۱) یک دستگاه ترمودینامیکی را در نظر بگیرید که انرژی درونی آن تابع فقط دما است. ظرفیت گرمایی (گرمای ویژه ضرب در جرم) این دستگاه، در حجم ثابت C_V و در فشار ثابت C_P است. C_P, C_V ثابت‌اند.

الف)با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، و در نظر گرفتن یک فرآیند مناسب، انرژی درونی این دستگاه در دمای T منهای انرژی درونی آن در دمای T_0 را حساب کنید.

فرآیندهای هم دما و بی درررویی را برای این دستگاه در نظر بگیرید که در نقطه شروع‌شان حجم و فشار و دما (V_0, P_0, T_0) است. وقتی از این نقطه زیاد دور نشویم، در فرآیندهای هم دما $P = P_0[1 - a(V - V_0)]$ و در فرآیندهای بی دررو $P = P_0[1 - b(V - V_0)]$ که $a,\ b$ ثابت‌هایی مثبت‌اند. این سه فرآیند را در نظر بگیرید. فرآیند ۱ هم فشار است و دستگاه از نقطه‌ی (V_0, P_0, T_0) به نقطه‌ی (V_1, P_1, T_1) می‌رود. فرآیند ۲ هم دما است و دستگاه از نقطه (V_0, P_0, T_0) به نقطه (V, P_2, T_2) می‌رود. فرآیند ۳ بی دررو است و دستگاه از نقطه (V_0, P_0, T_0) به نقطه $(V_1 P_3, T_3)$ می‌رود. V حجمی نزدیک به V_0 است. این رابطه را هم داریم که :

$$\lim_{V \to V_0} \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_3} = \lim_{V \to V_0} \frac{P_1 - P_2}{P_2 - P_3}$$

ب) $\frac{T_1 - T_0}{V - V_0}$ را حساب کنید.

ج) $\frac{T_3 - T_0}{V - V_0}$ را حساب کنید و $\lim_{V \to V_0} \frac{T_3 - T_0}{V - V_0}$ را به دست آورید.

د) $\lim_{V \to V_0} \frac{T_3 - T_0}{T_1 - T_0}$ را بر حسب $a\ ,\ b$ حساب کنید.

هـ) $\frac{C_P}{C_V}$ را بر حسب $a\ ,\ b$ حساب کنید.

۲) یک استوانه را در نظر بگیرید که با یک دیواره‌ی نفوذپذیر به دو بخش تقسیم شده. در انتهای هر بخش یک پیستون هست، که با آن می‌شود حجم آن بخش را تنظیم کرد. در این استوانه مقدار ثابتی گاز هست، که با جابجا کردن پیستونها می‌توانند از یک طرف به طرف دیگر برود. حجم طرف چپ دیواره را با V_1، و حجم طرف راست دیواره را با V_2 نمایش می‌دهیم. فشار گاز در طرف چپ مقدار ثابت P_1، و در طرف راست مقدار ثابت P_2 می ماند. همه فرآیندها بدون تبادل گرما با بیرون انجام می‌شوند.

الف)حجم طرف چپ از V_1 به $(V_1 + \Delta V_1)$، و حجم طرف راست از V_2 به $(V_2 + \Delta V_2)$ می‌رسد. تغییر انرژی درونی گاز چه‌قدر است؟

ب)وقتی همه‌ی گاز در طرف چپ است، حجم طرف چپ V_i و انرژی درونی U_i است. وقتی همه‌ی گاز به طرف راست رفته است، حجم طرف راست V_t و انرژی درونی گاز U_f است. U_f را بر حسب P_2, P_1, V_f, V_i, U_i حساب کنید.

ج)فرض کنید معادله‌ی حالت گاز

$$PV = P_0V_0 + A(V - V_0) + B(T - T_0)$$

و رابطه انرژی درونی با حجم و دما

$$U = U_0 + D(V - V_0) + F(T - T_0)$$

است، که $F, D, B, A, U_0, T_0, P_0, V_0$ ثابت‌اند. برای فرآیند بخش قبل دمای گاز را وقتی همه‌ی گاز در طرف چپ است با T_i و وقتی همه‌ی گاز در طرف راست است با T_f نمایش می‌دهیم. T_i را بر حسب V_f, V_i, T_i و ثابت‌هایی که در معادله حالت و انرژی درونی وارد شده‌اند حساب کنید.

