

به نام خدا

KONKUR.IN



Forum.konkur.in

Club.konkur.in

Shop.konkur.in



پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۹۳

● گروه آزمایشی علوم ریاضی

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینه ۴

معنی درست واژه:

سعایت: سخن چینی

۲- پاسخ: گزینه ۱

معنی درست واژه‌ها:

مظاهر: حمایت، پشتیبانی / ورطه: محلّ هلاکت، جای خطرناک / حلاوت: شیرینی، شیرین بودن / وزر: بار گران، بزه، گناه / حطام: مال دنیا، خرده و ریزه

دقت کنیم! معنی درست واژه‌ی «ورطه»، «محلّ هلاکت» است، نه «هلاکت»، که متأسفانه در انتخاب معنی پیشنهادی به این نکته توجه نشده است.

۳- پاسخ: گزینه ۳

معنی درست واژه‌ها:

خوالگیر: آشپز، طبّاخ / تریاق: پادزهر، ضدّ زهر / بنگ: ماده‌ای مخدر که از شاه‌دانه به‌دست می‌آید. (البته در لغت‌نامه‌ی دهخدا «بنگ» معادل «شاه‌دانه» آمده، اما با توجه به پاسخ سازمان سنجش، ظاهراً طراح سؤال به این مسئله توجهی نداشته است.)

۴- پاسخ: گزینه ۲

املاي درست واژه:

فصاحت: زبان‌آوری، روانی کلام (فسحت: گشادگی خاطر)

۵- پاسخ: گزینه ۴

املاي درست واژه‌ها:

زَنار: کمربندی که زردشتیان یا مسیحیان بر کمر می‌بستند تا از مسلمانان شناخته شوند.

انتصاب: گماشتن، برپا ساختن (انتساب: نسبت داشتن)

مستغلات: چیزهایی خاص و مخصوص و املاک از قبیل دکان، کاروان‌سرا، حمام، خانه و جز آن که مالک از کرایه‌ی آن‌ها منتفع گردد.

غراً: ۱) فصیح و استوار ۲) درخشان

طامات: سخنان پريشان و گزاف برخی درويشان

گزاردن [نعمت]: به‌جا آوردن، ادا کردن (گزاردن: قرار دادن، نهادن، رها کردن)

۶- پاسخ: گزینه ۱

زبان فارسی، از دوره‌ی «غزنوی» تا حدود صد و پنجاه سال پیش زبان اداری و درباری «هند» و «پاکستان» بود و در همین فاصله‌ی زمانی شاعران و نویسندگان بزرگی چون امیر خسرو دهلوی، فیضی دکنی، زیب‌النسا، بیدل دهلوی و اقبال ظهور کردند.

۷- پاسخ: گزینه ۱

دوقدم تا قاف - انسان میوه‌ی نخل - اشراق: میثاق امیر فجر (اثر دیگر: فجر اسلام)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: تنفّس صبح: قیصر امین‌پور / آواز گلسنگ: فاطمه راکعی

گزینه ۳: بوته‌زار: علی محمد افغانی / آینه‌های ناگهان: قیصر امین‌پور

گزینه ۴: ترس و لرز: غلامحسین ساعدی / سفر سوختن: فاطمه راکعی

۸- پاسخ: گزینه ۲

در حیاط کوچک پاییز در زندان: مهدی اخوان ثالث (م. امید) / بهشت گم‌شده: میلتون (کمدی الهی: دانتیه) / شرح احوال و آثار رودکی: سعید نفیسی

۹- پاسخ: گزینه ۳

استعاره: نسبت دادن «زمین‌گیر بودن» به «دانه‌ی امید» و «دست» به «ابر» تشخیص و استعاره است. / تشبیه: دانه‌ی امید (اضافه‌ی تشبیه‌ی) / جناس: دست، است (ناقص)

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

مرغ دل / دام زلف / دانه‌ی خال / طایر اندیشه / دام هوس (۵ تشبیه، همگی از نوع اضافه‌ی تشبیه‌ی)

بررسی آرایه‌ی تشبیه در سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: خار بلا (اضافه‌ی تشبیه‌ی) / تشبیه چهره به گل

گزینه ۲: سیل اشک (اضافه‌ی تشبیه‌ی) / غبار من (اضافه‌ی تشبیه‌ی)

گزینه ۳: تشبیه قامت به سرو / عارض به ماه

۱۱- پاسخ: گزینه ی ۳

مجاز (بیت «د»): (کف: مجاز از دست)

کنایه (بیت «الف»): روی گرداندن کنایه از جدا شدن و ترک کردن / نعل در آتش نهادن کنایه از بی تابی
متناقض نما (بیت «ه»): این که افتادگی (افتادن) موجب بلندمرتبعی شود.

حسن تعلیل (بیت «ج»): دلیل دشواری قضای روزه، سنگینی روزه و تنها بودن در انجام آن است.

اسلوب معادله (بیت «ب»): من / گریه آمدن بر خشک مغزی های زاهد = نخل ماتم / اشک حسرت ریختن

۱۲- پاسخ: گزینه ی ۱

منظور از جابه جا شدن مضاف و مضاف الیه، وجود «را»ی فک اضافه، معادل نقش نمای کسره ی اضافه است؛ بین مضاف و مضاف الیه قرار می گیرد و جای آن دو را با هم عوض می کند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۲: غفلت ما را سبب: سبب غفلت ما

گزینه ی ۳: جان غافل را سفر: سفر جان غافل

گزینه ی ۴: طفل طبعان را دل: دل طفل طبعان

۱۳- پاسخ: گزینه ی ۲

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: تو خود (بدل)

گزینه ی ۳: شب و روز (معطوف)

گزینه ی ۴: راه و رسم (معطوف)

۱۴- پاسخ: گزینه ی ۳

بررسی واج میانجی در سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: خیمه ی سلطان / فضای درویش

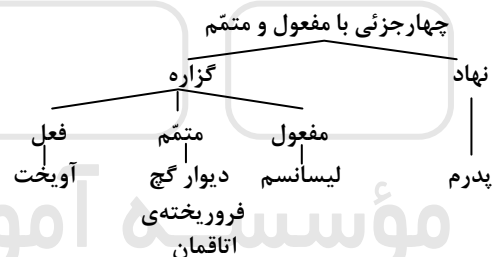
گزینه ی ۲: جدایی

گزینه ی ۴: آسودگی

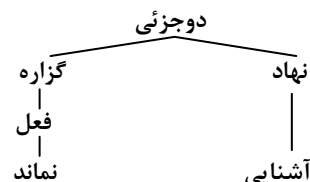
۱۵- پاسخ: گزینه ی ۳

نمودار اجزای اصلی جمله ها:

جمله ی اول



جمله ی سوم:



۱۶- پاسخ: گزینه ی ۳

واژه های «کیش، هاله، زمین، پروانه، بحران، خسته، تمنا، کین، معنا، آوا، فرآیند و بیگانه» از یک تکواژ ساخته شده اند؛ روی هم، ۱۲ واژه.

بررسی سایر واژه ها:

کوشا: کوش + / پسین: پس + یین / نوشین: نوش + یین / نالان: نال + ان / خنده: خند + ه / رهاورد: ره + آورد

/ ماله: مال + ه / سیمین: سیم + یین

۱۷- پاسخ: گزینه ی ۴

مفهوم مشترک مصراع سؤال و ابیات گزینه ی ۴: پرهیز از هم نشینی با بدان

مفهوم سایر بیت ها:

بیت «د»: ناپایداری و بی وفایی دنیا

بیت «الف»: عاقبت نگری خردمندان

۱۸- پاسخ: گزینه ۲

مفهوم گزینه ۲: خودستایی و تفاخر شاعرانه
مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: حتمی بودن مرگ

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه ۴: ناپایداری قدرت دنیوی
مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: برتری معشوق و ممدوح بر همگان
گزینه ۲: عزت و اعتبار واقعی در عنایت بی‌واسطه‌ی خداوند است.
گزینه ۳: نکوهش عزت یافتن مجازی و ناپایدار

۲۰- پاسخ: گزینه ۲

مفهوم گزینه ۲: بی‌قراری عارفان
مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: ترک تعلقات دنیوی
دقت کنیم! در این مورد هم پاسخ سازمان سنجش (گزینه ۱) کاملاً بی‌پایه و بی‌اهمیت است و انتخاب و توجیه کردن آن، درک و باور درست داوطلب را نسبت به «مفهوم ترک تعلقات دنیوی» به هم می‌ریزد.

۲۱- پاسخ: گزینه ۴

مفهوم گزینه ۴: نکوهش صورت‌پرستی و ظاهرینی
مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: بی‌وفایی روزگار

۲۲- پاسخ: گزینه ۳

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه ۳: هر کسی لیاقت درک راز عشق را ندارد. / صفای باطن، شرط لازم برای درک معنویات است.
مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: تقابل عشق حقیقی و صورت‌پرستی
گزینه ۲: نهراسیدن عاشق از دشواری‌های راه عشق
گزینه ۴: عاقبت وخیم افشای راز عشق

۲۳- پاسخ: گزینه ۱

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ۱: در دل هر ذره، حقیقتی آشکار است. / جلوه‌ی خداوند در تمام ذرات جهان
مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: اشتیاق جهان برای حضور معشوق / شورانگیزی عشق
گزینه ۳: توصیف زیبایی طبیعت بهاری / طلب حضور معشوق
گزینه ۴: غم هجران و طلب وصل

۲۴- پاسخ: گزینه ۲

مفهوم گزینه ۲: مناعت طبع و بلندنظری
مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: پنهان‌نشدن بودن راز عشق

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه ۲: جان‌فشانی عاشقانه / شرط بقای عاشق فنا شدن در وجود معشوق است.
مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: همراهی معشوق با عاشق
گزینه ۳: مرگ دوستی / به ستوه آمدن از زندگی
گزینه ۴: طعنه زدن پنهانی به معشوق و جفاکاری او

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

کلمات کلیدی: «هوی نفسک» / «حتی لایصل»
مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها:

«هوی نفسک»: هوای نفس خود؛ «هوی» مفرد است و نمی‌تواند به صورت جمع ترجمه شود. [ردّ گزینه‌های ۱ و ۳]
«حتی لایصل»: تا نرسد؛ فعل مضارع منصوب به صورت التزامی ترجمه می‌شود و نیز «لایصل» لازم است و نمی‌تواند به صورت متعدی ترجمه شود. [ردّ گزینه‌های ۱ و ۴]

۲۷- پاسخ: گزینه ی ۱

کلمات کلیدی: «هذه الأيام الماطرة» / «شاهد» / «ألوانها الجميلة»

مقایسه ی کلیدها در گزینه ها:

«هذه الأيام الماطرة»: این روزهای بارانی؛ اولاً «هذه» باید ترجمه شود. ثانیاً «الأيام الماطرة» ترکیب وصفی است و «الماطرة» صفت مفرد

است و به صورت «بارانی» ترجمه می شود. [رد سایر گزینه ها]

«شاهد»: مشاهده می کنم. [رد سایر گزینه ها]

«ألوانها الجميلة» رنگ های زیبای آن؛ ضمیر «ها» و «الجميلة» باید در ترجمه ی گزینه ها باشد. [رد گزینه های ۲ و ۳]

۲۸- پاسخ: گزینه ی ۳

کلمات کلیدی: «سَنذهبُ» / «قائدنا» / «لن نترکه»

مقایسه ی کلیدها در گزینه ها:

«سَنذهبُ»: خواهیم رفت؛ فعل مضارع مستقبل (آینده) است. [رد گزینه های ۱ و ۴]

«قائدنا» فرمانده خود؛ ضمیر «نا» باید ترجمه شود. [رد گزینه ی ۲]

«لن نترکه»: او را ترک نخواهیم کرد؛ «لن» به همراه فعل مضارع به صورت آینده منفی ترجمه خواهد شد. [رد گزینه های ۱ و ۲]

۲۹- پاسخ: گزینه ی ۲

کلمات کلیدی: «في انتهاء ممر مدرستنا» / «نافذة تفتح»

مقایسه ی کلیدها در گزینه ها:

«في انتهاء ممر مدرستنا»: در انتهای راهرو مدرسه ی ما؛ ترکیب اضافی هستند که پشت سر هم باید ترجمه شوند. [رد گزینه های ۱ و ۳]

«نافذة تفتح»: پنجره ای است که باز می شود؛ اولاً «تفتح» جمله وصفیه است و قبل از آن «که» می آید؛ ثانیاً فعل مضارع است.

[رد سایر گزینه ها]

۳۰- پاسخ: گزینه ی ۲

«رأيتُ»: دیدم؛ اولاً فعل ماضی است، ثانیاً متکلم وحده است.

«قد ازداد» زیاد شده بود؛ چون قبل از آن فعل ماضی «رأيتُ» آمده است به صورت ماضی بعید ترجمه می شود.

ماضی + ماضی = ماضی بعید

«دیدم توجه فرزندانمان به تلویزیون زیاد شده بود!»

۳۱- پاسخ: گزینه ی ۲

ترجمه ی عبارت: «هرکس قبل از سخن گفتن فکر کند از اشتباه سالم می ماند!»

ترجمه ی گزینه های ۱ و ۳

گزینه ی ۱: چرا آنچه را انجام نمی دهید، می گوید!

گزینه ی ۳: هرگاه عقل کامل شود، سخن کم می شود!

نکته ی گزینه ی ۲: مصرع دوم این بیت به فکر کردن قبل از سخن گفتن اشاره دارد.

۳۲- پاسخ: گزینه ی ۱

کسانی که فکر بسته دارند: «مَنْ (الَّذِينَ) لَهُمْ فِكْرٌ مَغْلُوقٌ»؛ حرف جر «لِ» در ابتدای جمله [در اینجا جمله صله است] معنای «دارد»

می دهد. در ضمن «بسته» اسم است و نمی تواند به صورت فعل بیاید. [رد سایر گزینه ها]

دهانشان: فمهم؛ «لسان» به معنای «زبان» و «فم» به معنای «دهان» است [رد گزینه های ۲ و ۳]

۳۳- سؤال حذف شده است.

■ ترجمه‌ی متن:

«آیا درختی بلند یا محصولی پاک یا میوه‌ای لذیذ را دیده‌ای؟! آیا این بذری نبوده است که در خاک پنهان بوده و از چشم‌ها مخفی بوده است، سپس زنده شده و از خاک بیرون آمده و آن چیزی شده است که اکنون در طبیعت می‌بینیم؟! بهار با شکوفه‌هایش و پاکی هوایش بعد از سرمای شدیدی آمده است و برگ‌های درختان بعد از افتادنشان به‌جای خود بازگشتند و آواز پرندگان و سرزندگی و فعالیت بعد از زمانی از ثبات بازگشته است! آن همان زندگی انسان است! آسانی و سختی، راحتی و بدبختی، طلوع و غروب، پایین و بالا و پس هنگامی که کار این‌گونه باشد نباید نعمت او را مغرور کند آنگاه که (انسان) بالا رود و نباید سختی او را خوار کند آن‌گاه که (انسان) پایین رود؛ بلکه او باید انسانی ماهر و در دو حالت آسایش و ناخوشی ثابت باشد!

معنای کلمات این متن:

(۱) سَتَر: پنهان شد	(۲) التراب: خاک	(۳) الأعین: چشم‌ها	(۴) أُحییّت: زنده شد
(۵) بروّده: سرما	(۶) عاد: بازگشت	(۷) سقوط: افتادن	(۸) تغرید: آواز خواندن
(۹) الحیوّة: سرزندگی	(۱۰) النشاط: فعالیت	(۱۱) یُسّر: آسانی	(۱۲) عُسّر: سختی
(۱۳) شقاء: بدبختی	(۱۴) بטר: مغرور شد	(۱۵) ذلّل: خوار کرد	(۱۶) الشدّة: سختی
(۱۷) السّراء و الضّراء: خوشی و ناخوشی			

۳۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

ترجمه‌ی عبارت: «انسان باید در دو حالت خوشی و ناخوشی ثابت باشد به‌خاطر!»

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: این که آن دو برای پیشرفت انسان مفید هستند، پس فقط به‌وسیله‌ی آن دو پیشرفت وجود دارد!

گزینه‌ی ۲: این که زندگی به آن دو آمیخته شده، پس هنگامیکه یکی از آن دو بیاید رفتنش را توقع داریم!

گزینه‌ی ۳: این که پاکی و خوبی زندگی نمی‌آید، مگر بعد از بدبختی و زشتی زندگی!

گزینه‌ی ۴: این که امور به دست انسان نیست، پس او مجبور به قبول این حالت‌هاست!

نکته: انسان نباید به خوشی و ناخوشی دنیا دل ببندد، چون این دو به زندگی آمیخته‌اند و انسان باید از دست دادن هر یک را انتظار داشته باشد.

۳۵- پاسخ: گزینه‌ی ۳

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: بلوغ کارها و پختگی فکرها مانند میوه‌هاست که به گذشت زمان نیاز دارند، پس نباید در خوردن آن‌ها قبل از زمانشان عجله کنیم!

گزینه‌ی ۲: ما مانند بذرها نیاز به پوشش و مخفی شدن قبل از آشکار شدن و آشکار کردن خودمان در جامعه و در میان مردم داریم!

گزینه‌ی ۳: پاکی هوا تمیزی‌اش به این دلالت دارد که حتماً بعد از آلودگی حاصل شده است، پس با هر چیزی باید خلافتش را مشاهده کنیم!

گزینه‌ی ۴: ثابت بودن و حرکتی نداشتن در ظاهر اشیاء به حرکت در باطن آن‌ها به زودی اشاره دارد، چه بسا آن‌ها را ببینیم!

نکته: گزینه‌ی ۳ به این اشاره دارد که هر چیزی را با خلافتش متوجه می‌شویم، ولی متن به این اشاره دارد که بعد از هر سختی و هر بدی‌ای، آسانی و خوبی است و این که انسان خودش را با هر حالتی باید هماهنگ کند.

۳۶- پاسخ: گزینه‌ی ۱

«متن از ما می‌خواهد که!»

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: به حال اشیاء نگاه نکنیم بلکه به گذشته و آینده‌ی آن‌ها بنگریم!

گزینه‌ی ۲: در زندگی انسان‌های مغروری نباشیم چرا که دنیای سرای باقی نیست!

گزینه‌ی ۳: به آواز پرندگان و گل‌های بهار و زیبایی دنیا توجه کنیم!

گزینه‌ی ۴: به حالتی توجه کنیم که ما را خوشحال می‌کند، همان‌طور که به حالت سختی‌مان توجه می‌کنیم!

نکته: با توجه به مثال‌های زده شده در درک مطلب متوجه می‌شویم که متن می‌خواهد این را بگوید که به قبل و بعد اشیاء توجه کنیم.

۳۷- پاسخ: گزینه ی ۳

ترجمه ی گزینه ها:

گزینه ی ۱: زندگی به خودی خود حقیقت انسان را آشکار می کند!

گزینه ی ۲: زندگی انسان نیاز به خوشی و ناخوشی دارد!

گزینه ی ۳: سختی و راحتی هر دو مدرسه ای هستند که انسان را تربیت می کنند!

گزینه ی ۴: نعمت و بلا دو علامتی هستند که بالا بودن انسان و پایین بودنش را آشکار می کنند!

نکته: مفهوم متن این است که انسان در دو حالت سختی و آسانی باید ثابت قدم باشد و از آن ها درس بگیرد به همین خاطر در گزینه ی ۳ آن را تشبیه به مدرسه ای کرده است.

۳۸- پاسخ: گزینه ی ۴

حرکت گذاری کامل عبارت: «أَلَمْ تَكُنْ هَذِهِ بَذْرَةً سَوَّيْتُ فِي التُّرَابِ وَ اخْتَفَتْ عَنِ الْأَعْيُنِ ثُمَّ خَرَجَتْ مِنَ التُّرَابِ»

اشتباهات سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «خَرَجَتْ» ← خَرَجَتْ (فعل ماضی معلوم و لازم است.)

گزینه ی ۲: «الْأَعْيُنِ» ← الْأَعْيُنِ (مجرور به حرف جر است و نیز جمع مکسر «عین» است.)

گزینه ی ۳: «بَذْرَةً» ← بَذْرَةً (خبر «لَمْ تَكُنْ» و منصوب است.) // «سَوَّيْتُ» ← سَوَّيْتُ (نائب فاعلش ضمیر مستتر «هی» و فعل در صیغه «لغائبه» است.)

۳۹- پاسخ: گزینه ی ۴

حرکت گذاری کامل عبارت:

«الرَّبِيعُ» (مبتدا و مرفوع) بأزهاره و طيب (مفعول و مجرور) هوائه قد جاء بعد برودة (مضاف الیه و مجرور) شديدة (صفت و مجرور) و أوراق (مبتدا و مرفوع) الأشجار عادت إلى مكانها!

اشتباهات سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «الرَّبِيعُ» ← «الرَّبِيعُ» (مبتدا و مرفوع)

گزینه ی ۲: «برودة» ← «برودة» (مضاف نیست، بلکه موصوف است. پس باید تنوین بگیرد.)

گزینه ی ۳: «أوراق» ← «أوراق» (مبتدا و مرفوع)

۴۰- پاسخ: گزینه ی ۳

اشتباهات سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: معتل و أجوف ← معتل و ناقص (از ریشه (رأى))

گزینه ی ۲: مزید ثلاثی من باب «إفعال» ← مجرد ثلاثی / معرب ← مبني (فعل ماضی است)

گزینه ی ۴: فاعله ضمير «أنت» المستتر ← فاعله ضمير التاء البارز

۴۱- پاسخ: گزینه ی ۱

اشتباهات سایر گزینه ها:

گزینه ی ۲: «للمخاطب» ← «للمخاطبة»

گزینه ی ۳: فعل مجزوم بحرف «لم» و علامة جزمه حذف حرف العلة ← فعل مجزوم بحرف «لم» و علامة جزمه السكون (حرف عله به خاطر التقاء الساكنين (یعنی رسیدن دو ساکن به هم) حذف شده است.)

گزینه ی ۴: اسمه ضمير «هی» المستتر ← اسمه «هذه»

۴۲- پاسخ: گزینه ی ۳

اشتباهات سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: معرف بالإضافة ← نكرة

گزینه ی ۲: مضاف الیه و مجرور ← نعت أو صفة مفردة و مجرور بالتبعية

گزینه ی ۴: جامد و مصدر ← مشتق و صفة مشبهة

۴۳- پاسخ: گزینه ی ۴

در صورت سؤال گزینه‌ای را خواسته است که اعراب فرعی در آن نیامده است. اعم از اعراب فرعی اسم و اعراب فرعی فعل بررسی گزینه‌ها:

گزینه ی ۱: «یتعلمون»: فعل مضارع با اعراب فرعی ثبوت «نون»

ترجمه: برترین دانش‌آموزان من همان کسانی هستند که دانش‌های مفید را می‌آموزند.

گزینه ی ۲: «صدیقتان + ک» = «صدیقتاک»: «صدیقتا» فاعل و مرفوع با اعراب فرعی «الف»

ترجمه: آیا دو دوست تو این درس و درس‌های گذشته را فهمیده‌اند؟

گزینه ی ۳: «المجاهدين»: مضاف الیه و مجرور با اعراب فرعی «یاء» و «مذعورین» حال و منصوب با اعراب فرعی «یاء»

دقت داشته باشید «هربوا» فعل ماضی است و فعل‌های ماضی مبنی هستند.

ترجمه: هنگامی که دشمنان شجاعت مجاهدان را دیدند وحشت‌زده فرار کردند!

گزینه ی ۴: در این گزینه اعراب فرعی وجود ندارد. «النواحي» اعراب تقدیری دارد و فعل «لنشتري» مضارع منصوب با اعراب اصلی است.

ترجمه: آیا در این نواحی دکانی برای این که از آن میوه بخریم یافت می‌شود؟

۴۴- پاسخ: گزینه ی ۳

فعل مضارع اجوف فقط در دو صیغه جمع مؤنث حرف عله‌اش حذف می‌شود و به هنگام مجزوم شدن نیز فقط در صیغه‌های بدون نون حرف عله‌اش حذف می‌شود. بنابراین «لا تبیی» ← «لا تبیی»

ترجمه: ای دختر عزیزم وقت را به بهایی ناچیز نفروش!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ی ۱: «یصفون» فعل مضارع مثال از «وصف» است. «تشفیهم»: فعل مضارع ناقص از «شفی» است.

ترجمه: پزشکان برای بیماران داروهایی را تجویز می‌کنند که آن‌ها را بهبودی می‌بخشد!

گزینه ی ۲: «أن یمشیا» فعل مضارع منصوب و ناقص از «مشی» است.

ترجمه: این دو پیرمرد نتوانستند که بر پاهایشان راه ببرند!

گزینه ی ۴: «لم یعد» فعل مضارع مجزوم و اجوف از «عاد» است و به خاطر مجزوم شدن حرف عله‌اش حذف شده است / «یصلون»:

فعل مضارع مثال است و حرف عله در مضارع مثال حذف می‌شود.

ترجمه: این پژوهشگران در حالی که به هدف‌های علمی‌شان می‌رسیدند، باز نگشتند!

۴۵- پاسخ: گزینه ی ۴

«إن» حرف شرط است، پس فعل شرط و جواب آن مجزوم است. «بحرسان» و «یتقرّبان» مجزوم نشده‌اند، پس برای جالی خالی مناسب نیستند.

ترجمه: اگر به نیکی‌ها حریص باشید به خدا نزدیک می‌شوید!

۴۶- پاسخ: گزینه ی ۱

«غُسِلْتُ» فعل ماضی در صیغه «لِلغائبة» است و چون ضمیر بارز ندارد و بعد از آن نیز هیچ اسم مرفوعی به‌عنوان نائب فاعل نداریم، پس نائب فاعل آن ضمیر مستتر «هی» است که به «عقول» که جمع غیر عاقل است برمی‌گردد.

