

به نام خدا

# KONKUR.IN



**Forum.konkur.in**

**Club.konkur.in**

**Shop.konkur.in**



# پاسخ تشریحی

آزمون سراسری

خارج از کشور سال ۹۳

● گروه آزمایشی علوم ریاضی

## زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینه ی ۳

معنی درست واژه ها:

ژبان: خشمگین، درنده / اثنا: میان، بین (ثانی: دومین) / شقاوت: سخت دلی، بدبختی

۲- پاسخ: گزینه ی ۱

معنی درست واژه:

مُطاع: کسی که دیگری فرمان او را می برد، اطاعت شده (مُطیع: فرمانبر)

۳- پاسخ: گزینه ی ۳

معنی درست واژه ها:

گرزه: مار بزرگ، نوعی مار بدزهر و کشنده، کفچه مار

سپردن: پای مال کردن و زیر پا گذاشتن (سُپردن: واگذار نمودن)

لجّه: میانه ی آب دریا، عمیق ترین جای دریا

۴- پاسخ: گزینه ی ۲

املا ی درست واژه:

امارت: فرمانروایی، امیر بودن (عمارت: بنا و ساختمان)

۵- پاسخ: گزینه ی ۲

املا ی درست واژه ها:

قوی رأی: آن که رأی و اندیشه ی درست و نیرومند دارد. (غوی: گمراه)

گذاردن: رها کردن، ترک کردن، اجازه دادن (گزاردن: به جا آوردن، ادا کردن)

۶- پاسخ: گزینه ی ۴

سووشون: سیمین دانشور (آثار دیگر: آتش خاموش، جزیره ی سرگردانی)

کلبه ی عمو تم: هریت بیچراستو

بینوایان: ویکتور هوگو (آثار دیگر: مردی که می خندد، گوژپشت نتردام، کلیسای نتردام پاریس، تاریخ یک جنایت، کارگران دریا)

دون کیشوت: سروانتس

۷- پاسخ: گزینه ی ۱

شبلی در آتش، از نخلستان تا خیابان: علیرضا قزوه

نقد ادبی، سیر نی: عبدالحسین زرّین کوب (آثار دیگر: با کاروان خُله، بحر در کوزه، بامداد اسلام، جست و جو در تصوّف، از چیزهای دیگر، نه شرقی،

نه غربی، انسانی، پله پله تا ملاقات خدا)

اشراق، فجر اسلام: میثاق امیر فجر (آثار دیگر: دو قدم تا قاف، انسان میوه ی نخل)

نقدالنصوص، لوابح و لوامع: عبدالرحمان جامی (آثار دیگر: سلسله الذهب، سلامان و ابسال، تحفة الاحرار، سبحة الابرار، یوسف و زلیخا، لیلی و

مجنون، خردنامه ی اسکندری، نفحات الانس)

دقّت نکنیم! «لوابح» و «لوامع» نام دو کتاب جداگانه، نوشته ی عبدالرحمان جامی است و طراح سؤال، آن دو را یک کتاب تصوّر کرده اند! احتمالاً!

در نظر طراح محترم دو کتاب «لوابح» و «لوامع»، داستان عاشقانه ای مثل «یوسف و زلیخا»، «لیلی و مجنون» یا «ویس و رامین» است!

گنجشک و جبرئیل، هم صدا با حلق اسماعیل: سیدحسن حسینی

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۲: دو قدم تا قاف: میثاق امیر فجر

گزینه ی ۳: شلغم میوه ی بهشته: علی محمد افغانی / از چیزهای دیگر: عبدالحسین زرّین کوب

گزینه ی ۴: انسان میوه ی نخل: میثاق امیر فجر

۸- پاسخ: گزینه ی ۴

سیر بی سلوک: مجموعه مقاله ای به قلم بهاءالدّین خرمشاهی

دقّت نکنیم! این سؤال دارای چند اشکال اساسی است. از سویی در کتاب درسی هیچ اشاره ای به مضمون و موضوع کتاب «سیر بی سلوک» نشده

و تنها دو بند از آن که مربوط به مقدمه ی کتاب است، در درس «طنزنویسی» آمده و دانش آموز تنها با «دنانستن مطلب»، این گزینه را رد می کند،

نه با «دانستن» آن! اما محتویات سیر بی سلوک:

این کتاب، مجموعه مقالات بهاءالدّین خرمشاهی است در زمینه های عرفان، دین، فلسفه، زبان و نقد شعر. نویسنده در مقدمه ی کتاب، تحت

عنوان زندگی نامه ی خودنوشت، شرح و چگونگی تحریر هر یک از مقالات را به صورت مفصّل آورده است.

بنابراین «عرفان» هم از موضوعات مطرح در این کتاب است و این یعنی گزینه ی ۴ هم نادرست نیست!

۹- پاسخ: گزینه ی ۱

در گزینه ی ۱: داغ جگرسوز ← استعاره از عشق  
 دل کوه ← اضافی استعاره ← تشخیص  
 سنگ به آواز آید ← تشخیص و اغراق  
 در گزینه ی ۲: لباس مرگ ← اضافی استعاره  
 عالم ← مجاز  
 قبا ← استعاره

در گزینه ی ۳: حسن تعلیل و موازنه وجود دارد.  
 تلاطم دریا را از شور عشق به خدا می داند که حسن تعلیل دارد.  
 در گزینه ی ۴: باد و داد ← جناس  
 خون ریختن ← کنایه از کشتن  
 خون ریختن داد آیدش ← پارادوکس

۱۰- پاسخ: گزینه ی ۲

سجاده بر آب انداختن کنایه از دارای کرامات بودن  
 بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: سبک سر بودن کنایه از فرومایگی / سر به باد دادن کنایه از نابود کردن  
 گزینه ی ۳: سپیددست بودن کنایه از جوان مردی / سیه کاسه بودن کنایه از بخیل بودن / ترشی کردن کنایه از بداخلاقی  
 گزینه ی ۴: تنگ چشم بودن کنایه از بخل / گوشه ی چشم داشتن کنایه از توجه داشتن / روشن شدن چشم کنایه از شاد شدن

۱۱- پاسخ: گزینه ی ۳

در این بیت شاعر به «گل» و «شبنم» شخصیت انسانی بخشیده است. یعنی دو مورد تشخیص در این بیت دیده می شود و می دانیم که هر تشخیصی استعاره (از نوع مکنیه) است و در این بیت تلمیحی وجود ندارد.  
 بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: واژه ی «طور»: تلمیح (محل تجلی خداوند به حضرت موسی کوه طور بوده است)  
 گزینه ی ۲: «فریب خال کندمگون»: تلمیح به خوردن حضرت آدم از گندم  
 گزینه ی ۴: در این گزینه مصراع دوم، تمثیلی برای مصراع نخست است (اسلوب معادله)

۱۲- پاسخ: گزینه ی ۴

در مصراع اول، تبعیت صفت (بلند آوازیان) از موصوف در عدد را می توان از نظر ویرایش زبانی نادرست دانست.

