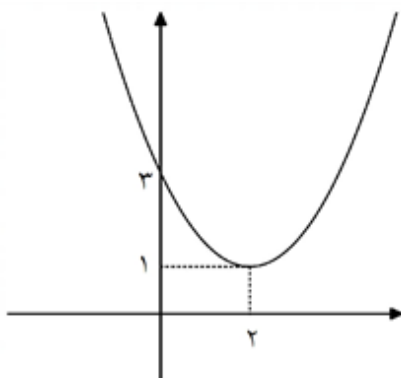
معادله سهمی زیر را بنویسید.

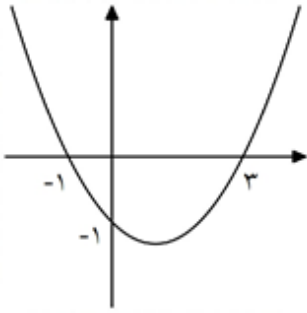


معادله سهمی زیر را بنویسید.



ضابطه سهمی زیر را بنویسید.





۵ اگر $A(-2, 1)$ و $B(-10, 1)$ دو نقطه از یک سهمی باشند، طول رأس سهمی را حساب کنید.

۶ با توجه به سهمی $y = -x^2 + x - 7$ جدول زیر را کامل کنید.

x	$y = -x^2 + x - 7$	(x, y)
1		
-1		
2		
0		

۷ با توجه به سهمی $y = x^2 + x + 1$ جدول زیر را کامل کنید.

x	$y = x^2 + x + 1$	(x, y)
0		
1		
2		
3		

۸ اگر $A(a, 5)$ و $B(b, 5)$ دو نقطه از یک سهمی باشند و خط تقارن $x = -11$ باشد $a + b$ را حساب کنید.

۹ اگر $A(-1, 7)$ و $B(11, 7)$ دو نقطه از یک سهمی باشند، خط تقارن سهمی را حساب کنید.

۱۰ نمودار هریک از سهمی‌های زیر را رسم کنید.

ب) $y = 3x^2 - 2$

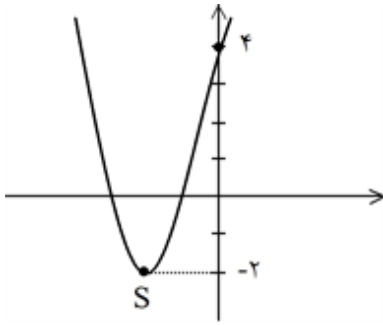
الف) $y = -(x + 1)^2 - 3$

ت) $y = \frac{x^2}{2} + x - 4$

پ) $y = x - x^2$



۱۱ اگر نمودار سهمی $y = x^2 + mx + 4$ به صورت زیر باشد مقدار m را بیابید.



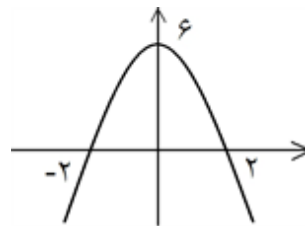
۱۲ اگر رأس یک سهمی روی نیمساز ربع اول باشد و محور x ها را در ۲ نقطه به طولهای ۱ و ۳ قطع کند، این سهمی محور y ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

۱۳ اگر خط $y = x + 2k + 2$ سهمی $y = 3kx^2 - 5x + k + 1$ را قطع نکند، مقادیر ممکن برای k را حساب کنید.

۱۴ m را طوری تعیین کنید که خط $y = -2x + m - 3$ بر سهمی $y = (m - 1)x^2 + 4x + 3m - 2$ در یک نقطه مماس باشد.

۱۵ m را طوری تعیین کنید که خط $y = -2mx - 7$ در یک نقطه بر سهمی $y = (m + 2)x^2 - 4mx - 6$ مماس باشد.

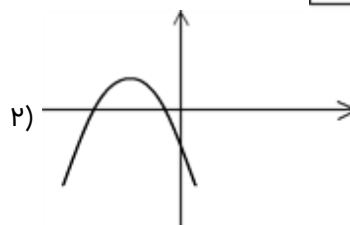
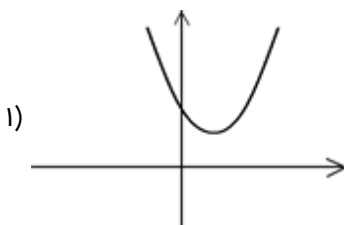
۱۶ معادله سهمی زیر را بنویسید.



۱۷ اگر رأس سهمی $S(-1, 4)$ باشد، $y = ax^2 + bx + 5$ را حساب کنید.