ترجمه: گویا عقل‌هایتان شست‌وشو شده است، پس راه زندگیتان را تغییر دادید!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ی ۲: «أُرسِلْتُ»: ضمیر بارز «ت» نائب فاعل است (با توجه به ضمیر «ی» در «إني»)

ترجمه: قطعاً من برای آموزش دادن و برای به پایان رساندن مکارم اخلاق فرستاده شده‌ام!

گزینه ی ۳: «لن تؤید آراءً»: «آراء» نائب فاعل است.

ترجمه: نظرات این دانشمند در جلسات علمی تأیید نخواهد شد!

گزینه ی ۴: «مُنْعَنَا»: ضمیر بارز «نا» نائب فاعل است.

ترجمه: از تبلی و انداختن کارهایمان بر (گردن) دیگران منع شده‌ایم!

۴۷- پاسخ: گزینه ی ۲

«إِذَا» به معنای «هنگامی که» قید زمان و مفعول فیه و محلاً منصوب است.
ترجمه: هنگامی که خواستی کاری را انجام دهی، پس بدان که خدا شاهد توست!
بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «متأخراً»: حال و منصوب

ترجمه: در جشن دیر حاضر خواهم شد، اگر موافق باشی!

گزینه ی ۳: «متی» محلاً مجرور به حرف جر

ترجمه: ای انسان، تا کی خودبینی و غرور در نفست ادامه می یابد!

گزینه ی ۴: «الیوم» مجرور به حرف جر

ترجمه: در روز بعد اخبار مهمی را در این باره خواهی شنید!

۴۸- پاسخ: گزینه ی ۴

«أَتَنْتَظِرُ» جمله وصفیه و محلاً مرفوع است. / «طويلة» نیز نعت (صفت) مفرد است.
ترجمه: لحظه ای دیدار مادر بزرگم لحظه ای است که از مدتی طولانی منتظرش هستم.
بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «الذهبية» / «المرتفعة»: نعت (صفت) مفرد

ترجمه: اشعه ی طلایی خورشید از پشت کوه های بلند ظاهر شد!

گزینه ی ۲: «المرّة» نعت (صفت) مفرد

ترجمه: من به رضای خدا راضی هستم به هنگام رویارویی با حوادث تلخ روزگار!

گزینه ی ۳: «العظيمة» نعت (صفت) مفرد

ترجمه: ای خواهرم باید از ثروت های بزرگت انفاق کنی!

۴۹- پاسخ: گزینه ی ۳

«مُبادرة» مصدر «أُبادر» و مفعول مطلق نوعی است و «تجنّی» جمله ی وصفیه است.
ترجمه: هنگامی که به دیگران اعتماد می کنم، هرگز اقدامی نخواهم کرد که مرا از خطرات نجات دهد!
بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «مقرّاً» حال و منصوب

ترجمه: ای خدای من از تو اطاعت می کنم و به پروردگاری ات شهادت می دهم اقرار کنان به این که تو خدا و پروردگار من هستی!

گزینه ی ۲: «أبدأً»: مفعول فیه و منصوب

ترجمه: هیچگاه نگران نباش، قطعاً کسی که از هیچ تو را آفرید از خطرها تو را حفظ می کند!

گزینه ی ۴: «صبراً»: مفعول به و منصوب / «کثیراً»: صفت و منصوب

ترجمه: دیدگاه خاصی برای انسان صبور نسبت به جهان وجود دارد که او را صبر بسیاری می دهد!

۵۰- پاسخ: گزینه ی ۲

در این عبارت مستثنی منه محذوف است. تعریف مستثنی و مستثنی منه: مستثنی کلمه ای است که بعد از «إِلَّا» قرار می گیرد، مستثنی منه کلمه ای است که قبل از «إِلَّا» آمده و مستثنی از آن گرفته شده است.
ترجمه: فقط مؤمنان ضدّ ستم و ستمگران در جهان برمی خیزند!

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «واحداً»: مستثنی / «جميع»: مستثنی منه

ترجمه: مدیر همه ی کارمندان را قبول نکرده بود، مگر یکی از آنها!

گزینه ی ۳: «العقلاء»: مستثنی / «الناس»: مستثنی منه

ترجمه: اغلب مردم پیرامون خلقتشان فکر نکردند، مگر عاقلان از میان آنها!

گزینه ی ۴: «لعب»: مستثنی / «أعمال»: مستثنی منه

ترجمه: مادر امروز مراقب کارهای فرزندانش نبود، مگر بازی کردن بسیارشان!

دین و زندگی

۵۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

تأکید این سؤال بر «موقت بودن» نظم پدیده‌ها و قانون‌مندی آن‌هاست. نظم و قانون‌مندی پدیده‌ها از کلمه‌ی «حق» و موقت بودن آن‌ها از کلمه‌ی: «اجل مسمی: سرآمد معین و مشخص» برداشت می‌شود. با توجه به آیه‌ی شریفه‌ی ﴿ما خلقنا السماوات والأرض وما بينهما إلا بالحق و أجل مسمی، ما آسمان‌ها و زمین و آنچه را میان آن دوست، جز به حق و سرآمدی معین و مشخص نیافریدیم﴾ این پیام مفهوم می‌شود که: نظم و قانون‌مندی پدیده‌ها موقت است و این جهان سرآمد معین و فرجام مشخص دارد.

۵۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴

پیام سخن امام علی علیه السلام، «خویشتن‌شناسی و شناخت جایگاه انسان در نظام خلقت» است. آیه‌ای که همگام با سخن امام علی علیه السلام حاکی از «جایگاه انسان در نظام خلقت» است، آیه‌ی شریفه‌ی ﴿وَلَقَدْ كَرَّمْنَا بَنِي آدَمَ وَحَمَلْنَاهُمْ فِي الْبَرِّ وَالْبَحْرِ وَرَزَقْنَاهُمْ مِنَ الطَّيِّبَاتِ وَفَضَّلْنَاهُمْ عَلَى كَثِيرٍ مِمَّنْ خَلَقْنَا تَفْضِيلًا﴾ می‌باشد. طبق این آیه، خداوند به انسان کرامت بخشیده و بر بسیاری از مخلوقات برتری داده است. آنچه را که در آسمان‌ها و زمین است، برای ما آفریده و توانایی بهره‌مندی از آن‌ها را در وجود ما قرار داده است.

۵۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

آیه‌ی شریفه‌ی ﴿أَنَّىٰ رَأَيْتُ أَحَدَ عَشَرَ كُوفِيًّا، مِّنْ (در خواب) دیدم که یازده ستاره (بر من سجده می‌کنند)﴾ خواب یوسف پیامبر علیه السلام است و تعبیرکننده‌ی آن خود یوسف پیامبر بوده است. زیرا آیه‌ی ۱۰۰ سوره‌ی یوسف علیه السلام می‌فرماید: ﴿قَالَ يَا أَهْتَ هَذَا تَأْوِيلُ رُؤْيَايَ مِنْ قَبْلُ، كُفْتُ بِدَرَمِ هَذِهِ الْخَبْرَةِ﴾ این تعبیر همان خوابی است که پیش از این دیده بودم. آیه‌ی شریفه‌ی ﴿أَنَّىٰ ارَانِي أَحْمِلُ فَوْقَ رَأْسِي خُبْرًا، مِّنْ (در خواب) دیدم که بر روی سرم نان می‌برم.﴾ خواب زندانی محکوم به مرگ عزیز مصر است و تعبیرکننده‌ی آن یوسف پیامبر علیه السلام بوده است.

۵۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

خداوند در قرآن کریم درباره‌ی خسران‌بارترین (زبان‌کارترین) مردم از نظر کردار و اعمال می‌فرماید: ﴿قُلْ هَلْ نُنَبِّئُكُمْ بِالْأَخْسَرِينَ أَعْمَالًا الَّذِينَ ضَلَّ سَعِيَهُمْ فِي الْحَيَاةِ الدُّنْيَا، بَٰغُوْا بِهَا بِشَمًا خَيْرَ دَهِيْمٍ﴾ که زبان‌کارترین مردم در کارها چه کسانی هستند؟ کسانی که تلاششان در زندگی دنیا گم و تباه شد.

تذکر: آیه‌ی شریفه‌ی ﴿الَّذِينَ كَفَرُوا بِآيَاتِ رَبِّهِمْ وَلِقَائِهِ﴾ نیز پیرامون زبان‌کارترین انسان‌ها است، اما چون صورت سؤال، عنوانی برای خسران‌بارترین انسان‌ها خواسته، ما ابتدای آیه را که در واقع «عنوان» این افراد می‌شود: «کسانی که سعیشان تباه شد» باید به‌عنوان پاسخ درست انتخاب کنیم.

۵۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

آیه‌ی اول می‌فرماید: «بگو همان کسی که نخستین بار انسان را آفرید، او را زنده می‌کند.» این آیه بیان‌گر امکان معاد جسمانی در آخرت یا آفرینش مجدد جسم در آخرت است. آیه‌ی دوم که «باطل» بودن را از آفرینش جهان دور می‌داند، بیان‌گر ضرورت معاد در پرتو حکمت الهی است.

۵۶- پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به عبارت: ﴿النَّارُ يُعْرَضُونَ عَلَيْهَا غُدُوًّا وَعَشِيًّا، آتَشُ هَرَّ بَامِدَادٍ وَشَامَگَاهَ بَرَّ أَنْانٍ عَرْضَهُ مِي شُونَد.﴾ بامداد و شامگاه (روز و شب) داشتن عالم برزخ، حاکی از آن است که بین عالم برزخ و عالم دنیا، مشابهت زمانی حاکم است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۲: این آیه در مورد ظرفیت عالم برزخ است، نه عالم دنیا. ظرفیت عالم برزخ، بسیار بیشتر از دنیا می‌باشد.

گزینه‌ی ۳: آنچه در عالم برزخ و رستاخیز به فعلیت می‌رسد، حکایت‌گر علل طولی است، نه عرضی؛ یعنی پس از دنیا، انسان در عالم برزخ و سپس در رستاخیز، با حقیقت اعمال خود روبه‌رو می‌شود.

گزینه‌ی ۴: از آنجا که این آیه به «جهنم برزخی» اشاره کرده، این گزینه نیز نادرست نیست، زیرا در جهنم برزخی، پس از این‌که پرده‌ها و حجاب‌ها کنار می‌رود، بدکاران با حقیقت اعمال خود روبه‌رو می‌شوند و از طرف دیگر، چون روحشان زنده است و فعالیت آگاهانه دارد، در جهنم برزخی مجازات می‌شوند. به نظر می‌رسد طراح، آیاتی که در آن‌ها به «توقی» روح اشاره شده را حاکی از «فعالیت آگاهانه‌ی روح» می‌داند.

۵۷- پاسخ: گزینه‌ی ۳

عبارت «نَبُوْءٌ مِنَ الْجَنَّةِ حَيْثُ نَشَاءُ، دَر بَهْشْتِ هَر جَا کِه بِخَوَاهِيْم جَاي گِيْرِيْم» که در گزینه‌ی ۳ آمده بیان‌گر آن است که انسان می‌تواند به مرحله‌ای برسد که تعیین جایگاهش در بهشت به انتخاب خود او باشد.

۵۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱

توکل‌کننده‌ای که اهل معرفت باشد، می‌داند که انسان باید در راستای راهیابی به نیازها و خواسته‌هایش، از ابزار و اسباب بهره‌جوید. زیرا این ابزار و اسباب بنابر حکمت الهی قرار داده شده است. بنابراین در اعتقاد انسان متوکل بر خداوند، استفاده از ابزار و وسایل، نشانه‌ی قبول حکمت الهی است.

توکل به خداوند در جایی درست است که انسان، مسئولیت و وظیفه‌ی خود را به خوبی انجام دهد.

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

روزه مصداق کامل تمرین صبر و پایداری در برابر خواهش‌های دل است. از آنجا که یکی از مصادیق صبر، روزه است، آیه‌ی شریفه‌ی ﴿يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا اسْتَعِينُوا بِالصَّبْرِ...﴾ مبین آن است. با توجه به آیه‌ی شریفه‌ی ﴿كُتِبَ عَلَيْكُمُ الصِّيَامُ... لَعَلَّكُمْ تَتَّقُونَ﴾، ثمره و نتیجه‌ی روزه، دست‌یابی به تقوا می‌باشد.

۶۰- پاسخ: گزینه ۳

این آیه می‌فرماید: هدایت پیامبر ﷺ که حجت برون است، وقتی مؤثر واقع می‌شود که عقل که حجت درون است، به کار افتد. در نتیجه از این آیه به تقدم حجت درون (عقل) در فهم ضرورت و اثر پذیرفتن از حجت برون (پیامبر) پی می‌بریم. از لوازم اثرپذیری از پیامبر آن است که تسلیم محض هدایت‌های پیامبر خدا ﷺ باشیم؛ یعنی همان‌طور که آیه‌ی شریفه می‌فرماید، «فقط به ظاهر، به سخنان و گفته‌های او گوش ندهیم، بلکه گوش جان را بر سخنان پیامبر خدا ﷺ باز کنیم و تسلیم هدایت الهی شویم.»

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

از آنجا که امام همه‌ی مسئولیت‌های پیامبر ﷺ به جز دریافت و ابلاغ وحی را دارد، باید صفات و ویژگی‌های خاصی را (مانند عصمت) داشته باشد. تشخیص عصمت برای انسان‌ها ممکن نیست، بنابراین تنها کسی که می‌تواند فرد شایسته‌ی مقام امامت را معرفی کند، خداست. بنابراین ادامه‌ی نقش‌ها و مسئولیت‌های پیامبر ﷺ به جز دریافت وحی از سوی خدا، به عهده‌ی امام معصوم منصوب (نصب شده از جانب خدا) است. یکی از علل ختم نبوت، پیش‌بینی راه‌های پاسخ‌گویی به نیازهای زمانه است. مجموعه‌ی معارف و احکام موجود در قرآن، سیره و سنت پیشوایان دین، به‌گونه‌ای از جانب خداوند طراحی شده که با مراجعه به آن‌ها می‌توان پاسخ به سؤال‌ها و نیازهای جوامع را در همه‌ی دوره‌ها به‌دست آورد. تذکر: گشوده بودن باب اجتهاد و استنباط احکام توسط فقیهان و مجتهدان، که در گزینه‌های ۱ و ۳ آمده، مربوط به دوران غیبت کبری است، نه هر زمان. به همین جهت پاسخ درست نمی‌باشد.

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

در این سؤال هر یک از عبارات مطرح در آیه، حاوی یک پیام است. از عبارت ﴿يَا أَيُّهَا الرَّسُولُ بَلِّغْ مَا أُنْزِلَ إِلَيْكَ مِنْ رَبِّكَ﴾ ای پیامبر آنچه از پروردگارت بر تو نازل شده (اعلام جانشینی علی علیه السلام) را ابلاغ کن. مفهوم گزینه ۳: «حمیت (ضروری بودن) ابلاغ رسالت خداوند با اعلان ولایت امیر مؤمنان علی علیه السلام» دریافت می‌شود. از عبارت ﴿وَإِنْ لَمْ تَفْعَلْ فَمَا بَلَّغْتَ رِسَالَتَهُ﴾ و اگر انجام ندهی، رسالت او را نرسانده‌ای. مفهوم گزینه ۱: «هم وزن بودن ابلاغ ولایت با رسالت پر فراز و فرود بیست‌وسه ساله» دریافت می‌شود. عبارت ﴿وَ اللَّهُ يَعْصَمُكَ مِنَ النَّاسِ﴾ و خداوند تو را از مردم در امان می‌دارد. حاکی از آن است که ابلاغ پیام الهی، همراه با خطرات است و به همین جهت خداوند، به پیامبر ﷺ وعده مصونیت جانش را می‌دهد. بنابراین مفهوم گزینه ۴: «ابلاغ ولایت امیر مؤمنان علیه السلام، خالی از هر دغدغه‌ی دل‌آزار است» نادرست است، بلکه ابلاغ ولایت همراه با دغدغه‌ها و خطرات است. از عبارت ﴿إِنَّ اللَّهَ لَيَهْدِي الْقَوْمَ الْكَافِرِينَ﴾ همانا خداوند گروه کافران را هدایت نمی‌کند. مفهوم گزینه ۲: «بی‌نصیبی کافران از هدایت الهی، امری مسلم و اجتناب‌ناپذیر است.» دریافت می‌شود.

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به عبارت «مَا إِنْ تَمَسَّكْتُمْ بِيَمَانٍ تَضَلُّوا أَبَدًا، تَأْتِيهِمْ فِيهِ قُرْآنٌ وَتُحَرِّقُونَ فِيهِ نَفْسًا» که در حدیث ثقلین آمده، مسدود (بسته) بودن همیشگی راه ضلالت، با تمسک به قرآن و عترت حاصل می‌شود.

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

حضرت علی علیه السلام فرمودند: «به زودی پس از من زمانی فرا خواهد رسید که کالایی رایج‌تر و فراوان‌تر از قرآن نیست، آن‌گاه که بخواهند به صورت وارونه و به نفع دنیا طلبان معنایش کنند. در آن ایام، در شهرها، چیزی ناشناخته‌تر از معروف و خیر نیست.»

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

تدوین کتب اربعه‌ی شیعه، نمودی از «تبیین معارف اسلامی متناسب با نیازهای نو» از «اقدامات مربوط به مرجعیت دینی» است. اعلان عدم مشروعیت خلافت خلفا، نمودی از مجاهده در راستای ولایت‌ظاهری است.

۶۶- پاسخ: گزینه ۴

آن‌ان که در زندگی خود با باطل مبارزه نکرده‌اند و با مستکبران مقابله ننموده‌اند، در روز ظهور، به علت عدم آمادگی مانند قوم موسی علیه السلام به حضرت مهدی (عج) خواهند گفت: «تو و پروردگارت بروید و بجنگید، ما اینجا می‌نشینیم.»

۶۷- پاسخ: گزینه ۴

نکته‌ی این سؤال، انتخاب ازدواج مرد با زن با ایمان است. بنابراین باید عبارتی را انتخاب کنیم که به ازدواج مرد با زن (نه زن با مرد) اشاره دارد. عبارت ﴿وَلَا تَنْكِحُوا الْمُشْرِكَاتِ حَتَّى يُؤْمِنَ﴾ و با زنان مشرک ازدواج نکنید تا ایمان بیاورند. بیان‌گر این معناست. در حالی که عبارت ﴿وَلَا تَنْكِحُوا الْمُشْرِكِينَ حَتَّى يُؤْمِنُوا﴾ و زنان مسلمان را به ازدواج مردان مشرک درنیاورید. حاکی از ازدواج زن با مرد با ایمان است. با توجه به ادامه‌ی آیه، فرجام و نتیجه‌ی اعراض (رویگردانی و عدم توجه) به معیار ایمان در همسر، سوق دادن خانواده به بدبختی ابدی و آتش جهنم است: ﴿وَلَنْ يَدْخُلُوا إِلَى النَّارِ﴾

۶۸- پاسخ: گزینه ی ۳

قرآن کریم از کلمه ی «نحلة: هدیه و پیشکش» و «صداق: نشانه ی صداقت و راستی» برای مهر استفاده کرده است.
اذن ولی (پدر و جد پدری) برای ازدواج دختر، از شروط اصلی عقد است.

۶۹- پاسخ: گزینه ی ۳

آیه ی شریفه ی ﴿وَأَوْ كَسَىٰ﴾ است که شما را در خشکی و دریا سیر می دهد تا هنگامی که در کشتی هستید و آن ها با بادی موافق حرکت می کنند و بدان خوشحالند. ناگهان طوفان سختی به سراغ کشتی می آید و موج از همه جا آن ها را فراگیرد و بپندارند که در محاصره ی (بلا) گرفتارند، خدا را از روی اخلاص می خوانند که اگر ما را از این (خطر) نجات دهی، حتماً از سپاسگزاران خواهیم شد. ﴿بیان گر آن است که برخی انسان ها در لحظات خطر به یاد خدا می افتند. توجه به خدا در چنین لحظاتی گویای آن است که هر کس در فطرت، خود را وابسته به یک قدرت بی پایان می یابد. گزینه های که به این مفهوم اشاره نموده، گزینه ی ۳ است. فطری بودن توجه به خدا و ظهور آن به هنگام گرفتار آمدن به بلا.﴾

۷۰- پاسخ: گزینه ی ۱

اداره ی جهان و هدایت آن به سوی مقصدی که برایش مقدر (تعیین) شده است، مرتبط با توحید در ربوبیت است که پیام آیه ی شریفه ی ﴿أَفَرَأَيْتُمَا تَحْرُوثُونَ أَأَنْتُمْ تَزْرَعُونَهُ أَمْ نَحْنُ الزَّارِعُونَ﴾ حاکی از آن است.

۷۱- پاسخ: گزینه ی ۲

تسلیم بودن در برابر خداوند، مرتبط با توحید در عبادت است. آیه ی شریفه ی ﴿وَلَقَدْ بَعَثْنَا فِي كُلِّ أُمَّةٍ رَسُولًا أَنِ اعْبُدُوا اللَّهَ وَاجْتَنِبُوا الطَّاغُوتَ﴾ بیان گر این توحید است.

تذکر: آیه ی شریفه ی ﴿اتَّخِذُوا أَحِبَارَهُمْ وَرُهَبَانَهُمْ...﴾ که در گزینه ی ۴ آمده به شرک در ربوبیت اشاره دارد، نه توحید در عبادت. زیرا می گوید مشرکان، دانشمندان، راهبان و حضرت مسیح (علیه السلام) را به ربوبیت گرفتند.

۷۲- پاسخ: گزینه ی ۱

شکل عمل (حسن فعلی)، در حکم جسد و کالبد عمل است و قصد و نیت (حسن فاعلی)، به منزله ی روح عمل است. با توجه به حدیث پیامبر اکرم (صلی الله علیه و آله و سلم): «نِيَّةُ الْمُؤْمِنِ خَيْرٌ مِنْ عَمَلِهِ» حق تقدم از آن دومین (روح عمل یا حسن فاعلی) است.

۷۳- پاسخ: گزینه ی ۴

یکی از مصادیق ولایت معنوی، تصرف در عالم است. عبارت ﴿اطعني في ما امرتك اجعلك تقول للشيء كن فيكون، مرا در آنچه به تو امر کرده ام، اطاعت کن تا تو را چنان قرار دهم که به هر چیز بگویی «باش»، بشود.﴾ حاکی از این مقام است.

۷۴- پاسخ: گزینه ی ۲

یکی از عوامل که زمینه ساز شکوفایی اختیار انسان است، «قانون مند بودن جهان» می باشد. زندگی در یک جهان قانون مند، این امکان را به ما می دهد که با شناخت و استفاده از قوانین جهان، نیازهای خود را برطرف کنیم، استعدادهای خود را به فعلیت برسانیم و پله های کمال را بییم. نام دیگر این قانون مندی و نظم و سامان، «قضا و قدر الهی» است. بنابراین صحنه ی بروز و ظهور اختیار انسان، آنجا است که قضا و قدرهای متفاوت، او را احاطه کرده باشند.

۷۵- پاسخ: گزینه ی ۳

آیه ی شریفه ی ﴿كُلًّا نُمِدُّ هَؤُلَاءَ وَهَؤُلَاءَ مِنْ عَطَاءِ رَبِّكَ﴾ ناظر بر سنت امداد است. بنابراین یا گزینه ی ۱ درست است یا ۳. از طرف دیگر، سنت امداد، یک سنت عام است نه خاص. زیرا هم شامل نیکوکاران و هم بدکاران می شود. بنابراین گزینه ی ۳ درست است.
در سنت امداد می گوئیم: هر کس با اراده و اختیار خود، راه حق یا باطل را برگزیند، شرایطی برای او فراهم می شود که در مسیری که انتخاب کرده، به پیش رود. بنابراین روی آوردن دنیا و لذت های دنیایی به برخی انسان های گناهکار، نشانه ی لطف خداوند به آنان نیست. زیرا از نعمت بی پایان الهی محروم مانده اند.

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه ی ۲

«وقتی دوستت از تو پرسید که آخر هفته ات را کجا گذرانده بودی، به او چه گفتی؟»
نکته: کلمه ی پرسشی where در وسط جمله به کار رفته است. بنابراین ساختار جمله بعد از آن از حالت پرسشی خارج و به صورت خبری بیان می شود.

۷۷- پاسخ: گزینه ی ۱

«آن مرد آنقدر تند صحبت می کرد که [حتی] نمی توانستم یک کلمه از چیزی که می گفت را متوجه شوم.»
نکته: با توجه به ساختار زیر، so درست است:

(جمله + that) + قید/ صفت + so

۷۸- پاسخ: گزینه ی ۳

«باید تلاش کنی به همه ی سؤالات جواب دهی، چه آسان باشند، چه نباشند.»
نکته: ساختار «whether ... or ...» به معنی «چه ...، خواه ... خواه ...» زمانی به کار می رود که با وجود داشتن دو شرط، نتیجه یکسان است.

۷۹- پاسخ: گزینه ی ۲

«والدین ما باید در جلسه ی مدرسه شرکت می کردند، با وجود این، شرکت نکردند.»
 نکته: ساختار "Should have +pp" برای بیان عملی در گذشته به کار می رود که بایستی انجام می شده، ولی انجام نشده است.

۸۰- پاسخ: گزینه ی ۳

«دانشمندان هنوز نمی دانند که آیا گونه ای از حیات در جایی خارج از منظومه ی شمسی وجود دارد [یا نه]. این [موضوع] مدت هاست که برای ما معما بوده است و به احتمال زیاد در سال های بسیار پیش رو نیز خواهد بود.»