۱۳- پاسخ: گزینه ی ۳

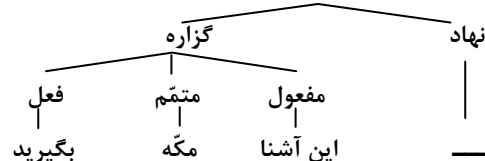
نمودار اجزای اصلی جمله ها:

جمله ی دوم: این کوه یک آشنای صمیمی [دارد]



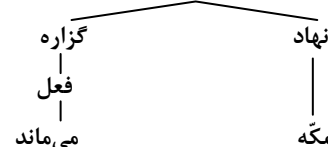
جمله ی سوم: این آشنا را از مکه بگیرید.

چهار جزئی با مفعول و متمم



جمله ی پنجم: مکه می ماند با حرارت آتشین

دو جزئی



۱۴- پاسخ: گزینه‌ی ۱

مران چه کسی را؟ عاشقان را پس «را» نشانه‌ی مفعول و عاشقان مفعول است.  
در گزینه‌ی ۲: شمع بکشت چه چیزی را؟ «جانم را» در این بیت نهاد مقدم شده است.  
در گزینه‌ی ۳: برای عقل با عشق زور پنجه وجود ندارد. پس «را» حرف اضافه است.  
در گزینه‌ی ۴: برای بندگان پس «را» حرف اضافه است. بنابراین پاسخ گزینه‌ی ۱ است.

۱۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

تکواژها: شهرت/ی/ که/ شیخ/ در/ زمان/ ـ/ خود/ داشت/ Ø/ بیش/ تر/ به/ واسطه/ ای/ ـ/ اندیش/ ه/ ها/ ای/ ـ/ بلند/ و/ بی/ پروا/ ای/ ی/  
بود/ Ø/ که/ در/ حقایق/ ـ/ عرفان/ تجلی/ یافت/ ه/ بود/ Ø/ (۳۶ تکواژ)

۱۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳

معنی افعال «گذشتن، گشتن، داشتن، انداختن و آمدن» با افزودن پیشوند تغییر می‌کند:  
گذشتن (عبور کردن) - درگذشتن (مردن)  
گشتن (شدن)، - برگشتن (بازآمدن)  
داشتن (مالک بودن) - برداشتن (گرفتن و بالا آوردن)  
نداختن (افکندن) - برانداختن (سرنگون کردن)  
آمدن (فعل حرکتی، متضاد رفتن) - برآمدن (طلوع کردن)

۱۷- پاسخ: گزینه‌ی ۴

اگر فردا (روز قیامت) گویند چه آوردی؟ گویم: خداوندا، از زندان (دنیا)، موی بالیده (موی بلند و پریشان) و جامه‌ی شوخن و عالمی اندوه و خجلت توان آورد. مرا بشوی (مرا ببخش) و خلعت فرست و مپرس!

۱۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی ۱: صاحبان بینش و بصیرت، رنجور و ستم‌دیده‌اند.  
مفهوم سایر گزینه‌ها:  
گزینه‌ی ۲: فراوانی دل‌دادگان معشوق  
گزینه‌ی ۳: ناکامی در عین شایستگی/ طلب توجه  
گزینه‌ی ۴: علّام‌الغیوبی (غیب‌دانی) خداوند

۱۹- پاسخ: گزینه‌ی ۱

مفهوم گزینه‌ی ۱: متوسّل شدن به نیرنگ هنگام ناتوانی و در آستانه‌ی نابودی  
مفهوم مشترک عبارت سؤال و سایر گزینه‌ها: ترجیح کردار بر گفتار

۲۰- پاسخ: گزینه‌ی ۴

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی ۴: عافیت و آسایش در قناعت است و قدرتمندان گرفتار ظواهر مادی‌اند/ تقابل آسایش و ارستگان و ناآرامی اهل دنیا و قدرتمندان  
مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: قناعت و وارستگی/ بی‌تعلّی درویشان  
گزینه‌ی ۲: بلندمرتبه‌ی معشوق و ناامیدی عاشق از وصال  
گزینه‌ی ۳: نیازمندی صاحبان قدرت، در عین قدرتمندی  
گزینه‌ی ۳ نیز خالی از مفهوم عبارت سؤال نیست.

۲۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲

مفهوم گزینه‌ی ۲: لزوم غنیمت شمردن عمر  
مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: طلب دست‌گیری از معشوق

۲۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی ۳: بی‌خبری عاشقانه  
مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: گله از جور معشوق  
گزینه‌ی ۲: میل به از خود بی‌خودی  
گزینه‌ی ۴: حال عاشق را تنها عاشق می‌فهمد.

۲۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

مفهوم گزینه‌ی ۱: توجه به تفاوت ظرفیت وجودی افراد  
مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: آسیب‌ها و مضرات زبان

۲۴- پاسخ: گزینه‌ی ۴

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی ۴: رهایی از زندان جسم و مادیات و بازگشت عارف به عالم معنا  
مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: گله از تنهایی

گزینه‌ی ۲: گله از دشمنی روزگار

گزینه‌ی ۳: بی‌کرانگی عشق / رهایی از عشق ناممکن است.

۲۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

مفهوم گزینه‌ی ۲: نکوهش غرور / ناپایداری وجود انسان

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: یکسان بودن ارزش پدیده‌ها در نظر عارفان / وحدت وجود

### زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه‌ی ۲

کلمات کلیدی: «لا تحمّل» / «سیخجل»

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها:

«لا تحمّل»: تحمیل نکن؛ فعل نهی است. [رد سایر گزینه‌ها]

«سیخجل»: خجالت خواهد کشید؛ فعل مضارع مستقبل (آینده) است. [رد سایر گزینه‌ها]

۲۷- پاسخ: گزینه‌ی ۲

کلمات کلیدی: «إن كنت دؤوباً ... هوئت ...» / أعمالك العبادية

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها:

«إن كنت دؤوباً ... هوئت ...»: اگر با استقامت باشی ... آسان می‌کنی ...