۳) یک استوانه با مساحت سطح σ و جرم M مفید است روی یک خط (محور x) حرکت کند. محور این استوانه هم همان محور x است. این استوانه با ذره‌هایی ریز به جرم m برخورد می‌کند، که به موازات محور x حرکت می‌کنند. m بسیار کوچک‌تر از M است. این ذره‌ها به طور یکنواخت پراکنده شده‌اند و تعدادشان تقسیم بر حجم n است. سرعت نیمی از این ذره‌ها s، و سرعت نیمی دیگر $(-s)$ است. s مقداری مثبت است و جهت مثبت (برای تعیین علامت سرعت) را هم جهت محور x گرفته‌ایم.

الف)فرض کنید استوانه ساکن است و از تغییر سرعت آن در اثر برخورد چشم بپوشید. طی زمان T، چند برخورد بین استوانه و ذره‌هایی که هم جهت با محور x حرکت می‌کنند رخ می‌دهد؟

ب)فرض کنید سرعت استوانه V است و از تغییر آن در اثر برخورد چشم بپوشید. تعداد برخوردهای این استوانه طی زمان T با ذره‌هایی که هم جهت با محور x حرکت می‌کنند را با N^+ و تعداد برخوردهای این استوانه طی زمان T با ذره‌هایی که برخلاف جهت محور x حرکت می‌کنند را با N^- نمایش می‌دهیم. با این فرض که $|V|<s$ $N^-, N^+,$ را حساب کنید.

اگر استوانه با سرعت V به یکی از این ذره‌ها با سرعت u برخورد کند، سرعت استوانه تغییر می‌کند و $V+\delta V$ می‌شود، که

$$\delta V = \frac{2m}{M}(u-V)$$

ج)سرعت استوانه پس از هر برخورد تغییر می‌کند. پس V در طرف راست عبارت بالا متغیر است. از این تغییر طی مدت T چشم بپوشید، مقدارهای N^-, N^+ از بخش پیش را به کار ببرید، و تغییر سرعت استوانه طی زمان T را حساب کنید.

٤) این مسأله یک مدل بسیار ساده شده برای رسانندگی الکتریکی است. یک الکترون به جرم m و بار q در یک شبکه‌ی بلور حرکت می‌کند. حرکت این الکترون را در فقط یک راستا (x) در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم الکترون به مدت T با سرعت v_0 می‌شود، و این فرآیند ادامه می‌یابد. از زمان برخورد در برابر T چشم بپوشید. این در حالتی است که میدان الکتریکی خارجی وجود ندارد. فرض کنید اگر یک میدان الکتریکی خارجی در راستای x اعمال شود (که تصویر آن در این راستا E است) زمان حرکت بین دو برخورد تغییر نمی‌کند، و نتیجه‌ی هر برخورد این است که اگر سرعت پیش از برخورد $(\pm v_0 + u)$ باشد، سرعت پس از برخورد $(\mp v_0 + \alpha u)$ می‌شود، که α یک مقدار ثابت است. بین هر دو برخورد، نیروی وارد بر الکترون فقط ناشی از میدان الکتریکی بیرونی است.

فرض کنید سرعت الکترون درست پس از یک برخورد $(v_0 + \Delta v)$ است. این برخورد را برخورد صفر می‌نامیم.

الف)سرعت الکترون درست پیش از برخورد بعدی (برخورد یک) را حساب کنید.

ب)سرعت الکترون درست پس از برخورد یک را حساب کنید.

ج)سرعت الکترون درست پیش از برخورد دو را حساب کنید.

د)سرعت الکترون درست پس از برخورد دو را حساب کنید.

هـ) (Δv) چه قدر باشد تا سرعت الکترون درست پس از برخورد دو با سرعت الکترون درست پس از برخورد صفر برابر باشد؟

و)با فرض این که چنین باشد سرعت متوسط ذره از برخورد صفر تا برخورد دو را حساب کنید. (منظور از سرعت متوسط، جابجایی تقسیم بر زمان است).