(۱) کاوش، اکتشاف (۲) توقع، انتظار (۳) معما، راز (۴) تماس، ارتباط

۸۱- پاسخ: گزینه ی ۴

«هیچ کس در کلاس نمی خواهد که تد عضو گروه شان باشد، چون او تقریباً همیشه از انجام دادن کارهایی که به عنوان مسئولیتش به او محول می شود، خودداری می کند.»

(۱) تمرین کردن (۲) شامل ... بودن، دربر داشتن

(۳) تشویق کردن، ترغیب کردن (۴) انجام دادن، اجرا کردن

۸۲- پاسخ: گزینه ی ۴

«ما در انجام آزمایش مشکل داشتیم، آن آزمایش واقعاً پیچیده ای است.»

(۱) نگران، مضطرب (۲) ذهنی، روانی (۳) نگران، دلواپس (۴) پیچیده، دشوار

۸۳- پاسخ: گزینه ی ۲

«در نهایت مرگ به رنج او پایان داد؛ او دیگر رنج نمی کشد.»

(۱) هشدار، اخطار (۲) درد، رنج

(۳) افسانه (۴) عدم فعالیت، کوتاهی، تنبلی

۸۴- پاسخ: گزینه ی ۲

«ویتامین ها نمی توانند توسط بدن هایمان تولید شوند؛ ما آن ها را از آنچه می خوریم یا می نوشیم، دریافت می کنیم.»

(۱) درگیر کردن، مشارکت دادن (۲) تولید کردن، ساختن

(۳) تمرکز کردن، متمرکز کردن (۴) قبول کردن، پذیرفتن

۸۵- پاسخ: گزینه ی ۱

«تا حال متوجه شده اید که درخت های همسایه خیلی بلند شده اند؟»

(۱) خیلی، بسیار (۲) راحت، به راحتی (۳) با قدرت، شدیداً (۴) فعالانه، به طور فعالی

۸۶- پاسخ: گزینه ی ۳

«ترتیب کلی اجزای مختلف چیزی که ساخته می شود، مثل ساختمان، کتاب، دستگاه و غیره، طرح نامیده می شود.»

(۱) اساس، پایه (۲) پروژه (۳) طرح، نقشه (۴) کانالوگ

۸۷- پاسخ: گزینه ی ۴

«رئیس جمهور به طور کامل در جریان پیشرفت های اخیر قرار گرفته است.»

(۱) مقایسه کردن با (۲) کشیدن تا، امتداد داشتن تا

(۳) آزاد کردن در (۴) در جریان ... قرار دادن، مطلع کردن از

■ ترجمه ی Cloze Test:

غذا و پوشش مشکلات سختی را پدید آوردند. در این مورد اطلاعات زیادی از اسکیموها، یعنی مردم گرینلند و شمال کانادا که خودشان را به زندگی در شرایط بسیار سرد خود داده بودند، فرا گرفته شد. فقدان غذای تازه، به خصوص میوه ها و سبزیجات به این معنی بود که مسافران قطبی در معرض بیماری کمبود ویتامین قرار داشتند که روش پیشگیری از آن تنها در ۱۰۰ سال اخیر به طور صحیحی درک شده است. پناهگاه و سوخت مورد نیاز برای آتش مشکلات دیگری هستند که به تدریج تا حدودی حل شده اند.

۸۸- پاسخ: گزینه ی ۴

(۱) درس دادن، تعلیم دادن (۲) کمک کردن به (۳) بهبود بخشیدن، بهتر شدن (۴) یاد گرفتن، فرا گرفتن

۸۹- پاسخ: گزینه ی ۱

(۱) شدید، بیش از حد (۲) عظیم، الجئه، غول پیکر (۳) لازم، ضروری (۴) مؤثر، کارآمد

۹۰- پاسخ: گزینه ی ۳

(۱) یقیناً، مطمئناً (۲) مستقیماً، یکراست (۳) به ویژه، علی الخصوص (۴) پیوسته، به طور مداوم

۹۱- پاسخ: گزینه ی ۲

(۱) اثر، تأثیر (۲) پیشگیری، جلوگیری (۳) بیان، اصطلاح، (چهره) حالت (۴) ارتقاء، ترفیع

۹۲- پاسخ: گزینه ی ۴

(۴) سوخت

(۳) ابزار، وسیله

(۲) آشغال

(۱) موضوع، ماده

■ ترجمه ی درک مطلب ۱:

پیش‌بینی [وضع] آب‌وهوا، کاربرد علم و فناوری برای پیش‌بینی وضعیت جوّی یک محل مشخص است. انسان‌ها برای هزاران سال به‌طور غیر رسمی و از قرن نوزدهم به‌طور رسمی تلاش کرده‌اند آب‌وهوا را پیش‌بینی کنند. پیش‌بینی‌های آب‌وهوا با جمع‌آوری اطلاعات کمی درباره‌ی وضعیت فعلی جوّ در محل مشخص و با استفاده از درک علمی فرآیندهای جوّی انجام می‌شود تا پیش‌بینی شود که [وضعیت] جوّ در آن محل چگونه خواهد بود.

پیش‌بینی آب‌وهوا که سابقاً یک تلاش کاملاً انسانی [و] عمدتاً بر مبنای تغییرات فشار جوّ، شرایط فعلی آب‌وهوا و شرایط آسمان بود، در حال حاضر بر مبنای الگوهای رایانه‌ای انجام می‌شود که عوامل جوّی را در نظر می‌گیرند. هنوز [هم] مشارکت انسان برای انتخاب بهترین الگوی آب‌وهوایی که پیش‌بینی بر مبنای آن انجام می‌شود، ضروری است که شامل مهارت‌های تشخیص الگوها، ارتباطات از راه دور، دانش عملکرد الگوها و دانش گرایش الگوها می‌باشد. طبیعت دائماً در حال تغییر جوّ، قدرت رایانه‌ای بسیار زیاد مورد نیاز برای حل کردن معادلاتی که جوّ را توصیف می‌کنند، خطاهای موجود در اندازه‌گیری شرایط اولیه و درک ناقص فرآیندهای جوّی به این معنی هستند که هر چه تفاوت بین زمان حاضر و زمانی که پیش‌بینی برای آن انجام می‌گیرد بیشتر شود، دقت پیش‌بینی‌ها کمتر می‌گردد.

۹۳- پاسخ: گزینه ی ۲

«طبق متن، پیش‌بینی آب‌وهوا»

(۲) تاریخچه‌ای قدیمی دارد.

(۱) یک فناوری جدید است.

(۴) همچون گذشته کارآمد نیست.

(۳) کمتر از ۱۰۰ سال قبل آغاز شد.

۹۴- پاسخ: گزینه ی ۳

«متن عمدتاً در مورد می‌باشد.»

(۱) دلایلی که انسان‌ها به پیش‌بینی آب‌وهوا گرایش دارند

(۲) شرایطی که هواشناسان در آن‌ها اشتباه می‌کنند

(۳) تعریف پیش‌بینی آب‌وهوا و روش انجام آن

(۴) روش‌های اولیه‌ی مورد استفاده برای پیش‌بینی شرایط آب‌وهوا

۹۵- پاسخ: گزینه ی ۱

«متن در مورد نقش انسان‌ها در پیش‌بینی‌های مدرن آب‌وهوا چه چیزی را بیان می‌کند؟»

(۱) کار انسان یک ضرورت است.

(۲) هیچ نیازی به انسان‌ها نیست.

(۳) حتی افرادی که هیچ دانش تخصصی [هم] ندارند، می‌توانند پیش‌بینی آب‌وهوا را انجام دهند.

(۴) در حال حاضر آن به نسبت وضعیت الگوهای کمتر امروزی، به دخالت انسان بیشتر وابسته است.

۹۶- پاسخ: گزینه ی ۴

کلمه‌ی which نزدیک به پایان پاراگراف ۲ به time اشاره دارد.

(۱) فرآیندها (۲) پیش‌بینی‌ها (۳) تفاوت زمان حاضر (۴) زمان، وقت

■ ترجمه ی درک مطلب ۲:

مستولان باغ‌وحش‌ها می‌گویند که نگران حیوانات هستند. با این حال، بیشتر باغ‌وحش‌ها، به‌جای این که زیستگاه‌هایی حفاظت‌کننده [برای] حیوانات باشند، «مجموعه‌ای» از «اقلام» جالب باقی مانده‌اند. باغ‌وحش‌ها به مردم آموزش می‌دهند که در اسارت نگه داشتن حیوانات قابل قبول است. با وجود این، حیوانات در باغ‌وحش، کسل، محدود، تنها و دور از زیستگاه‌های طبیعی‌شان هستند.

باغ‌وحش‌ها ادعا می‌کنند که به مردم آموزش می‌دهند، اما در حقیقت، بازدیدکنندگان هیچ چیز معناداری را در مورد رفتار طبیعی، هوش یا زیبایی حیوانات یاد نمی‌گیرند. بیشتر فضاهای باغ‌وحش‌ها کاملاً کوچک هستند و بازدیدکنندگان به‌ندرت می‌توانند رفتار طبیعی حیوانات را در این فضاهای غیر طبیعی مشاهده کنند. آن‌ها همچنین نمی‌توانند از برچسب‌های روی قفس‌ها که فقط فهرستی از نام و غذای گونه‌ها و محل زندگی معمول آن‌ها ارائه می‌کنند، چیز زیادی یاد بگیرند.

این حیوانات با هم در فضاهایی کوچک نگه داشته می‌شوند، بدون هیچ [امکان] تنها بودن و فرصت کم برای انگیزش روحی یا فعالیت جسمی. این منجر به رفتاری غیر عادی و خود نابودسازی می‌شود که zoochosis نامیده می‌شود. بنیاد [حیوانات] آزاد به دنیا آمده، در یک تحقیق جهانی پی برد که zoochosis در بین حیوانات [حبس شده] در فضاهای کوچک یا قفس‌ها متداول است. تحقیق دیگری نشان داد که فیل‌ها ۲۲ درصد از زمانشان را مشغول رفتارهای غیر عادی مثل حرکات پی‌درپی سر یا گاز زدن میله‌های قفس هستند. خرس‌ها ۳۰ درصد از وقت‌شان را با راه رفتن به جلو و عقب می‌گذرانند. این‌ها همه نشانه‌های افسردگی هستند.

باغ وحش‌ها همچنین ادعا می‌کنند که حیوانات را از انقراض نجات می‌دهند. با این حال، اغلب باغ وحش‌هایی که حیوانات در معرض خطر، مثل گربه‌سانان بزرگ یا فیل‌های آسیایی را پرورش می‌دهند، آن‌ها را در محیط طبیعی آزاد نمی‌کنند. باغ وحش‌ها در مورد برنامه‌های پرورش حیوانات‌شان خیلی صحبت می‌کنند. یکی از دلایل [این کار] تسکین نگرانی مردم درباره‌ی گونه‌های در معرض خطر است. دلیل دیگر جذب کردن مشتری‌های زیادی است که از دیدن بچه‌ی حیوانات لذت می‌برند. چند مسابقه نام‌گذاری بچه حیوانات دیده‌ایم؟ در نهایت ما تنها در صورتی گونه‌های در معرض خطر را نجات خواهیم داد که زیستگاه‌های آن‌ها را حفظ کنیم. ما همچنین باید جلوی کشتن آن‌ها توسط انسان‌ها را بگیریم. ما به جای حمایت از باغ وحش‌ها، باید از گروه‌هایی حمایت کنیم که برای حفاظت از حیوانات کار می‌کنند و زیستگاه‌های آن‌ها را در طبیعت حفظ کنیم.

۹۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

«نویسنده‌ی این متن به طور غیر مستقیم می‌گوید که باغ وحش‌ها»

(۱) به شکلی منفی بر روی حیواناتی که پناه می‌دهند، تأثیر می‌گذارند

(۲) رفتار حیوانات و همچنین غذای طبیعی آن‌ها را تغییر می‌دهند

(۳) متأسفانه ضروری هستند و ما نمی‌توانیم بدون آن‌ها سر کنیم

(۴) باید بهتر تحت کنترل قرار گیرند تا مفید باشند

۹۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

«طبق متن، اطلاعاتی که بازدیدکنندگان از دیدن حیوانات در باغ وحش‌ها در مورد آن کسب می‌کنند»

(۱) به همان میزانی است که آن‌ها می‌توانند از مشاهده‌ی حیوانات در طبیعت کسب کنند

(۲) برای داشتن کاربرد عملی به اندازه‌ی کافی مفید است

(۳) کاملاً غلط و گمراه‌کننده است

(۴) ناقص و محدود است

۹۹- پاسخ: گزینه‌ی ۴

«در متن همه‌ی موارد زیر در مورد حیواناتی که در باغ وحش نگه داشته می‌شوند، ذکر شده است به جز این که این نوع حیوانات»

(۱) تنها بودنشان را از دست می‌دهند

(۲) از نظر جسمی به اندازه‌ی کافی فعال نیستند

(۳) این فرصت را کسب نمی‌کنند که از نظر روحی انگیزش پیدا کنند

(۴) اغلب به عنوان چیزی استفاده می‌شوند که محققان برای انجام آزمایش نیاز دارند

۱۰۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

«پاراگراف آخر متن شامل تعدادی می‌باشد.»

(۱) شکایت

(۲) مقایسه

(۳) پیشنهاد

(۴) هشدار، اخطار

مؤسسه آموزشی فرهنگی

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ی ۴

داریم:

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = \sqrt{2}$$

پس عبارت مورد نظر برابر است با:

$$(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2+\sqrt{3}})\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{(\sqrt{3}-1)^2}+\frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{(\sqrt{3}+1)^2}=|\sqrt{3}-1|+|\sqrt{3}+1|=2\sqrt{3}$$

۱۰۲- پاسخ: گزینه ی ۴

$$f(x)=2x-5, \quad g=\{(2,5), (3,4), (1,6), \underbrace{(4,7)}, (8,1)\}$$

با توجه به فرض داریم:

همدیگر را خنثی می کنند.

$$(f^{-1} \circ g)(a) = 6 \Rightarrow (f \circ f^{-1} \circ g)(a) = f(6) \Rightarrow g(a) = 2 \times 6 - 5 = 7 \xrightarrow{*} a = 4$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ی ۳

جدول تعیین علامت عبارت $Xf(x)$ را رسم می کنیم.

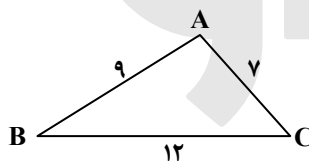
x	-	+
x	-	+
f(x)	-	+
xf(x)	+	+

$$f(x) = 1 - \left(\frac{1}{x}\right)^x$$

با توجه به جدول تعیین علامت فوق، عبارت $Xf(x)$ همواره نامنفی است، پس دامنه ی تابع $y = \sqrt{Xf(x)}$ همان $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ است.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ی ۴

راه حل اول: با نوشتن مساحت سینوسی برای رأس B از مثلث ABC داریم:



$$S = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 \sin \hat{B} = 54 \sin \hat{B}$$

از طرفی طبق قضیه ی کسینوس ها برای رأس B داریم:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{12^2 + 9^2 - 7^2}{2 \times 12 \times 9} = \frac{176}{2 \times 12 \times 9} = \frac{22}{27}$$

در نتیجه:

$$\sin \hat{B} = \sqrt{1 - \cos^2 \hat{B}} = \sqrt{1 - \frac{22^2}{27^2}} = \sqrt{\frac{27^2 - 22^2}{27^2}} = \frac{\sqrt{5 \times 49}}{27} = \frac{7\sqrt{5}}{27} \Rightarrow S_{ABC} = 54 \left(\frac{7\sqrt{5}}{27} \right) = 14\sqrt{5}$$

راه حل دوم (رابطه ی هرون): اگر P برابر نصف محیط مثلث ABC باشد، آنگاه مساحت این مثلث برابر خواهد بود با:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

طبق رابطه ی هرون در این مثلث داریم:

$$P = \frac{12+9+7}{2} = 14 \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{14(14-12)(14-9)(14-7)} = \sqrt{14 \times 2 \times 5 \times 7} = 14\sqrt{5}$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ی ۱

می دانیم:

$$\begin{cases} t^{12} - 1 = (t-1)(t^{11} + t^{10} + \dots + t + 1) \\ t^{12} - 1 = (t^3 - 1)(t^9 + t^6 + t^3 + 1) \end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{t^{11} + t^{10} + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1} = \frac{t^{12} - 1}{t^3 - 1} = \frac{t^3 - 1}{t - 1} = t^2 + t + 1 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = 2$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه ی ۴

راه حل اول: نقطه ی $P(x, 0)$ را روی محور x ها انتخاب می کنیم. باید $|PA - PB|$ بیشترین مقدار را داشته باشد:

$$PA - PB = \sqrt{(x-1)^2 + 25} - \sqrt{(x-7)^2 + 4} = f(x)$$

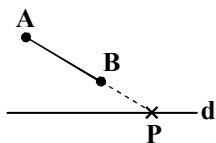
برای یافتن نقاط اکسترمم $f(x)$ ، از تابع $f(x)$ مشتق گرفته و برابر صفر قرار می دهیم:

$$f'(x) = \frac{(x-1)}{\sqrt{(x-1)^2 + 25}} - \frac{(x-7)}{\sqrt{(x-7)^2 + 4}} = 0 \Rightarrow \frac{(x-1)}{\sqrt{(x-1)^2 + 25}} = \frac{(x-7)}{\sqrt{(x-7)^2 + 4}}$$

اگر طرفین تساوی اخیر را به توان ۲ رسانده و معکوس کنیم، پس از ساده کردن داریم:

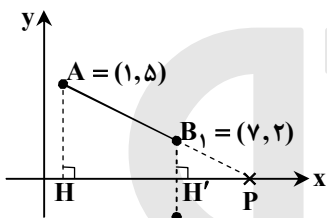
$$\frac{25}{(x-1)^2} = \frac{4}{(x-7)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} 5|x-7| = 2|x-1| \Rightarrow 5x - 35 = \pm(2x - 2)$$

$$\begin{cases} 5x - 35 = 2x - 2 \Rightarrow 3x = 33 \Rightarrow x = 11 \\ 5x - 35 = -2x + 2 \Rightarrow 7x = 37 \Rightarrow x = \frac{37}{7} \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای $x = 11$ بیشترین مقدار تفاضل فواصل و به ازای $x = \frac{37}{7}$ کمترین مقدار برای

تفاضل فواصل مورد نظر به دست می آید.

راه حل دوم:



نکته: اگر مطابق شکل، نقاط A و B در یک طرف خط d قرار داشته باشد، برای یافتن نقطه ای روی d مانند P که تفاضل فواصل آن از A و B (یعنی $PA - PB$) بیشترین مقدار ممکن باشد، پاره خط AB را امتداد می دهیم تا خط d را قطع کند، نقطه ی تقاطع همان نقطه ی مورد نظر است که به ازای آن، حاصل $|PA - PB|$ برابر با طول پاره خط AB خواهد شد. (این موضوع به نام «مسئله ی دوم هرون» معروف است.)

مطابق شکل، ابتدا قرینه ی B را نسبت به محور x ها یافته و آن را B_1 می نامیم. سپس A را به B_1 وصل و امتداد می دهیم تا در نقطه ی $P(x, 0)$ ، محور x ها را قطع کند. در مثلث AHP طبق قضیه ی تالس داریم:

$$\triangle AHP : B_1H'P \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{PH'}{PH} = \frac{B_1H'}{AH} \Rightarrow \frac{x-7}{x-1} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5x - 35 = 2x - 2 \Rightarrow 3x = 33 \Rightarrow x = 11$$

۱۰۷- پاسخ: گزینه ی ۲

ابتدا دامنه ی تابع اولی را به دست می آوریم:

$$y = \sqrt{5 + 4x - x^2} = \sqrt{-(x^2 - 4x - 5)} = \sqrt{-(x-5)(x+1)} \Rightarrow D_y : -1 \leq x \leq 5$$

باید نامنفی باشد

طبق فرض باید رابطه ی زیر برقرار باشد:

$$\sqrt{5 + 4x - x^2} > |x-3| + 2 \begin{cases} x \geq 3 \rightarrow 5 + 4x - x^2 > (x-1)^2 & (I) \\ x < 3 \rightarrow 5 + 4x - x^2 > (5-x)^2 & (II) \end{cases}$$

$$(I) \Rightarrow 2x^2 - 6x - 4 < 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2 < 0 \Rightarrow \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \xrightarrow{x \geq 3} 3 \leq x \leq \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \quad (I)$$

$$(II) \Rightarrow 2x^2 - 14x + 20 < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 7x + 10}{(x-2)(x-5)} < 0 \Rightarrow 2 < x < 5 \xrightarrow{x < 3} 2 < x < 3 \quad (II)$$

$$(II) \text{ و } (I) \text{ اجتماع: } 2 < x < \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \text{ (بازه ی مورد نظر)}$$

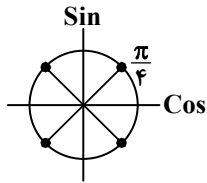
۱۰۸- پاسخ: گزینه ی ۳

از $g(x) = 2x - 3$ نتیجه می شود $x = \frac{g(x) + 3}{2}$ ، لذا داریم:

$$f(g(x)) = 4(x^2 - 4x + 5) \xrightarrow{g(x)=m} f(m) = 4\left(\left(\frac{m+3}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{m+3}{2}\right) + 5\right) \Rightarrow f(m) = m^2 - 2m + 5$$

ضابطه ی تابع

۱۰۹- پاسخ: گزینه ی ۲

می دانیم $\sin^3 x = 3\sin x - 4\sin^3 x$ ، پس:

$$\frac{\sin^3 x}{\sin x} = 3\cos^2 x \Rightarrow \frac{3\sin x - 4\sin^3 x}{\sin x} = 3(1 - \sin^2 x) \Rightarrow 3 - 4\sin^2 x = 3 - 2\sin^2 x$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

جواب کلی این معادله به صورت $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ است.

۱۱۰- پاسخ: گزینه ی ۱

اگر $\alpha = \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{3}$ باشد، آن گاه:

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{8}{9}} = \frac{1}{3}$$

در نتیجه داریم:

$$\cos^3 \alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha = \frac{4}{27} - 1 = -\frac{23}{27}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ی ۲

راه حل اول:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\overbrace{\cos^3 x - \sqrt{\cos x}}^{1 - \sin^2 x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2}_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(1 + \sqrt{\cos x})x^2} - 1$$

به ازای $x \rightarrow 0$ ، هم‌ارزی $1 - \cos x \approx \frac{x^2}{2}$ برقرار است، پس:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^2}{2}}{2x^2} - 1 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$$

راه حل دوم: با استفاده از قاعده ی هوپیتال داریم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 x - \sqrt{\cos x}}{x^2} \stackrel{\text{Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3\cos^2 x \sin x + \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3\sin x + \frac{\sin x}{2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{5}{2}\sin x}{2x} = -\frac{5}{4}$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ی ۱

$$y = \cos^2(\tan^{-1} x) \Rightarrow y' = \underbrace{(\tan^{-1} x)'}_{\frac{1}{1+x^2}} \times 2\cos(\tan^{-1} x) \times (-\sin(\tan^{-1} x))$$

$$\Rightarrow y' \Big|_{x=1} = \frac{1}{1+1} \times 2\cos(\tan^{-1} 1) \times (-\sin(\tan^{-1} 1)) \xrightarrow{\tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}} y' \Big|_{x=1} = -\frac{1}{2}$$

۱۱۳- پاسخ: گزینه ی ۲

طبق فرض سؤال داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{3n-2} = \frac{4}{3} \quad \text{نقطه ی همگرایی دنباله:}$$

$$\left| \frac{4n+1}{3n-2} - \frac{4}{3} \right| < 0.02 \Rightarrow \left| \frac{11}{3(3n-2)} \right| < \frac{1}{50} \Rightarrow 3n-2 > \frac{11 \times 3}{50} \Rightarrow n > \frac{61 \dots}{3} \Rightarrow n \geq 62$$

پس $\min(n_0) = 62$

۱۱۴- پاسخ: گزینه ی ۳

می دانیم که به ازای $x \rightarrow 0$ ، هم ارزی $\frac{1}{x} \approx \frac{1}{x}$ برقرار است، گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} x \left[\frac{1}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow 0^-} x \times \frac{1}{x} = 1 \text{ : متناهی}$$

$$(۲) \lim_{x \rightarrow 0^+} x \left[\frac{1}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \times \frac{1}{x} = 1 \text{ : متناهی}$$

$$(۳) \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[\frac{1}{x} \right] = (-\infty) \left[\frac{1}{-\infty} \right] = (-\infty) \left[\underbrace{0^-}_{-1} \right] = +\infty \text{ : نامتناهی}$$

$$(۴) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[\frac{1}{x} \right] = (+\infty) \left[\frac{1}{+\infty} \right] = (+\infty) \left[\underbrace{0^+}_{+} \right] = 0 \text{ : متناهی}$$

۱۱۵- پاسخ: گزینه ی ۱

با توجه به گزینه ها، پیوستگی تابع را در اعداد صحیح فرد و زوج بررسی می کنیم:

الف) به ازای مقادیر فرد x ، عبارت $\sin \frac{\pi}{4} x$ یکی از دو مقدار غیر صفر ± 1 است در حالی که برای عبارت $(-1)^{[x]}$ ، حد چپ برابر ۱ و حد راست برابر -۱ خواهد بود. در نتیجه حد چپ و راست تابع $f(x) = (-1)^{[x]} \sin \frac{\pi}{4} x$ در نقاط صحیح فرد با هم برابر نیست و لذا در این نقاط پیوسته نیست.

ب) به ازای مقادیر زوج x ، عبارت $\sin \frac{\pi}{4} x$ برابر صفر است که با توجه به متناهی بودن مقدار $(-1)^{[x]}$ نتیجه می گیریم که مقدار حد تابع f در نقاط صحیح زوج برابر صفر است. با توجه به اینکه مقدار تابع نیز در این نقاط برابر صفر است، پس تابع در این نقاط پیوسته است.