اولاً: «إن» حرف شرط و به معنای «اگر» است، ثانیاً: «هوئت» جواب شرط است و به صورت مضارع اخباری (ساده) ترجمه می‌شود. [رد سایر گزینه‌ها]

«أعمالك العبادية»: اعمال (کارهای) عبادی خود؛ اولاً ضمیر «ک» باید در ترجمه ذکر شود، ثانیاً «العبادية» همراه «ي» است پس به صورت «عبادی» ترجمه می‌شود. [رد گزینه‌های ۳ و ۴]

۲۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱

کلمات کلیدی: «شاعراً حاذقاً» / «يتمتع» / «أشعاره» / «يطلبون» / «أن يُنشد»

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها:

«كان شاعراً حاذقاً»: شاعر ماهری (یک شاعر ماهر) بود؛ نکره است و همراه (ی) نکره می‌آید. [رد گزینه‌ی ۴] و نیز «كان» به معنای «بود» است. [رد گزینه‌های ۲ و ۴]

«يتمتع»: بهره می‌بردند؛ جمله وصفیه است و چون قبل از آن فعل ماضی (كان) آمده است، به صورت ماضی استمراری ترجمه می‌شود (فاعل آن «الناس» جمع است به همین خاطر فعل به صورت جمع ترجمه شده است). [رد سایر گزینه‌ها]

۲۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳

کلمات کلیدی: «ما استطاعوا» / «أن يخلقوا» / «آثارهم العلمية و الفنية»

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها:

«ما استطاعوا»: نتوانستند؛ فعل ماضی منفی است. البته چون در این جمله از اسلوب استثنا استفاده شده می‌توان این فعل را به صورت مثبت و تأکیدی ترجمه کرد. [رد سایر گزینه‌ها]

«أن يخلقوا»: که خلق کنند؛ فعل مضارع منصوب به صورت مضارع التزامی ترجمه می‌شود. [رد گزینه‌ی ۱]

۳۰- پاسخ: گزینه‌ی ۴

«قومي»: فعل امر از مضارع معتل و اجوف و به معنای «بپرداز» است.

«ينتفع» فعل لازم است و نیز «الآخرون» فاعل است و نمی‌تواند به صورت مفعول ترجمه شود.

ترجمه‌ی درست: به کارهای نیکی بپرداز که دیگران از آن بهره ببرند.

۳۱- پاسخ: گزینه ی ۳

ترجمه ی عبارت: «هر کس ذره ای نیکی انجام دهد، آن را می بیند!»

این عبارت و گزینه ی ۳ به این اشاره دارند که هر چه نیکی کنی روزی نتیجه ی خوب آن را خواهی دید.

۳۲- پاسخ: گزینه ی ۱

«اساس فکر»: «أساس التفكير» ترکیب اضافی است و هیچ ضمیری همراه خود ندارد. [ردّ گزینه های ۲ و ۳]

«در دل»: «في القلب» بدون ضمیر است. [ردّ گزینه های ۲ و ۴]

۳۳- پاسخ: گزینه ی ۴

«شده ام» ماضی نقلی است و در تعریب آن از ترکیب (قد + فعل ماضی) استفاده می کنیم، پس به صورت «قد أصبحت» تعریب می شود.

[ردّ سایر گزینه ها] «می دانم» مضارع است و در تعریب آن از فعل مضارع استفاده می کنیم. [ردّ گزینه های ۲ و ۳] «دوستانم» ترکیبی

اضافی است، «دوستان» به ضمیر اضافه شده است و می دانید که در تعریب آن هرگز «ال» به مضاف نمی چسبد. [ردّ گزینه ی ۳]

■ ترجمه ی متن:

«این همان عادت ماست به این که از دوستان تشکر کنیم و از کسی که همراه ما نیست و با ما مخالفت می کند، فرار کنیم! ولی آیا بهتر

نیست که دیدگاه مان را در این زمینه تغییر دهیم؟! هنگامی که چشم دوست از دیدن عیب های دوستش کور باشد، و آن ها را نبیند و

چشم منتقد حریص به دنبال کردن خطاهایش باشد تا آن ها را آشکار کند، آیا عاقلانه نیست که از او تشکر کنیم؟

پس از عواقب این موضوع این است که انسان کوشا باشد که به بدی ها نزدیک نشود به خاطر ترسیدن از این که مخالف آن ها را ببیند و

به دنبال آن ها بگردد! بله، پس به خاطر این گفته شده است: همانا چشم دشمن بیدار و حساس به هر چیزی کوچک و بزرگ از ما است!

پس بر این اساس، این مراقبت و نظارت کردن به ما سود می رساند به شرط این که از آن برای درست کردن خطاهایمان بهره بگیریم!

پس به همین خاطر آیا فکر نمی کنید که واجب است تشکر کردنمان از کسی که ما را دوست ندارد نسبت به تشکرمان از کسی که ما

را تصدیق می کند، کم نشود؟! را

معنای کلمات این متن:

(۱) نهرب: فرار می کنیم	(۲) المجال: زمینه	(۳) عمياء: کور، نابینا	(۴) مولعة: با ولع، حریص
(۵) خطايا: خطاها	(۶) خشية: ترس	(۷) المعارض: مخالف	(۸) يقظة: بیدار
(۹) الإشراف: نظارت کردن	(۱۰) لم ننو: قصد نکردیم	(۱۱) صلح: درست کرد	(۱۲) استيلاء: غلبه

۳۴- پاسخ: گزینه ی ۲

«چه زمانی لازم است که ما به وجود مخالف خوش آمد بگوییم و او را گرامی بداریم؟!»

ترجمه ی گزینه ها:

گزینه ی ۱: هنگامی که خواستیم انرژی و تحمل مان را در برابر این گفتارها بگسترانیم!

گزینه ی ۲: هنگامی که می خواهیم که آنچه را که مخالف از بدی ها می گوید، درست کنیم!

گزینه ی ۳: در زمانی که وجود خطاها را احساس کردیم و آن ها را شناختیم ولی قصد پاک کردنشان را نکردیم!

