



مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پرورمان جوان
دبیرستان اول علامه حلی ۵ تهران

حل تمرین‌های صفحه ۸۲ تا ۸۷ کتاب تکمیلی ریاضی

اسفند ۱۳۹۸

گروه ریاضی دبیرستان دوره اول علامه حلی ۵ تهران

سوال ۱
تکونی ها ترکیبی - تکمی
در صورتی که از سمت های زیر، به جای هر متغیر، عددی صحیحی بگذاریم به طوری که حاصل هر عبارت
بیشترین مقدار ممکن شود. (دقت شود که اعداد مختلف مد نظر ما هستند)

(الف) (x, y, z)

بر اِصال این سمت، کمترین راه حل جابجایی اعداد است؛

به شرط این که تحالیل نیز داشته باشیم؛

به طور مثال:

$$(1, 2, 3) = 1$$

$$(1, 3, 4) = 1$$

اگر بتوانیم برای سمت "ب" سه عدد غیر از "۱" شویم، قدم
به جلورفته ایم:

$$(2, 4, 6) = 2$$

حال سوال اصلی این است آیا "۲" بزرگترین عدد ممکن است؟ ...!!

$$(3, 6, 9) = 3$$

سوال بعدی این است آیا "۳" بزرگترین عدد ممکن است؟

نه فی سبب آنکه امتحان لطف؟ ...!!

$$(x, y, z) = 4$$

$$(4, 8, 12) = 4$$

این طور به مسطح سمت
عدد ۲ رقی است.

$$(3, 6, 9) = 3$$



بنابراین پاسخ سوال:

$$[t, k, v]$$

این طور مشخص است باید ۳ عدد
مختلف قرار دهیم، به گونه ای که ضرب آن ها
نزد ترین عدد ممکن شود؛ خواهیم داشت:

$$[9, 8, 7] = 9 \times 8 \times 7$$

در ضرب ۳ عدد یک رتبه عدد بالا نزدیک ترین عدد ممکن است؛
همین است که مثال دیگر برای خود بنویسیم:

$$[9, 8, 6] = [9, 8] \text{ و } 6$$

$$[2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2, 2 \times 2] = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 8 \times 9$$

$$[9, 8, 7] = 9 \times 8 \times 7$$

پاسخ قسمت ب :

$$[a, b, c, d] =$$

از آنجایی که باید ۴ عدد را جایگزین کنیم تا هم نزدیک باشند و هم اشتراک کمتری داشته باشند

$$[9, 8, 7, 6] = [[9, 8] \text{ و } [7, 6]] = [2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2, 7 \times 2 \times 2]$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

$$[9, 8, 7, 5] = [[9, 8] \text{ و } [7, 5]] = [2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2, 7 \times 5]$$

$$[9, 8, 7, 5] = 9 \times 8 \times 7 \times 5$$

پاسخ قسمت ج :

$\Sigma) \frac{111}{119} \downarrow$
 $\frac{11 \times 11}{11 \times 11} \quad \boxtimes$

سوال ۳۰
الف) اوجیز ترین سرمساده نسبی

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{a}{b} \div \frac{2}{39} &= \frac{a}{b} \times \frac{39}{2} = \frac{39 \times a}{2 \times b} \rightarrow \text{این صورت ساده شود؟} \\ \frac{a}{b} \div \frac{3}{44} &= \frac{a}{b} \times \frac{44}{3} = \frac{44 \times a}{3 \times b} \rightarrow \text{این صورت ساده شود؟} \end{aligned} \right.$$

* جلد بالا، النبی لونه درجہ کنیم: ۵. بادیم مضرب ۲ اناسد و هم مضرب ۳

* از طرفی هم b باید با صورت ساده شود؛ بنابراین b باید شمارنده ۲۶ و ۳۹ باشد.

30, 24, 18, 12, 6 ← a مضرب 2 و 3 باشد

$$\begin{cases} 12 = 2 \times 6 \\ 18 = 3 \times 6 \end{cases}$$

1, 13 ← b با شماره 24, 39 باشد

نسبت ساده شده: $\frac{a}{b} = \frac{6}{13}$

کوچکترین $a = 6$ $b = 1$

نسبت ساده شده: $\frac{a}{b} = \frac{6}{13}$ $\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{13}$ \checkmark

کوچکترین $a = 6$ $b = 13$

(ب) بزرگترین کسر ساده شده

کسر ساده شده $\frac{c}{d} \rightarrow$

$\frac{2}{12} \div \frac{c}{d} = \frac{1}{6} = \frac{2 \times d}{12 \times c} \rightarrow$ d مضرب 6, c شماره 2

$\frac{3}{18} \div \frac{c}{d} = \frac{1}{6} = \frac{3 \times d}{18 \times c} \rightarrow$ d مضرب 6, c شماره 3

فقط 1 ← c شماره 2 و 3

کوچکترین $\frac{c}{d} = \frac{1}{13 \times 2 \times 3} = \frac{1}{78}$

بزرگترین حالت ممکن است که مخرج کسر کوچکترین

حالت ممکن است: $\frac{c}{d} = \frac{1}{13 \times 2 \times 3} = \frac{1}{78}$

سوال ۴:

ابتدا باید دیمود تقسیم صحبت کنیم:

$$\begin{array}{r}
 \text{مقسوم علیه} \quad 3 \\
 \text{خارج قسمت} \quad 10 \\
 \hline
 31 \\
 - 30 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

باقی مانده $\rightarrow 1$

* مفهوم باقی مانده این است که اگر عدد ۳۱

را به دسته های سه تایی تقسیم کنیم در خطای ۱ میسر و بیا هر چند برای باقی مانده

* از طرفی مشخص می شود که اگر ۲ عدد صفر به دسته ها اضافه کنیم و با آن اعداد باقی مانده می توانیم آن اعداد را به دسته های سه تایی تقسیم کرد و می توان گفت

"باقی مانده برابر صفر خواهد شد"

توضیحات تکمیلی:

* امکان تقسیم به صورت زیر است:

$$\begin{array}{r}
 \text{باقی مانده} \quad 1 \\
 \text{مقسوم} \quad 31 \\
 \hline
 31 = 3 \times 10 + 1
 \end{array}$$

* حل به ۲ طرف تست است مقدار عدد "۲" را اضافه می کنیم

$$\begin{array}{r}
 31 + 2 = 3 \times 10 + 1 + 2 \\
 33 \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\
 \text{مقسوم} \quad \text{مقسوم} \\
 3 \quad \quad 3
 \end{array}$$

* ۲ عدد صفر را با هم جمع کنیم و باز

هم عدد ۳۳ بخش پذیر خواهد بود...

Subject:

Year:

Month:

Date:

Subj:

$$\frac{x}{1} \mid 2$$

$$\frac{x}{2} \mid 3$$

$$\frac{x}{3} \mid 4$$

$$\frac{x}{4} \mid 7$$

$$\frac{x}{7} \mid 8$$

طبق گفته "صفا" قبل از این که به عدد x دست
و آخر از آن بفرستیم...

آن "ما" چه اتفاقی می افتد؟

$$\frac{x+1}{1} \mid 2$$

$$\frac{x+1}{2} \mid 3$$

به چش زبانی

خواهیم داشت:

$$\frac{2}{2} - \frac{2}{2} = 0$$

$$\frac{3}{3} - \frac{3}{3} = 0$$

در واقع $x+1$ بر ۲
بخش پذیر شد.

در واقع $x+1$ بر ۳ نیز
بخش پذیر شد.

$x+1$ بر ۲ و ۳ و ۴ و ۸ بخش پذیر شد؛ شایسته آن که من تحول دهد.

هم بر ۲ و ۳ و ۴ و ۸ بخش پذیر باشد.

پایه ی آن شود "ک" که "صفا" عدد اولی است.

$$[2, 3, 4, 8] = [2, 3, 8] \text{ و } [3, 4, 8] = [2, 8] = 168$$

حلی می یابیم که $x+1$ برابر است با ۱۶۸؛ مابقی پاسخ اول مسئله

۱۶۷ است؛ پیشنهاد می کنم ۱۶۷ را بر ۲ و ۳ و ۴ و ۸ تقسیم کنیم.

Subject:

Year.

Month.

Date.