۱۱۶- پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به فرض داریم:

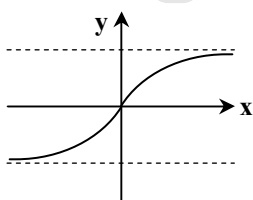
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{2x^2+ax+b} = -\infty \Rightarrow \frac{-1}{\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2+ax+b)} = -\infty$$

پس باید عبارت $2x^2+ax+b$ به ازای $x=3$ ، صفر شود و در این نقطه، تغییر علامت ندهد. به عبارت دیگر $x=3$ ریشه ی مضاعف معادله ی $2x^2+ax+b=0$ باشد، یعنی:

$$2x^2+ax+b = 2(x-3)^2 = 2x^2 - 12x + 18 \Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 18 \end{cases}$$

در نتیجه: $a+b=6$.

۱۱۷- گزینه ی ۱ و ۲



با توجه به نمودار f نتیجه می گیریم که مقدار تابع f' در $x=0$ عددی مثبت بوده و با افزایش x ، مقادیر آن به سمت صفر (به صورت مجانبی) کاهش می یابد. همچنین از آنجا که f تابعی فرد است، نتیجه می شود که f' تابعی زوج خواهد بود. پس هر دو نمودار گزینه های (۱) و (۲) برای f' قابل قبول است. توجه کنید که تفاوت دو نمودار (۱) و (۲) در این موضوع است که تابع f در $x=0$ مشتق دوم دارد یا خیر که از روی نمودار تابع f ، این موضوع را نمی توان دریافت!

۱۱۸- پاسخ: گزینه ی ۳

معادله ی تمام خطوط گذرا از نقطه ی $A(2, -1)$ با شیب m به صورت کلی مقابل است:

$$y = m(x-2) - 1$$

برای یافتن شیب خطوط مماس رسم شده بر منحنی $y = \frac{1}{4}x^2 - x$ از نقطه ی $A(2, -1)$ ، کافی است خطوط گذرا از نقطه ی A را با منحنی فوق تلاقی دهیم و به دنبال ریشه های مضاعف آن باشیم:

$$\frac{1}{4}x^2 - x = m(x-2) - 1 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 - (m+1)x + (2m+1) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{ریشه ی مضاعف}} \Delta = (m+1)^2 - 2(2m+1) = 0 \Rightarrow \Delta = m^2 - 2m - 1 = 0 \Rightarrow m_1, m_2 = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

اگر زاویه بین این دو مماس را θ در نظر بگیریم، آن گاه:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \frac{2\sqrt{2}}{1-1} = \text{تعریف نشده} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

۱۱۹- پاسخ: گزینه ی ۲

کافی است معادل تابع را بهیخ ازای $x \rightarrow (-3)^+$ پیدا کرده و از آن مشتق بگیریم:

$$x \rightarrow (-3)^+ : f(x) = (-3+x)\sqrt[3]{9x} \Rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{9x} + (x-3) \times \frac{9}{3\sqrt[3]{(9x)^2}} \Rightarrow f'((-3)^+) = -3 + (-6) \times \frac{9}{3 \times 9} = -5$$

۱۲۰- پاسخ: گزینه ی ۱

اولاً مختصات نقطه ی تماس در معادله ی خط مماس صدق می کند، ثانیاً شیب خط مماس برابر مشتق تابع در نقطه ی تماس است، پس:

$$2y + x = 7 : \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow f(3) = 2 \text{ یا } f^{-1}(2) = 3 \\ y = -\frac{x}{2} + \frac{7}{2} \Rightarrow f'(3) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

با مشتق گیری از طرفین رابطه ی $g(x) = \frac{1}{x} f^{-1}(x)$ داریم:

$$g'(x) = -\frac{1}{x^2} f^{-1}(x) + \frac{1}{x} (f^{-1}(x))' = -\frac{1}{x^2} f^{-1}(x) + \frac{1}{x} \times \frac{1}{f'(f^{-1}(x))} \Rightarrow g'(2) = -\frac{1}{4} f^{-1}(2) + \frac{1}{2} \times \frac{1}{f'(\underbrace{f^{-1}(2)}_3)} = -\frac{3}{4} - 1 = -\frac{7}{4}$$

۱۲۱- پاسخ: گزینه ی ۱

چون تابع $f(x) = x^3 e^{-x}$ صعودی و تقعرش رو به بالا است، پس باید تماماً $f'(x) > 0$ و $f''(x) > 0$ باشد:

$$f'(x) = 3x^2 e^{-x} - x^3 e^{-x} = (3-x)x^2 e^{-x} \xrightarrow{f'(x) > 0} x < 3 \quad (I)$$

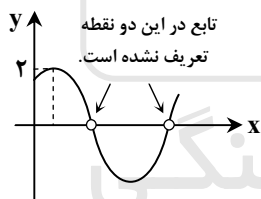
$$f''(x) = -3x^2 e^{-x} + (3-x)(2x)e^{-x} - (3-x)x^2 e^{-x} = (x^2 - 6x + 6)xe^{-x}$$

x	0	$3 - \sqrt{3}$	$3 + \sqrt{3}$
$f''(x)$	-	+	-

ریشه های $x^2 - 6x + 6 = 0$ برابر $3 \pm \sqrt{3}$ و جدول تعیین علامت $f''(x)$ به صورت مقابل است. پس در بازه های $0 < x < 3 - \sqrt{3}$ و $x > 3 + \sqrt{3}$ داریم $f''(x) > 0$ که با اشتراک با بازه ی (I)، بازه ی $(0, 3 - \sqrt{3})$ به دست می آید که مورد نظر سؤال است.

۱۲۲- پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به ۲ نقطه ای که تابع در آن ها تعریف نشده است، نتیجه می گیریم که این دو نقطه هم ریشه ی مخرج و هم ریشه ی صورت هستند:



$$\text{مخرج: } \sin x + \cos x = 0 \Rightarrow \tan x = -1 \xrightarrow{\text{اولین مقدار مثبت } x} x = \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{صورت: } (a \sin^2 x + b) \Big|_{x = \frac{3\pi}{4}} = 0 \Rightarrow a \sin^2 \frac{3\pi}{4} + b = 0 \Rightarrow a = b$$

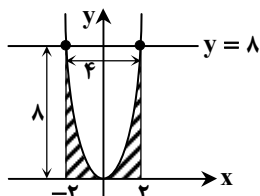
پس ضابطه ی تابع f به صورت زیر ساده می شود:

$$f(x) = \frac{2 \sin x \cos x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{2 \sin x \cos x}{1} = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

چون $\max(\sin(x + \frac{\pi}{4})) = 1$ ، لذا با توجه به اینکه $\max(f(x)) = 2$ است، نتیجه می شود که:

$$a\sqrt{2} = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

۱۲۳- پاسخ: گزینه ی ۴



خط $y = 8$ نمودار تابع $y = x^2 |x|$ را در دو نقطه به طول های ۲ و ۲- قطع می کند. از آنجا که تابع

$y = x^2 |x|$ زوج است، پس مساحت ناحیه ی مورد نظر به صورت زیر به دست می آید:

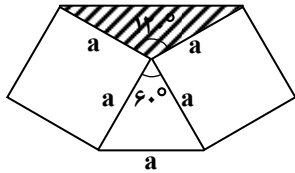
$$S = 4 \times 8 - \int_{-2}^2 x^2 |x| dx = 32 - 2 \int_0^2 x^3 dx = 32 - 2 \left(\frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^2 = 32 - \frac{1}{2} (16 - 0) = 32 - 8 = 24$$

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۴

$$\int_1^6 [\sqrt{x}] dx = \int_1^4 [\sqrt{x}] dx + \int_4^9 [\sqrt{x}] dx + \int_9^{16} [\sqrt{x}] dx = \int_1^4 dx + \int_4^9 2 dx + \int_9^{16} 3 dx$$

$$= (4-1) + 2(9-4) + 3(16-9) = 3 + 10 + 21 = 34$$

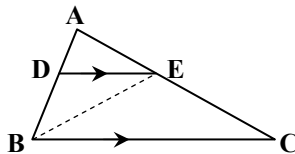
۱۲۵- پاسخ: گزینه ۳

اگر طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع را a در نظر بگیریم، آن گاه با توجه به فرض و شکل مقابل داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مساحت مثلث هاشور خورده: } S_1 = \frac{1}{2} a \times a \times \sin 120^\circ = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \text{مساحت مثلث اصلی: } S_2 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 1$$

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۲

طبق فرض داریم:



$$AD = \frac{4}{5} DB \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{4}{5} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AD}{AB} = \frac{4}{9}$$

از آنجا که $DE \parallel BC$ ، طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{9} \quad (*)$$

در دوزنقه $BDEC$ ، نسبت مساحت مثلث های EBC و EBD برابر است با نسبت قاعده های BC و DE ، یعنی:

$$\frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{BC}{DE} = \frac{9}{4} = 2/25$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۴

مطابق شکل، از دوران مثلث ABC حول ارتفاع AH یک مخروط به شعاع قاعده ای

$$r = \frac{BC}{2} = \sqrt{3} \text{ و ارتفاع } h = AH = 2\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 3 \text{ و همچنین از دوران دایره ی محاطی حول}$$

$$\text{ارتفاع } AH, \text{ یک کره به شعاع } R = \frac{AH}{3} = 1 \text{ پدید می آید.}$$

لذا حجم مورد نظر برابر است با:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h - \frac{4}{3} \pi R^3 = 3\pi - \frac{4}{3} \pi = \frac{5\pi}{3}$$

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۴

مطابق شکل، در مثلث قائم الزاویه ADH با زاویه ی 30° طول وتر برابر ۴ و طول ضلع قائمه ی دیگر برابر $2\sqrt{3}$ است.نقطه ی برخورد نیمسازهای داخلی \hat{A} و \hat{B} را E در نظر می گیریم. مثلث ABE مثلثی متساوی الاضلاع به ضلع ۶ و ارتفاع $EH_1 = 6 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 3\sqrt{3}$ است.نقطه ی برخورد نیمسازهای داخلی \hat{C} و \hat{D} را F در نظر می گیریم. در مثلث CDF ، طول ارتفاع وارد بر قاعده ی CD برابر

$$FH_2 = DH_2 \times \tan 30^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ است.}$$

پس داریم:

ارتفاع دوزنقه $ABCD$

$$FE = EH_1 - FH_2 = EH_1 - (H_1H_2 - FH_2) = EH_1 + FH_2 - H_1H_2 = 3\sqrt{3} + \frac{5\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

نقطه‌ی برخورد نیمسازهای \hat{A} و \hat{D} را P و نقطه‌ی برخورد نیمسازهای \hat{B} و \hat{C} را Q در نظر می‌گیریم. از آنجا که قاعده‌های AB و CD موازی‌اند، اولاً رئوس P و Q قائمه‌اند، ثانیاً نقاط P و Q روی خطی قرار می‌گیرند که از وسط ساق‌های دوزنقه می‌گذرند (چرا؟)، پس:

$$M_1 M_2 = \frac{AB + CD}{2} = 8$$

$$\Rightarrow PQ = M_1 M_2 - (PM_1 + QM_2) = 4$$

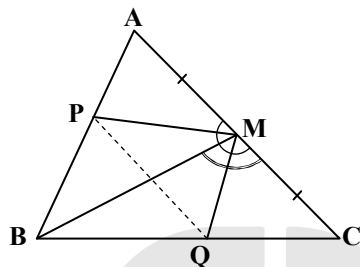
$$PM_1 = QM_2 = \frac{AD}{2} = 2$$

در چهارضلعی $PFQE$ ، قطرهای PQ و FE بر هم عمودند، پس مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{FE \times PQ}{2} = \frac{\frac{8\sqrt{3}}{3} \times 4}{2} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۳

پاره خط PQ موازی ضلع AC است، زیرا داریم:



$$\begin{cases} \hat{A}MB \text{ نیمساز } MP: \frac{BP}{PA} = \frac{MB}{MA} & (*) \\ \hat{C}MB \text{ نیمساز } MQ: \frac{BQ}{QC} = \frac{MB}{MC} \end{cases}$$

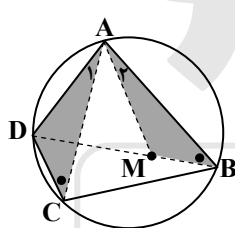
$$\xrightarrow{\text{AC میانه‌ی ضلع BM}} \frac{BP}{PA} = \frac{BQ}{QC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \parallel AC$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$PQ \parallel AC \Rightarrow \frac{PQ}{AC} = \frac{PB}{BA} \xrightarrow{\text{مجموع در مخرج رابطه (*)}} \frac{PQ}{AC} = \frac{MB}{MA + MB} \Rightarrow \frac{PQ}{6} = \frac{5}{5+3} \Rightarrow PQ = 3/75$$

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۱

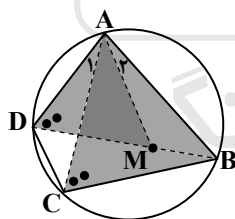
مطابق شکل، دو جفت مثلث متشابه با هم می‌توان یافت که با نوشتن تناسب اضلاع در یکی از آنها، حاصل مورد نظر به دست می‌آید:



$$\begin{cases} \hat{A}BD = \hat{A}CD = \frac{\widehat{AD}}{2} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle ADC \sim \triangle AMB \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{D}AM = \hat{C}AB \\ \hat{A}DM = \hat{A}CB = \frac{\widehat{AB}}{2} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle ADM \sim \triangle ACB \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{DM}{BC} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AD \cdot BC = DM \cdot AC$$



۱۳۱- پاسخ: گزینه ۴

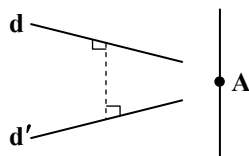
تصویر خط مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T(x, y) = (2y - 1, x + 3) = (x', y') \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x' + 1}{2} \\ x = y' - 3 \end{cases} (*)$$

$$L: 2x + 2y = 6 \xrightarrow{(*)} 2y' - 6 + \frac{3x'}{2} + \frac{3}{2} = 6 \Rightarrow L': 4y' + 3x' = 21$$

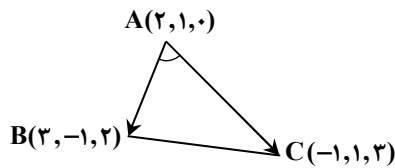
در بین گزینه‌ها فقط نقطه‌ی $(7, 0)$ روی L' واقع است.

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۲



برای دو خط متنافر d و d' ، راستای عمودمشترک این دو خط بر هر دوی آنها عمود است. لذا کافی است از نقطه‌ی A خطی موازی راستای عمودمشترک d و d' رسم کنیم که منحصر به فرد است.

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۱

برای یافتن $\cos \hat{A}$ از ضرب داخلی دو بردار \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = B - A = (-1, -2, 2) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3 \\ \overrightarrow{AC} = C - A = (-3, 0, 3) \Rightarrow |\overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{-3 + 0 + 6}{3 \times 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم حجم متوازی‌السطوح بنا شده روی سه بردار u, v, w برابر با قدرمطلق ضرب مختلط این سه بردار یعنی $|u \cdot (v \times w)|$ است، پس حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی سه بردار $a, b, a \times b$ برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases} V = |(\underbrace{a \times b}_u) \cdot (\underbrace{a \times b}_v)_w| = |a \times b|^2 = 75 \\ a \times b = (1, -2, 3) \times (2, 1, -1) = (-1, 7, 5) \Rightarrow |a \times b| = \sqrt{1 + 49 + 25} = \sqrt{75} \end{cases}$$

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:

دو نقطه‌ی A_1 و A_2 را روی این دو خط متناظر در نظر گرفته و تصویر قائم بردار $\overrightarrow{A_1 A_2}$ را روی ضرب خارجی بردارهای هادی این دو خط $(u_1 \times u_2)$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3} \\ A_1 = (2, -2, 0) \\ u_1 = (1, -1, 3) \end{cases} \quad d_2 : \begin{cases} x = 2y - 1 \\ z = 3y - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_2 : \frac{x+1}{2} = y = \frac{z+2}{3} \\ A_2 = (-1, 0, -2) \\ u_2 = (2, 3, 1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{A_1 A_2} = (-3, 2, -2), \quad u_1 \times u_2 = (-6, 3, 3)$$

$$d_2 \text{ و } d_1 \text{ طول عمودمشتک } h = \frac{|\overrightarrow{A_1 A_2} \cdot (u_1 \times u_2)|}{|u_1 \times u_2|} = \frac{|18 + 6 - 6|}{\sqrt{36 + 9 + 9}} = \frac{18}{3\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

راه حل دوم:

معادلات دو خط را به صورت پارامتری نوشته و با کمی تأمل و تیزهوشی به دنبال دو جفت صفحه‌ی موازی می‌گردیم که این دو خط روی آن صفحات باشند. فاصله‌ی بین این دو صفحه‌ی موازی، طول عمود مشترک مورد نظر است:

$$d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} x = t+2 \Rightarrow 2x = 2t+4 \\ y = -t-2 \Rightarrow y+z = 2t-2 \\ z = 3t \end{cases} \Rightarrow \boxed{P : 2x - y - z = 6}$$

دو جفت صفحه‌ی موازی

$$d_2 : \begin{cases} x = 2y - 1 \\ z = 3y - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2t' - 1 \Rightarrow 2x = 4t' - 2 \\ y = t' \Rightarrow y+z = 4t' - 2 \\ z = 3t' - 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{P_2 : 2x - y - z = 0}$$

فاصله‌ی بین دو صفحه‌ی موازی P_2 و P_1 برابر است با:

$$\frac{|6 - 0|}{\sqrt{4 + 1 + 1}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۴

طبق تعریف بیضی، مجموع فواصل هر نقطه‌ی بیضی از دو کانون آن برابر مقدار ثابت $2a$ است. معادله‌ی بیضی را استاندارد می‌کنیم:

$$3x^2 + 4y^2 + 18x - 16y = 5 \Rightarrow 3(x^2 + 6x) + 4(y^2 - 4y) = 5 \Rightarrow 3(x+3)^2 - 27 + 4(y-2)^2 - 16 = 5$$

$$\Rightarrow 3(x+3)^2 + 4(y-2)^2 = 48 \Rightarrow \frac{(x+3)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{12} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \Rightarrow a = 4 \\ b^2 = 12 \Rightarrow b = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

پس مقدار مورد نظر برابر $2a = 8$ است.

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول: معادله‌ی این هذلولی با دو خط مجانب داده شده به صورت $(y+2x)(y-2x-4)=k$ است. نقطه‌ی $M=(\frac{3}{4}, 5)$ روی این هذلولی است، پس:

$$(5+3)(5-3-4)=k \Rightarrow k=-16$$

معادله‌ی هذلولی را استاندارد می‌کنیم:

$$(y+2x)(y-2x-4)=-16 \Rightarrow y^2-4x^2-4y-8x=-16 \Rightarrow (y-2)^2-4-4(x+1)^2+4=-16 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{16}=1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ b^2=16 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2+b^2=20 \Rightarrow c=2\sqrt{5}$$

پس فاصله‌ی دو کانون این هذلولی برابر $2c=4\sqrt{5}$ است.

راه حل دوم:

نکته: حاصل ضرب فواصل هر نقطه‌ی هذلولی از دو خط مجانب آن برابر $\frac{a^2b^2}{c^2}$ است.

فاصله‌ی نقطه‌ی $M=(\frac{3}{4}, 5)$ از دو خط مجانب $y-2x-4=0$ و $y+2x=0$ به ترتیب $h_1=\frac{8}{\sqrt{5}}$ و $h_2=\frac{2}{\sqrt{5}}$ است، پس:

$$\frac{a^2b^2}{c^2}=\frac{16}{5} \quad (1)$$

از طرفی چون شیب خطوط مجانب، قرینه‌ی هم هستند، پس هذلولی افقی یا قائم است.

فرض می‌کنیم که هذلولی افقی است (تأثیری در محاسبات ندارد)، لذا شیب خطوط مجانب به صورت $m=\pm\frac{b}{a}$ است، پس:

$$\frac{b}{a}=2 \Rightarrow b=2a \quad (2)$$

در هذلولی، رابطه‌ی $c^2=a^2+b^2$ برقرار است، لذا از روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{a^2(4a^2)}{a^2+4a^2}=\frac{16}{5} \Rightarrow \frac{4a^4}{5a^2}=\frac{16}{5} \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=2 \xrightarrow{(2)} b=4$$

در نتیجه $c=\sqrt{a^2+b^2}=2\sqrt{5}$ و فاصله‌ی کانونی هذلولی برابر $2c=4\sqrt{5}$ است.

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۱

دترمینان فوق را با تفکیک به دو دترمینان، ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} a+b & b & ab \\ b+c & c & bc \\ a+c & a & ac \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & b & ab \\ c & c & bc \\ a & a & ac \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & ab \\ b & c & bc \\ c & a & ac \end{vmatrix}$$

صفر

از سطرهای اول، دوم و سوم به ترتیب مقادیر ab و bc و ac را فاکتور می‌گیریم و سپس مقدار abc را یک بار در ستون اول و بار دیگر در ستون دوم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} a & b & ab \\ b & c & bc \\ c & a & ac \end{vmatrix} = (ab)(bc)(ac) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & a & 1 \\ c & b & 1 \\ a & c & 1 \end{vmatrix} = (abc)(abc) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & a & 1 \\ c & b & 1 \\ a & c & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ac & bc & 1 \\ ab & ac & 1 \\ bc & ab & 1 \end{vmatrix}$$

از آنجا که دترمینان هر ماتریس با ترانژاده‌اش برابر است، پس:

$$\begin{vmatrix} ac & bc & 1 \\ ab & ac & 1 \\ bc & ab & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ac & ab & bc \\ bc & ac & ab \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} bc & ac & ab \\ ac & ab & bc \end{vmatrix} = -D$$

جابه‌جایی سطرهای اول و سوم ترانژاده

۱۳۹- پاسخ: گزینه ی ۳

$$T(x, y) = (2x - y, 3x - 4y) \Rightarrow \text{ماتریس تبدیل: } A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

راه حل اول:

$$A^{-1} = \frac{1}{2 \times (-4) - (-1) \times 3} \begin{bmatrix} -4 & -(-1) \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha A + \beta I = A^{-1} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha & -\alpha \\ 3\alpha & -4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha + \beta = \frac{4}{5} \\ -\alpha = -\frac{1}{5} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \beta = \frac{2}{5}$$

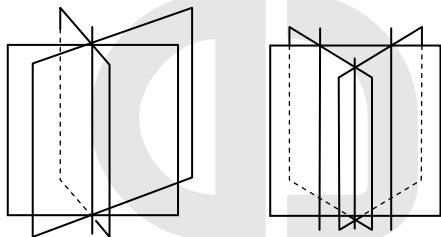
راه حل دوم:

نکته: ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در معادله ی ماتریسی $A^2 - (a+d)A + |A|I = O$ صدق می کند.

با توجه به رابطه ی $\alpha A + \beta I = A^{-1}$ و نکته ی فوق داریم:

$$\alpha A + \beta I = A^{-1} \xrightarrow{\times A} \alpha A^2 + \beta A - I = O \Rightarrow A^2 + \frac{\beta}{\alpha} A - \frac{1}{\alpha} I = O \Rightarrow \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha} = -(a+d) = -(2-4) = 2 \\ -\frac{1}{\alpha} = |A| = -8+3 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{5} \\ \beta = \frac{2}{5} \end{cases}$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه ی ۱



دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر است، پس با توجه به ضرایب، سه صفحه یا در یک خط مشترک هستند یا فصل مشترک دوبه دوی آن ها با هم موازی است.

راه حل اول:

از معادله ی اول، یکی از متغیرها (مثلاً z) را بر حسب دوتای دیگر نوشته و در دو معادله ی دیگر جایگذاری می کنیم:

$$\text{معادله ی اول: } 2x - y + z = 6 \Rightarrow z = -2x + y + 6$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادلات دیگر}} \begin{cases} x + 2y - (-2x + y + 6) = 4 \Rightarrow 3x + y = 10 \\ x - 11y + 5(-2x + y + 6) = 2 \Rightarrow -9x - 6y = -28 \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{9} = -\frac{2}{6} \neq -\frac{10}{28}$$

دو خط فوق با هم موازی و غیرمنطبق هستند، پس فصل مشترک دوبه دوی صفحات با هم موازی اند.

راه حل دوم: سعی می کنیم با استفاده از معادلات دو تا از صفحات، معادله ی صفحه ای موازی با (یا همان) صفحه ی سوم را به دست آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1, P_2: \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2P_1 - 3P_2 = \begin{bmatrix} 1 & -11 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ P_3: \begin{bmatrix} 1 & -11 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

صفحه ی $Q = 2P_1 - 3P_2$ موازی (و غیرمنطبق بر) صفحه ی P_3 است، پس فصل مشترک دوبه دوی صفحات با هم موازی اند.

۱۴۱- پاسخ: گزینه ی ۱

مطابق جدول داده های $y_i = x_i - 44$ داده شده است:

$x - 44$	-3	-1	1	3	5
فراوانی	4	7	5	3	1

$$\bar{y} = \frac{\sum f_i (x_i - 44)}{\sum f_i} = \frac{-12 - 7 + 5 + 9 + 5}{20} = 0 \Rightarrow \overline{x - 44} = 0 \Rightarrow \bar{x} = 44$$

با توجه به تعریف واریانس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} = \frac{4(-3)^2 + 7(-1)^2 + 5(1)^2 + 3(3)^2 + 1(5)^2}{20} = \frac{100}{20} = 5$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{5} \Rightarrow \text{ضریب تغییرات: } C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{44} = \frac{2/2}{44} = \frac{1}{20} = 0.05$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ی ۲

دقت عمل کارگری بیشتر است که ضریب تغییرات کمتری داشته باشد:

$$\begin{cases} A: 14, 15, 15, 16, 17, 19 \Rightarrow \bar{a} = 16 \Rightarrow a_i - 16: -2, -1, -1, 0, 1, 3 \\ B: 14, 14, 16, 17, 17, 18 \Rightarrow \bar{b} = 16 \Rightarrow b_i - 16: -2, -2, 0, 1, 1, 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_A^2 = \frac{4+1+1+0+1+9}{6} = \frac{8}{3} \\ \sigma_B^2 = \frac{4+4+0+1+1+4}{6} = \frac{7}{3} \end{cases} \xrightarrow[\bar{a}=\bar{b}]{\sigma_A > \sigma_B} (C \cdot V)_A > (C \cdot V)_B$$

در نتیجه دقت عمل کارگر B بیشتر است.

