

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 3 - 1 = 2$$

۲ - گزینه ۱ به بررسی ۴ گزینه می‌پردازیم.

$$\text{گزینه اول: } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$$

گزینه دوم: حد چپ تابع در $x = 1$ وجود ندارد پس تابع در این نقطه حد ندارد.

$$\text{گزینه سوم: } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$$

$$\text{گزینه چهارم: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

بنابراین فقط گزینه‌ی اول، صحیح نیست.

۳ - گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 4, \quad \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 0 \Rightarrow A = 1 + 4 + 0 = 5$$

۴ - گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

تنها گزینه‌ای که جواب آن عدد یک می‌شود گزینه‌ی اول است زیرا برای محاسبه‌ی $f(0)$ باید سراغ ضابطه‌ی پایین برویم که جواب یک می‌شود.

۵ - گزینه ۴ با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + f(2) = 1 - 2 - 1 = -2 \\ f(2) = -1 \end{cases}$$

۶ - گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (f - g)(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 3^-} g(x) = 4 - 3 = 1$$

۷ - گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -2, \quad f(3) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) + f(3) = 3 - (-2) + 2 = 7$$

۸ - گزینه ۴

به بررسی ۴ گزینه می‌پردازیم.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0 \quad \text{گزینه سوم} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \quad \text{گزینه چهارم} \quad \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -3$$

۹ - گزینه ۳ با توجه به نمودار داریم:

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= 3 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= 0 \end{aligned} \right\} f(2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3 + 2 + 0 = 5$$

گزینه ۲ - ۱۰

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 2a) = 1 + 2a, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax - 1) = a - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 \Rightarrow (1 + 2a) - (a - 1) = -1 \Rightarrow a = -1 - 2 = -3$$