ادامہ سوال ۲ ✓

سوال ۲ لکھو کہ اگر آدمی رقی

۱۶۸ - ۱ = اولیٰ عدد

۱۶۸ × ۲ - ۱ = ۳۳۵ = دوسری عدد

۱۶۸ × ۳ - ۱ = ۵۰۳ = تیسری عدد

۱۶۸ × ۴ - ۱ = ۶۷۱ = چارویں عدد

۱۶۸ × ۵ - ۱ = ۸۳۹ = پانچویں عدد

~~۱۶۸ × ۶ - ۱ = ۱۰۰۷ = شیشویں عدد~~

کہ دیکھو ۳ ارقی نسبت

سوال ۱۵
مجموع عدد ← ۵ → $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$
← ۶ ←

۵ فی صد کہ یہ امکان لکم :

ان نسبت
۱ + ۱ = ۲
۳ ۴ ۱۲



۷/۳ و ۷/۴

$\frac{7}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{49}{12}$

امکان

$\frac{7}{3} + \frac{7}{4} = \frac{7 \times 4 + 7 \times 3}{3 \times 4} = \frac{49}{12}$

لجھن رتبہ کا توان لکھ دی سب لکھ کر دے:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20} \leftarrow \boxed{\checkmark} \Rightarrow \frac{9}{4} \text{ و } \frac{9}{5}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{11}{20} \leftarrow \boxed{\checkmark} \Rightarrow \frac{11}{5} + \frac{11}{4}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{x \cdot y}$$

نسبت مساوی
اعمال مشترک
ناتشہ بالمشہ

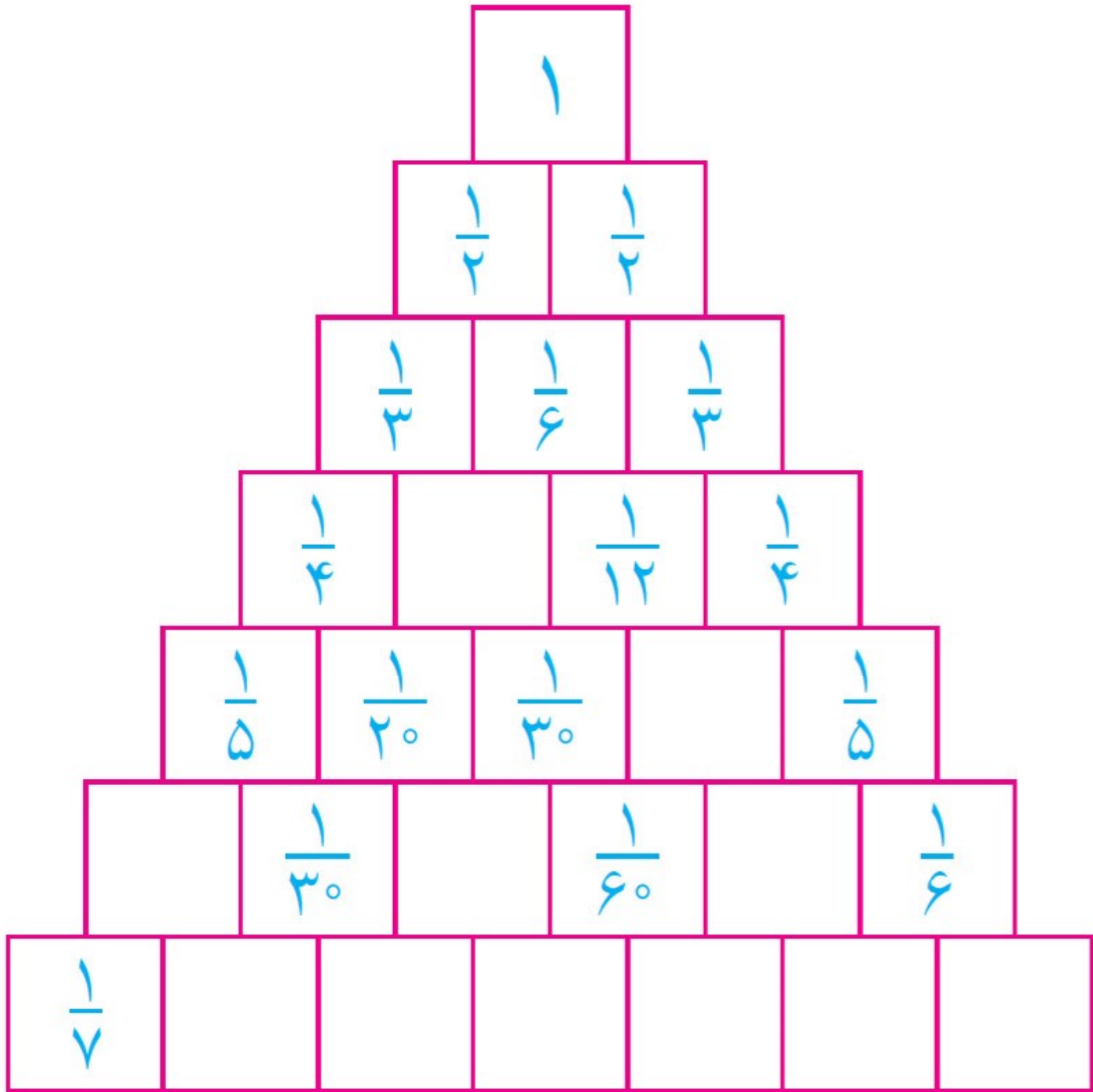
$$\frac{x+y}{x} \text{ و } \frac{x+y}{y}$$