۵) یک لایه از یک ماده شفاف بین صفحه‌های $y=(x-D)\tan\beta, y=x\tan\alpha$ است، که D,β,α ثابت‌اند و D مثبت است. ضریب شکست این لایه (n) نزدیک به یک است، چنان که $n=1+s$، و s بسیار کوچکتر از یک است. یک باریکه‌ی نور از چپ روی محور x حرکت می‌کند و به لایه می‌خورد. این باریکه روی صفحه‌های ورودی و خروجی لایه می‌شکند.

الف)زاویه باریکه‌ی درون لایه با محور x را حساب کنید.

ب)زاویه‌ی باریکه‌ی خارج شده از لایه با محور x را حساب کنید.

راهنمایی: اگر ε مقداری کوچک داریم.

$$\sin(a+\varepsilon)=\sin a+\varepsilon\cos a,\qquad \cos(a+\varepsilon)=\cos a-\varepsilon\sin a$$

$$(1+\varepsilon)^{\mu}(1+\varepsilon)^{\nu}=1+(\mu+\nu)\varepsilon$$

٦)یک دونده روی یک پیست می دود که از یک بخش مستقیم به طول L و یک نیم دایره به طول x ساخته شده است. سرعت دونده در بخش مستقیم V، و در بخش نیم دایره ای $v(x)$ است، که:

$$v(x)=\frac{Vx^2}{x^2+b^2}$$

و b یک ثابت مثبت است.

الف)زمان حرکت را حساب کنید.

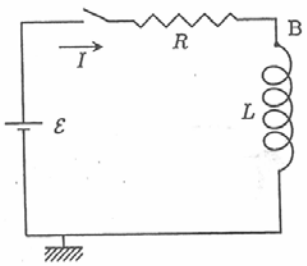
ب)متوسط اندازه سرعت (مسافت پیموده شده تقسیم بر زمان) را حساب کنید.

ج)x را چنان حساب کنید که زمان حرکت کمینه شود.

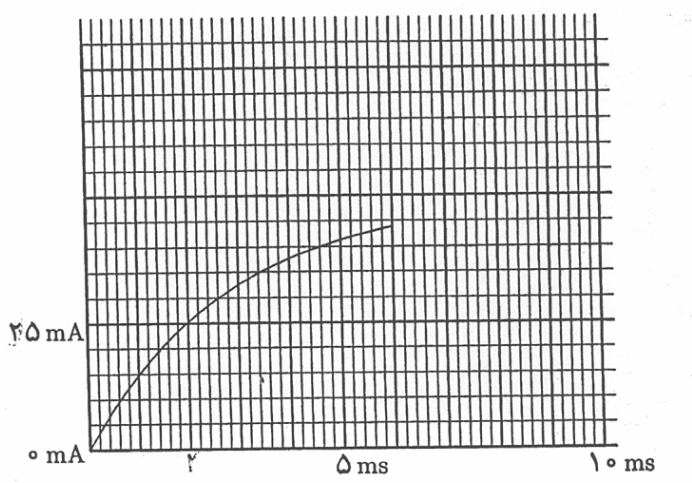
د)به ازای این مقدار x متوسط اندازه سرعت را حساب کنید.

هـ)با فرض $0\le x\le D$، بیشترین مقدار متوسط اندازه سرعت به ازای کدام مقدار x به دست می‌آید؟ به ازای این مقدار x متوسط اندازه سرعت چه قدر است؟

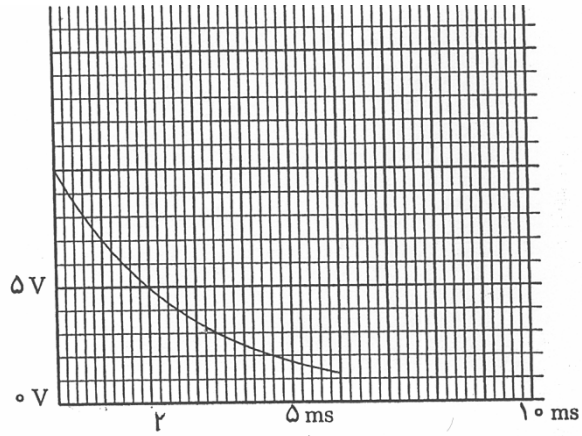
۷) مداری مانند شکل (۱) در نظر بگیرید. در لحظه $t=0$ کلید را می‌بندیم. از لحظه بستن کلید تا مدت کمی بعد از آن، جریان مدار بر حسب زمان در شکل (۲) و پتانسیل نقطه B بر حسب زمان در شکل (۳) نشان داده شده است. ضریب خود القا (L)، مقدار مقاومت (R) و نیروی محرکه باطری (ε) را حساب کنید.



