تمرینهای سری چهارم تجزیه و تحلیل سیستم ها - دانشگاه صنعتی قوچان

۱ - با توجه به LTI بودن سیستمهای مشتق گیر و انتگرال گیر، تساویهای زیر را نشان دهید:

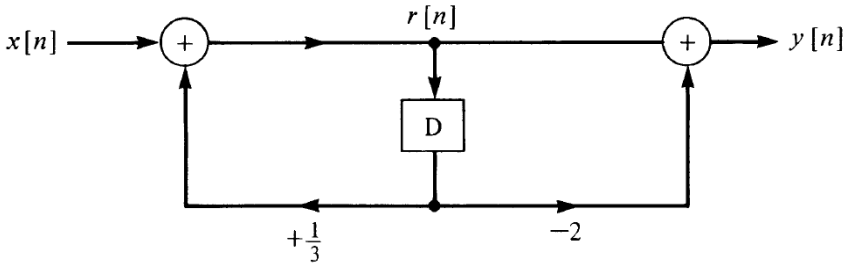
$$\frac{dy(t)}{dt} = x(t) * \frac{dh(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} * h(t)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau * h'(t)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} [x'(\tau) * h(\tau)]d\tau$$

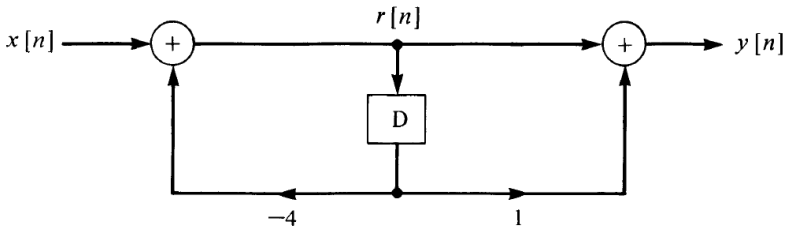
$$y(t) = x'(t) * \int_{-\infty}^{t} h(\tau)d\tau$$

۲ - شکل زیر تحقق فرم مستقیم II را برای یک سیستم گسسته نشان میدهد. فرض کنید سیستم در آرامش اولیه است.

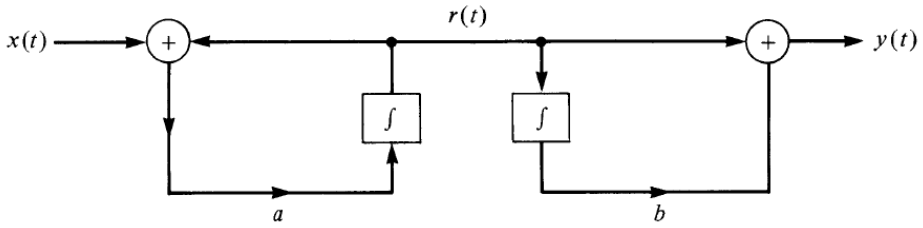


الف) مطلوبست تحقق فرم مستقیم I سیستم فوق
ب) معادله دیفرنس حاکم بر سیستم فوق را بدست آورید.
ج) رابطه $r[n]$ را با $y[n]$ بیابید.
د) رابطه $r[n]$ را با $x[n]$ بیابید.
هـ) با کمک نتیجه بندهای ج و د، رابطه بین $x[n]$ و $y[n]$ را بدست آورید. (معادله دیفرنس بین ورودی و خروجی را بدست آورید.) آیا این نتیجه با نتیجه بند ب یکسان است؟
راهنمایی: ابتدا از دو معادله بدست آمده مجهولهای $r[n]$ و $r[n-۱]$ را بر حسب $x[n]$ و $y[n]$ تعیین کرده و سپس با توجه به اینکه $r[n-۱]$ شیفت یافته $r[n]$ است معادله دیفرنس حاکم بر سیستم را بدست آورید.
۳- بلوک دیاگرام شکل زیر را در نظر بگیرید و سیستم را در آرامش اولیه فرض کنید.

الف) معادله دیفرنس حاکم بر سیستم را بدست آورید.
ب) به ازاء $x[n] = \delta[n]$، مطلوبست تعیین $r[n]$ به ازاء تمام زمانها.
ج) پاسخ ضربه سیستم را تعیین کنید.
۴- بلوک دیاگرام شکل زیر را در نظر بگیرید و سیستم را در آرامش اولیه فرض کنید. معادله دیفرانسیل ربط دهنده ورودی وخروجی را بدست آورید. (راهنمایی: ابتدا معادله دیفرانسیل ربط دهنده $r(t)$ به



$x(t)$ را بدست آورده و سپس معادله دیفرانسیل ربط دهنده $r(t)$ به $y(t)$ را بدست آورید و سپس از دو معادله حاصل، رابطه خواسته شده را بدست آورید.)



۵- الف) رابطه حاکم بر یک سیستم LTI علّی به صورت زیر است. شرایط سیستم را چنان تعیین کنید که سیستم در آرامش اولیه (initial rest) باشد.

$$\begin{cases} y[n] + \frac{۱}{۴}y[n-۱] + \frac{۱}{۲}y[n-۲] = x[n] + x[n-۲] \\ x[n] = u[n+۱] - u[n-۱] \end{cases}$$

ب) تحققهای فرم مستقیم I و فرم کانونی را برای سیستم توصیف شده در بند الف انجام دهید.
ج) پاسخ کامل سیستم توصیف شده با معادله دیفرنس زیر را به ازاء شرایط داده شده بدست آورید.

$$\begin{cases} y[n] = \frac{۱}{۴}y[n-۱] + x[n] \\ x[n] = cos(n\pi) \times (\delta[n] - \delta[n-۱]) \\ y[۰] = ۰ \end{cases}$$

۶- سیستم توصیف شده با معادله دیفرانسیل زیر را به همراه شرایط داده شده در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \frac{d^۲y(t)}{dt^۲} + ۲\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) \\ x(t) = -۳u(t) \\ y(۰^-) = y'(۰^-) = ۱ \end{cases}$$

الف) آیا سیستم در آرامش اولیه است؟
ب) پاسخ کامل سیستم را تعیین کنید.
ج) پاسخ معادله دیفرانسیل فوق را به ازای $x(t) = e^{-t}u(t)$ و در شرایط آرامش اولیه تعیین کنید.
د) با فرض آرامش اولیه سیستم فوق و با کمک نتیجه بند قبل آیا می توان بدون حل مجدد معادله، پاسخ ضربه سیستم را تعیین کرد؟ (راهنمایی: از ورودی بند قبل مشتق بگیرید.)
۷- پاسخ پله یک سیستم LTI به صورت $s[n] = ۲/۵(۱ - ۰/۶^{n+۱})u[n]$ داده شده است. پاسخ این سیستم به ورودی $x[n] = (-۱)^n u[n]$ را بیابید.

موفق باشید، قربان صباغ