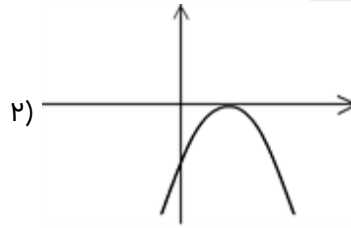
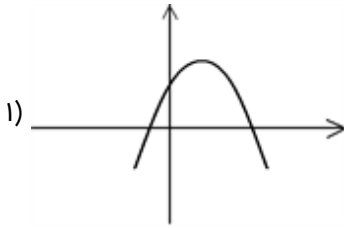
۱۸ جدول زیر را کامل کنید. (علامت a و b و c و Δ را مشخص کنید.)

تعداد ریشه	Δ	c	b	a	نمودار
۱					
۲					



۱۹ جدول زیر را کامل کنید. (علامت a و b و c و Δ را مشخص کنید).

تعداد ریشه	Δ	c	b	a	نمودار
۱					
۲					



۲۰ اگر نقطه‌ی $A(1, -1)$ رأس سهمی $y = 2x^2 + ax + b$ باشد، این سهمی محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۲۱ در سهمی $y = 2x^2 + ax + b$ اگر رأس سهمی $S(1, 5)$ باشد، a و b را حساب کنید.

۲۲ جاهای خالی را پر کنید.

جهت دهانه سهمی	رأس سهمی	محور تقارن	سهمی
			$y = -x^2 + 10x + 1$
		$x = -1$	$y = 3x^2 + \dots + 1$

۲۳ جاهای خالی را پر کنید.

جهت دهانه سهمی	رأس سهمی	محور تقارن	سهمی
			$y = x^2 + 4x + 1$
	$(1, 5)$		$y = 2x^2 + \dots + 7$



۱

در سهمی داده شده رأس سهمی معلوم است. بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - h)^2 + k \Rightarrow y = a(x - 1)^2 + 1$$

سهمی محور y ها را در نقطه $O(0, 0)$ قطع می‌کند. بنابراین داریم:

$$O(0, 0) \Rightarrow 0 = a(0 - 1)^2 + 1 \Rightarrow 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$y = -(x - 1)^2 + 1 \Rightarrow y = -(x^2 - 2x + 1) + 1 \Rightarrow y = -x^2 + 2x - 1 + 1$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 2x$$

۲

در نمودار محل برخورد با محور x ها معلوم است. بنابراین از ضابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 6)$$

سهمی محور y ها را در نقطه $A(0, 2)$ قطع کرده است. بنابراین:

$$A(0, 2) \Rightarrow 2 = a(0 + 1)(0 - 6) \Rightarrow 2 = -6a \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x + 1)(x - 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(x^2 - 5x - 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

۳

در سهمی داده شده رأس سهمی معلوم است. بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - h)^2 + k \Rightarrow y = a(x - 2)^2 + 1$$

سهمی محور y ها را در نقطه $A(0, 3)$ قطع می‌کند. بنابراین داریم:

$$A(0, 3) \Rightarrow 3 = a(0 - 2)^2 + 1 \Rightarrow 3 = 4a + 1 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 + 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

۴

در نمودار، محل برخورد با محور x ها معلوم است. بنابراین از ضابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 3)$$

سهمی محور y ها را در نقطه $A(0, -1)$ قطع کرده است. بنابراین:

$$A(0, -1) \Rightarrow -1 = a(0 + 1)(0 - 3) \Rightarrow -1 = -3a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x + 1)(x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}(x^2 - 2x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 1$$

۵

اگر دو سهمی دو نقطه با عرض‌های برابر داشته باشیم طول رأس سهمی در مرکز x ها قرار دارد.

$$x_1 = \frac{a + b}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{-2 - 10}{2} = \frac{-12}{2} \Rightarrow x_2 = -6$$

x	$y = -x^2 + x - 7$	(x, y)
1	$y = -1 + 1 - 7 = -7$	(1, -7)
-1	$y = -1 - 1 - 7 = -9$	(-1, -9)
2	$y = -4 + 2 - 7 = -9$	(2, -9)
0	$y = 0 + 0 - 7 = -7$	(0, -7)

۶

x	$y = x^2 + x + 1$	(x, y)
0	$y = 0 + 0 + 1 = 1$	(0, 1)
1	$y = 1 + 1 + 1 = 3$	(1, 3)
2	$y = 4 + 2 + 1 = 7$	(2, 7)
3	$y = 9 + 3 + 1 = 13$	(3, 13)

۷

اگر در سهمی دو نقطه با عرض‌های برابر داشته باشیم خط تقارن در مرکز x ها قرار دارد.