۱۴۳- پاسخ: گزینه ی ۳

عدد یک به همراه اعداد اول کوچک تر از ۳۰، در مجموع ۱۱ عدد دوبه دو نسبت به هم اول هستند.

۱, ۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹

به غیر از این ۱۱ عدد، هیچ عامل اول کوچک تر یا مساوی ۳۰ وجود ندارد، لذا بقیه ی اعداد مرکب بوده و عوامل اولشان در بین اعداد اول کوچک تر از ۳۰ است.

پس طبق اصل لانه کبوتری، اگر حداقل ۱۲ عدد از بین اعداد ۱ تا ۳۰ انتخاب کنیم، حتماً دو تای آنها عامل اول مشترک دارند.

۱۴۴- پاسخ: گزینه ی ۳

می دانیم:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B)^2$$

$$\begin{cases} A = \{x \in \mathbb{N}, 5 < x^2 < 50\} = \{3, 4, 5, 6, 7\} \\ B = \{2k-2 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 4\} = \{1, 4, 7, 10\} \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \{4, 7\}$$

پس ضرب دکارتی $(A \cap B)^2$ یک مجموعه ی ۴ عضوی بوده و دارای $2^4 = 16$ زیرمجموعه است.

۱۴۵- پاسخ: گزینه ی ۴

افرازهای مجموعه ی ۵ عضوی $A = \{a, b, c, d, e\}$ که فقط یک مجموعه ی تک عضوی دارند، به یکی از دو حالت زیر است:

$$(1) \quad \boxed{\bullet | \bullet \bullet \bullet \bullet} \text{ تعداد } = \binom{5}{1} \binom{4}{4} = 5$$

$$(2) \quad \boxed{\bullet | \bullet \bullet | \bullet \bullet} \text{ تعداد } = \frac{\binom{5}{1} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{2!} = 15$$

دو مجموعه ی دو عضوی

پس $5 + 15 = 20$ افراز مطلوب است.

۱۴۶- پاسخ: گزینه ی ۱

رابطه ی فوق روی \mathbb{R}^2 خواص بازتابی و تقارنی دارد، ولی ترایی نیست، لذا هم ارزی نیست.✓ بازتابی $(a, b)R(a, b): ab = ba$ ✓ تقارنی $(a, b)R(c, d): ad = bc \Rightarrow cb = da \Rightarrow (c, d)R(a, b)$ ✗ ترایی $(2, 1)R(0, 0), (0, 0)R(1, 2), (2, 1)R(1, 2)$

۱۴۷- پاسخ: گزینه ی ۱

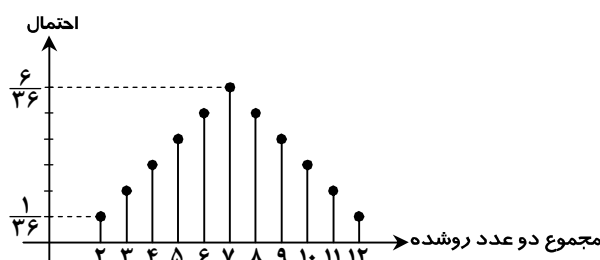
در پرتاب دو تاس، توزیع احتمال و تابع جرم احتمال «مجموع دو

عدد روشده» به صورت روبه رو است:

$$P(X = x) = \frac{6 - |7 - x|}{36}$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(X = 2, 3, 5, 7, 11) = \frac{1+2+4+6+2}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$



۱۴۸- پاسخ: گزینه ۲

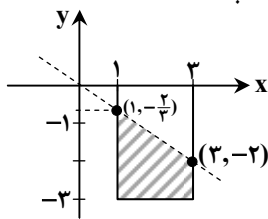
دلتای معادله $ax^2 + bx - 5 = 0$ به صورت $\Delta = b^2 + 20a$ می‌باشد. چون $a \in [1, 3]$ در نتیجه دلتای معادله عددی مثبت بوده و معادله همواره دارای دو جواب ساده است.

احتمال اینکه مجموع جواب‌های این معادله، یعنی $-\frac{b}{a}$ بیشتر از $\frac{2}{3}$ باشد، به صورت زیر به دست می‌آید.

برای راحتی کار، به جای a و b به ترتیب X و Y در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} X \in [1, 3], Y \in [-3, 0] \\ -\frac{Y}{X} > \frac{2}{3} \xrightarrow{X > 0} Y < -\frac{2}{3}X \end{cases}$$

فضای نمونه‌ای: ناحیه‌ی مطلوب:



ناحیه‌ی مطلوب یک دوزنقه به طول قاعده‌های ۱ و $\frac{Y}{3}$ و طول ارتفاع ۲ است، پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = \frac{S_{\text{هاشور خورده}}}{S_{\text{مستطیل}}} = \frac{2(\frac{Y}{3} + 1)}{2 \times 3} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

۱۴۹- پاسخ: گزینه ۳

این گراف دارای $p = 6$ رأس است. در مورد این گراف داریم:

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 4 + 2 + 1 + a + b + c = 2q$$

از طرفی طبق فرض $q = \frac{3}{4}p$ است، پس $2q = 3 \times 6 = 18$ و در نتیجه:

$$8 + a + b + c = 18 \Rightarrow a + b + c = 10$$

چون مرتبه‌ی این گراف ساده $p = 6$ است، پس حداکثر درجه‌ی رئوس گراف برابر ۵ می‌تواند باشد. براساس این موضوع داریم:

(الف) (ب) (ج) (د) (ه)

$$a + b + c = 10 \Rightarrow \{a, b, c\} = \{5, 5, 0\}, \{5, 4, 1\}, \{5, 3, 2\}, \{4, 4, 2\}, \{4, 3, 3\}$$

(الف) ۵, ۵, ۴, ۳, ۱, ۰

(غیر ساده، چون در گراف ساده‌ی مرتبه‌ی ۶، درجه‌ی رئوس ۵ و صفر همزمان وجود ندارند.)

(ب) ۵, ۴, ۴, ۳, ۱, ۱

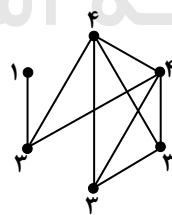
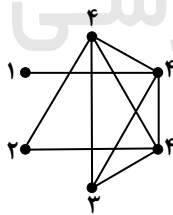
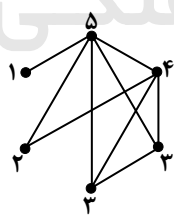
(غیر ساده، چون در گراف ساده‌ی مرتبه‌ی ۶، اگر درجه‌ی رئوس ۵ و ۴ وجود داشته باشد، آن‌گاه حداکثر

یک رأس درجه‌ی ۱ خواهد داشت. توسط الگوریتم هاول - حکیمی نیز می‌توان به این موضوع پی برد.)

(ج) ۵, ۴, ۳, ۳, ۲, ۱

(د) ۴, ۴, ۴, ۳, ۲, ۱

(ه) ۴, ۴, ۳, ۳, ۳, ۱



با توجه به نمودارهای فوق، تنها سه جواب برای مجموعه‌ی $\{a, b, c\}$ وجود دارد.

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا عدد مورد نظر را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\overline{abcabc} = \overline{abc000} + \overline{abc} = \overline{abc(1001)} = 7 \times 11 \times 13 \overline{abc}$$

چون هفت برابر عدد فوق، مربع کامل است، پس باید عدد سه‌رقمی \overline{abc} به صورت $11 \times 13 k^2$ باشد، یعنی $\overline{abc} = 143k^2$

چون \overline{abc} سه رقمی است، فقط مقادیر $k = 1, 2$ قابل قبول است، پس:

$$\overline{abc} = \begin{cases} k=1 \Rightarrow 143 \\ k=2 \Rightarrow 572 \end{cases} \Rightarrow \overline{abc} = 8, 14$$

مجموع ارقام \overline{abc}

۱۵۱- پاسخ: گزینه ی ۱

$$\overline{2abc} = (a \cdot bc)_6 \Rightarrow 2(100a + 10b + c) = 6^3 a + 6b + c \Rightarrow \boxed{16a = 14b + c} \quad (*)$$

از آنجا که a, b و c ارقامی در مبنای ۶ هستند، پس $0 < a \leq 5$ و $0 \leq b$ و $0 \leq c$ و از رابطه ی (*) فقط دو حالت زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} a=1, b=1, c=2 \Rightarrow N=112 \\ a=2, b=2, c=4 \Rightarrow N=224 \end{cases}$$

عدد ۲۲۴ از مربع کامل $15^2 = 225$ یک واحد کمتر است.

۱۵۲- پاسخ: گزینه ی ۲

اگر ب.م.م دو عدد $5n-2$ و $7n+3$ را d در نظر بگیریم، طبق فرض باید $d \neq 1$ باشد، داریم:

$$(5n-2, 7n+3) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 5n-2 \xrightarrow{\times 7} d \mid 35n-14 \\ d \mid 7n+3 \xrightarrow{\times 5} d \mid 35n+15 \end{cases} \Rightarrow d \mid 29 \xrightarrow{d \neq 1} d = 29$$

پس هر دو عدد $5n-2$ و $7n+3$ مضرب ۲۹ هستند، لذا:

$$5n-2 \equiv 0 \pmod{29} \Rightarrow 5n \equiv 2 \pmod{29} \xrightarrow{\times 6} 30n \equiv 12 \pmod{29} \Rightarrow n \equiv 12 \pmod{29} \xrightarrow{\text{دو رقمی}} n = 12, 41, 70, 99$$

↓
چهار مقدار

۱۵۳- پاسخ: گزینه ی ۳

از آنجا که رابطه ی هم‌ارزی شامل (a, b) است، پس دو عضو a و b در یک کلاس هم‌ارزی قرار دارند و لذا این دو عضو را با هم به عنوان یک عضو به نام x در نظر می‌گیریم.تعداد رابطه‌های هم‌ارزی روی مجموعه ی $\{x, c, d\}$ معادل است با تعداد افرازهای این مجموعه ی سه عضوی، یعنی ۵ رابطه با شرایط مذکور وجود دارد.

۱۵۴- پاسخ: گزینه ی ۴

مطابق فرض، تعداد جواب‌های معادله ی روبه‌رو با شرط مذکور مورد نظر است:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ 0 \leq x_i < 6 \end{cases}$$

اگر A_1, A_2 و A_3 را به ترتیب، مجموعه جواب‌هایی در نظر بگیریم که در آن‌ها به ترتیب $x_1 \geq 6, x_2 \geq 6$ و $x_3 \geq 6$ باشد، تعداد جواب‌های مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} |U| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| &= |U| - (|A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|) \\ &= \binom{10+3-1}{3-1} - (3 \times \binom{10-6+3-1}{3-1}) - 3 \times 0 + 0 = \binom{12}{2} - 3 \times \binom{6}{2} = 66 - 45 = 21 \end{aligned}$$

۱۵۵- پاسخ: گزینه ی ۲

$$P(\text{۲ مهره ی ظرف دوم سیاه}) \times P(\text{۲ مهره ی ظرف اول سیاه}) + P(\text{۲ مهره ی ظرف دوم سفید}) \times P(\text{۲ مهره ی ظرف اول سفید}) = P(\text{هر ۴ مهره هم رنگ})$$

$$= \frac{\binom{5}{2} \times \binom{4}{2} + \binom{3}{2} \times \binom{2}{2}}{\binom{8}{2} \times \binom{6}{2}} = \frac{10 \times 6 + 3 \times 1}{28 \times 15} = \frac{63}{28 \times 15} = \frac{3}{20} = 0.15$$

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه ی ۴

در ابتدا با توجه به اینکه برآیند دو بردار \vec{A} و \vec{B} هم‌اندازه با \vec{A} و در جهت مثبت محور y و فاقد مؤلفه‌ای در راستای محور x است. بردار \vec{B} را به دست می‌آوریم:

$$\vec{A} = 9\vec{i} + 12\vec{j} \Rightarrow |\vec{A}| = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \quad (\vec{A} \text{ محاسبه ی اندازه ی } \vec{A}) \xrightarrow[\text{اطلاعات سؤال}]{\text{با توجه به}} \vec{R} = 0\vec{i} + 15\vec{j}$$

$$\vec{B} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} \quad (\vec{B} \text{ فرم کلی برای } \vec{B})$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} \Rightarrow 0\vec{i} + 15\vec{j} = (9+\alpha)\vec{i} + (12+\beta)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} 12+\beta=15 \Rightarrow \beta=3 \\ 9+\alpha=0 \Rightarrow \alpha=-9 \end{cases}$$

حال با داشتن دو بردار \vec{A} و \vec{B} ، اندازه‌ی تفاضل آن‌ها را به دست می‌آوریم:

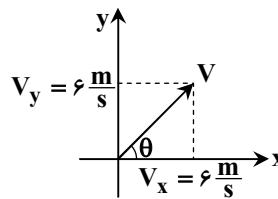
$$\begin{cases} \vec{B} = -9\vec{i} + 3\vec{j} \\ \vec{A} = 9\vec{i} + 12\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{A} - \vec{B} = 18\vec{i} + 9\vec{j} \Rightarrow |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{18^2 + 9^2} = \sqrt{(2 \times 9)^2 + 9^2} \Rightarrow |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{9^2(2^2 + 1)} = 9\sqrt{5}$$

روش دیگر: می‌دانیم $\vec{A} + \vec{B} = 15\vec{j}$ و $\vec{A} = 9\vec{i} + 12\vec{j}$ است. برای محاسبه‌ی $\vec{A} - \vec{B}$ کافی است $\vec{A} + \vec{B}$ را قرینه کرده و با $2\vec{A}$ جمع کنیم:

$$\vec{A} - \vec{B} = 2\vec{A} - (\vec{A} + \vec{B}) = 2(9\vec{i} + 12\vec{j}) - (0\vec{i} + 15\vec{j}) = 18\vec{i} + 9\vec{j}$$

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{18^2 + 9^2} = \sqrt{(9 \times 2)^2 + 9^2} = 9\sqrt{2^2 + 1} = 9\sqrt{5}$$

۱۵۷- پاسخ: گزینه‌ی ۲



$$\vec{r} = (6t)\vec{i} + (-t^2 + 8t)\vec{j} \xrightarrow{\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \vec{V} = 6\vec{i} + (-2t + 8)\vec{j} \xrightarrow{t=1s} \vec{V} = 6\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

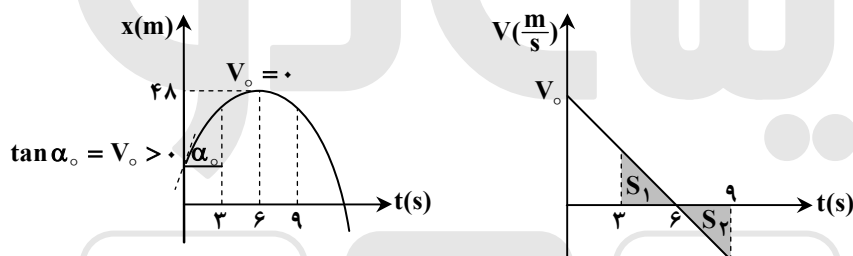
$\Rightarrow \tan \theta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$ که بردار سرعت با محور x می‌سازد

۱۵۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱

همان طور که از روی نمودار مکان-زمان مشاهده می‌شود، در بازه‌های زمانی یکسان درقبل و بعد از لحظه‌ی توقف، مقدار مسافت پیموده شده توسط متحرک یکسان است. این موضوع یعنی در این مسئله در بازه‌ی $0 < t < 6s$ و $6s < t < 12s$ مسافت‌های پیموده شده برابر است.

$$\begin{cases} |S_1| = |S_2| \xrightarrow{\text{مطابق صورت سؤال}} |S_1| + |S_2| = 12m \Rightarrow 2S_1 = 12 \Rightarrow S_1 = 6m \\ \Delta x = |S_1| - |S_2| = 6 - 6 = 0 \end{cases}$$

مسافت طی شده

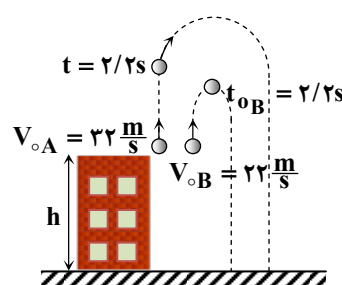


روش دیگر: سهمی نسبت به خط عبوری از رأس آن دارای تقارن است و با توجه به این تقارن، در $t_1 = 3s$ و $t_2 = 9s$ که فاصله‌ی یکسانی از رأس سهمی دارند، مکان متحرک یکسان بوده و جابه‌جایی متحرک در این بازه‌ی زمانی صفر است.

$$\begin{cases} t_1 = 3s \Rightarrow x_1 = x \\ t_2 = 9s \Rightarrow x_2 = x \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 0$$

۱۵۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

روش اول: با توجه به نوشتن معادله‌ی مکان-زمان برای دو گلوله‌ی A و B، فاصله‌ی آن‌ها در لحظه‌ی t برابر است با:



$$\begin{cases} y_A = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0A}t + y_0 = -5t^2 + 22t + h \\ y_B = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0B}t + y_0 = -5t^2 + 22t + h \end{cases} \Rightarrow y_A - y_B = 0$$

$$t_{OB} = \frac{V_{0B}}{g} = \frac{22}{10} = 2/2s \xrightarrow{\text{فاصله‌ی دو گلوله در } t=t_{OB}} y_A - y_B = 10(2/2) = 22m$$

روش دوم: در این روش شما می‌توانید از مفهوم سرعت نسبی استفاده کنید:

$$\begin{cases} B \text{ زمان اوج گلوله‌ی } B : t_{OB} = \frac{V_{0B}}{g} = \frac{22}{10} = 2/2s \\ V_{\text{نسبی}} \times t = (22 - 22) \times 2/2 = 10 \times 2/2 = 22m \end{cases}$$

اختلاف ارتفاع دو گلوله‌ی A و B از هم

۱۶۰- پاسخ: گزینه ی ۳

در حرکت گلوله در دو حالت با توجه به روابط زیر داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ارتفاع اوج در پرتاب در راستای قائم: } h_o = \frac{V_o^2}{2g} \quad (1) \end{array} \right.$$

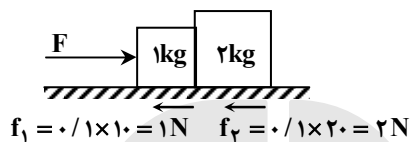
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{بیشترین برد در حرکت پرتابی در } \alpha = 45^\circ \text{ است. } R = \frac{V_o^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow R_{\max} = \frac{V_o^2 \sin(2 \times 45^\circ)}{g} = \frac{V_o^2}{g} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{R_{\max}}{h_o} = \frac{\frac{V_o^2}{g}}{\frac{V_o^2}{2g}} = 2 \Rightarrow R_{\max} = 2 \times h_o \xrightarrow{h_o = 8m} R_{\max} = 2 \times 8 = 16m$$

۱۶۱- پاسخ: گزینه ی ۱

در اغلب مسائل پارامتری مانند این تست، دانش آموزان می توانند با انتخاب اعدادی دلخواه، مسئله را به یک مثال عددی ساده تبدیل کنند. در اینجا با فرض $m_1 = 1kg$ ، $m_2 = 2kg$ ، $\mu_k = 0/1$ و $F = 30N$ ، مسئله را در دو حالت حل می کنیم:

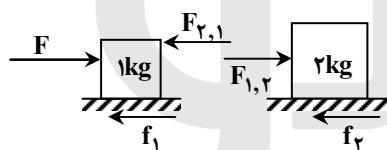
حالت اول:



$$a = \frac{F - (f_1 + f_2)}{m_1 + m_2} = \frac{30 - (1 + 2)}{1 + 2} = 9 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_1 = a_2 = 9 \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{aligned} \text{نوشتن قانون دوم نیوتون برای } m_2: \sum F = m_2 a \\ \Rightarrow F_{1,2} - f_2 = m_2 \times a \Rightarrow F_{1,2} - 2 = 2 \times 9 \Rightarrow F_{1,2} = 20N \end{aligned}$$

حالت دوم:



$$\mu_{k2} = \frac{1}{2} \mu_{k1} = \frac{1}{2} \times 0/1 = 0/05 \Rightarrow f'_1 = \frac{1}{2} f_1 = 0/5N, \quad f'_2 = \frac{1}{2} f_2 = 1N$$

$$a = \frac{F - (f'_1 + f'_2)}{m_1 + m_2} = \frac{30 - (0/5 + 1)}{3} = 9/5 \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{aligned} \text{نوشتن قانون دوم نیوتون برای } m_2: \sum F = m_2 a' \\ \Rightarrow F'_{1,2} - f'_2 = m_2 \times a' \Rightarrow F'_{1,2} - 1 = 2 \times 9/5 \Rightarrow F'_{1,2} = 20N \end{aligned}$$

همان طور که مشاهده کردید، نیروی بین دو جسم در دو حالت یکسان است.

روش دوم: برای حل سریع تر این مسئله با توجه به حرکت کردن مجموعه و یکسان بودن ضریب اصطکاک برای دو بسته از مفهوم تناسب در دینامیک استفاده می کنیم:

$$\text{حال اول: } \left\{ \begin{array}{l} F \xrightarrow{\text{شتاب می دهد}} m_1 + m_2 \\ F_{1,2} \xrightarrow{\text{شتاب می دهد}} m_2 \end{array} \Rightarrow \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{F_{1,2}}{m_2} \Rightarrow F_{1,2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \quad (1) \right.$$

$$\text{حال دوم: } \left\{ \begin{array}{l} F \xrightarrow{\text{شتاب می دهد}} m_1 + m_2 \\ F'_{1,2} \xrightarrow{\text{شتاب می دهد}} m_2 \end{array} \Rightarrow F'_{1,2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \quad (1) \right.$$

$$(1), (2) \Rightarrow F_{1,2} = F'_{1,2} \Rightarrow \frac{F'_{1,2}}{F_{1,2}} = 1$$

تذکر: دانش آموزان عزیز توجه کنند که حتماً مقادیر ضریب اصطکاک بین دو جسم با سطح افقی باید برای هر دو جسم مقداری برابر باشد و مجموعه نیز حرکت کند تا شرایط استفاده از تناسب ارائه شده برقرار گردد.

۱۶۲- پاسخ: گزینه ی ۳

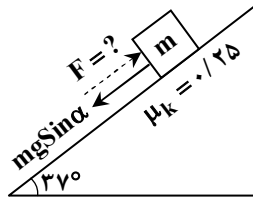
با توجه به روابط زیر، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = mV \Rightarrow V = \frac{P}{m} \\ K = \frac{1}{2} mV^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} m \left(\frac{P}{m} \right)^2 \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m} \quad (\text{این رابطه را به خاطر بسپارید}) \end{array} \right.$$

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۲

برای پاسخ دادن به این تست گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا با مقایسه‌ی مقادیر نیروی موافق و مخالف حرکت بر روی سطح شیب‌دار، جهت حرکت جسم در غیاب نیروی F را به دست می‌آوریم:

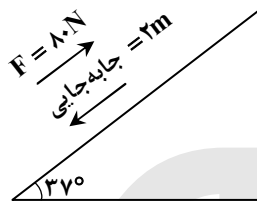


$$\begin{aligned} f_k &= \mu_k N = \mu_k (mg \cos \alpha) = 0.25 \times (20 \times 10 \times 0.8) = 40 \text{ N} \quad (1) \\ mg \sin \alpha &= 20 \times 10 \times \sin 37^\circ = 120 \text{ N} \quad (2) \end{aligned}$$

جسم تمایل به حرکت با شتاب به سمت پایین دارد. $\Rightarrow mg \sin \alpha > f_k \Rightarrow$ مقایسه‌ی (۱) و (۲)

گام دوم: اکنون می‌تواند دریافت که برای حرکت یکنواخت جسم به سمت پایین لازم است که نیرویی به موازات سطح شیب‌دار بر جسم اعمال شود که جهت این نیرو باید به سمت بالا باشد. در این شرایط این نیرو با کمک f_k می‌تواند برآیند نیروهای وارد بر جسم را صفر کند و مقدار F از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\sum F = ma \xrightarrow{a=0} F + f_k = mg \sin \alpha \Rightarrow F + 40 = 120 \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$



گام سوم: برای محاسبه‌ی کار این نیرو، باید به بردار F و جابه‌جایی توجه کنید که با توجه به خلاف جهت بودن آن‌ها می‌توان نوشت:

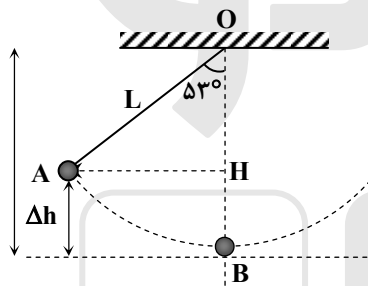
$$W_F = F d \cos 180^\circ = 80 \times 2 \times (-1) = -160 \text{ J}$$

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۳

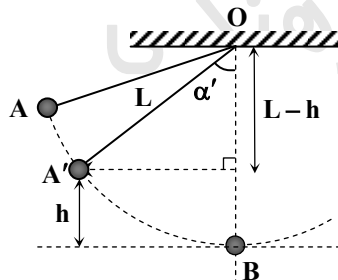
ابتدا با نوشتن قانون پایستگی، انرژی مکانیکی بین A و B داریم:

$$\begin{aligned} E_A &= E_B \Rightarrow mg \Delta h = \frac{1}{2} m V_B^2 \Rightarrow V_B = \sqrt{2g \Delta h} \\ \Delta h &= OB - OH = L - L \cos \alpha = L(1 - \cos \alpha) \Rightarrow V_B = \sqrt{2gL(1 - \cos \alpha)} \\ V_B &= \sqrt{2 \times 10 \times 1 \times (1 - \cos 53^\circ)} = 2\sqrt{2} \frac{m}{s} \end{aligned}$$

طول نخ: L

(سطح پتانسیل مبدأ)
 $U = 0$

حال فرض کنید، می‌خواهیم زاویه‌ای را بیابیم که سرعت گلوله در آن $\frac{\sqrt{2}}{2} V_B$ است. برای این منظور داریم:



پتانسیل مبنا

$$\begin{aligned} V_{A'} &= \frac{\sqrt{2}}{2} V_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2} = 2 \frac{m}{s} \\ K_{A'} + U_{A'} &= K_B + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} m (2)^2 + m \times 10 \times h \\ &= \frac{1}{2} \times m \times (2\sqrt{2})^2 + 0 \Rightarrow h = \frac{1}{5} m = 0.2 \text{ m} \\ \cos \alpha' &= \frac{L-h}{L} = \frac{1-0.2}{1} = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha' = 37^\circ \end{aligned}$$

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به اینکه آسانسور به صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، می‌توان نوشت:

$$N = m(g-a) = 80(10-2) = 640 \text{ N}$$

۱۶۶- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اطلاعات داده شده، تغییر مساحت ۱ درصد مساحت اولیه بوده و داریم:

$$\Delta A = A_0 (\beta) \Delta \theta \Rightarrow 0.01 A_0 = A_0 \beta \times 25^\circ \Rightarrow \beta = 4 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ \text{C}} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\beta} = 2.5 \times 10^4 \frac{1}{^\circ \text{C}}$$

ضریب انبساط سطحی

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۲

برای پاسخ دادن به این تست به نکات زیر توجه کنید:

(۱) چون بعد از رسیدن به تعادل مقداری یخ صفر درجه‌ی سلسیوس باقی مانده است، بنابراین دمای نهایی مخلوط آب و یخ صفر درجه‌ی سلسیوس می‌باشد.