گزینه ی ۴: هرگاه فساد زیاد شود و خطا منتشر شود و احساس نزدیک شدن غلبه ی دشمن بر خودمان کنیم!

نکته: وجود مخالف باعث می شود که در کارهایمان دقت بیشتری کنیم و قبل از این که منتقد به کارهای بدمان اشاره کند ما آن ها را

رفع کنیم.

۳۵- پاسخ: گزینه ی ۱

«چرا برای ما نیکو است که از دشمن تشکر کنیم?!»

ترجمه ی گزینه ها:

گزینه ی ۱: زیرا او چیزهای مخفی ما را نشان می دهد!

گزینه ی ۲: برای این که فکرش را تغییر دهیم و کارهایش را درست کنیم!

گزینه ی ۳: به خاطر این که ما او را با کارش می شناسیم!

گزینه ی ۴: تا این که نیکی هایمان را افزایش دهیم و پروردگاران را راضی کنیم!

نکته: در متن آمده است «دشمن به دنبال بدی های ما می گردد این کار او باعث می شود که ما چیزهایی را که از چشم مان دور مانده

ببینیم!»

۳۶- پاسخ: گزینه ی ۴

ترجمه ی گزینه ها:

گزینه ی ۱: ایجاد مخالف از وظایف ماست، پس اگر نباشد راه درست کردن پاک می شود!

گزینه ی ۲: هر مخالفی، کوچک یا بزرگ، عزّت ما و بالا رفتن شأن و منزلت مان را می خواهد!

گزینه ی ۳: هیچ دشمنی در جهان نیست، پس همگی ما را دوست دارند و به ما راست می گویند!

گزینه ی ۴: جامعه ها نیاز به صداهای مخالف دارند!

نکته: مخالف در جامعه باعث می شود که توجه به کارهایمان و مراقبت و نظارت بر آنها بیشتر شود!

۳۷- پاسخ: گزینه ی ۴

«آنچه که با مفهوم متن سازگار نیست را معین کن!»

ترجمه ی گزینه ها:

گزینه ی ۱: چه بسا ستایش زیان بارتر از نکوهش است!

گزینه ی ۲: چشم رضایت از هر عیبی پوشیده است!

گزینه ی ۳: دوست کسی است که عیب های من را به من هدیه کند!

گزینه ی ۴: تشکر برای کسی است که عیب ما را می بیند و کینه برای کسی است که ما را باور می کند!

نکته: در خط آخر متن آمده است که نباید تشکرمان از مخالف نسبت به کسی که ما را تأیید می کند، کم تر باشد. پس باید از هر دو

متشکر باشیم نه این که نسبت به تصدیق کننده بغض داشته باشیم!

۳۸- پاسخ: گزینه ی ۳

حرکت گذاری کامل عبارت:

«مِنْ تَبَعَاتٍ (مجرور به حرف جر) هَذِهِ الْمَسْأَلَةُ هُوَ أَنْ يَكُونَ الْإِنْسَانُ (اسم «کان» و مرفوع) سَاعِيًّا (خبر «کان») لِأَنْ لَا يَقْتَرِبَ إِلَى السَّيِّئَاتِ (مجرور به حرف جر)»

اشتباهات سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «تبعات» ← «تبعات» (مضاف تنوین نمی گیرد.)

گزینه ی ۲: «لأنّ» ← «لأنّ» (حرف ناصبه است چون بر سر فعل آمده است.)

گزینه ی ۴: «الإنسان» ← «الإنسان» (اسم «کان» و مرفوع) / «يقترب» ← «يقترب» (فعل مضارع منصوب و باب افتعال بر وزن «يَفْتَعِلُ»

می آید.)

۳۹- پاسخ: گزینه ی ۱

حرکت گذاری کامل عبارت:

«هَذِهِ الْمَرَاqِبَةُ وَالْإِشْرَافُ تَفِيدُنَا بِشَرْطٍ (جار و مجرور) أَنْ نَسْتَفِيدَ مِنْهَا لِإِصْلَاحٍ (جار و مجرور) خَطَابَانَا وَ يَجِبُ أَنْ لَا يَقْلَّ شُكْرُنَا... (فاعل و مرفوع)»

اشتباهات سایر گزینه ها:

گزینه ی ۲: «إصلاح» ← «إصلاح» (مضاف تنوین نمی گیرد.)

گزینه ی ۳: «شرط» ← «شرط» (مجرور به حرف جر)

گزینه ی ۴: «شُكْرُنَا» ← «شُكْرُنَا» (فاعل و مرفوع است.)

۴۰- پاسخ: گزینه ی ۳

اشتباهات سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: مزید ثلاثی من باب تفعّل ← مزید ثلاثی من باب تفعیل / صحیح ← معتل (أجوف)

گزینه ی ۲: صحیح ← معتل و أجوف / مبني ← معرب

گزینه ی ۴: مبني للمجهول ← مبني للمعلوم

۴۱- پاسخ: گزینه ی ۳

اشتباهات سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: مبني للمجهول ← مبني للمعلوم / نائب فاعله ضمير الواو البارز ← فاعله ضمير الواو البارز

گزینه ی ۲: للغائبين ← للمخاطبين

گزینه ی ۴: مزید ثلاثی من باب تفعّل ← مزید ثلاثی من باب تفعیل



۴۲- پاسخ: گزینه ی ۱

اشتباهات سایر گزینه‌ها:

گزینه ی ۲: جامد ← مشتق

گزینه ی ۳: ممنوع من الصرف ← منصرف

گزینه ی ۴: مشتق و اسم فاعل (مصدره: إعراض) ← مشتق و اسم فاعل (مصدره: مُعارضة)

۴۳- پاسخ: گزینه ی ۴

در این عبارت «ساع» صفت و تقدیراً مرفوع است و نیز «الآخرین» مفعول به و منصوب با اعراب فرعی «یاء» است.

ترجمه: در کلاس ما دانش آموز کوشایی است که دیگران را به تلاش دعوت می کند!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ی ۱: «التي»: صفت و مجرور محلاً / «المسلمون»: فاعل و مرفوع با اعراب فرعی «واو»

ترجمه: باید به علمی که مسلمانان در آن‌ها شکوفا شدند، نگاه کنیم!

