

بخش پنجم:

تبدیل لاپلاس و معکوس آن

برای محاسبه ی لاپلاس یک عبارت از دستور laplace استفاده می کنیم.

مثال 1.

$$f(t) = \sin(t)$$

```
>> syms t
```

```
>> f = sin(t)
```

```
>> laplace(f)
```

```
ans =
```

$$1/(s^2+1)$$

مثال 2.

$$f(t) = e^t \cos(t)$$

```
>> syms t
```

```
>> f = exp(t)*cos(t)
```

```
>> laplace(t)
```

```
ans =
```

$$(s-1) / ((s-1)^2+1)$$

تمرین

1. تبدیل لاپلاس عبارت $f(t) = \sin(2t)\cos(4t)$ را بیابید.

2. تبدیل لاپلاس عبارت $f(t) = t\sin(t)$ را بیابید.

برای محاسبه ی لاپلاس معکوس یک عبارت از دستور ilaplace استفاده می کنیم.

مثال 2.

$$F(s) = \frac{2}{s^3}$$

```
>> syms s
>> f = 2/(s^3)
>> ilaplace(f)
```

```
ans =
    1/2*t^2
```

مثال 1.

$$F(s) = \frac{2}{s^2+4}$$

```
>> syms s
>> f = 2/(s^2+4)
```

```
>> ilaplace(f)
```

```
ans=
```

```
1/2*4^(1/2)*sin(4^(1/2)*t
```

برای ساده کردن پاسخ نهایی از دستور `simplify` استفاده می کنیم.

توابع پله واحد و ضربه واحد به ترتیب با `Heaviside` و `Dirac` معرفی می شوند.

تمرین

معکوس لاپلاس عبارت $\frac{1}{s+5}$ را بیابید.

بسط به کسرهای جزئی

برای پارامترهای r, p و y در رابطه ی زیر از دستور `residue` استفاده می شود:

$$\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{r_1}{x-p_1} + \frac{r_2}{x-p_2} + \dots + \frac{r_n}{x-p_n} + y(s)$$

در صورت عدم وجود ریشه ی تکراری در مخرج:

$$\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{r_1}{(x-p)} + \frac{r_2}{(x-p)^2} + \dots + \frac{r_n}{(x-p)^n} + y(s)$$

در صورت وجود ریشه ی تکراری در مخرج:

مثال 1.

عبارت $V(s) = \frac{2}{s^3 + 12s + 36s}$ را به کسرهای جزئی بسط دهید.

$$\frac{2}{s^3 + 12s + 36s} = \frac{-0.0556}{(s+6)} + \frac{-0.3333}{(s+6)^2} + \frac{0.0556}{s}$$

```
>> syms s
>> N = [2]
>> D = [1 12 36 0]
>> [r p y] = residue(N,D)
```

```
r =          p =          y =

-0.0556          -6          []
-0.3333          -6
0.0556           0
```

تمرین

کسر $F(s) = \frac{s+2}{s^2(s^2+4)}$ را بسط دهید و عکس لاپلاس آن را بدست آورید. (صفحه 401 - تمرین 35)

حل دستگاه های جبری با متغیر نمادین

دستگاه زیر را که از حل یک مدار در حوزه ی لاپلاس بدست آمده است در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} (3s+10)I_1 - 10I_2 = \frac{4}{s+2} \\ -10I_1 + (4s+10)I_2 = \frac{-2}{s+1} \end{cases}$$

بدلیل اینکه متغیرها پارامتری می باشند نمی توانیم از روش ارائه شده در بخش سوم برای حل این دستگاه

استفاده کنیم و باید دو متغیر رشته ای تعریف کنیم:

```
>> eq1 = '(3*s+10)*I1-10*I2=4/(s+2) '
>> eq2 = '-10*I1+(4*s+10)*I2=-2/(s+1) '
```

برای حل دستگاه تعریف شده از دستور solve استفاده می کنیم:

```
>> solution = solve(eq1,eq2,'I1','I2')
```

مطلب حاصل را در یک structure ذخیره می کند که برای دسترسی به این ساختار از روشی شبیه به

گرامر زبان C استفاده می کنیم:

```
>> I1 = solution.I1
>> I2 = solution.I2
```

و در نهایت لاپلاس معکوس I1 و I2 را می یابیم:

```
>> i1 = ilaplace(I1)
i1 =
```

$$10/29 \cdot \exp(-t) - 172/667 \cdot \exp(-35/6 \cdot t) - 2/23 \cdot \exp(-2 \cdot t)$$

```
>> i2 = ilaplace(I2)
```

```
i2 =
```

$$129/667 \cdot \exp(-35/6 \cdot t) - 10/23 \cdot \exp(-2 \cdot t) + 7/29 \cdot \exp(-t)$$

تمرین

در مدار زیر پاسخ حوزه ی زمان i_1 و i_2 را بیابید.