(۲) مقدار گرمایی که برای رسیدن به تعادل گرمایی از دست می‌دهد، دقیقاً برابر است با مقدار گرمایی که یخ می‌گیرد تا دمایش از دمای -20°C به دمای 0°C (دمای تعادل) رسیده و مقداری از آن ذوب شود.

(۳) در ادامه به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$Q_1 = mc_{\text{آب}} \Delta\theta = 250 \times 4 / 2 \times (0 - (-20))$$

$$Q_2 = (m' c_{\text{یخ}} \Delta\theta) + (m' - 50) L_F = m' \times 2 / 1 \times (0 - (-20)) + (m' - 50) \times 336$$

$$|Q_1| = Q_2 \Rightarrow 250 \times 4 / 2 \times 20 = m' \times 2 / 1 \times 20 + (m' - 50) \times 336$$

$$\xrightarrow[\text{طرفین به ۲۱}]{\text{ساده کردن}} 250 \times 4 = m' \times 2 + (m' - 50) \times 16 \Rightarrow 1800 = 18m' \Rightarrow m' = 100 \text{ g}$$

نگاه دیگر: در حل اینگونه از سؤالات راحت‌تر است تا از مقادیر $c_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$ و $c_{\text{یخ}} = 0.5 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$ و $L_F = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ استفاده کنیم تا

محاسبات سؤال راحت‌تر شود و داریم:

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 250 \times 1 \times (-20) = -5000 \text{ cal}$$

$$Q_2 = (m' c \Delta\theta) + (m' - 50) L_F = m' \times 0.5 \times 20 + (m' - 50) \times 80 = 90m' - 4000$$

$$\Rightarrow |Q_1| = Q_2 \Rightarrow 5000 = 90m' - 4000 \Rightarrow 9000 = 90m' \Rightarrow m' = 100 \text{ g}$$

تذکر مهم: در حل این مسئله فراموش نشود که ابتدا باید دمای تمام جرم یخ اولیه با جذب گرما، به دمای ذوب (صفر درجه‌ی سلسیوس) برسد و سپس مقداری از آن با جذب گرمای نهان ذوب، آب شود و در آخر ۵۰ گرم از یخ صفر درجه‌ی سلسیوس باقی می‌ماند.

۱۶۸- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به اینکه فرآیند در فشار ثابت انجام می‌شود، داریم:

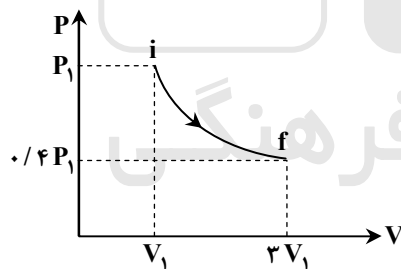
$$W_{\text{محیط}} = -P\Delta V = -nR\Delta T = -2 \times 8 / 3 \times (80 - 30) = -830 \text{ J}$$

تذکر: این فرآیند انبساطی است (چرا؟) و در یک فرآیند انبساطی علامت کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه منفی می‌باشد.

۱۶۹- پاسخ: گزینه ۳

برای پاسخ دادن به این سؤال به تحلیل گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱:



برای هم‌دما بودن یک فرآیند ترمودینامیکی باید در تمامی مراحل و نقاط مسیر دمای گاز (یا حاصل ضرب PV) ثابت بماند و چون $P_i V_i \neq P_f V_f$ است، بنابراین $T_i \neq T_f$ بوده و فرآیند نمی‌تواند هم‌دما باشد.

دقت: حتی اگر دمای گاز در نقاط i و f نیز یکسان باشد، نمی‌توان هم‌دما بودن فرآیند را به طور قطعی نتیجه گرفت.

گزینه ۴:

از آنجایی که حجم گاز در فرآیند دائماً در حال افزایش است (انبساط)، بنابراین کار انجام شده روی گاز علامت منفی دارد و گزینه‌ی (۴) صحیح نمی‌باشد.

گزینه‌های (۲) و (۳): با کمک قانون دوم ترمودینامیک، می‌توان به سادگی دریافت که دستگاه در این فرآیند گرما جذب نموده است. فرض کنیم گاز کامل تک‌اتمی باشد، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \Delta U = Q + W \\ \Delta U_{if} = U_f - U_i = \frac{3}{2} (P_f V_f - P_i V_i) = \frac{3}{2} [(0.4 P_1) \times (3 V_1) - (P_1 \times V_1)] = 0.4 P_1 V_1 \Rightarrow \Delta U > 0 \end{cases}$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U > 0]{W < 0} Q > 0 \Rightarrow \text{دستگاه گرما جذب کرده است، بنابراین فرآیند نمی‌تواند بی‌دررو باشد.}$$

۱۷۰- پاسخ: گزینه‌ی ۴

برای پاسخ داده به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

۱) ابتدا یخچال باید با جذب گرما از درون منبع سرد، دمای آب 10°C را به آب 0°C برساند و سپس با جذب گرمای نهان انجماد، آن را به یخ 0°C و سرانجام یخ 0°C را به یخ -8°C تبدیل کند.

تبدیل یخ $^{\circ}\text{C}$	گرمای نهان	تبدیل آب $^{\circ}\text{C}$
به یخ $^{\circ}\text{C}$	انجماد	به آب $^{\circ}\text{C}$

$$Q_C = \overbrace{|\text{mc}\Delta\theta|}^{\uparrow} + \overbrace{|\text{mL}_F|}^{\uparrow} + \overbrace{|\text{mc}_{\tilde{\chi}_1} \Delta\theta|}^{\uparrow} = \chi \times \psi \dots \times (1 - \cdot) + \chi \times \psi \psi \dots + \chi \times \psi \dots \times (\cdot - (-\lambda))$$

$$\Rightarrow Q_C = 1400 + 67200 + 33600 = 78960 \text{ J} = 789 / 6 \text{ kJ}$$

(۲) مقدار گرمای داده شده به منبع گرم برابر مجموع گرمای جذب شده از منبع سرد و کل کار دریافتی توسط یخچال است، یعنی داریم:

$$|\mathbf{Q}_H| = \mathbf{Q}_C + \mathbf{W}$$

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow W = \frac{Q_C}{K} = \frac{789/6}{4} = 197/4 \text{ kJ}$$

$$|Q_H| = Q_C + W = 789/6 + 197/4 = 987 \text{ kJ}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه ی ۲

ابتدا باید شکل مناسبی که متناسب با شرایط مسئله باشد را رسم

کنید و سپس از تشابه مثلث‌های $S_1 S_2 A$ و $AA'A''$ می‌توان نوشت:

$$\frac{S_1 S_2}{A' A''} = \frac{L'}{L''} \Rightarrow \frac{r}{d} = \frac{r_0}{L''} \Rightarrow L'' = r / \Delta d$$

در ادامه با نوشتن روابط مربوط به تشابه مثلث‌های ΔAS_2B و

$S_z \hat{A}'' B'$ و با توجه به دانستن مقدار L'' می‌توان نوشت:

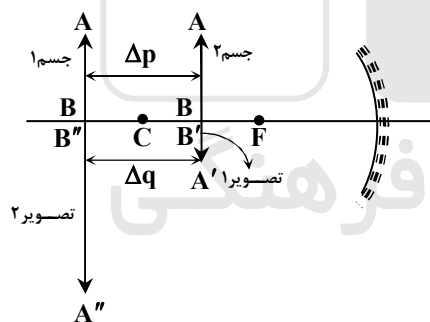
$$\frac{AB}{A''B''} = \frac{L'}{L' + L''} \Rightarrow \frac{20}{40 + d} = \frac{30}{30 + 7/\Delta d}$$

$$\Rightarrow 60 + 15d = 120 + 3d \Rightarrow d = 5 \text{ cm (پهنای نیم سایه)}$$

۱۷۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳

در آینه‌ی مقعر اگر جسم در مکان تصویر قرار گیرد، تصویر به مکان جسم منتقل می‌شود و در این حالت بزرگ‌نمایی وارونه شده و به عبارتی مقادیر p و q با هم عوض می‌شوند:

$$۱ \text{ حالت : } m_1 = \frac{A'B'}{AB} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow[\text{منتقل می شود}]{\text{جسم به مکان تصویر}} ۲ \text{ حالت : } m_2 = \frac{A''B''}{AB} = ۴$$



۱۷۳- پاسخ: گزینه ی ۲

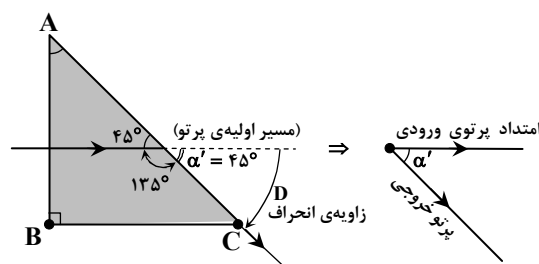
با توجه به شکل مقابل می‌توان دریافت که مقدار زاویه‌ی α' برابر 45° درجه است و در نتیجه میزان زاویه‌ی انحراف پرتوی (\hat{D}) معادل و برابر زاویه‌ی α' یعنی 45° درجه می‌باشد و گزینه‌ی ۲ نادرست است.

گزینه‌ی ۱:

$$i_c = 45^\circ \Rightarrow \sin i_c = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

گزینه ۴:

$$\frac{n_r}{n_s} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{r}} = \frac{V_1}{c} \Rightarrow \frac{V_1}{c} = \frac{\sqrt{r}}{r}$$



۱۷۴- پاسخ: گزینه ی ۲

با توجه به روابط عدسی ها (و آینه های کروی) داریم:

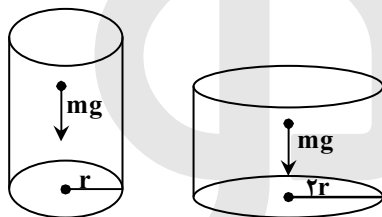
$$\left. \begin{aligned} m = \frac{|q|}{p} \Rightarrow q = \pm mp \\ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{p} \pm \frac{1}{mp} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{m \pm 1}{mp} = \frac{1}{f} \Rightarrow mp = (m \pm 1)f \Rightarrow p = (1 \pm \frac{1}{m})f$$

تصویر در هر دو حالت حقیقی است و داریم:

$$\begin{aligned} \text{حالت اول: } \begin{cases} m_1 = \frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ p_1 = (1 + \frac{1}{m_1})f = (1 + 2)f \Rightarrow p_1 = 3f \quad (1) \end{cases} \\ \text{حالت دوم: } \begin{cases} m_2 = \frac{A''B''}{AB} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \\ p_2 = (1 + \frac{1}{m_2})f = (1 + \frac{1}{4})f \Rightarrow p_2 = \frac{5}{4}f \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \Delta p = |p_1 - p_2| = |3f - \frac{5}{4}f| = \frac{7}{4}f = 30 \text{ cm} \Rightarrow f = 20 \text{ cm} = +0.2 \text{ m} \Rightarrow \text{دیوپتر } D = \frac{1}{f} = \frac{1}{+0.2} = 5$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه ی ۴

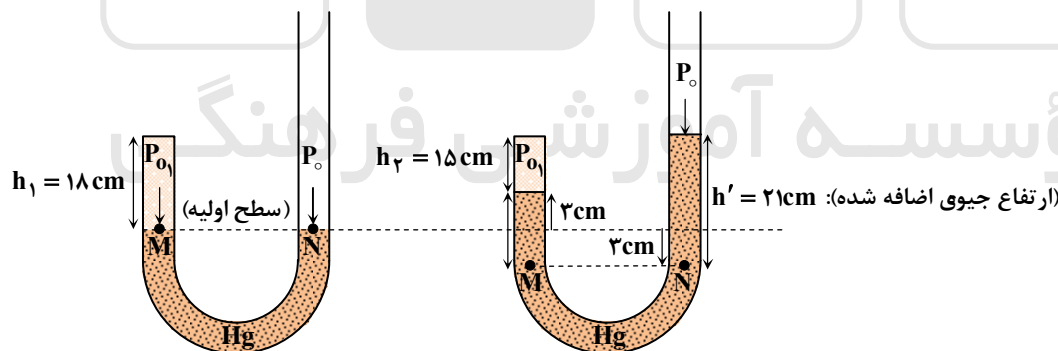


با توجه به رابطه ی $A = \pi r^2$ و دو برابر بودن شعاع قاعده ی B نسبت به A، مساحت قاعده ی استوانه ی B چهار برابر مساحت قاعده ی استوانه ی A است. بنابراین می توان نوشت:

$$\begin{aligned} A = \pi r^2 \xrightarrow{r_B = 2r_A} A_B = 4A_A \\ P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \xrightarrow{A_B = 4A_A} P_B = \frac{1}{4}P_A \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = 4 \end{aligned}$$

۱۷۶- پاسخ: گزینه ی ۳

برای حل این مسئله ابتدا با رسم وضعیت قرار گرفتن جیوه در دو طرف لوله ی U شکل و بررسی نقاط هم فشار M و N در دو حالت جداگانه، فشار هوای محبوس شده در لوله در هر حالت محاسبه می شود:



$$(1): P_M = P_N \Rightarrow P_{G_1} = P_0$$

$$(2): P_M = P_N \xrightarrow{\text{سطح هم فشار}} P_{G_2} + \rho gh' = P_0 + \rho gh'' \Rightarrow P_{G_2} + 6 \text{ cmHg} = P_0 + 21 \text{ cmHg} \Rightarrow P_{G_2} = P_0 + 15 \text{ cmHg}$$

$$(\text{با توجه به ثابت ماندن تعداد مول گاز}) \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1 = T_2 \text{ دما ثابت است}} P_0 \times (A \times h_1) = (P_0 + 15) \times (A \times h_2)$$

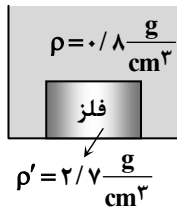
$$P_0 \times 18 = (P_0 + 15) \times 15 \Rightarrow 3P_0 = 225 \Rightarrow P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

* با توجه به اینکه سطح مقطع لوله 1 cm^2 است، با ریختن 21 cm^3 جیوه در داخل آن، ارتفاع جیوه 21 cm افزایش می یابد.

$$V = Ah \Rightarrow 21 = 1 \times h \Rightarrow h = 21 \text{ cm}$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ی ۱

در این مسئله باید دقت شود که حجم الکل سرریز شده از ظرف با حجم قطعه فلز برابر است.

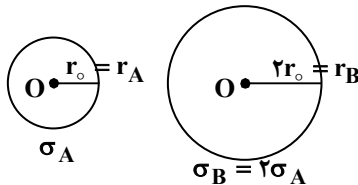


$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 0.8 = \frac{160}{V} \Rightarrow V = \frac{160}{0.8} = 200 \text{ cm}^3$$

$$\rho' = \frac{m'}{V'} \Rightarrow 2/7 = \frac{m'}{200} \Rightarrow m' = 540 \text{ g}$$

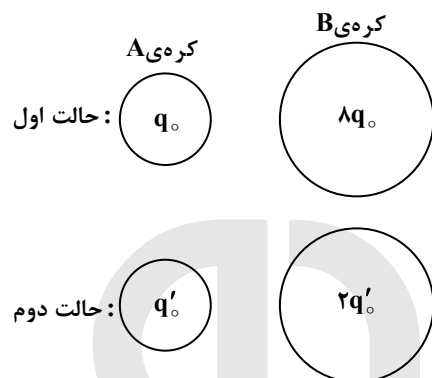
۱۷۸- پاسخ: گزینه ی ۲

به بررسی دو حالت مطرح شده در سؤال می پردازیم:



$$\text{حالت اول: } \sigma_B = 2\sigma_A \Rightarrow \frac{q_B}{4\pi(r_B)^2} = 2 \frac{q_A}{4\pi(r_A)^2} \xrightarrow{r_B=2r_A} q_B = 8q_A$$

$$\text{حالت دوم: } \Rightarrow \frac{q'_B}{q'_A} = \frac{r_B}{r_A} = 2 \Rightarrow q'_B = 2q'_A$$



در ادامه ی حل می توان با انتخاب $q_A = q_0$ و $q_B = 8q_0$ و توجه به این نکته که بعد از انتقال مقداری بار از کره ی بزرگ تر به کره ی کوچک تر، باید بار کره ی بزرگ تر دو برابر بار کره ی کوچک تر باشد، مسئله را حل می کنیم. همچنین دقت کنید که مجموع بار دو کره ثابت باقی می ماند.

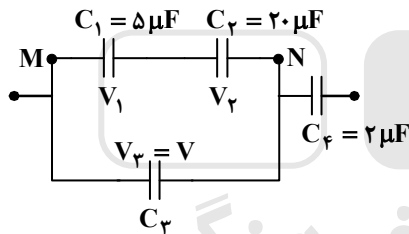
$$\begin{cases} q_{\text{کل}} = q_0 + 8q_0 = 9q_0 \\ q'_{\text{کل}} = q'_0 + 2q'_0 = 3q'_0 \end{cases} \xrightarrow{q_{\text{کل}} = q'_{\text{کل}}} 3q'_0 = 9q_0 \Rightarrow q'_0 = 3q_0$$

با توجه به روابط فوق بار کره ی B از مقدار اولیه ی $8q_0$ به مقدار ثانویه ی $6q_0$ کاهش یافته یعنی مقدار $2q_0$ از بار کره ی بزرگ تر به کره ی کوچک تر منتقل شده و بار کره ی کوچک تر از q_0 به $3q_0$ تغییر یافته است. این مقدار بار جابه جا شده $\frac{2}{8}$ بار اولیه یعنی معادل ۲۵ درصد آن است.

$$|\Delta q_B| = 8q_0 - 2q'_0 \xrightarrow{q'_0=3q_0} |\Delta q_B| = 2q_0 \Rightarrow \text{درصد بار جابه جا شده بین دو کره} = \frac{|\Delta q_B|}{q_{B \text{ اول}}} \times 100 = \frac{2q_0}{8q_0} \times 100 = 25\%$$

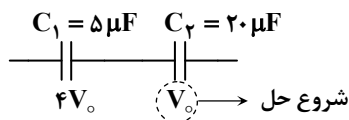
۱۷۹- پاسخ: گزینه ی ۱

برای حل این سؤال مراحل زیر را دنبال می کنیم:



(۱) اگر ولتاژ دو سر خازن C_3 برابر V فرض شود، آن گاه ولتاژ کل دو سر خازن های C_1 و C_2 نیز برابر با V است (در اتصال موازی ولتاژها یکسان است).
(۲) خازن های C_1 و C_2 به طور متوالی به یکدیگر متصل اند و ظرفیت خازن C_2 چهار برابر خازن C_1 است. بنابراین ولتاژ دو سر آن $\frac{1}{4}$ برابر ولتاژ دو سر خازن C_1 است.

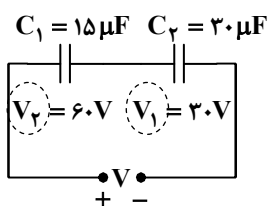
$$V = V_0 + 4V_0 = 5V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{1}{5}V$$



$$V_1 = 4V_0 = 4\left(\frac{1}{5}V\right) = \frac{4}{5}V \xrightarrow{\text{خواسته ی مسئله}} \frac{V_1}{V_3} = \frac{\frac{4}{5}V}{V} = \frac{4}{5}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ی ۳

برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه شود:



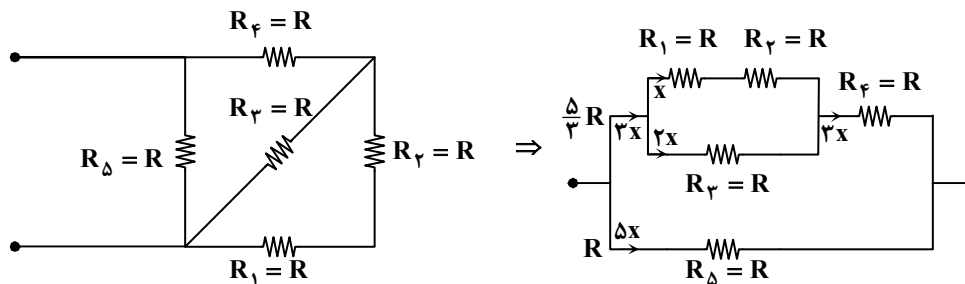
(۱) در اتصال متوالی چندین خازن به یکدیگر، آسیب پذیرترین خازن از نظر ولتاژ، خازنی است که ظرفیت کمتری دارد، زیرا ولتاژ کل به نسبت عکس ظرفیت ها تقسیم می شود. بنابراین ولتاژ دو سر خازن C_1 نباید از مقدار حداکثر ولتاژ قابل تحمل که برابر با ۶۰ ولت است، بیشتر باشد.
(۲) اگر ولتاژ دو سر خازن C_2 برابر V_0 فرض شود، آن گاه ولتاژ خازن C_1 معادل با $2V_0$ است (چرا؟) و اگر بیشترین ولتاژ یعنی $2V_0$ را برابر ولتاژ مجاز قرار دهیم، ولتاژ دو سر هر دو خازن به دست می آید و از روی آن ها انرژی خازن ها قابل محاسبه است:

$$U_{\text{max}} = U_1 + U_2 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 + \frac{1}{2}C_2V_2^2 = \frac{1}{2} \times 15 \times (60)^2 + \frac{1}{2} \times 30 \times (30)^2 = 40/5 \times 10^3 \mu\text{J}$$

$$\Rightarrow U_{\text{max}} = (40/5 \times 10^3) \times 10^{-3} \text{ mJ} = 40/5 \text{ mJ}$$

۱۸۱- پاسخ: گزینه ی ۴

شکل ساده ی شده ی مدار به صورت زیر است. اگر جریان در مقاومت های R_1 و R_2 را x فرض کنیم، با توجه به خواص مقاومت های موازی جریان در سایر مقاومت ها مطابق شکل مقابل به دست می آید:



در این مدار، مقاومت R_D بیشترین توان را داشته (حاصل RI^2 برای آن بزرگ تر است) و برای محاسبه ی حداکثر توان آن را برابر ۲۰ وات قرار می دهیم و به کمک آن توان سایر مقاومت ها را می یابیم، به همین منظور داریم:

$$\begin{cases} P_D = RI_D^2 = R \times (\Delta x)^2 = 20 \text{ W} \Rightarrow R x^2 = \frac{20}{25} \\ P_1 = P_2 = R(x)^2 = \frac{20}{25} \text{ W} \\ P_3 = R(2x)^2 = 4R x^2 = 4 \times \frac{20}{25} \text{ W} \\ P_F = R(3x)^2 = 9R x^2 = 9 \times \frac{20}{25} \text{ W} \end{cases} \Rightarrow P_{\text{کل}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_F + P_D = 32 \text{ W}$$

روش دیگر: در این مدار ولتاژ دو سر مجموعه برابر ولتاژ دو سر R_D است (چرا؟) و به صورت زیر می توان توان مجموعه را به دست آورد:

$$\begin{cases} P_{\text{کل}} = \frac{V^2}{R_T} \\ P_D = \frac{V^2}{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{\text{کل}}}{P_D} = \frac{R}{R_T} \Rightarrow P_{\text{کل}} = 20 \times \frac{R}{\frac{R \times \frac{5}{3} R}{R + \frac{5}{3} R}} = 20 \times \frac{R}{\frac{5}{8} R} = 20 \times \frac{8}{5} = 32 \text{ W}$$