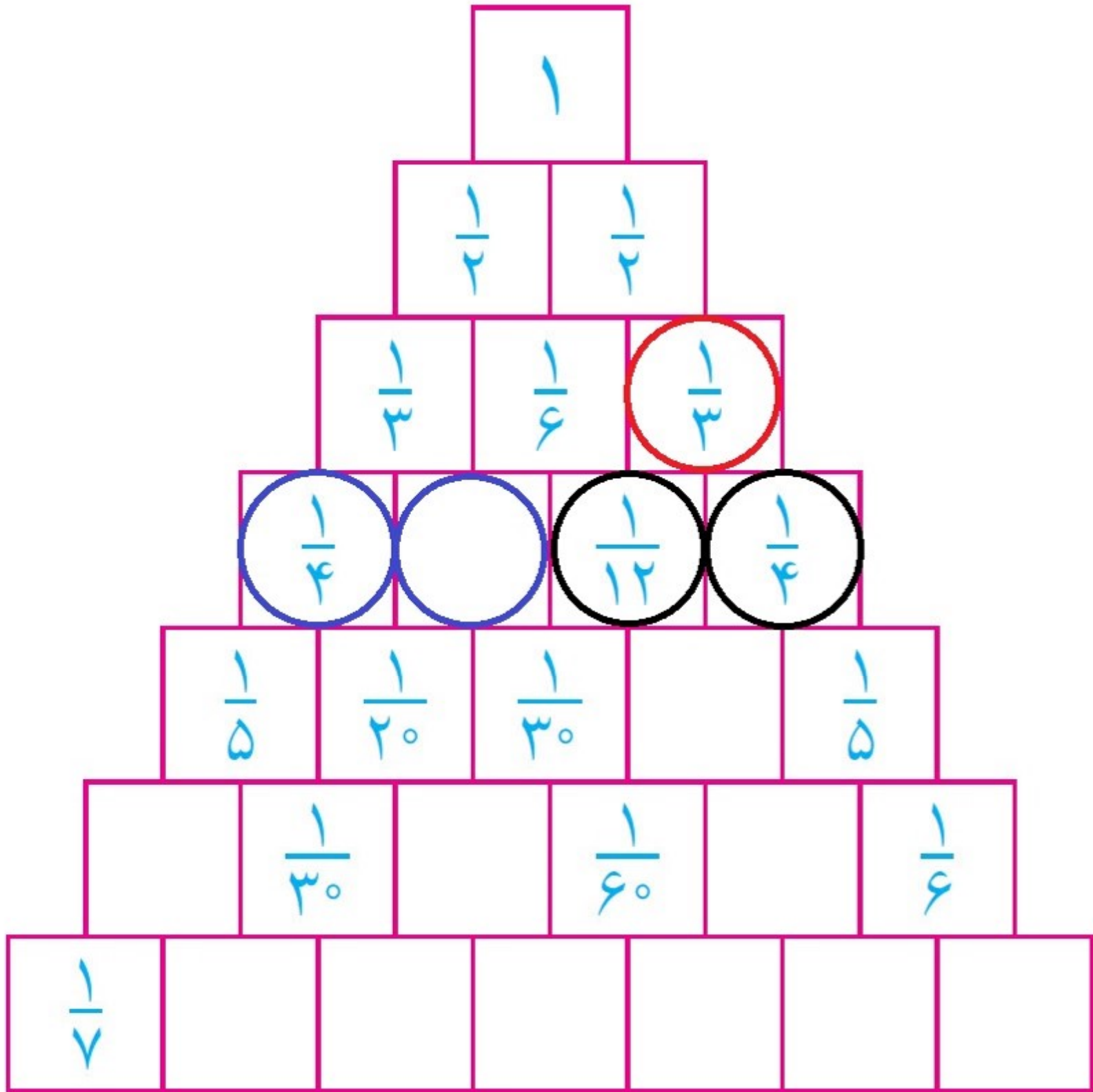
امسا
دن

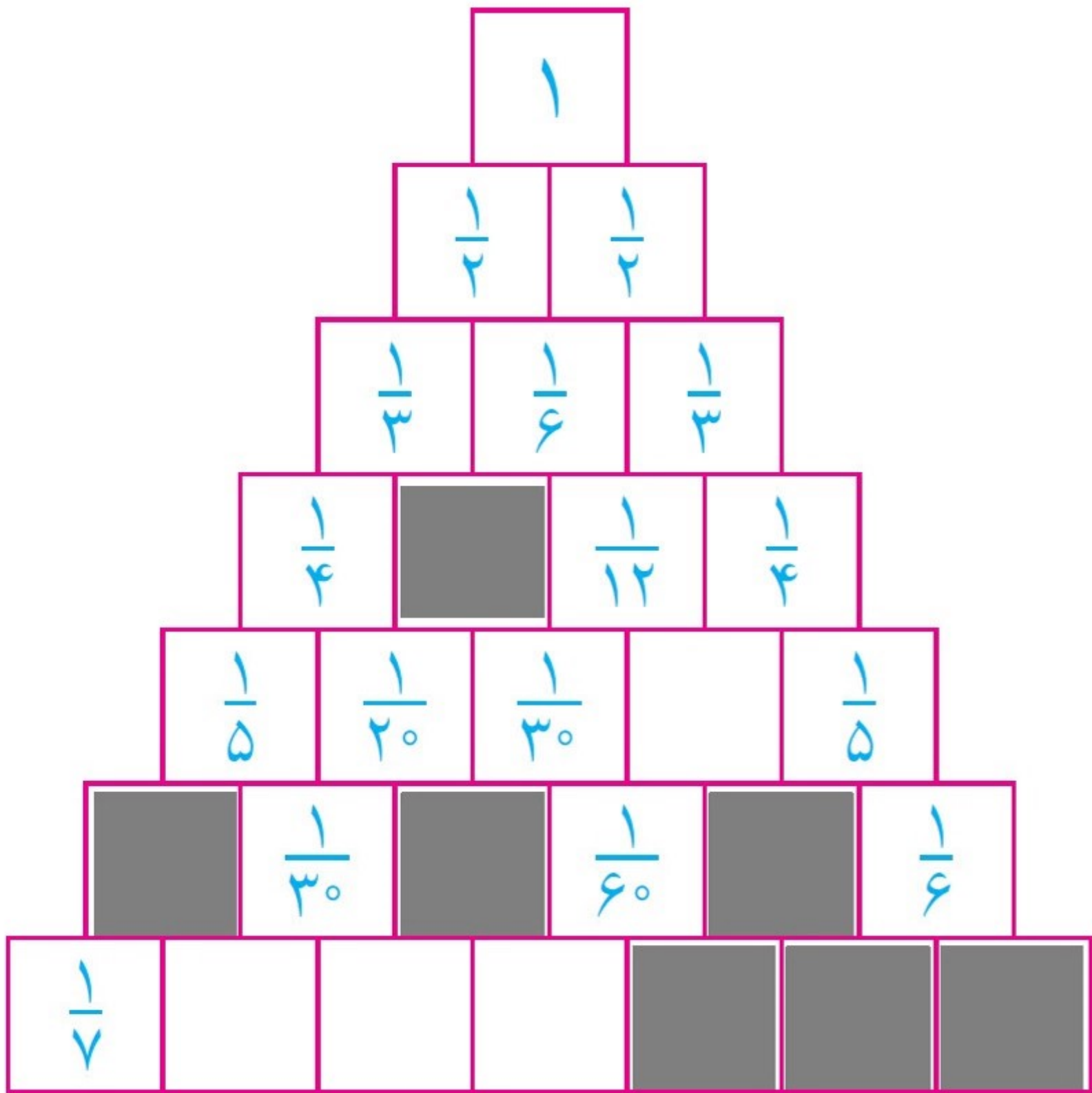
* لکھ دیکھو:
بہ نسبت کہ $(x+y) = 1$
ہی نسبت بہ ہم اول ہائیں

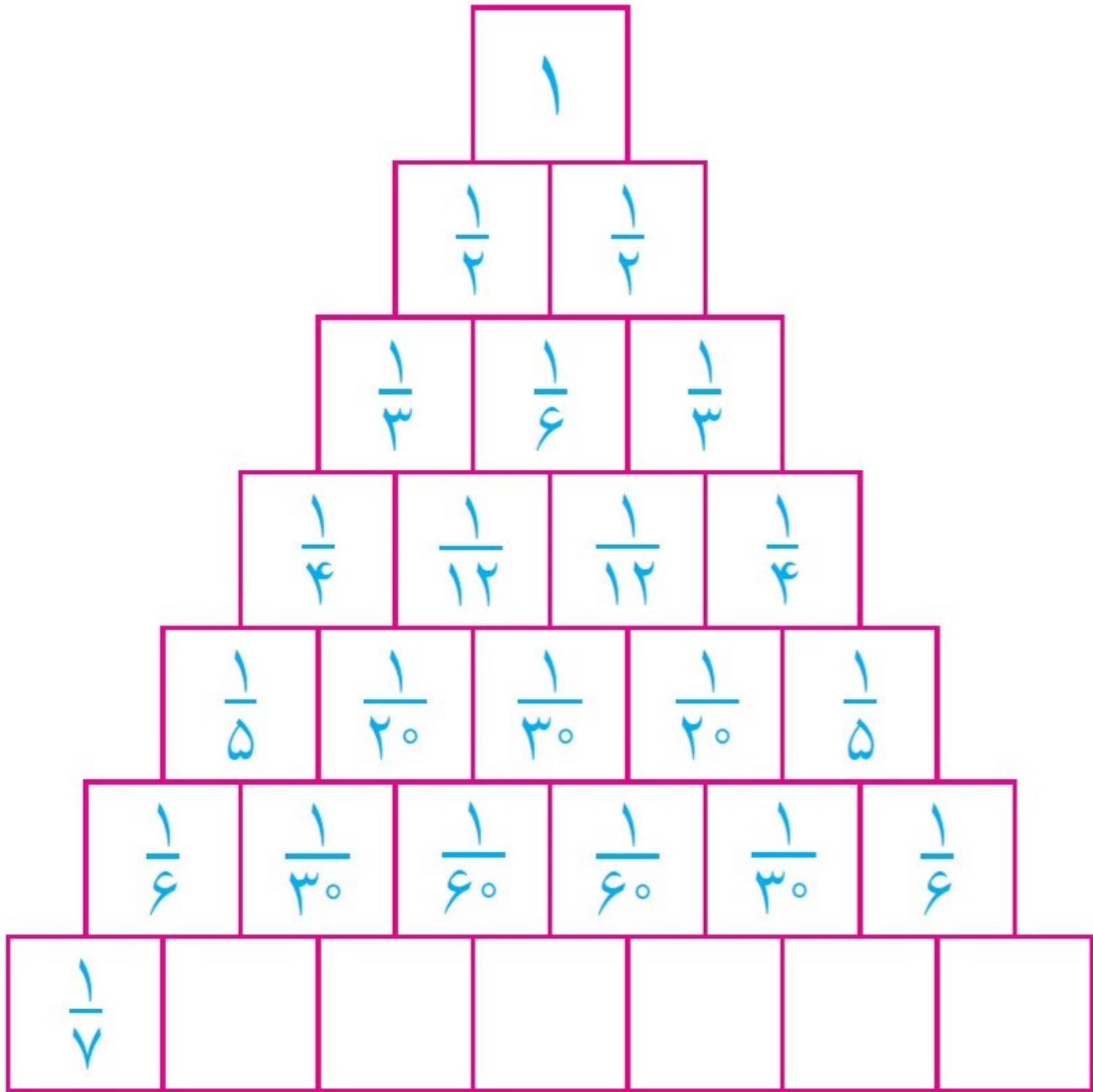
$$\therefore \frac{x+y}{x} \times \frac{y+x}{y} = \frac{(x+y)(x+y)}{x \cdot y}$$