شکل (۱)

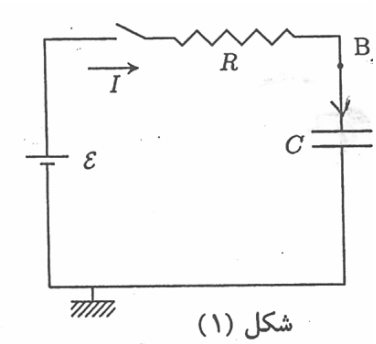


شکل (۲)

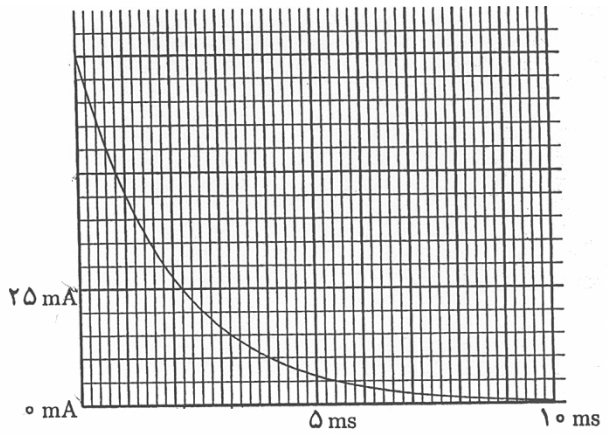


شکل (۳)

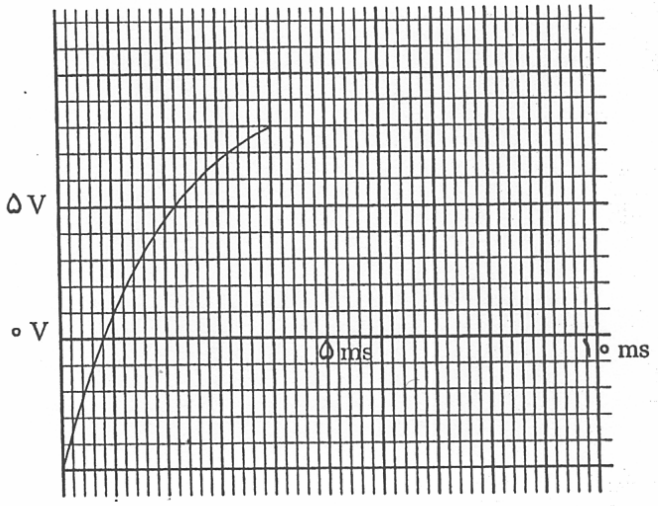
۸)مداری مانند شکل (۱) در نظر بگیرید. پیش از بستن کلید بار خازن q_0 است. در لحظه $t=0$ کلید را می‌بندیم. جریان مدار بر حسب زمان از هنگام بستن کلید تا زمانهای بزرگ در شکل (۲) نشان داده شده است. پتانسیل نقطه B بر حسب زمان از هنگام بستن کلید تا مدت کوتاهی بعد در شکل (۳) نشان داده شده است. ظرفیت خازن (C)، بار اولیه (q_0)، مقاومت (R)، و نیروی محرکه، باتری (ε) را حساب کنید.



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

۹) روی حلقه‌ای نارسانا به شعاع a، بار q را به طور یکنواخت توزیع شده است. حلقه به دور محور خود با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. برای ناظری که حلقه را از بالا نگاه می‌کند، حلقه پادساعتگرد می‌چرخد. اگر جریان یک حلقه، برای ناظری که از بالا نگاه می‌کند، پادساعتگرد باشد، این جریان را مثبت می‌گیریم.

الف)جریان ناشی از چرخش حلقه، I را به دست آورید.