۸

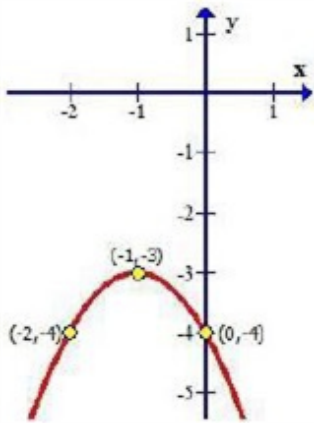
$$x = \frac{a+b}{2} \Rightarrow \frac{a+b}{2} = -11 \Rightarrow a+b = -22$$

اگر در سهمی دو نقطه با عرض‌های برابر داشته باشیم خط تقارن در مرکز x ها قرار دارد.

۹

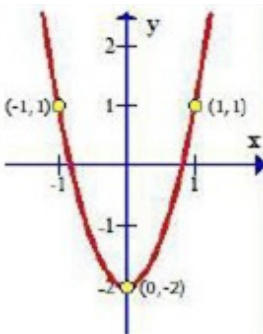
$$x = \frac{a+b}{2} \Rightarrow x = \frac{-1+11}{2} \Rightarrow x = 5$$





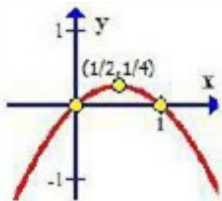
x	y
۰	-۴
-۱	-۳
-۲	-۴

ب)



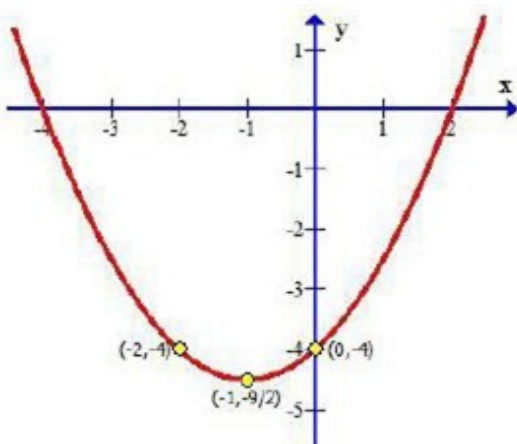
x	-۱	۰	۱
y	۱	-۲	۱

پ)



x	y
۰	۰
۱/۲	۱/۴
۱	۰

ت)



x	-۲	-۱	۰
y	-۴	-۹/۲	-۴

$$y_s = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow \frac{m^2 - 16}{4} \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 2\sqrt{4}$$

$$x = \frac{-b}{2a} < 0 \Rightarrow \frac{-m}{2} < 0$$

پس m باید عددی مثبت باشد. پس $m = +2\sqrt{4}$ قابل قبول است.



$$y = a(x - \alpha)(x - \beta) \xrightarrow[\beta=3]{\alpha=-1} y = a(x+1)(x-3) = ax^2 - 2ax - 3a$$

$$x = \frac{-b}{2a} = 1 \xrightarrow{y=x} y = 1$$

$$(1, 1) \Rightarrow 1 = a \cdot 1 - 2a - 3a \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$$

پس تابع محور y ها را در $\frac{3}{4}$ قطع می‌کند.

$$3kx^2 - 5x + k + 1 = x + 2k + 2 \Rightarrow 3kx^2 - 6x - k - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} 36 + 12k^2 + 12k < 0$$

$$\xrightarrow{\div 12} k^2 + k + 3 < 0 \Rightarrow \text{هیچ مقدار } k \text{ همواره مثبت}$$

$$(m-1)x^2 + 4x + 2m - 2 = -2x + m - 2 \Rightarrow (m-1)x^2 + 6x + 2m + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta = 0} 36 - 4(m-1)(2m+1) = 0 \Rightarrow 36 - 4(2m^2 - m - 1) = 0 \xrightarrow{\div 4}$$

$$-2m^2 + m + 10 = 0 \xrightarrow{\times (-1)} 2m^2 - m - 10 = 0 \Rightarrow (2m-5)(m+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 5/2 \\ m = -2 \end{cases}$$

$$(m+2)x^2 - 5mx - 6 = -2mx - 7 \Rightarrow (m+2)x^2 - 3mx + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta = 0}$$

$$9m^2 - 4(m+2) = 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$$

ریشه‌های معادله $x = -2$ و $x = 2$ است. بنابراین داریم:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \xrightarrow[x_2=-2]{x_1=2} y = a(x-2)(x+2)$$

سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض 6 قطع می‌کند.