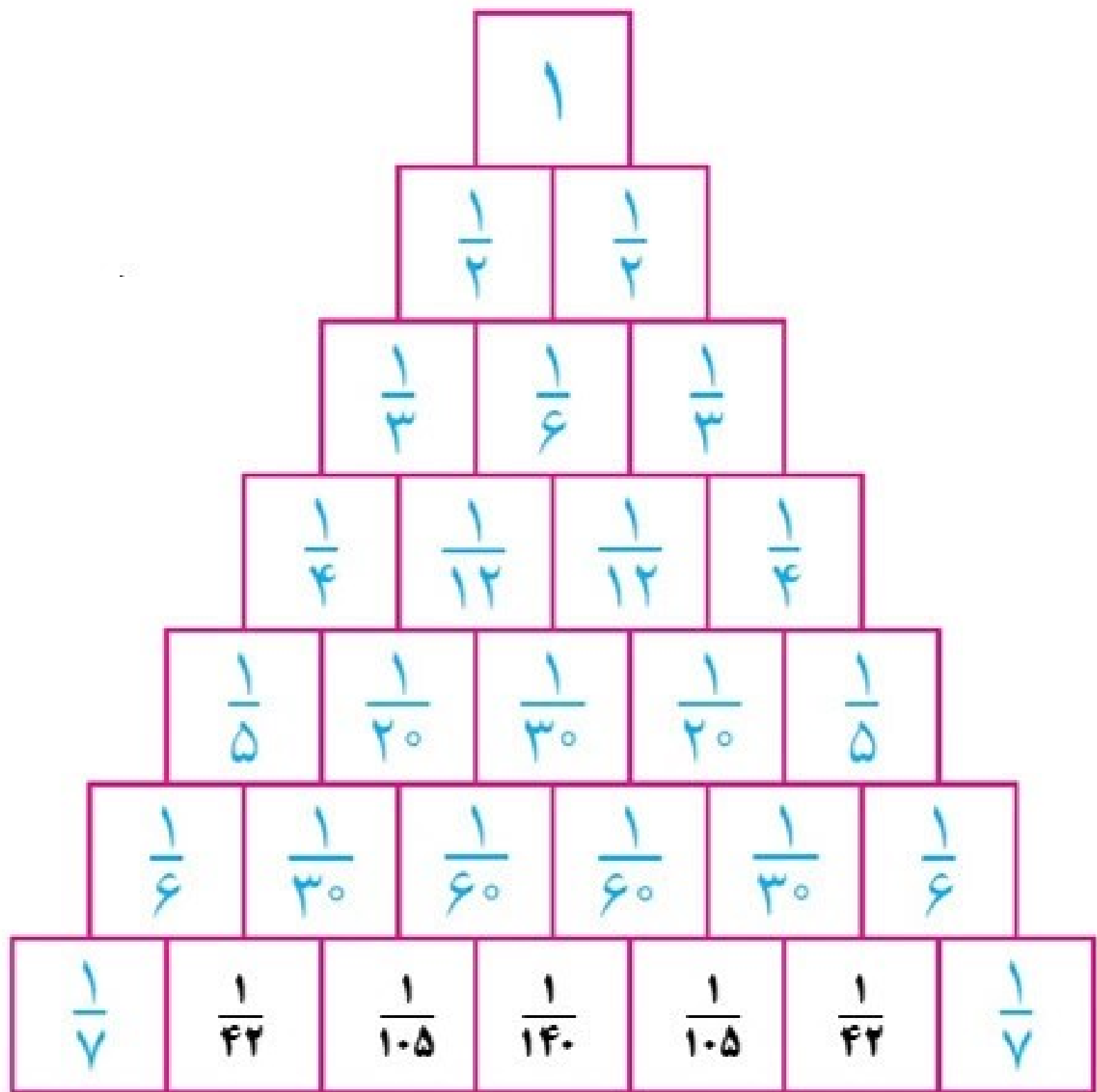
$$\begin{aligned} \text{ج: } \frac{x+y}{x} + \frac{x+y}{y} &= \frac{(x+y)y + x(x+y)}{x \cdot y} \\ &= \frac{(x+y)(x+y)}{x \cdot y} \end{aligned}$$