۱۸۲- پاسخ: گزینه ی ۴

با توجه به رابطه ی $\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$ داریم:

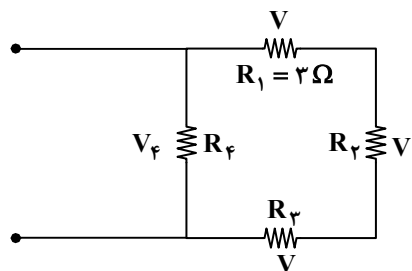
$$R_2 = 46/8 \Omega, R_1 = 40 \Omega \Rightarrow \Delta R = 46/8 - 40 = 6/8 \Omega$$

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 6/8 = 40 \times 0.0068 \times (\theta - 20) \Rightarrow \theta - 20 = 25 \Rightarrow \theta = 45^\circ \text{C}$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه ی ۱

برای پاسخ داده به این سؤال گام های زیر را طی می کنیم:

گام اول: با توجه به اینکه مقاومت های R_1 ، R_2 و R_3 سری هستند، جریان عبوری از آن ها با هم برابر است و چون طبق صورت سؤال توان مصرفی این مقاومت ها با هم برابر است ($P = RI^2$)، بنابراین مقدار مقاومت های R_1 ، R_2 و R_3 نیز با هم برابر است.



$$R_1 = R_2 = R_3 = 3 \Omega$$

گام دوم: با توجه به سری بودن مقاومت های R_1 ، R_2 و R_3 و هم اندازه بودن مقاومت های آن ها، ولتاژ دو سر آن ها با هم برابر است ($V_1 = V_2 = V_3 = V$) بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت R_F برابر $V_F = V + V + V = 3V$ می باشد و از

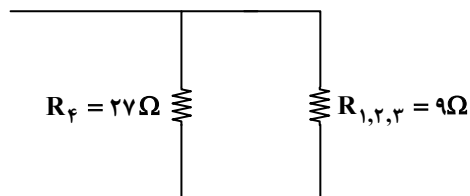
رابطه ی $P = \frac{V^2}{R}$ برای برابر قرار دادن دو مقاومت R_F و R_1 می توان

استفاده کرد:

$$P_1 = P_F \xrightarrow{P = \frac{V^2}{R}} \frac{V^2}{3} = \frac{(3V)^2}{R_F} \Rightarrow R_F = 27 \Omega$$

طبق صورت سؤال: $P_1 = P_F$

گام سوم: محاسبه‌ی مقاومت معادل:



روش دیگر: می‌خواهیم تست را ساده‌تر حل کنیم. برای این منظور با حذف گزینه‌ها و تحلیل آن‌ها، حل را دنبال می‌کنیم که به صورت زیر است:

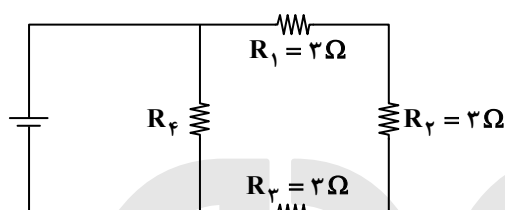
$$R_T = \frac{9 \times 27}{9 + 27} = \frac{27}{4} \Omega$$

۹ (۴)

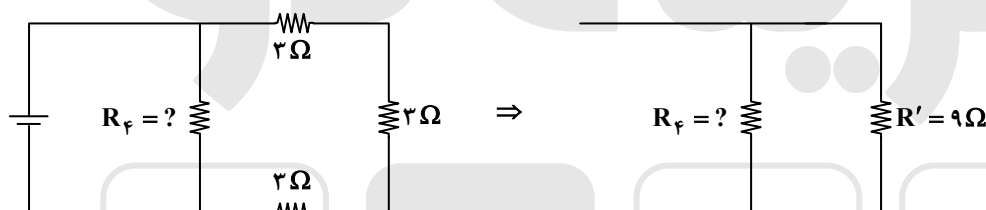
۱۸ (۳)

 $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{27}{4}$ (۱)

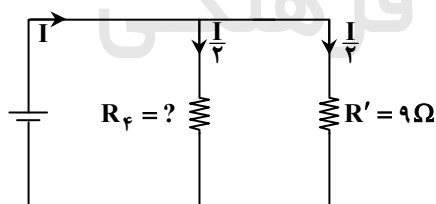
نکته‌ی ۱: مطابق صورت سؤال توان مصرفی تمام مقاومت‌ها با هم برابر است، بنابراین چون از تمام مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 جریان یکسانی عبور می‌کند، باید مقدار مقاومت الکتریکی آن‌ها یکسان و برابر باشد، یعنی $R_1 = R_2 = R_3 = 3 \Omega$.



نکته‌ی ۲: در اتصال موازی مقاومت‌های R_f و $R' = 9 \Omega$ مقاومت معادل باید از هر کدام از مقاومت‌ها کوچک‌تر باشد $[R_T < R_f, R_T < 9 \Omega]$ ، بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ حذف می‌شوند و نمی‌توانند درست باشند.



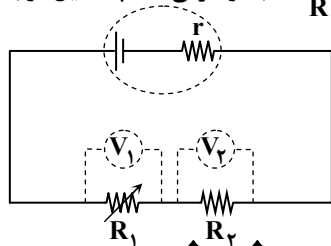
نکته‌ی ۳: اگر مقاومت معادل R_f و $R' = 9 \Omega$ برابر $\frac{9}{4} \Omega$ (مطابق گزینه‌ی ۲) باشد، آن‌گاه باید مقدار R_f معادل 9Ω باشد. به سادگی می‌توان دریافت در این شرایط توان مصرفی R_f با مجموع توان مصرفی ۳ مقاومت 3Ω برابر می‌شود و نه با توان مصرفی هر کدام از آن‌ها، که مورد نظر ما نمی‌باشد.



بنابراین با حذف سه گزینه‌ی نادرست، تنها گزینه‌ی ۱ می‌تواند درست باشد.

۱۸۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

با افزایش مقاومت R_1 ، مقاومت کل مدار افزایش یافته و در نتیجه جریان کل مدار کاهش می‌یابد ($I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$). از طرفی افت پتانسیل در باتری برابر rI است. بنابراین افت پتانسیل در باتری نیز کاهش می‌یابد.



افت پتانسیل \downarrow (افت پتانسیل در باتری) $\Rightarrow I_{\text{کل}} \downarrow \Rightarrow R_T = R_1 + R_2$: با افزایش مقدار R_1

از طرفی مجموع ولتاژ دو سر R_1 و R_2 برابر $V_{Lr} = \varepsilon - rI$ می‌باشد.

بنابراین V_{Lr} افزایش می‌یابد. $V_{Lr} \uparrow \Rightarrow V_{Lr} = \varepsilon - r(I) \Rightarrow V_{Lr} \uparrow$

ثابت $I_2 = I$ برای مقاومت R_2 : $V_2 = R_2 I_2 \xrightarrow{I_2=I} V_2 \downarrow = R_2 I \downarrow$

V_1 باید افزایش یابد تا تساوی برقرار شود. $\uparrow V_{Lr} = V_1 + V_2 \downarrow \Rightarrow$ تحلیل ولتاژ کل دو سر مدار

۱۸۵- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به برابر بودن جریان دو سیم و فاصله‌ی دو سیم از نقطه‌ی M بزرگی میدان مغناطیسی دو سیم در این نقطه هم‌اندازه است. از طرفی با

توجه به شکل زیر، زاویه‌ی بین بردارهای میدان ناشی از دو سیم در نقطه‌ی M برابر است با: $\alpha + \frac{\beta}{2} = 90^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$B_1 = B_2 = B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d'} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}}$$

$$B_T = 2B \cos \frac{\beta}{2} = 2B \cos \left(\frac{\pi - \alpha}{2} \right) = 2B \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = 2B \sin \alpha$$

$$\Rightarrow B_T = 2 \times \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}} \right] \times \left[\frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}} \right]$$

$$B_T = 2 \times \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi} \times \frac{\frac{a}{2}}{\left(d^2 + \frac{a^2}{4} \right)} \right] = \frac{2\mu_0 Ia}{\pi \left(4d^2 + a^2 \right)}$$

۱۸۶- پاسخ: گزینه ۳

به تحلیل هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱: با توجه به تساوی انرژی جنبشی پروتون و آلفا می‌نویسیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_\alpha = K_P \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha V_\alpha^2 = \frac{1}{2} m_P V_P^2 \Rightarrow \frac{1}{2} (4m_P) V_\alpha^2 = \frac{1}{2} m_P V_P^2 \Rightarrow V_\alpha = \frac{1}{2} V_P \\ m_\alpha = 4m_P \end{array} \right.$$

گزینه ۲: در مقایسه‌ی تکانه‌ی پروتون و آلفا می‌نویسیم:

$$P = mV \Rightarrow \frac{P_\alpha}{P_P} = \frac{m_\alpha}{m_P} \times \frac{V_\alpha}{V_P} = \frac{4m_P}{m_P} \times \frac{\frac{1}{2} V_P}{V_P} = 2 \Rightarrow P_\alpha = 2P_P \text{ (گزینه ۲ نادرست است)}$$

گزینه ۳: در مقایسه‌ی شعاع پروتون و آلفا داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نیروی مغناطیسی: } F_B = qVB \sin 90^\circ \\ \text{نیروی مرکزگرا: } F_c = m \frac{V^2}{R} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{F_B = F_c}{qVB \sin 90^\circ = m \frac{V^2}{R}} \Rightarrow Bq = m \frac{V}{R} \Rightarrow R = \frac{mV}{Bq}$$

$$F_c = m \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{R_\alpha}{R_P} = \frac{m_\alpha}{m_P} \times \frac{V_\alpha}{V_P} \times \frac{q_P}{q_\alpha} = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow R_\alpha = R_P \Rightarrow \text{شعاع مسیر ذره } \alpha \text{ با شعاع مسیر پروتون برابر است.}$$

گزینه ۳ درست است. دقت شود که اندازه‌ی بار الکتریکی ذره‌ی α (که معادل He^{2+} است، دو برابر اندازه‌ی بار پروتون می‌باشد).

گزینه ۴: در مقایسه‌ی نیروی مغناطیسی پروتون و آلفا می‌توان نوشت:

$$F = qVB \sin 90^\circ \Rightarrow \frac{F_P}{F_\alpha} = \frac{V_P}{V_\alpha} \times \frac{q_P}{q_\alpha} = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ (گزینه ۴ نادرست است)}$$

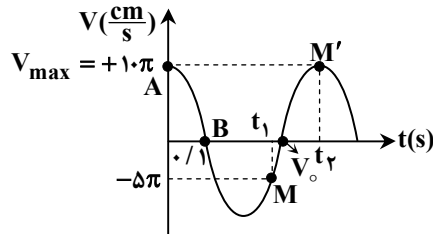
۱۸۷- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} I = \sqrt{2} \sin 300t \Rightarrow I_{\max} = \sqrt{2} A \\ U_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} L I_{\max} \Rightarrow 0.8 = \frac{1}{\sqrt{2}} L (\sqrt{2}) \Rightarrow L = 0.8 H \end{cases}$$

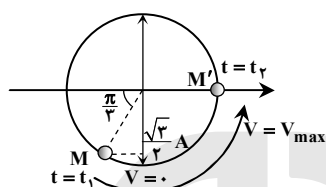
مشتق I نسبت به t

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt} = -0.8 (\sqrt{2} \times 300 \cos(300t)) = -120\sqrt{2} \cos(300t) \Rightarrow \varepsilon = 120\sqrt{2} \cos(300t - \pi)$$

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۴



برای حل این تست به مراحل زیر توجه کنید:
مرحله ۱: با توجه به دایره مرجع از آنجایی که در نقطه M علامت سرعت منفی است. بنابراین فاز نقطه M در ربع دوم یا سوم قرار دارد و با توجه به این نکته که لحظه ای بعد اندازه ی سرعت ذره ی M در حال کاهش است، بنابراین موقعیت نقطه ی M در ربع سوم قرار می گیرد.
مرحله دوم: در این مرحله فاز نقطه ی M را محاسبه می کنیم:



$$\text{در نقطه ی } M: \frac{V}{V_{\max}} = \frac{-10\pi}{10\pi} = -1 = \cos \phi_M$$

$$\Rightarrow \sin \phi_M = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_M = -\frac{\sqrt{3}}{2} A$$

مرحله سوم: در این مرحله با محاسبه ی تغییر فاز متحرک از M تا M'، طول بازه ی زمانی t_۱ تا t_۲ را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} \Delta \phi_{MM'} = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \\ \text{زمان از A تا B} = \frac{T}{4} = 0.1 \text{ s} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ rad/s} \\ \Delta \phi_{MM'} = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = (5\pi) \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{15} \text{ s} \end{cases}$$

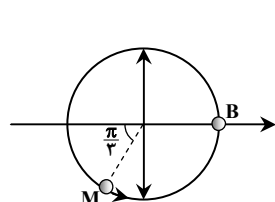
از طرفی دقت شود که دامنه ی حرکت ۲ cm است.

$$V_{\max} = A\omega \Rightarrow 10\pi = A(5\pi) \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

مرحله ۴: در این مرحله با محاسبه ی جابه جایی متحرک، مقدار سرعت متوسط را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} \bar{V} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \\ \Delta y = y_{M'} - y_M = 0 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} A\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} A = \sqrt{3} \text{ cm} \\ \Rightarrow \bar{V} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{2}{15}} = \frac{15\sqrt{3}}{2} \text{ cm/s} \end{cases}$$

نگاه دیگر: با توجه به نمودار، از لحظه ی صفر تا ۰/۱ ثانیه معادل با $\frac{T}{4}$ و همچنین $V_{\max} = 10\pi$ است و با توجه به آن ها می توان نوشت:



$$\frac{T}{4} = 0.1 \Rightarrow T = 0.4 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

$$V_{\max} = A\omega \Rightarrow 10\pi = A \times 5\pi \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

$$V_{t_1} = \pm \omega \sqrt{A^2 - y_{t_1}^2} \Rightarrow -5\pi = 5\pi \sqrt{2^2 - y_{t_1}^2} \Rightarrow 4 - y_{t_1}^2 = 1$$

$$\Rightarrow y_{t_1} = -\sqrt{3} \text{ cm} = -\frac{\sqrt{3}}{2} A$$

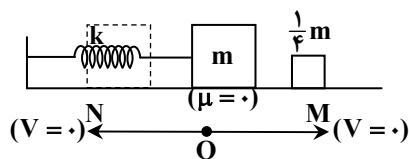
در ادامه می توان گفت زمان حرکت از بعد $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} A\right)$ تا لحظه ی t_۲ که بعد آن صفر و سرعت حداکثر است، برابر است با:

$$\Delta \phi = \omega \Delta t \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{2} = 5\pi \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{15\pi} = \frac{1}{7.5} \text{ s}$$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{\Delta t} = \frac{0 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} A\right)}{\frac{1}{7.5}} = \frac{7.5\sqrt{3}}{2} A = \frac{15\sqrt{3}}{2} \text{ cm/s}$$

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۲

برای پاسخ دادن به این تست به نکات زیر توجه کنید:



(۱) برای مشخص کردن دامنه‌ی نوسان در یک حرکت هماهنگ ساده، میزان حداکثر انحراف وزنه از مرکز نوسان مدنظر می‌باشد و در نتیجه هنگامی که $\frac{3}{4}$ جرم وزنه در نقطه‌ی M از آن جدا می‌شود، میزان انحراف وزنه‌ی سبک‌شده‌ی جدید از مرکز تعادل نسبت به حالت قبل تغییری نکرده و این یعنی دامنه‌ی نوسان ثابت باقی می‌ماند ($A_2 = A_1$).

(۲) با جدا شدن $\frac{3}{4}$ جرم از جرم وزنه ($m_2 = m_1 - \frac{3}{4}m_1 = \frac{1}{4}m_1$)، مقدار ثابت فنر کماکان ثابت باقی می‌ماند و برای محاسبه‌ی تغییرات بسامد داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k \text{ ثابت}} \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{\frac{1}{4}m_1}} = 2 \Rightarrow f_2 = 2f_1$$

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا باید توجه کنید که فاصله‌ی هر دو نقطه‌ی در فاز مخالف برابر $\frac{\lambda}{2}$ نمی‌باشد، بلکه فقط فاصله‌ی بین دو نقطه در فاز مخالف متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است و در حالت کلی فاصله‌ی بین نقاط در فاز مخالف مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ است $((2n-1)\frac{\lambda}{2})$ و با توجه به این توضیح، عبارت گزینه‌ی ۱ نادرست است.

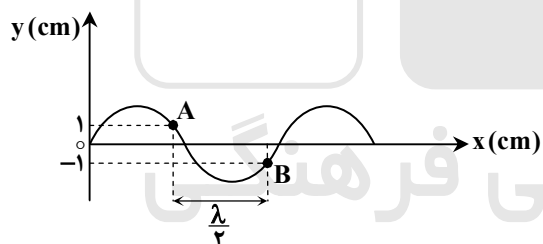
۱۹۱- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به روابط زیر و اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$\rho = \frac{g}{cm^3} = 4000 \frac{kg}{m^3}, D = 1mm, L = 40cm, F = 30N, f_1 = ?$$

$$\begin{cases} f_n = \frac{nV}{2L} \\ V = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot \pi}} \end{cases} \Rightarrow f_n = \frac{n}{LD} \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot \pi}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{0.04 \times (1 \times 10^{-3})} \sqrt{\frac{30}{(4 \times 10^3) \times \pi}} = 125 Hz$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۱

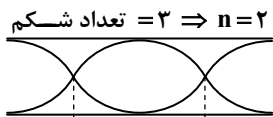


در این سؤال به سادگی می‌توان دریافت که نقاط A و B در فاز متقابل هستند و می‌دانیم که دو نقطه در فاز متقابل (مانند A و B)، در هر لحظه‌ی دلخواه بزرگی سرعت و شتاب یکسان دارند.

$$\begin{cases} a_A = -a_B \\ V_A = -V_B \end{cases} \Rightarrow |a_A| = |a_B| \xrightarrow{\text{در لحظه‌ی } t = \frac{1}{300} s} \frac{|a_A|}{|a_B|} = 1$$

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۲

فاصله‌ی دو گره متوالی برابر نصف طول موج می‌باشد و می‌توان نوشت:



$$\frac{\lambda}{2} = 25 cm \Rightarrow \lambda = 50 cm$$

$$L = n \frac{\lambda}{2} = 2 \times \frac{\lambda}{2} = 50 cm = 0.5 m$$

$$f_1 = \frac{V}{\lambda} = \frac{340}{2 \times 0.5} = 340 Hz$$

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۳

همان طور که می‌دانیم هنگام نزدیک شدن شنونده به منبع، بسامد احساسی توسط شنونده از بسامد واقعی منبع بزرگ‌تر است و داریم:

$$f_s = 660 Hz$$



$$(V_s = 0)$$

$$V_0 = 10 \frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} V_0 = 36 \frac{km}{h} \Rightarrow V_0 = \frac{36}{3.6} = 10 \frac{m}{s} \\ f_o = \frac{V + V_0}{V - V_s} f_s = \frac{330 + 10}{330 - 0} \times 660 = 680 Hz \end{cases}$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۴

در رادارها برای ردیابی هواپیماها و یا کشتی‌ها، از امواج رادیویی استفاده می‌شود.

۱۹۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

اختلاف زمانی امواج به وسط نوار تاریک پنجم عبارت است از:

$$\Delta t = t_r - t_l = (r m - 1) \frac{T}{r} \xrightarrow{m=\Delta} \varepsilon \times 10^{-1\Delta} = (r \times \Delta - 1) \frac{T}{r} \Rightarrow T = \frac{\varepsilon}{r} \times 10^{-1\Delta} s$$

در ادامه با توجه به اینکه $f = \frac{c}{\lambda}$ می باشد، داریم:

$$f = \frac{c}{\lambda} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = cT = r \times 1,^A \times \frac{f}{r} \times 1,^{-1\Delta} = f \times 1,^{-\gamma} m = f \times 1,^{-\gamma} \times 1,^{\gamma} nm = f \cdot nm$$

۱۹۷- پاسخ: گزینه‌ی ۳

با توجه به اینکه هر الکترون ولت (eV) برابر 1.6×10^{-19} J است، داریم:

$$h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ Js} \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}} = \frac{33}{\lambda} \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲

در مقایسه‌ی دو مدار اول و سوم داریم:

$$\left(\begin{array}{c} \oplus \\ \downarrow \\ \text{1} \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} \text{2} \\ \downarrow \\ \text{2} \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} \text{3} \\ \downarrow \\ \text{3} \end{array} \right)$$

۱۹۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳

در اجسام نارسانا، اختلاف انرژی بین آخرین نوار پر و اولین نوار خالی بسیار زیاد است و در حدود 5eV می باشد و گزینه ی ۳ درست است.

۲۰۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

با توجه به رابطه‌ی $E = mc^2$ داریم:

$$m = \gamma m_0 = \gamma \times 1.5 \times 10^{-3} \text{ kg} \text{ , } c = \gamma \times 1.5 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ , } E = ?$$

$$E = mc^2 = (2 \times 10^{-6})(3 \times 10^8)^2 = 18 \times 10^{10} \text{ J} \xrightarrow[\text{kW}\cdot\text{h}]{\text{تبدیل به}} E = \frac{18 \times 10^{10}}{36 \times 10^5} = 5 \times 10^4 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

تذکر: هر کیلووات ساعت برابر $J \times 10^5 \times 36$ است.

$$1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 1 \times (10^3 \text{ W}) \times (3600 \text{ s}) = 36 \times 10^5 \text{ J}$$

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

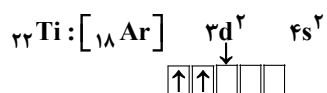
در تشکیل طیف نشری خطی اتم هیدروژن، پرتوی بنفش که طول موج کمتر و انرژی بیشتری دارد، نسبت به مسیر اولیه‌ی برخورد به منشور، انحراف بیشتری دارد.

۲۰۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱

بررسی چهار گزینه:

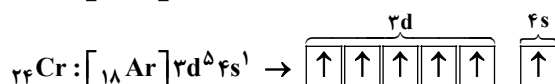
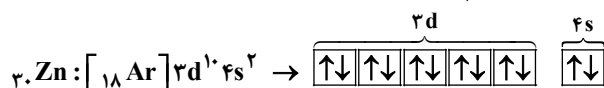
گزینه‌ی ۱:

در اتم تیتانیم (${}_{22}\text{Ti}$) تنها دو الکترون در زیرلایه $3d$ دارای مجموعی عددهای کوانتومی $n = 3$ ، $l = 2$ و $m_s = +\frac{1}{2}$ هستند.



گزینه ی ۲: عدد کوانتومی اصلی (n)، قبل از شروع دینگر، در مدل اتمی بور برای مشخص کردن ترازهای انرژی به کار برده شد.

گزینه ۳: با توجه به آرایش الکترونی $3d^5 4s^2$ و $3d^5 4s^1$ ، تعداد الکترون‌های با اسپین \uparrow در این دو اتم برابر است.



گزینه ی ۴: نخستین بار آنگستروم چهار خط طیف نشری هیدروژن را یافت و نه سال بعد موفق به اندازه گیری طول موج آن ها شد.

۲۰۳- پاسخ: گزینه ی ۱

اتم تریتیم (${}^3\text{T}$) یک الکترون، یک پروتون و دو نوترون دارد.

$$m_{\text{ج}} = m_e + m_p + 2m_n = m_e + 1840 \cdot m_e + 2(1850 \cdot m_e) = 5541 m_e$$

$$m_e = 0.000548 \text{ amu} \Rightarrow m_{\text{ج}} = 5541 \times 0.000548 = 2.992 \text{ amu}$$

$$1 \text{ amu} = 1/66 \times 10^{-24} \text{ g} \Rightarrow m_{\text{ج}} = 2.992 \text{ amu} \times \frac{1/66 \times 10^{-24} \text{ g}}{1 \text{ amu}} = 4/96 \times 10^{-24} \text{ g}$$

۲۰۴- پاسخ: گزینه ی ۲

با توجه به فرمول ترکیب های یونی داده شده، عنصر A فلز گروه ۱ و عنصر X فلز گروه ۲ در تناوب سوم هستند. (Mg, Na)

بررسی چهار گزینه:

(۱) هر دو عنصر A و X در دوره ی سوم، الکترونی در زیرلایه ی d ($l=2$) ندارند.

(۲) اتم A در گروه ۱، پس از نخستین یونش و جدا شدن نخستین الکترون، به آرایش گاز نجیب می رسد و انرژی دومین یونش آن نسبت به عنصر X در گروه ۲ بیشتر است.

(۳) همان طور که گفته شد، عناصر A و X به ترتیب در گروه های ۱ (IA) و ۲ (IIA) قرار دارند.

(۴) با توجه به اینکه A فلز قلیایی و X فلز قلیایی خاکی است واکنش پذیری A بیشتر از X می باشد.

۲۰۵- پاسخ: گزینه ی ۳

تفاوت عدد اتمی ${}_{52}\text{A}$ با گاز نجیب هم دوره اش (${}_{54}\text{Xe}$) برابر ۲ است و در نتیجه با ${}_{34}\text{X}$ که عدد اتمی آن از گاز نجیب ${}_{36}\text{Kr}$ دو واحد کمتر است، هم گروه می باشد. همچنین ${}_{52}\text{A}$ یک شبه فلز است که آرایش الکترونی آن به $5p^4$ ختم می شود:

۲۰۶- پاسخ: گزینه ی ۳

انرژی شبکه ی بلور با شعاع یون ها رابطه ی عکس دارد. بنابراین نمودارهای A، B و C به ترتیب مربوط به Li، Na و K می باشند. در ضمن با توجه به نمودار، تغییر انرژی شبکه ی بلور با F^- بیشتر از سایر هالوژن ها است.