گزینه ی ۲: «الطالبان»: فاعل و مرفوع با اعراب فرعی «الف»

ترجمه: دو دانش آموز به کتابخانه‌ی نزدیک منزل‌شان برای مطالعه رفتند!

گزینه ۳: «والدي»: مضاف الیه و مجرور با اعراب فرعی «یاء»

ترجمه: بیشترین اوقات برای انسان از نظر سودمند بودن حضورش نزد والدینش است!

۴۴- پاسخ: گزینه ی ۴

«خالات» جمع مؤنث سالم و مفعول به و منصوب است.

ترجمه: زمانی که غذا آماده بود، خاله‌هایم را برای خوردن شام صدا زدم!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ی ۱: «التلميذات»: فاعل و مرفوع / «الناجحات»: صفت و مرفوع

ترجمه: دانش آموزان موفق با تلاش‌شان مرا خوشحال می کنند!

گزینه ی ۲: «الطالبات»: فاعل و مرفوع / «الذکيات»: صفت و مرفوع

ترجمه: دانش آموزان باهوش قبل از این که شروع به جواب دادن کنند، باید فکر کنند!

گزینه ی ۳: «البنات» مبتدا و مرفوع / «المجذات»: صفت و مرفوع / «الأمهات»: فاعل و مرفوع / «الفاضلات»: صفت و مرفوع

ترجمه: دختران کوشا، مادران فاضل آن‌ها را تربیت می کنند.

۴۵- پاسخ: گزینه ی ۲

«عُدي» ← «عودي»

فعل امر در معتل اجوف است، پس حرف عله آن در صیغه «للمخاطبة» حذف نمی شود. در فعل امر معتل اجوف فقط در دو صیغه‌ی

«للمخاطب» و «للمخاطبات» حرف عله حذف می شود.

ترجمه: ای دختر عزیزم، قبل از ساعت پنج به خانه بازگرد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ی ۱: «تلون» فعل ماضی ناقص در صیغه «للفائبات» است.

ترجمه: دانش آموزان فاضل قرآن را با صدایی بلند خواندند!

گزینه ی ۳: «أن يَجودَ»: فعل مضارع منصوب و اجوف در صیغه «للفائبات» است.

ترجمه: از خدای متعال می خواهیم که با فضل گسترده اش بر ما بخشش کند!

گزینه ی ۴: «أن تصِفَ»: فعل مضارع منصوب و مثال است.

ترجمه: مریض از پزشک خواست که برای او داروی سودمندی تجویز کند!

۴۶- پاسخ: گزینه ی ۴

ترجمه ی عبارت: در این هفته خبرهای مهمی در مجلات علمی شنیده خواهد شد!  
این فعل درست نیست، زیرا در مجلات علمی خبرها خوانده می شود، نه این که شنیده شود.  
ترجمه ی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: امثال و حکم برای بیان آنچه در درون مردم است به کار برده می شود!  
گزینه ی ۲: این مکان ها برای درمان بیماران مستضعف تأسیس شده است!  
گزینه ی ۳: این دانش آموز انتخاب شد، زیرا او به نیروهایش اعتماد می کند!

۴۷- پاسخ: گزینه ی ۳

أليس تدبير لهذه المشكلة في رأيك

اسم «لیس» خبر «لیس» جارو مجرور مضاف الیه

ترجمه: آیا تدبیری برای این مشکل در نظرت نیست؟!

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «لیس»: فعل ناقصه / «للسحر»: خبر مقدم / «منزلة»: اسم مؤخر

ترجمه: امروز جادو جایگاهی بین مردم ندارد!

گزینه ی ۲: «كانت»: فعل ناقصه / «لكل»: خبر مقدم / «جائزة»: اسم مؤخر

ترجمه: هر دانش آموز کوشایی در درسش جایزه ی بارزشی داشت!

گزینه ی ۴: «تكون»: فعل ناقصه / «في جميع»: خبر مقدم / «حكمة»: اسم مؤخر

ترجمه: در همه ی کارهای پیامبران حکمتی است، برای راهنمایی ما!

۴۸- پاسخ: گزینه ی ۲

«يجدون» ← «يجدوا» (جواب شرط باید مجزوم بیاید).

ترجمه: اگر دانش آموزان به کتابخانه بروند، کتاب های بارزشی را آنجا می یابند!

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «دعا»: فعل شرط / «استجاب»: جواب شرط

ترجمه: هر کس خدا را ملتمسانه بخواند قطعاً خدا برای او دعاهايش را مستجاب می کند!

گزینه ی ۳: «تجالسا»: فعل شرط / «تتقربا»: جواب شرط

ترجمه: اگر با نیکوکاران و باتقویان همنشینی کنید، به خدای متعال نزدیک می شوید!

گزینه ی ۴: «يعف»: فعل شرط / «يعف»: جواب شرط

ترجمه: هر کس از بدی های مردم بگذرد، خدا نیز از او می گذرد!

۴۹- پاسخ: گزینه ی ۱

«الكریم» برای «رب» صفت مفرد است.

ترجمه: همانا من به پروردگار بخشنده ام ایمان آوردم!

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۲: «أحيا» جمله وصفیه

ترجمه: خدا از آسمان، آبی را فرو فرستاد که به وسیله ی آن هر چیزی را زنده کرد!

گزینه ی ۳: «أعطاها»: جمله وصفیه

ترجمه: شکر بر نعمت هایی که خدا آن ها را به ما داده است!

گزینه ی ۴: «تفیدهم»: جمله وصفیه

ترجمه: مسلمانان به اقصی نقاط زمین برای به دست آوردن علومی سفر کردند که به آن ها سود می رسانند!

۵۰- پاسخ: گزینه ی ۲

«مقتاً»: تمییز است که از فعل «تکثر» رفع ابهام می کند.

ترجمه: همانا تو نزد خدا از نظر مبعوض بودن افزایش می یابی، هنگامی که با دیگران با اخلاق بد روبه رو می شوی!

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: «شایاً»: تمییز است که از اسم «قدحاً» رفع ابهام می کند.

ترجمه: می خواهم که یک فنجان جای برای رفع خستگی ام به من بدهی!

گزینه ی ۳: «بغضاً»: تمییز است که از اسم «ذرة» رفع ابهام می کند.

ترجمه: ای دوستم در تو ذره ای کینه نسبت به خود نمی بینم!

گزینه ی ۴: «درجات»: تمییز است که از اسم «عشر» رفع ابهام می کند.