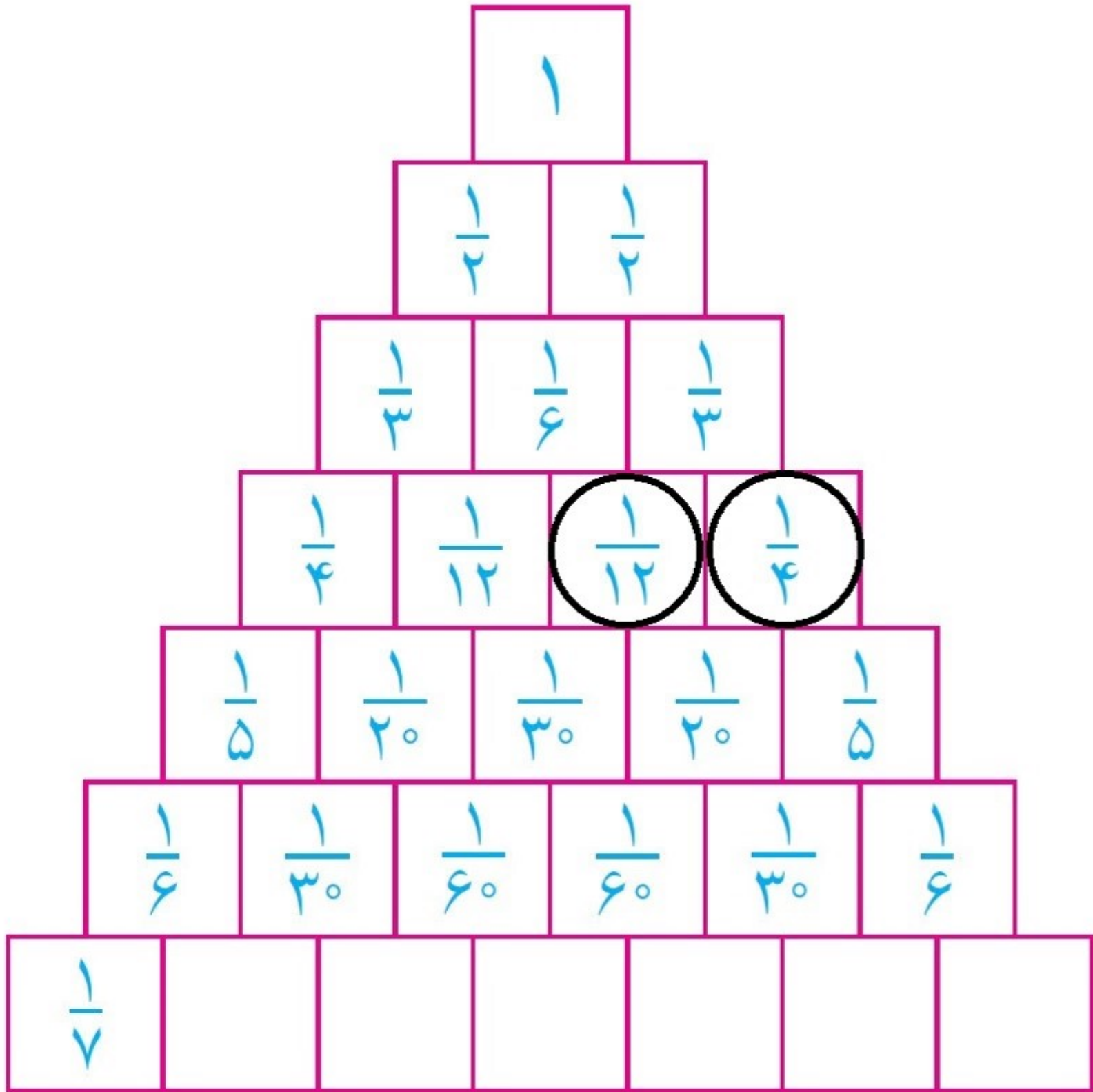


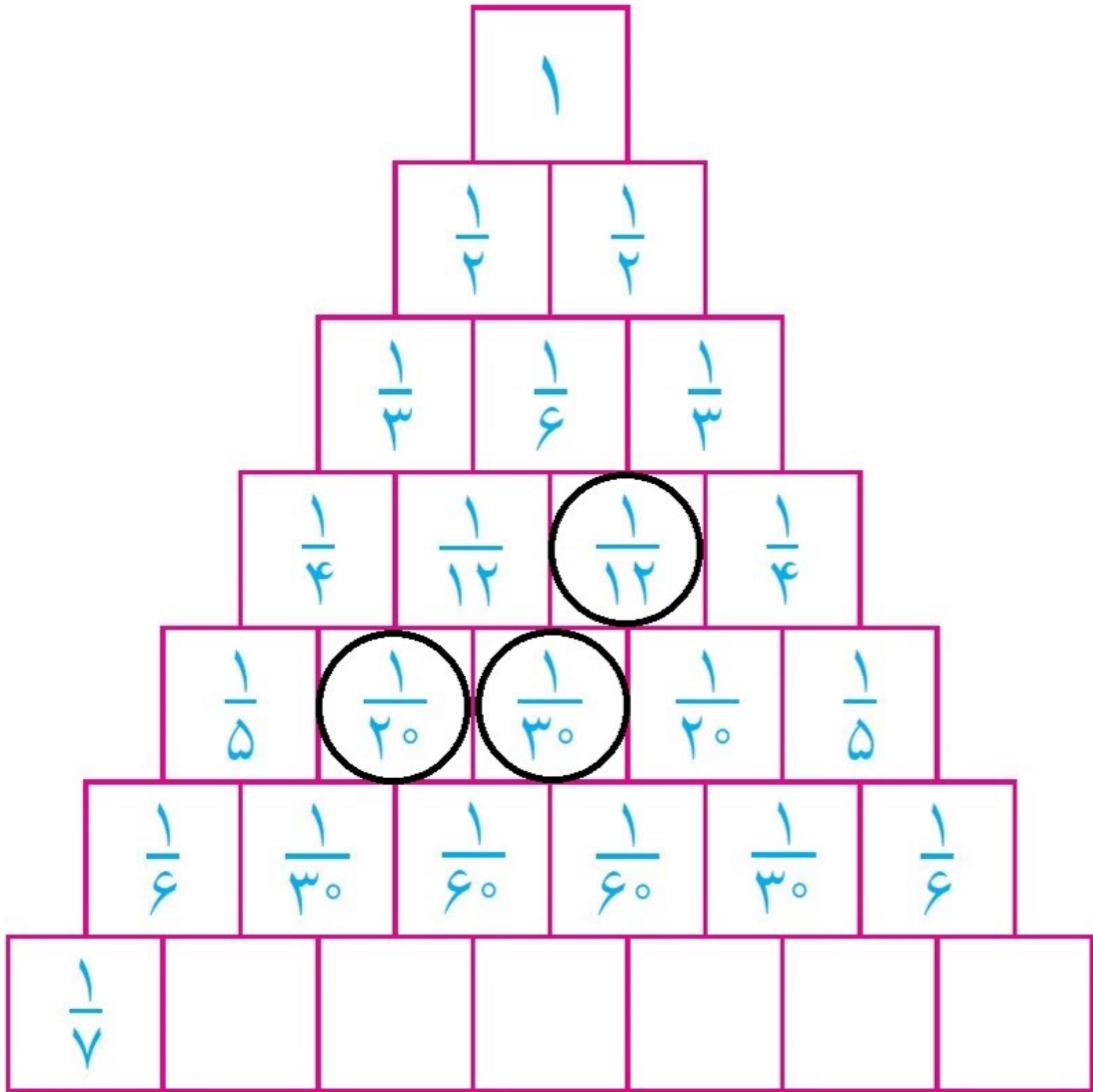


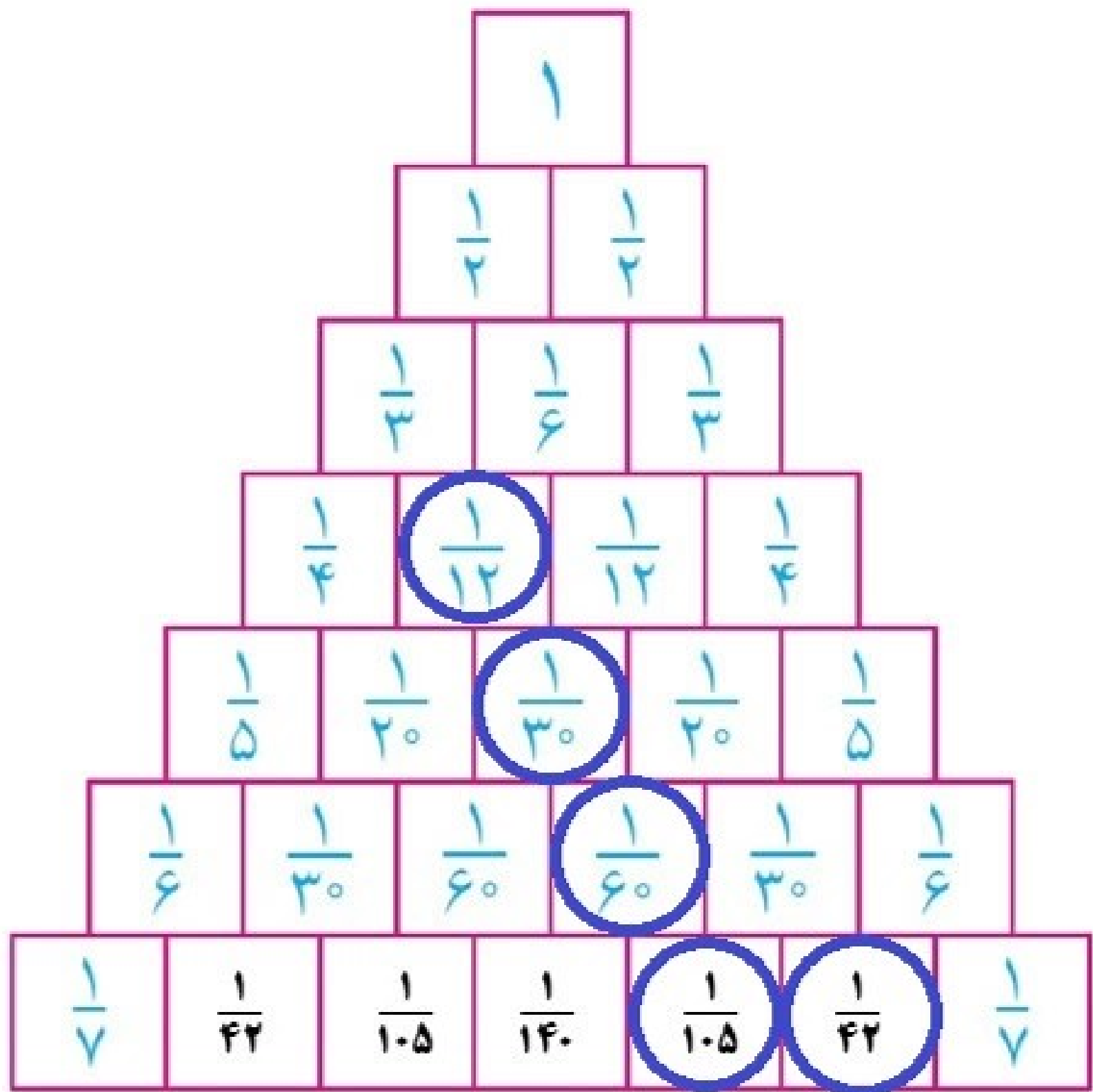


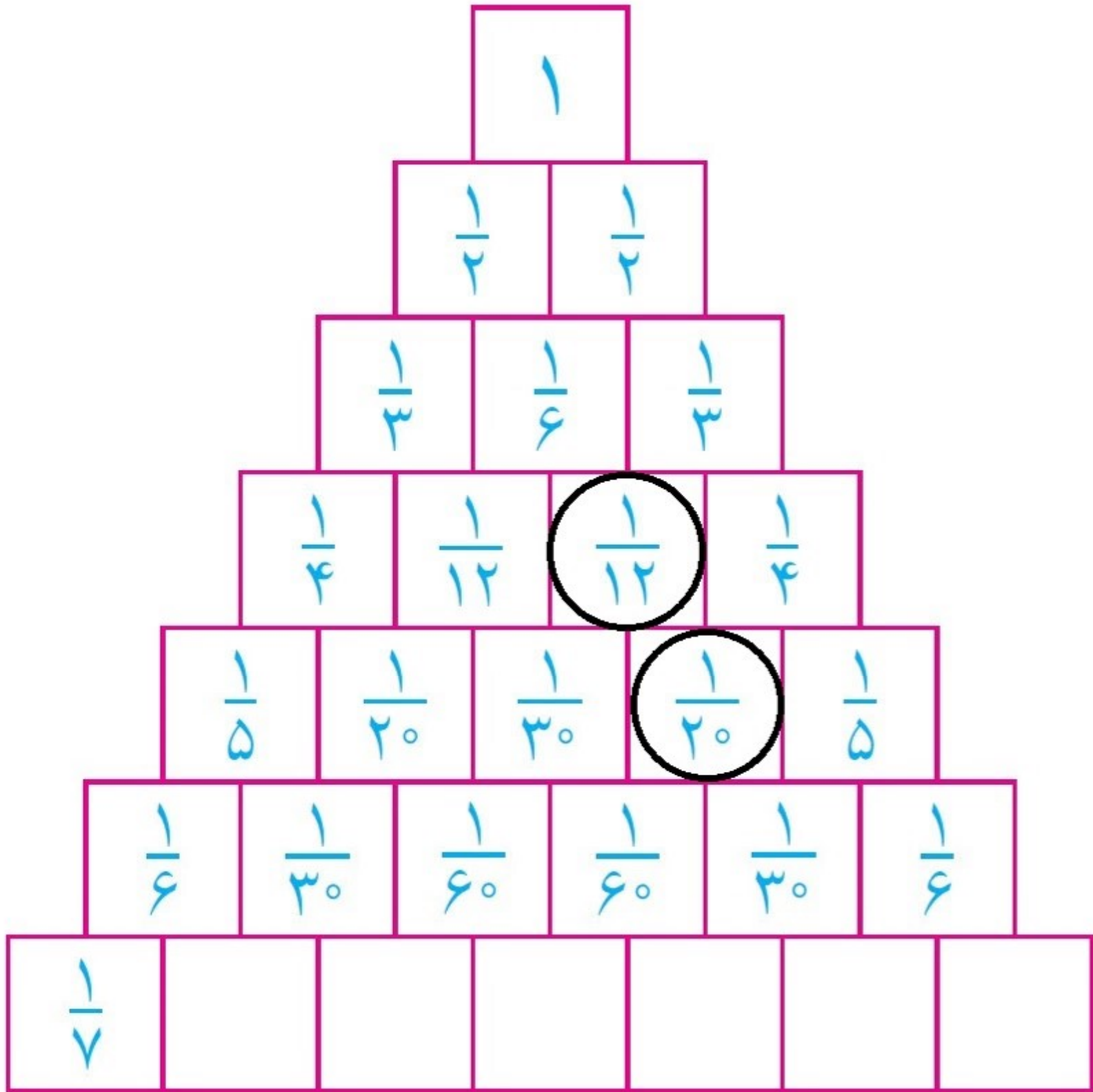












$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3+4}{3 \times 4} = \frac{7}{12}$$

اِن میں اِدھر طے است!

نہ اتر اُسر دے تو کسریں پائے جواب کی سرور

حاصل جمع تو خرج

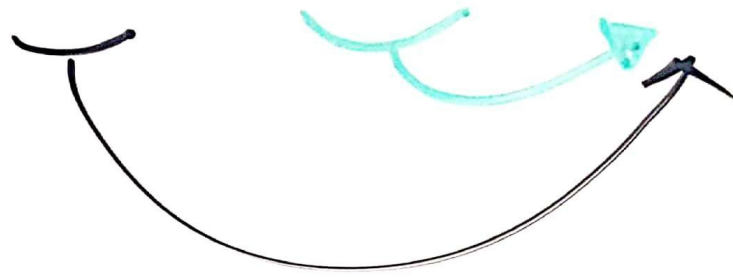
=

حاصل ضرب تو خرج

$$\frac{\omega}{\mu} = \frac{\nu + \mu}{\nu \times \mu} = \frac{1}{\nu} + \frac{1}{\mu}$$

$$\frac{V}{I_0} = \frac{\nu + \omega}{\nu \times \omega} = \frac{1}{\nu} + \frac{1}{\omega}$$

$$ج) \frac{2}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$




المقام

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

المقام

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