۲۰۷- پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به جرم مولی نمک های متبلور قبل و بعد از گرما دادن می توان روابط زیر را نوشت: (جرم مولی Na_2SO_4 خشک برابر $142 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.)

$$(\text{Na}_2\text{SO}_4, 8\text{H}_2\text{O}) \text{ جرم مولی } = (142 + (8 \times 18)) = 142 + 144$$

$$(\text{Na}_2\text{SO}_4, x\text{H}_2\text{O}) \text{ جرم مولی } = 142 + 18x$$

با در نظر گرفتن تغییر جرم که مربوط به تبخیر آب بوده است، می توان گفت جرم نمک باقی مانده، $81/1$ درصد جرم اولیه است. همچنین با توجه به اینکه صورت سؤال تغییر جرم را بر حسب درصد بیان کرده است، مقدار اولیه ی نمک ($0/1$ مول) تأثیری در روند سؤال ندارد.

$$\frac{\text{جرم } \text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot x\text{H}_2\text{O}}{\text{جرم } \text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 8\text{H}_2\text{O}} = \frac{81/1}{100} = \frac{142 + 18x}{142 + 144} \Rightarrow x = 4/99 = 5$$

۲۰۸- پاسخ: گزینه ی ۴

وجود جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی و ایجاد دافعه با قلمروهای پیوندی، باعث تغییر زاویه ی پیوندی، شکل هندسی و قطبیت مولکول می شود، ولی تأثیری در طول و انرژی پیوندها ندارد.

۲۰۹- پاسخ: گزینه ی ۲

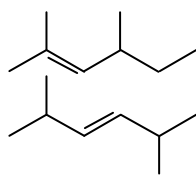
ساختار لوویس و نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی لایه ی ظرفیت اتم ها به شمار جفت الکترون های پیوندی اتم ها برای ترکیب های داده شده به صورت زیر است:

ترکیب	گوگرد (IV) فلوئورید	نیتروژن تری فلوئورید	گوگرد تری اکسید	کربن دی سولفید
ساختار لوویس	$\begin{array}{c} \text{F} \quad \text{F} \quad \text{F} \\ \diagdown \quad \quad \diagup \\ \text{S} \\ \diagup \quad \quad \diagdown \\ \text{F} \quad \text{F} \quad \text{F} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{F} \quad \text{F} \quad \text{F} \\ \quad \quad \\ \text{N} \\ \\ \text{F} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \\ \text{S} \\ / \quad \backslash \\ \text{O} \quad \text{O} \end{array}$	$\text{S}=\text{C}=\text{S}$
شمار جفت الکترون های ناپیوندی شمار جفت الکترون های پیوندی	$\frac{13}{4}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{4}{4}$

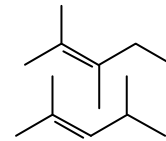
بر این اساس، نسبت خواسته شده، در مولکول NF_3 بزرگ تر از بقیه است.

۲۱۰- پاسخ: گزینه ی ۴

آلکینی را می توان از هر دو سوی مولکول شماره گذاری کرد که کاملاً متقارن باشد. به بیان دیگر، پیوند دوگانه دقیقاً در وسط زنجیر اصلی باشد و شاخه های فرعی نسبت به مرکز مولکول (نسبت به پیوند دوگانه) قرینه باشد. این ویژگی فقط در مورد ترکیب موجود در گزینه ی ۴ صدق می کند.



۲ (۲)، ۴-دی متیل - ۲- هگزن

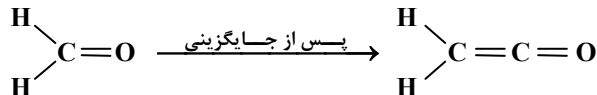


۲ (۳)، ۴-دی متیل - ۲- پنتن

۲ (۴)، ۵-دی متیل - ۳- هگزن

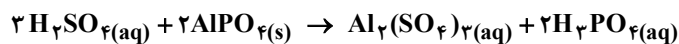
۲۱۱- پاسخ: گزینه ی ۱

اگر در مولکول متانال (H_2CO)، اتم اکسیژن با گروه $\text{C}=\text{O}$ جایگزین شود، مولکول کتن به دست می آید که دارای ۶ جفت الکترون پیوندی است.



۲۱۲- پاسخ: گزینه ی ۲

معادله ی واکنش به صورت زیر است:



$$\left. \begin{array}{l} \text{H}_2\text{SO}_4 : \frac{\text{گرم}}{\text{مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{24 / 5 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{3 \times 98} = \frac{1}{12} \\ \text{AlPO}_4 : \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{0.2 \text{ mol AlPO}_4}{2} = \frac{1}{10} \end{array} \right\} \text{سولفوریک اسید محدودکننده است.}$$

جرم فسفریک اسید تشکیل شده را می توان توسط محدودکننده ی (H_2SO_4) به دست آورد.

$$\frac{\text{گرم فسفریک اسید}}{\text{گرم مولی} \times \text{ضریب}} \times \frac{\text{گرم سولفوریک اسید}}{\text{گرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{24 / 5 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{3 \times 98} = \frac{x \text{ g H}_3\text{PO}_4}{2 \times 98} \Rightarrow x = 16 / 3 \text{ g H}_3\text{PO}_4$$

۲۱۳- پاسخ: گزینه ی ۲

$$\text{جرم محلول} = 25 \text{ mL} \times \frac{0.98 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 24.5 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی آمونیاک} = \frac{\text{جرم آمونیاک}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 34 = \frac{x \text{ g}}{24.5 \text{ g}} \times 100 \Rightarrow x = 8.33 \text{ g NH}_3$$

$$? \text{ mol NH}_3 = 8.33 \text{ g NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} = 0.49 \text{ mol NH}_3$$

$$\text{غلظت مولار} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} = \frac{0.49 \text{ mol}}{0.25 \text{ L}} = 1.96 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

۲۱۴- پاسخ: گزینه ی ۳

معادله ی واکنش به صورت زیر است:

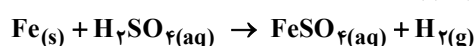
با ضرب کردن چگالی Cl_2 در حجم Cl_2 ، مسئله از حالت جرمی - حجمی، تبدیل به جرمی - جرمی می شود:

$$\frac{\text{گرم ناخالص منگنز (IV) اکسید}}{\text{گرم مولی} \times \text{ضریب}} \times \frac{\text{P}}{100} = \frac{\text{گرم}}{\text{گرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x \text{ g MnO}_2 (\text{ناخالص}) \times \frac{75}{100}}{1 \times 87} = \frac{14 / 2 \text{ L Cl}_2 \times 1 / 25 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{1 \times 71}$$

$$\Rightarrow x = 29 \text{ g MnO}_2 (\text{ناخالص})$$

۲۱۵- پاسخ: گزینه ی ۴

$$? \text{ mol Fe} = 9 / 0.33 \times 10^{22} \text{ atom Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{6 / 0.22 \times 10^{23} \text{ atom Fe}} = 0.15 \text{ mol Fe}$$

با ضرب کردن چگالی H_2 در حجم H_2 ، مسئله از حالت مولی - حجمی تبدیل به مولی - جرمی می شود:

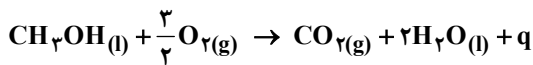
$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{گرم هیدروژن}}{\text{گرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0.15 \text{ mol Fe}}{1} = \frac{x \text{ L H}_2 \times 0.08 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{1 \times 2} \Rightarrow x = 3 / 75 \text{ L H}_2$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه ی ۱

ابتدا گرمای لازم برای به جوش آوردن ۱۲۵ گرم آب با دمای ۱۰°C را در فشار ۱atm محاسبه می کنیم:

$$q = mc\Delta T = 125 \times 4 / 2 \times (100 - 10) = 47250 \text{ J} = 47 / 25 \text{ kJ}$$

معادله ی واکنش استاندارد سوختن متانول به صورت زیر است:



$$\frac{\text{گرم متانول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرما}}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x \text{ g CH}_3\text{OH}}{1 \times 32} = \frac{47 / 25 \text{ kJ}}{700} \Rightarrow x = 2 / 16 \text{ g CH}_3\text{OH}$$

۲۱۷- پاسخ: گزینه ی ۲

[مجموع آنتالپی استاندارد تشکیل واکنش دهنده ها] - [مجموع آنتالپی استاندارد تشکیل فرآورده ها] = ΔH واکنش

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [2(130 / 5) + 6(-286)] - [2(-46) + 2(-75) + 3(0)] = -1213 \text{ kJ}$$

$$\frac{\text{گرم آمونیاک}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرما}}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{8 / 5 \text{ NH}_3}{2 \times 17} = \frac{x \text{ kJ}}{1213} \Rightarrow x = 303 / 25 \text{ kJ}$$

۲۱۸- پاسخ: گزینه ی ۴

(۱) ظرفیت گرمایی ویژه ی هر ماده برای ۱g از آن ماده اندازه گیری می شود و برخلاف ظرفیت گرمایی به مقدار ماده بستگی ندارد.

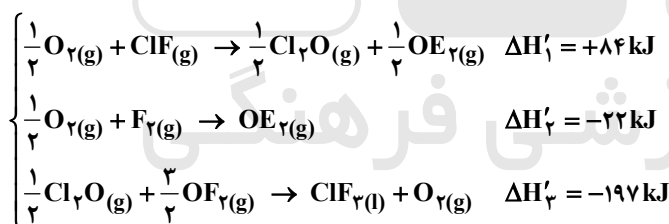
(۲) به محاسبات زیر توجه کنید:

$$\left. \begin{aligned} \text{ظرفیت گرمایی} = m \cdot c = 9 \times 4 / 2 = 37 / 8 \text{ J} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \\ \text{ظرفیت گرمایی} = m \cdot c = 9 / 45 \times 0 / 4 = 3 / 78 \text{ J} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{37 / 8}{3 / 78} = 10$$

(۴) ظرفیت گرمایی ویژه و مولی بخار آب از آب مایع کمتر است. به همین ترتیب، می توان گفت در جرم برابر (نه در حجم برابر) ظرفیت گرمایی بخار آب نیز از مایع کمتر است.

۲۱۹- پاسخ: گزینه ی ۱

معادله ی واکنش هدف به صورت زیر است:

(۱) $\text{ClF}(\text{g})$ فقط در واکنش (a) وجود دارد. پس واکنش کمکی (a) را به ۲ تقسیم می کنیم.(۲) $\text{F}_2(\text{g})$ فقط در واکنش کمکی (b) وجود دارد. پس واکنش کمکی (b) را به ۲ تقسیم می کنیم.(۳) $\text{ClF}_3(\text{l})$ فقط در واکنش کمکی (c) وجود دارد. پس واکنش کمکی (c) را معکوس کرده و بر ۲ تقسیم می کنیم.

۲۲۰- پاسخ: گزینه ی ۱

برای محاسبه ی مولالیتته ی محلول، باید مول حل شونده را به کیلوگرم حلال تقسیم نماییم. محلول ۶ مولار سولفوریک اسید، دارای ۶ مول حل شونده در یک لیتر (۱۰۰۰mL) محلول است.

$$\text{جرم محلول} = 1500 \text{ g} \Rightarrow \frac{\text{جرم محلول}}{1000 \text{ mL}} = 1 / 5 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} \Rightarrow \frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}} = \text{چگالی محلول}$$

$$\text{جرم حل شونده} = 6 \text{ mol H}_2\text{SO}_4 \times \frac{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} = 588 \text{ g H}_2\text{SO}_4$$

$$\text{جرم حل شونده} = 1500 \text{ g} - 588 \text{ g} = 912 \text{ g} = 0 / 912 \text{ kg H}_2\text{O}$$

$$\text{غلظت مولال} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{کیلوگرم حلال}} = \frac{6 \text{ mol}}{0 / 912 \text{ kg}} = 6 / 588 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

۲۲۱- پاسخ: گزینه ی ۳

بررسی چهار گزینه:

(۱) CaSO_4 در آب نامحلول است.(۲) استون به هر میزان در آب حل می شود، ولی باریم سولفات (BaSO_4) نامحلول در آب است و رسوب می کند. بنابراین مخلوط آب، باریم سولفات و استون دارای یک فصل مشترک است.

(۳) به محاسبات زیر توجه کنید:

$$\left. \begin{array}{l} \text{جرم مولی فنول } (\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}) = 94 \\ \text{جرم مولی تولوئن } (\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_3) = 92 \end{array} \right\} \text{تفاوت} = 2 \text{ g}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{جرم مولی متانول } (\text{CH}_3\text{OH}) = 32 \\ \text{جرم مولی متانال } \text{H}_2\text{CO} = 30 \end{array} \right\} \text{تفاوت} = 32 - 30 = 2 \text{ g}$$

(۴) با افزایش تعداد کربن، انحلال پذیری الکل ها در حلال های ناقطبی بیشتر می شود. بنابراین انحلال پذیری هگزانول ($\text{CH}_3(\text{CH}_2)_4\text{OH}$) در حلال های ناقطبی از انحلال پذیری اتانول ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$) در این حلال ها بیشتر است.

۲۲۲- پاسخ: گزینه ی ۳

$$q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta T = 150 \times 4 / 2 \times (40 - 25) = 9450 \text{ J}$$

$$q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta T = 8 / 4 \times 1 \times (40 - 25) = 126 \text{ J}$$

$$q_{\text{کل}} = q_1 + q_2 = 9450 \text{ J} + 126 \text{ J} = 9576 \text{ J} = 9 / 576 \text{ kJ}$$

اکنون می توان گرمای انحلال یک مول KOH در آب را به دست آورد.

$$\frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم}}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{8 / 4 \text{ g KOH}}{1 \times 56} = \frac{9 / 576 \text{ kJ}}{|\Delta H|} \Rightarrow |\Delta H| = 63 / 8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۲۲۳- پاسخ: گزینه ی ۲

نقطه ی A نشان می دهد که محلول دارای ۶۰g حل شونده در ۱۰۰g آب است.

بررسی چهار گزینه:

(۱) انحلال پذیری KCl در دمای 20°C برابر ۳۲g در ۱۰۰g آب است. بنابراین اگر محلول KCl از 70°C تا 20°C سرد شود، $60 - 32 = 28 \text{ g}$ رسوب تشکیل می شود.(۲) انحلال پذیری NaNO_3 در دمای 20°C برابر ۸۸g در ۱۰۰g آب است که از ۶۰g مربوط به نقطه ی A بیشتر است. بنابراین اگر محلول NaNO_3 از دمای 70°C تا 20°C سرد شود، رسوبی تشکیل نمی شود و همچنان محلول NaNO_3 سیر نشده باقی می ماند.(۳) انحلال پذیری $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ در دمای 20°C برابر ۱۲g در ۱۰۰g گرم آب است، بنابراین اگر محلول $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ از 70°C تا 20°C سرد شود، $60 - 12 = 48 \text{ g}$ رسوب تشکیل می شود.(۴) انحلال پذیری $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ در دمای 20°C برابر ۵۵g در ۱۰۰g گرم آب است، بنابراین اگر محلول $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ از 70°C تا 20°C سرد شود، $60 - 55 = 5 \text{ g}$ رسوب تشکیل می شود.

۲۲۴- پاسخ: گزینه ی ۲

برای تعیین سرعت متوسط واکنش در فاصله ی زمانی t_2 تا t_3 به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\Delta[A] = \frac{\Delta n_A}{V} = \frac{(9 - 12) \times 0.05 \text{ mol}}{4 \text{ L}} = \frac{-0.15 \text{ mol}}{4 \text{ L}}$$

$$\Delta t = 20 \text{ min}$$

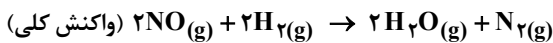
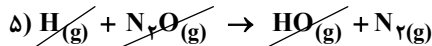
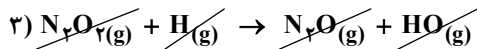
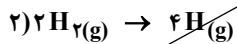
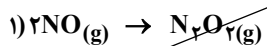
$$\bar{R}_A(t_2 - t_3) = \frac{-\Delta[A]}{\Delta t} = \frac{-(-0.15 \text{ mol})}{4 \text{ L} \cdot 20 \text{ min}} = 1 / 800 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

نسبت سرعت متوسط واکنش از t_2 تا t_3 به سرعت متوسط آن از t_3 تا t_4 با توجه به برابری بازه ی زمانی آن ها (۲۰ دقیقه) با نسبت تغییر تعداد گوی های آن ها تعیین می شود.

$$\frac{\bar{R}_A(t_2 - t_3)}{\bar{R}_A(t_3 - t_4)} = \frac{\text{تغییر تعداد گوی های A در بازه ی زمانی } t_2 \text{ تا } t_3}{\text{تغییر تعداد گوی های A در بازه ی زمانی } t_3 \text{ تا } t_4} = \frac{9 - 12}{7 - 9} = 1 / 5$$

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۴

برای به دست آوردن معادله کلی واکنش، گونه‌های یکسان در دو سوی واکنش‌ها را حذف می‌کنیم:



۲۲۶- پاسخ: گزینه ۳

در واکنش هیدروژن‌دار کردن کاتالیزشدهی آلکن‌ها، هر چه اندازه‌ی ذرات کاتالیزگر کوچک‌تر باشد، سطح تماس افزایش یافته و سرعت واکنش بیشتر می‌شود.

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه در هر ساعت غلظت ماده‌ی اولیه نصف می‌شود، برای تجزیه‌ی ۹۳/۷۵٪ از آن باید ۴ مرتبه غلظت را نصف کرد
($93/75 = 25/6 + 12/5 + 25/10 + 50/10$)، پس زمان لازم برای این فرآیند ۴ ساعت می‌باشد.

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا خارج قسمت واکنش را تعریف می‌کنیم:

$$Q = \frac{[\text{NO}]^2}{[\text{N}_2][\text{O}_2]} = \frac{(\frac{0.25}{0.25})^2}{(\frac{0.5}{0.25})(\frac{0.5}{0.25})} = \frac{1}{4} \xrightarrow{K=4 \times 10^{-4}} K < Q$$

با توجه به اینکه $K < Q$ می‌باشد، پس تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود. در نتیجه‌ی تغییر غلظت فرآورده منفی و تغییر غلظت واکنش‌دهنده‌ها مثبت است.

ماده	$\text{N}_2\text{(g)} + \text{O}_2\text{(g)} \rightleftharpoons 2\text{NO(g)}$		
غلظت اولیه	۲	۲	۱
تغییر غلظت	+x	+x	-2x
غلظت تعادلی	۲+x	۲+x	۱-2x

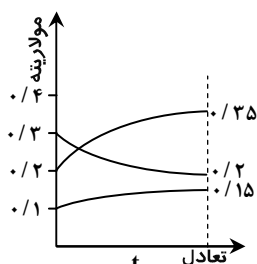
$$K = \frac{[\text{NO}]^2}{[\text{N}_2][\text{O}_2]} \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = \frac{(1-2x)^2}{(2+x)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} 2 \times 10^{-2} = \frac{1-2x}{2+x} \Rightarrow x = 0.475$$

$$[\text{NO}]_{\text{تعادلی}} = 1-2x = 1-2(0.475) = 0.05 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۲

خارج قسمت واکنش به صورت زیر تعیین می‌شود. چون حجم ظرف یک لیتر است، تعداد مول گونه‌ها با غلظت‌های مولی آن‌ها برابر است.

$$Q = \frac{[\text{C}]^2}{[\text{A}][\text{B}]^2} = \frac{(0.3)^2}{(0.1)(0.2)^2} = 112.5 \text{ mol}^{-2} \cdot \text{L}^2 \Rightarrow K < Q$$

چون $K < Q$ می‌باشد، تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود، یعنی فرآورده مصرف و واکنش‌دهنده‌ها تولید می‌شوند. از این رو نمودار تغییر غلظت فرآورده (C) و نمودار تغییر غلظت واکنش‌دهنده‌ها (A و B) صعودی است. پس باید شاهد یک نمودار نزولی و دو نمودار صعودی باشیم. (رد گزینه‌های ۳ و ۴). ضمناً تغییر غلظت گونه‌ها باید متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها باشد که این موضوع در نمودار گزینه ۲) کاملاً رعایت شده است. با تقسیم تغییر غلظت گونه‌ها به کوچک‌ترین آن‌ها، ساده‌ترین نسبت میان آن‌ها که همان ضرایب استوکیومتری واکنش است، به دست می‌آید.

$$\text{ماده‌ی C} \Rightarrow \frac{0.1}{0.05} = 2 \Rightarrow \text{ضریب استوکیومتری} = 2 \Rightarrow \text{تغییر غلظت} = 0.2 - 0.3 = -0.1 \text{ M}$$

$$\text{ماده‌ی A} \Rightarrow \frac{0.05}{0.05} = 1 \Rightarrow \text{ضریب استوکیومتری} = 1 \Rightarrow \text{تغییر غلظت} = 0.15 - 0.1 = +0.05 \text{ M}$$

$$\text{ماده‌ی B} \Rightarrow \frac{0.15}{0.05} = 3 \Rightarrow \text{ضریب استوکیومتری} = 3 \Rightarrow \text{تغییر غلظت} = 0.35 - 0.2 = +0.15 \text{ M}$$

۲۳۰- پاسخ: گزینه ی ۱

آبکافت استرها، یک واکنش برگشت پذیر و بسیار آهسته است. استرها بر اثر آبکافت به کربوکسیلیک اسید و الکل سازنده ی خود تبدیل می شوند.

(آبکافت استر) الکل + کربوکسیلیک اسید \rightleftharpoons آب + استر

۲۳۱- پاسخ: گزینه ی ۴

$$pH_1 = -\log(C_M \cdot n \cdot \alpha) = -\log(0.01 \times 1 \times 1) = 2$$

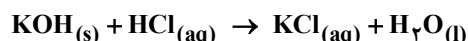
$$pH_2 = 2pH_1 = 2 \times 2 = 4$$

غلظت محلول HCl پس از افزودن KOH به صورت زیر محاسبه می شود:

$$C_M \cdot n \cdot \alpha = 10^{-pH} = 10^{-4} = 0.0001 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$HCl \text{ غلظت} = 0.01 - 0.0001 = 0.0099 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

اکنون جرم KOH مورد نیاز برای خنثی کردن دو لیتر محلول ۰/۰۰۹۹ مولار HCl را به دست می آوریم:



$$x \text{ g} \quad 0.0099 \text{ M} \times 2 \text{ L}$$

$$1 \times 56 \quad 1 \quad \Rightarrow x = 1/10.8 \text{ g} = 1/11 \text{ g KOH}(s)$$

۲۳۲- پاسخ: گزینه ی ۱

$$pH = 11 \Rightarrow pOH = 3 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[OH^-] = C_M \cdot n \cdot \alpha \rightarrow 10^{-3} = C_M \times 1 \times 0.02 \Rightarrow C_M = 0.05 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$C_M = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow 0.05 = \frac{\text{مول حل شونده}}{0.25 \text{ L}} \Rightarrow \text{مول حل شونده} = 0.0125 \text{ mol BOH}(s)$$

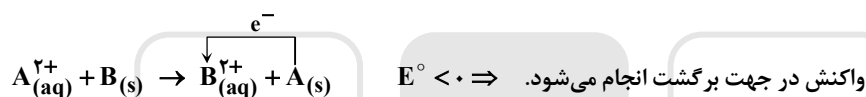
$$\text{جرم حل شونده} = 0.0125 \text{ mol BOH} \times \frac{80 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 1 \text{ g BOH}(s)$$

۲۳۳- پاسخ: گزینه ی ۳

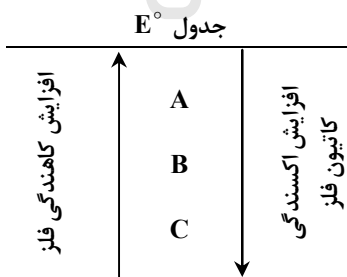
سدیم مذاب به دست آمده را نباید درون آب سرد جمع آوری کرد. در شیمی سال دوم خواندیم که واکنش پذیری فلزهای قلیایی نظیر سدیم با آب بسیار زیاد است و سدیم سریع با آب وارد واکنش شده و از بین می رود:



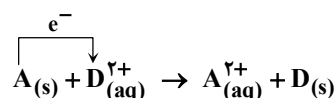
۲۳۴- پاسخ: گزینه ی ۳



با توجه به جهت انجام دو واکنش فوق، ترتیب قرار گرفتن A، B و D در جدول E° به صورت زیر است:
بررسی چهار گزینه:

(۱) کاهندگی: $A > B > D$ (۲) اکسندگی: $D^{2+} > B^{2+} > A^{2+}$

(۳) قدرت الکترون دهی A از D بیشتر است. بنابراین واکنش زیر در شرایط استاندارد به طور خودبه خودی در جهت رفت انجام می شود.



(۴) اگر E° الکتروود D برابر ۰/۳۳+ باشد، نمی توان نتیجه گرفت که فلز A همواره با محلول HCl واکنش می دهد. واکنش پذیری فلز A با محلول HCl بستگی به این دارد که E° فلز A مثبت یا منفی باشد.

۲۳۵- پاسخ: گزینه ی ۱

اگر الکتروود جیوه به الکتروود آهن تغییر یابد، E° سلول به اندازه ی ۱/۲۹ ولت کاهش می یابد.

$$\left. \begin{aligned} E^\circ(Zn-Hg) &= +0.85 - (-0.76) = 1.61 \text{ ولت} \\ E^\circ(Zn-Fe) &= -0.44 - (-0.76) = 0.32 \text{ ولت} \end{aligned} \right\} \text{تفاوت} = 0.32 - 1.61 = -1.29 \text{ ولت}$$