ترجمه: ایمان ده درجه دارد و گویا آن نردبانی است، پس به وسیله ی آن خودت را بالا ببر!

## دین و زندگی

۵۱- پاسخ: گزینه ی ۳

مفهوم بیت «ضرورت خردمندی و تفکر در آیات و نشانه های خلقت به منظور شناخت جایگاه خود در جهان» است. به عبارت دیگر این بیت بر دو مفهوم با هم تأکید می کند:

(۲) تفکر و خردمندی در آیات.

(۱) آیات و نشانه های خداوند

آیه ای که حاوی هر دو مفهوم است، آیه ی شریفه ی: ﴿أَن فِي خَلْقِ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ وَ اخْتِلَافِ اللَّيْلِ وَالنَّهَارِ لَآيَاتٍ لِّأُولِي الْأَلْبَابِ﴾ است. زیرا هم به آفرینش آسمان ها و زمین و آمد و شد شب و روز به عنوان نشانه ای بر حکمت خالق جهان اشاره دارد و هم به نشانه بودن این ها برای خردمندان.

نکته: آیه ی شریفه ی ﴿خَلَقَ اللَّهُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضَ بِالْحَقِّ إِنَّ فِي ذَلِكَ لَآيَةً لِّلْمُؤْمِنِينَ﴾، فقط به مفهوم اول یعنی آیه و نشانه های خداوند در جهان اشاره نموده است، در حالی که ضرورت «تفکر و خردمندی» که در مصراع «هر که فکرت نکند، نقش بود بر دیوار» در این آیه موجود نیست.

۵۲- پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به پیام آیات درس ۲ سال دوم، آیه ی شریفه ی ﴿وَلَهُ اسْلَمَ مِنْ فِي السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ طَوْعاً وَ كرهاً وَ إِلِيهِ يَرْجِعُونَ﴾، هر که در آسمان ها و زمین است، خواه ناخواه به فرمان اوست و همه به سوی او بازگردانده می شوند، با بیان «اطاعت همه ی موجودات از خدای متعال» بیان گر آن است که همه ی مخلوقات عالم تحت قانونمندی واحد الهی عمل می کنند.

۵۳- پاسخ: گزینه ی ۴

در آیه ی شریفه ی ﴿وَلَا تَتَّبِعُوا خُطُوَاتِ الشَّيْطَانِ، وَ از وسوسه های شیطان پیروی نکنید﴾، عدم پیروی از وسوسه های شیطان مورد تأکید قرار گرفته است. در مقابل این مفهوم، آیه ی شریفه ی ﴿فَبَشِّرْ عِبَادَ الَّذِينَ يَسْتَمِعُونَ الْقَوْلَ فَيَتَّبِعُونَ أَحْسَنَهُ، پس بندگان مرا مژده ده، آنان که سخن را می شنوند و از بهترین آن پیروی می کنند﴾، پیروی از عقل و انتخاب را به عنوان بهترین راه مورد تأکید قرار داده است. بنابراین در آیه ی مطرح در صورت سؤال، عبارت «لَا تَتَّبِعُوا» آمده و در مقابل آن، عبارت «فَيَتَّبِعُونَ» قرار می گیرد.

۵۴- پاسخ: گزینه ی ۱

این سؤال دو مفهوم را مورد تأکید قرار داده است: (۱) اعمال زشت مستمر که علت است، (۲) جایگاه دوزخی انسان در قیامت که معلول است. مفهوم استمرار از آیه ای برداشت می شود که فعل آن، ماضی استمراری (کان + فعل مضارع) است. آیه ای که دربردارنده ی هر دو مفهوم است آیه ی شریفه ی ﴿أَوَلَيْكَ مَا وَاهَمَ النَّارُ بِمَا كَانُوا يَكْسِبُونَ﴾، آنان جایگاه شان آتش است به خاطر اعمال (زشت) مستمری که انجام می دادند است.

۵۵- پاسخ: گزینه ی ۲

منظور از «چهره ی ملکوتی دنیا»، چهره ی حقیقی و واقعی آن است. در وحی الهی که همان قرآن است، چهره ی واقعی دنیا، بازیچه و سرگرمی بیان شده است و می فرماید: ﴿وَمَا هَذِهِ الْحَيَاةُ الدُّنْيَا إِلَّا لَهْوٌ وَ لعبٌ وَ إِن الدَّارَ الْآخِرَةَ لَهِيَ الْحَيَوَانُ لَوْ كَانُوا يَعْلَمُونَ﴾، زندگی دنیا به تنهایی چیزی جز سرگرمی و بازی نیست و همانا سرای آخرت، زندگی راستین است، اگر می دانستند.

۵۶- پاسخ: گزینه ی ۱

آیه ی شریفه ی ﴿وَضَرْبَ لَنَا مَثَلًا وَ نَسِيَ خَلْقَهُ﴾ بیان گر امکان معاد و آیه ی شریفه ی ﴿أَمْ نَجْعَلُ الَّذِينَ آمَنُوا وَ عَمِلُوا الصَّالِحَاتِ كَالْمُفْسِدِينَ فِي الْأَرْضِ﴾ بیان گر ضرورت معاد است و «عادلان بودن نظام آفرینش» پیام آیه ی دوم است که به ضرورت معاد براساس عدل الهی اشاره دارد.

۵۷- پاسخ: گزینه ی ۳

تحول عظیم در آسمان و زمین در آستانه ی برپایی رستاخیز، در نفخ صور اول صورت می گیرد. همه ی آیات به این تحولات در نفخ صور اول اشاره دارند، به جز آیه ی شریفه ی ﴿فَإِذَا مِّنْ أَوْتَى كِتَابَةٍ بَيْمِينَةٍ﴾ که بیان گر دادن نامه ی اعمال در نفخ صور دوم است.

۵۸- پاسخ: گزینه ی ۴

شدت نیاز به توکل بر خدا، در دوران جوانی است که دوران رفتن می باشد. امام صادق علیه السلام فرمود: «خداوند به داود علیه السلام وحی کرد هر بنده ای از بندگانم به جای پناه بردن به دیگری با نیت خالص به من پناه آورد، از کارش چاره جویی می کنم.»