$$>> \frac{2}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1343}{4 \times 1343} + \frac{2014}{3 \times 2014}$$


نکته: این مسئله
 دو جواب دیر
 هم دارد!

(پایه یک)

$$\frac{1343}{3 \times 1343} + \frac{2014}{4 \times 2014}$$

(پایه دو)

$$\frac{1343}{4 \times 1343} + \frac{2014}{3 \times 2014}$$

$$\frac{2}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

(پایه سه)

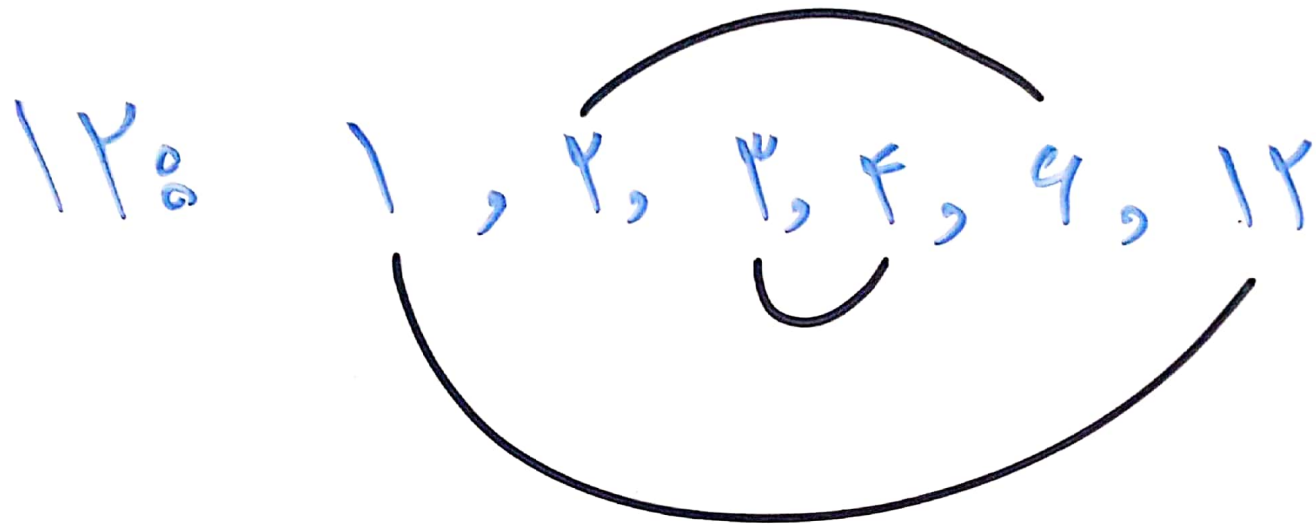
ابتدا تمام چراغ‌ها خاموش!

مرحله یک) مغرب یک ← همه روشن
مرحله دو) مغرب دو ← مغرب دو خاموش بقیه روشن

⋮

مرحله شش) ۶ خ ۵ خ ۴ روشن ۳ خ ۲ خاموش ۱ روشن

صبر و ایستادگی

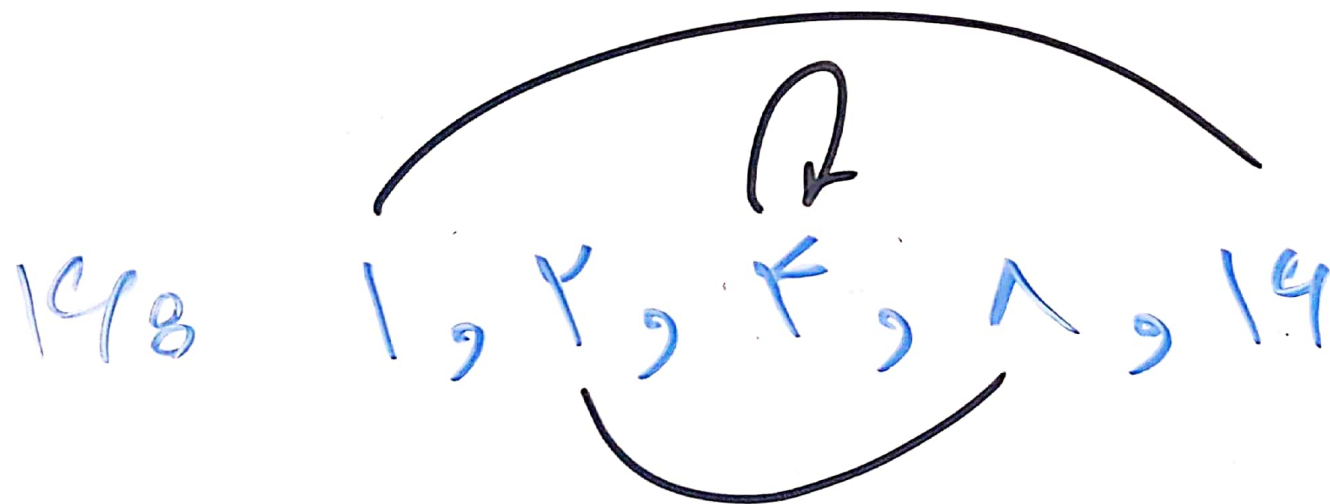


تعداد شماره ها

ام عددی در خود

ضرب شود

$$4 \times 4 = 16$$



آنها عدد ۱۶ تعداد

فردی شماره دارد

اند عددی تعداد نمی رنده خود داشته باشد

مثل ۱۶ :