میدان مغناطیسی حلقه‌ای به شعاع a که جریان I از آن می‌گذرد، در نقطه‌ای روی محور حلقه و به فاصله‌ی x از مرکز آن، در راستای محور است و آن را B_z می‌نامیم. جهت آن با قانون دست راست مشخص می‌شود، و مقدار این میدان مغناطیسی چنین است:

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}$$

حلقه‌ای رسانا به جرم ناچیز، به شعاع b، و هم محور با حلقه اول در نظر بگیرید که فاصله مرکز آن دور از یکدیگر z است. فرض کنید a از b بسیار بزرگتر است، طوری که مؤلفه‌ی محوری (در راستای محور) میدان مغناطیسی حلقه بزرگ در تمام سطح حلقه کوچک یکسان است.

ب)شارمغناطیسی گذرنده از حلقه کوچک، Φ را حساب کنید.

حلقه کوچک در حالی که با حلقه بزرگ هم محور می ماند، با سرعت v به آن نزدیک می‌شود. این کار توسط یک عامل خارجی با وارد کردن نیروی F انجام می‌شود.

ج) نیروی محرکه القایی در حلقه کوچک را حساب کنید.

مقاومت حلقه را R بگیرید.

د) جریان القایی ای که از حلقه کوچک می گذرد، i، را به دست آورید.

هـ) برآیند نیروهایی را که مؤلفه محوری میدان مغناطیسی حلقه بزرگ بر حلقه کوچک وارد می‌کند به دست آورید.

میدان مغناطیسی حلقه بزرگ، جزء روی محور، علاوه بر مؤلفه محوری، مؤلفه شعاعی (عمود بر محور) نیز دارد. این مؤلفه را در محل حلقه کوچک B_r می گیریم.

و)نیروی F، وارد شده توسط عامل خارجی را حساب کنید. (توجه کنید که B_r جزو داده‌های مسأله نیست)

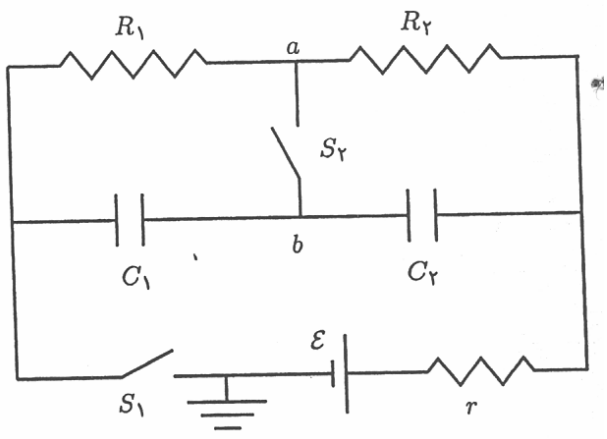
طبق قانون لنز باید نیرویی به حلقه کوچک وارد شود تا با حرکت آن مخالفت کند. این نیرو را F' می‌گیریم.

ز)با استفاده از تساوی $F = F'$، اندازه B_r را به دست آورید.

۱۰)در مدار نشان داده شده ابتدا کلیدهای S_1, S_2 باز است و خازنها بار ندارند. کلید S_1 را می‌بندیم و مدت زیادی صبر می‌کنیم.

الف) $V_a - V_b$ را حساب کنید.

ب)در حالی که کلید S_1 بسته است، کلید S_2 را هم می‌بندیم و مدت زیادی صبر می‌کنیم تا مدار به حالت تعادل برسد. مقدار باری را که پس از بستن کلید S_2 تا رسیدن مدار به تعادل از کلید S_2 می‌گذرد، به دست آورید.



۱۱) مطابق شکل قطره‌ی آبی به شکل کره به ضریب شکست n درنظر بگیرید. پرتوی نوری در نقطه A وارد قطره می‌شود و می شکند. زاویه پرتوی فرودی با شعاع α، و زاویه پرتوی شکسته با شعاع β است. بخشی از پرتوی شکسته، در ادامه مسیرش از نقطه B بازتابیده می‌شود و در نقطه C از قطره خارج می‌شود. امتداد پرتوهای ورودی و خروجی با هم زاویه φ می سازد. شدت پرتوی خروجی وقتی بیشینه است که تغییر φ نسبت به α، یعنی $\varphi' = \frac{d\varphi}{d\alpha}$، صفر شود.

الف)زاویه φ را بر حسب β, α به دست آورید.

ب)در چه زاویه‌ی αای شدت تابش پرتوی خروجی بیشینه است؟