۵۹- پاسخ: گزینه ی ۲

با توجه به ادامهی آیه که می فرماید ﴿ان تَقْرُضُوا اللَّهَ قَرْضًا حَسَنًا يَضَاعِفَهُ وَيُغْفِرْ لَكُمْ﴾، اگر به خداوند وامی نیکو دهید، آن را برایتان چند برابر می کند و شما را می بخشد. خدای متعال، قرض بدون ربا را بدان جهت «قرض الحسنه» نامیده است که به افزایش سرمایه ها می انجامد (یضاعفه لکم) و قرض دهنده مورد غفران خداوند قرار می گیرد (یغفر لکم).

۶۰- پاسخ: گزینه ی ۱

مقصود از تحمل خواه ناخواه لوازم در خواست های خود، آن است که هر انسانی اگر با اختیار خود، چیزی را در خواست و انتخاب کرد، چه بخواهد و چه نخواهد باید نتیجه ی این انتخاب خود را بپذیرد. آیه ای که به اختیار انسان و تحمل نتیجه ی آن اشاره کرده، آیه ی شریفه ی ﴿وَمَنْ ضَلَّ فَانْمَا يَضِلَّ عَلَيْهَا، وَهَرَّكَهَ غَمْرًا شَدَّ، تَنَاهَا بِهَ زِيَانِ خُودِ كَمْرًا مِی شُود.﴾ است.

۶۱- پاسخ: گزینه ی ۲

تحریف تعلیمات پیامبر متقدم (پیشین) یکی از علل «آمدن پیامبران متعدد» است. بنابراین آنجا که تعلیمات پیامبر متقدم، در برابر تندباد ویران گر تحریف قرار گیرد، پیامبری به مشیت (اراده) خداوند برانگیخته می شود که مصدق (تصدیق کننده) دعوت پیشین و هادی مردم باشد.

۶۲- پاسخ: گزینه ی ۲

آسان ترین راه برای غیر الهی نشان دادن اسلام و قرآن، آوردن سوره های یکی از سوره های این کتاب الهی است. این دعوت را «تحدی» می گویند. قرآن در مقابل مخالفان می فرماید ﴿لَنْ تَفْعَلُوا، شَمَا هَرَّكَهَ نَمِی تَوَانِیدِ اَیْنِ کَارَ رَا اَنجَامِ دَهَید.﴾

۶۳- پاسخ: گزینه ی ۳

واسطه ی ایصال (رسیدن) فیض خالق به مخلوق شدن، ولایت معنوی است که عامل و علت بر خور داری از ولایت معنوی، عبودیت و بندگی خداست. هر قدر درجه ی ایمان و عمل انسان ها بیشتر باشد، استعداد و لیاقت دریافت آثار وساطت را بیشتر کسب می کنند. ولایت معنوی، از طریق الهامات روحی و معنوی و تصرف در قلوب صورت می گیرد.

۶۴- پاسخ: گزینه ی ۲

پیامبر اکرم صلی الله علیه و آله در حدیث جابر فرمودند که غیبت امام عصر (عج) طولانی می گردد تا آنجا که فقط افرادی که ایمان راسخ دارند، بر عقیده ی به او باقی می مانند.

۶۵- پاسخ: گزینه ی ۴

از حدیث «سلسلة الذهب» موضوع تجلی توحید در زندگی اجتماعی با ولایت امام که همان ولایت خداست، میسر می شود، مفهوم می گردد. این حدیث بیان گر «اقدام برای حفظ سخنان و سیره ی پیامبر صلی الله علیه و آله» است.

نکته: کلمه ی «لا اله الا الله» قلعه ی محکمی است که شرط ورود به آن، پذیرش ولایت امام است، نه معرفت خداوند. زیرا امام رضا علیه السلام در حدیث سلسلة الذهب فرمود «بشروطها و أنا من شروطها». به همین جهت گزینه ی ۲ درست نیست.

۶۶- پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به عبارت ﴿وَعَدَ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ، خَدَاوَنَدَ بَهَ کَسَانِی اَز شَمَا کَه اَیْمَانِ دَارَنَد و عَمَلِ صَالِحِ اَنجَامِ مِی دَهَنَد، وَعَدَه دَادَه اَست.﴾ وعده ی «استخلاف در زمین»، «استقرار دین» و «تبدیل خوف به امن» شامل بخشی از مؤمنان؛ یعنی مؤمنانی که عمل صالح هم انجام می دهند، است.

با توجه به عبارت ﴿يَعْبُدُونَنِي لَا يَشْرِكُونَ بِي شَيْئًا، بَه گُونَه اَی کَه مَرَا بَیْرَسَتَنَد و چِزِی رَا شَرِیکِ مَن نَگِیرَنَد.﴾ که در ادامهی آیه آمده، نتیجه ی این سه وعده ی خداوند، عبادت خالی از هر نوع شرک است.

۶۷- پاسخ: گزینه ی ۱

حضرت یوسف علیه السلام یکی از اسوه های عزت نفس بود که در برابر درخواست نامشروع زلیخا، دست به گناه نزد. در این سؤال، کلیدی ترین و اصلی ترین مورد که باعث عدم گناه ایشان شد، مورد توجه است. علت اصلی عدم ارتکاب گناه و حفظ پاکدامنی توسط حضرت یوسف علیه السلام، یک چیز بود و آن توجه به حضور خداوند و پناه بردن به او است. سایر گزینه ها، معلول و نتیجه ی توجه به حضور خداوند است. یعنی کسی که خود را در محضر خدا ببیند، تمایلات عالی را بر تمایلات دانی مقدم می دارد (گزینه ی ۲)، از عزت انسانی خویش، پاسداری می کند (گزینه ی ۳ و از چنگال نیرومند هوس فرار می کند (گزینه ی ۴).

۶۸- پاسخ: گزینه ی ۲

شرط پرداخت نفقه توسط مرد، نیازمند بودن زن نیست، بلکه انجام وظایف همسری است. مهر و محبت پشتوانه ی اصلی تحکیم خانواده است و پیشوایان دین زنانی را که با تعیین مهریه های سنگین حاضر به ازدواج می شوند، بی برکت دانسته اند.

۶۹- پاسخ: گزینه ی ۴

با توجه به عبارت ﴿ثُمَّ إِذَا دَعَاكَ دَعْوَةُ مِنَ الْأَرْضِ إِذَا أَنْتُمْ تَخْرُجُونَ، سَپَسِ هَنگَامِی کَه شَمَا رَا (در قیامت) از زمین فرا می خواند، همه خارج می شوید.﴾ که در گزینه ی ۴ آمده، به تحقق امر خداوند در خروج از قبر خاکی در آستانه ی رستاخیز پی می بریم.