$$\xrightarrow[y=6]{y=6} 6 = a(\cdot - 2)(\cdot + 2) \Rightarrow a = \frac{6}{-4} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}(x-2)(x+2) = -\frac{3}{2}(x^2 - 4) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x^2 + 6$$

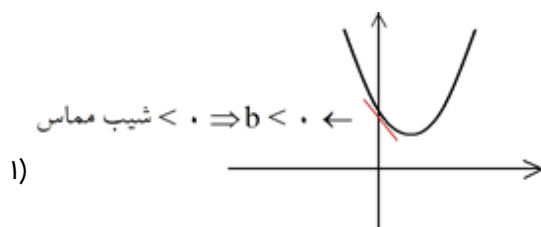
$$x_1 = \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a$$

$$S(-1, 4) \xrightarrow[y=4]{x=-1} 4 = a(-1)^2 + b(-1) + 5 \Rightarrow a - b + 5 = 4 \Rightarrow a - b = -1$$

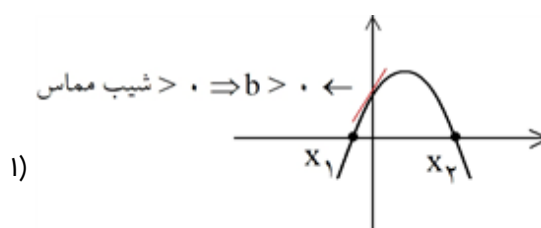
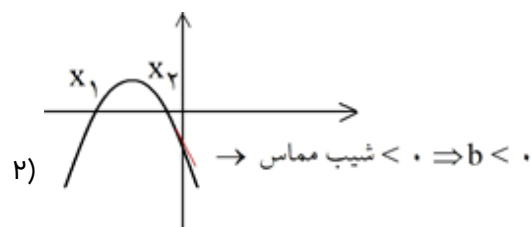
$$a - b = -1 \xrightarrow{b=2a} a - 2a = -1 \Rightarrow -a = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$y = x^2 + 2x + 5$$

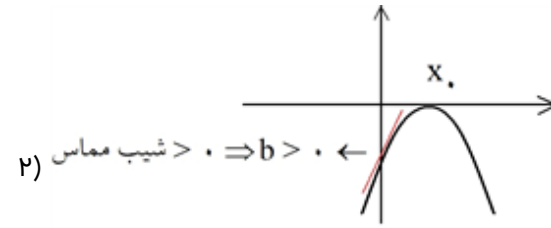




نمودار	a	b	c	Δ	تعداد ریشه
۱	+	-	+	-	صفر
۲	-	-	-	+	۲



نمودار	a	b	c	Δ	تعداد ریشه
۱	-	+	+	+	۲
۲	-	+	-	صفر	۱



رأس سهمی $x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-a}{4} = 1 \Rightarrow a = -4$

$A(1, -1) \Rightarrow 2 + a + b = -1 \Rightarrow a + b = -3 \xrightarrow{a=-4} -4 + b = -3 \Rightarrow b = 1$

محل برخورد با محور y ها $\Rightarrow y = 2x^2 - 4x + 1 \xrightarrow{x=0} y = 1$

$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-a}{4} = 1 \Rightarrow a = -4 \xrightarrow{x_1=1, y_1=5} 2 - 4 + b = 5 \Rightarrow b = 7$

محور تقارن $y = -x^2 + 10x + 1 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{-2} = 5$

$x_1=5 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} y = -25 + 50 + 1 = 26 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} S(5, 26)$

$a = -1 < 0$ بنابراین دهانه سهمی به طرف پایین باز می‌شود.

معادله سهمی $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{6} = -1 \Rightarrow b = 6 \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} y = 3x^2 + 6x + 1$

$x_1=-1 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} y_1 = 3 - 6 + 1 = -2 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} S(-1, -2)$

$a = 3 > 0$ بنابراین دهانه سهمی به طرف بالا می‌باشد.



$$y = x^2 + 4x + 1 \xrightarrow{\text{محور تقارن}} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\xrightarrow{x = -2} y = 4 - 8 + 1 = -3 \xrightarrow{\text{راس سهمی}} S(-2, -3)$$

• $a = 1 > 0$ بنابراین دهانه سهمی به طرف بالا می‌باشد.

$$\xrightarrow{x = 1} \frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow \frac{-b}{4} = 1 \Rightarrow b = -4$$

$$y = 2x^2 - 4x + 7 \xrightarrow{\text{محور تقارن}} x = 1$$

• $a = 2 > 0$ بنابراین دهانه سهمی به طرف بالا است.