مضرب ۱ : روشن

مضرب ۲ : خاموش

مضرب ۴ : روشن

مضرب ۸ : خاموش

مضرب ۱۶ : روشن

در الی
روشن می ماند!

جواب: ۱۰۰ و ۸۱ و ۶۴ و ۴۹ و ۳۶ و ۲۵ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

Subject:

Year.

Month.

Date.

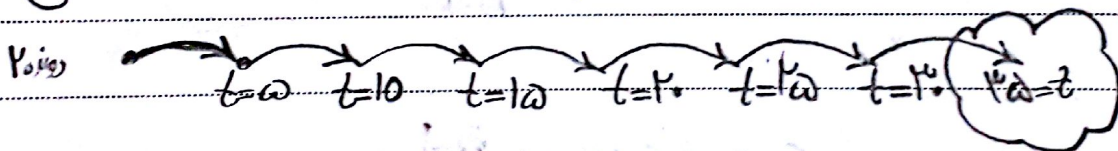
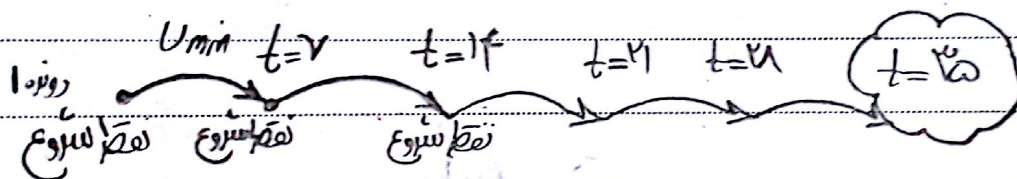
سوال (۱۵) این گونه سوالی به ۲ صورت مطرح می شود

الف) در چه زمانی در نقطه ^۱ مشخص ^۲ گذر می کنند

ب) در چه زمانی برای بار اول ^۱ گذر می کنند (نقطه ^۲ مشخص می شود)

* مفروضات سوال قسمت الف را از ما خواسته باشند یعنی

* در چه زمانی دو دوزده ^۱ گذر می کنند در نقطه ^۲ شروع ملاقات می کنند



در هر دو مشخص است در زمان $t=35$ دقیقه هر دو دوزده در نقطه ^۱ شروع

پس این U_{min} دو واقع ^۱ است که ^۲ "ست"

راه حل استی مسئله و بهترین آن (به نظر حقیر) ^۱ است

در واقع دوزده اول ۵ دوزده و ۵ دقیقه گذشته است و به نقطه ^۱ شروع رسیده
دوزده دوم ۷ دوزده و ۵ دقیقه گذشته است و به نقطه ^۱ شروع رسیده

* سوال ناسم للمبني مربوطی شود بصورت "ب"

در این نوع سوالات کافیست ابتدا مسافت هر دو دوندۀ را در یک دقیقه (یا در یک نسبت زمانی مشخص) بکالیم.

این دوندۀ در یک دقیقه چه کسری از مسافت (دور) را طی می کند؟
 $\frac{1}{7}$ دور

این دوندۀ در یک دقیقه چه کسری از مسافت (دور) را طی می کند؟
 $\frac{1}{5}$ دور

بنابراین در هر دقیقه اصلاً این دو دوندۀ چه می شود؟

1 min $\frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{2}{35}$ اختلاف در دقیقه اول

2 min $\frac{4}{35} = 2 \times \frac{2}{35}$ اختلاف در دقیقه دوم
 3 min $\frac{6}{35} = 3 \times \frac{2}{35}$ اختلاف در دقیقه سوم

$\frac{12}{35} = 4 \times \frac{2}{35}$ اختلاف در دقیقه ششم

$\frac{14}{35} = 4 \times \frac{2}{35}$ اختلاف در دقیقه هفتم

$\frac{16}{35} = 4 \times \frac{2}{35}$ اختلاف در دقیقه هشتم

$1 = 4 \times \frac{2}{35}$

یعنی اختلاف ندارند

بنابراین معلوم است که این دو دوندۀ در هر دقیقه مسافتی را طی می کنند که در هر حالت مساوی دارد و در هر دور مساوی است.

Subject:

Year.

Month.

Date.

سوال ۱۱) این دو حل سوال کنید

$$(a, b) = 10 \Rightarrow$$

$$a = 2^x \cdot 5^y$$

$$b = 2^x \cdot 5^y$$

①
②

$$a \cdot b = 1000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$a \rightarrow 2^2 \cdot 5^3 \Rightarrow a = 2^2 \cdot 5^3$$

③

$$b \rightarrow 2^3 \cdot 5^2 \Rightarrow b = 2^3 \cdot 5^2$$

④

از ① و ② نتیجه می گیریم که تقیاً

$$a = 2^2 \cdot 5^3$$

این عامل ها در ۱۰۰۰

از ③ و ④ نتیجه می گیریم که تقیاً

$$b = 2^3 \cdot 5^2$$

این عامل ها در ۱۰۰۰

$$a \cdot b = 2^2 \cdot 5^3 \cdot 2^3 \cdot 5^2 = 2^5 \cdot 5^5$$

$$\Rightarrow x \cdot y = 2 \Rightarrow \begin{cases} x=1, y=2 \\ x=2, y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2^1 \cdot 5^2, b = 2^2 \cdot 5^1 \\ a = 2^2 \cdot 5^1, b = 2^1 \cdot 5^2 \end{cases}$$

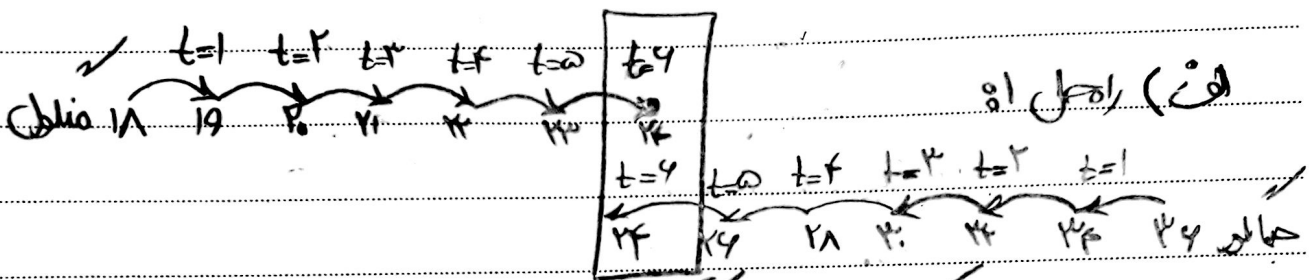
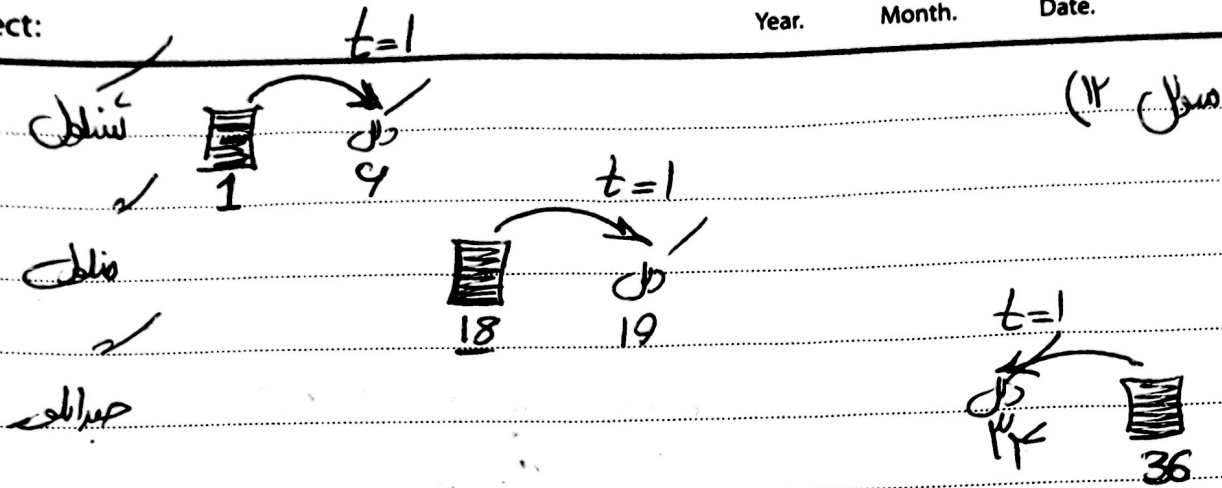
پاسخ

Subject:

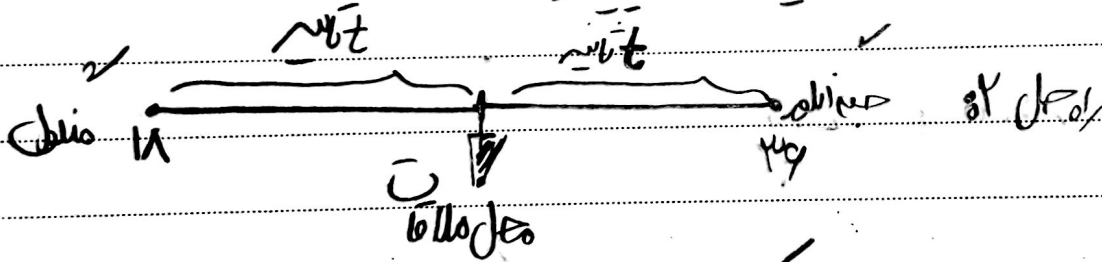
Year.

Month.

Date.



در ۵ بازه های در کنار تیر ۲۴ به ۲۵ و ۲۵ به ۲۶



مسئله

$$\begin{cases} ۱۸ + ۱ \times t \\ ۳۶ - ۲ \times t \end{cases}$$

مسئله در ۲ بازه های در کنار تیر ۲۴ به ۲۵ و ۲۵ به ۲۶

$$۱۸ + t = ۳۶ - ۲t$$

$$۲t + t = ۳۶ - ۱۸$$

$$۳t = ۱۸$$

$$t = ۶$$

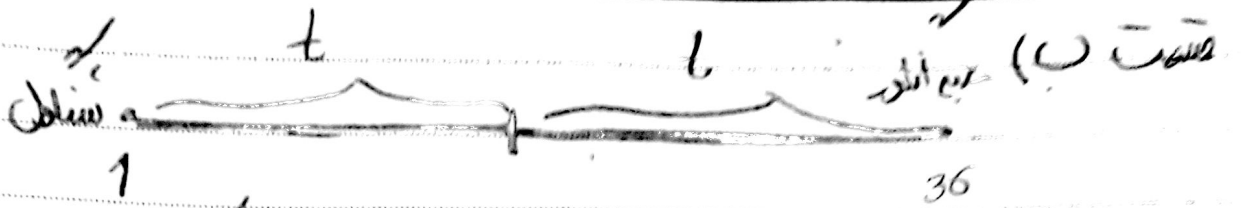
$$\begin{cases} ۱۸ + ۶ = ۲۴ \\ ۳۶ - ۲ \times ۶ = ۲۴ \end{cases}$$

Subject:

Year.

Month.

Date.



$$\begin{aligned} \text{شماره 1: } & 1 + \omega t \\ \text{شماره 2: } & 34 - 2t \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} 1 + \omega t &= 34 - 2t \\ 2t + \omega t &= 34 - 1 \end{aligned}$$

$$\frac{2t + \omega t}{t} = \frac{33}{t} \Rightarrow \omega = \frac{33}{t}$$

$$\begin{aligned} \text{شماره 1: } & 1 + \omega \times \omega = 26 \\ \text{شماره 2: } & 34 - 2 \times \omega = 26 \end{aligned}$$

در

$$\begin{aligned} \text{شماره 1: } & 1 + \omega t \\ \text{شماره 2: } & 18 + 1t \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} 1 + \omega t &= 18 + 1t \\ -t + \omega t &= 18 - 1 \end{aligned}$$

شماره 2 (ب) شمار

$$4t = 17$$

$$t = \frac{17}{4} = 4.25$$

یعنی در بازه زمانی $t = 4$ به بعد فاصله خواهد داشت و می

$$1 + \omega \times 4 = 21$$

$$18 + 4 \times 1 = 22$$

یعنی در بازه زمانی $t = 4$ به بعد

Subject:

Year.

Month.

Date.

سوال ۱۳) : اعداد زوجی $1 \times 1 = 1$ $2 \times 2 = 4$ $3 \times 3 = 9$

سوال ۱۴) : اعداد زوجی $4 \times 4 = 16$ $5 \times 5 = 25$ $6 \times 6 = 36$

اعداد زوجی : $10 \times 10 = 100$ $11 \times 11 = 121$ $12 \times 12 =$

اعداد زوجی : $100 \times 100 = 10000$ سوال ۱۵)

$$200 \times 200 = 40000$$

$$300 \times 300 = 90000 \quad 401 \times 401 \quad 502 \times 502 \quad \dots \quad 314 \times 314$$

۳۱۴ و ۱۰۲ و ۱۰۱ و ۱۰۰

تعداد برابر است با

تعداد و پاسخ سوال

$$314 - 100 + 1 = 215$$

اعداد ۱ تا ۸ را در هم ضرب می کنیم

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 8!$$

→ می خوانیم ۸ فاکتوریل

$$8! + 1$$

$$8! + 2$$

$$8! + 3$$

$$8! + 4$$

$$8! + 5$$

$$8! + 6$$

$$8! + 7$$

$$8! + 8$$

حاصل ضرب اعداد ۱۱

$$۱۱! + ۲, ۱۱! + ۳, ۱۱! + ۴, \dots, ۱۱! + ۱۱$$

حاصل ضرب اعداد ۱۰۰

$$۱۰۰! + ۲, ۱۰۰! + ۳, \dots, ۱۰۰! + ۱۰۰$$

نکته: \sqrt{a} بر $\boxed{2}$ بخش پذیر است

و b هم بر $\boxed{2}$ بخش پذیر است

پس $\sqrt{a+b}$ بر $\boxed{2}$ بخش پذیر است!

$$2 \times 3 \times 4 \times \infty + 2$$

$$2 \times 3 \times \infty \times 27 + 11$$

$$2 \times 3 \times \dots \times 100 + 91$$

$$2 \times 3 \times \infty \times 100 + 14$$

$$[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b$$

$$\frac{ab}{2}$$



بایں ب.م.م. همیسا
برابر ۲ شود

2×17	2×2
2	$2 \times 3 \times 13$

$$[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b$$

↓
ab

①

$$19 \rightarrow 2 \quad \checkmark$$

$$20 \rightarrow 0 \quad \checkmark$$

$$39 \rightarrow 2, 3$$

$$49 \rightarrow 4 \quad \checkmark$$

$$59 \rightarrow 2 \quad \checkmark$$

$$61 \rightarrow 2 \quad \checkmark$$

$2 \times 2 \times 3$	20	$3 \times 3 \times 4$
49	61	19
$3 \times 3 \times 0$	49	$3 \times 0 \times 0$

خرش

۴

۱۹

۳۴

۴۹

۶۴

۷۹

۸۴

۹۹

بلغ

۱

۱۴

۲۵

۳۷

۴۹

۶۱

۷۳

۸۵

اولین بار ۴۹

$[12 \text{ و } 15] = 9\%$

$$49 + 9\% = 109$$

دوین بار

$$49 + 2 \times 9\% = 149$$

سومین بار

$$49 + 4 \times 9\% = 289$$

چهارمین بار

ایہ سو : ثانیہ ۱۔

۱۱۔

۱۱۔

ثانیہ ۰

۴

۱

خرلوس

ملخ

پس یک ثانیہ قبل کن رحم بودند!

بار n ام

$-11 + 4.n$