۷۰- پاسخ: گزینه ۱

هستی بخشی انحصاری خداوند که به معنای آن است که «تنها خالق و هستی بخش جهان، خداست» از آیهی شریفه‌ی «قل الله خالق کل شیء و هو الواحد القهار» مفهوم می‌گردد.

۷۱- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به آیهی شریفه‌ی «و ما امروا الا ليعبدوا الها واحدا لا اله الا هو سبحانه عما يشركون، در حالی که مأمور نبودند جز به این که خدای یگانه را پرستند که معبودی جز او نیست، او منزّه است از آنچه با او شریک می‌سازند»، این پیام الهی که «خداوند دعوت می‌کند مردم را به خود که جز او معبودی نیست و از هر نوع شرکی منزّه و مبرا است» مفهوم می‌گردد.

۷۲- پاسخ: گزینه ۱

مفهوم بیت: «افزایش معرفت به خداوند از طریق تفکر و تعقل» است. در افزایش معرفت به خداوند، تفکر و تعقل در آیات و نشانه‌های الهی مورد تأکید قرار گرفته است. تنها آیه‌ای که به «تفکر و تعقل» و به کار انداختن «عقل» اشاره دارد، آیهی شریفه‌ی «لو کنا نسمع او نعقل ما کنا فی اصحاب السعیر» است.

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

مقصود از نقشه‌ی جهان، تقدیر و مقصود از پیاده کردن آن، قضا می‌باشد. بنابراین در پاسخ به قسمت نخست سؤال باید آیه‌ای که به «تقدیر» الهی اشاره دارد، انتخاب گردد. آیهی شریفه‌ی «انا کل شیء خلقناه بقدر» که به آفرینش موجودات براساس ویژگی‌ها و تقدیر مشخص دلالت دارد و آیهی شریفه‌ی «ان الله یمسک السماوات و الارض ان تزولا» که به نظم جهان توسط خداوند اشاره دارد، هر دو بیان گر تقدیراند. البته آیهی شریفه‌ی «انا کل شیء خلقناه بقدر» بیان گر آفرینش و خلقت موجودات که از مظاهر قضای الهی است، نیز می‌باشد. اما در این آیه تأکید بیشتر بر «خصوصیات و ویژگی معین یا تقدیر» در همه‌ی موجودات است. برای پاسخ به قسمت دوم سؤال باید آیه‌ای که به «قضا» اشاره دارد را انتخاب کنیم که آیهی شریفه‌ی «هو الذی یحیی و یمیت فاذا قضی امرا فانما یقول له کن فیکون» بیان گر آن است.

۷۴- پاسخ: گزینه ۲

شناخت قوانین حاکم بر زندگی انسان‌ها، موجب تنظیم درست رابطه‌ی انسان با خود، دیگران، جهان خلقت و خداوند می‌گردد. آیهی شریفه‌ی «قد خلت من قبلکم سنن، پیش از شما نیز سنت‌هایی گذشت.» به وجود این قوانین و سنت‌ها در زندگی انسان‌ها اشاره دارد.

۷۵- پاسخ: گزینه ۱

پیوند برادری با هم کیشان و دفاع از یکدیگر مانند یک خانواده، بر معیار «حق خواهی و باطل ستیزی» تأکید دارد که آیهی شریفه‌ی «محمد رسول الله و الذین معه اشداء علی الکفار رحماء بینهم، محمد ﷺ فرستاده‌ی خداست و کسانی که با او هستند با کافران سخت گیر و با یکدیگر مهربانند» ناظر بر این امر است.

## زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه ۳

«او می‌گوید افرادی را که بقیه را حتی در بدترین شرایط به امیدوار ماندن تشویق می‌کنند، دوست دارد.

نکته: در جمله‌واری وصفی کوتاه‌شده (عبارت وصفی) معمولاً یکی از دو گزینه‌ی زیر می‌تواند درست باشد:

(۱) فعل ینگ‌دار (ing + شکل ساده‌ی فعل) (۲) pp (قسمت سوم فعل)

با توجه به این که اسم قبل از جای خالی (people) فاعل فعل عبارت وصفی (encourage) است، فعل ینگ‌دار درست می‌باشد. البته دقت کنید که در بین گزینه‌های این سؤال pp وجود ندارد.

بیشتر بدانید: در واقع، جمله‌واری وصفی ساختار معلوم داشته که قبل از کوتاه شدن و تبدیل به عبارت وصفی به صورت زیر بوده است.

**He says he likes people who/ that encourage others to remain hopeful even under the worst conditions.**

جمله‌واری وصفی

⇒ **He says he likes people encouraging others to remain hopeful even under the worst conditions.**

عبارت وصفی

۷۷- پاسخ: گزینه ۱

این بسته حاوی کتاب‌ها و مدارکی است که اخیراً تحویل کتابخانه شده‌اند.

نکته: همان‌طور که در پاسخ سؤال قبل گفته شد، در جمله‌واری وصفی کوتاه‌شده (عبارت وصفی) معمولاً یکی از دو گزینه‌ی زیر، می‌تواند درست باشد:

(۱) فعل ینگ‌دار (ing + شکل ساده‌ی فعل) (۲) pp (قسمت سوم فعل)

با توجه به این که قبل از جای خالی (books and records) مفعول فعل عبارت وصفی (deliver) است، pp درست می‌باشد. البته بین گزینه‌های این سؤال، فعل ینگ‌دار نداریم و فقط pp وجود دارد.

بیشتر بدانید: در واقع، جمله‌واری وصفی ساختار معلوم داشته که قبل از کوتاه شدن و تبدیل به عبارت وصفی به صورت زیر بوده است.

**The package contains books and records which/ that were delivered to the library recently.**

جمله‌واری وصفی

⇒ **The package contains books and records delivered to the library recently.**

عبارت وصفی

۷۸- پاسخ: گزینه ی ۳

«آقای احمدی باید حدود شصت سال داشته باشد، در حالی که همسرش تقریباً سی ساله به نظر می رسد.»  
نکته: حروف ربط while و whereas برای نشان دادن تقابل و تضاد مستقیم بین دو جمله به کار می روند.

۷۹- پاسخ: گزینه ی ۴

«او در امتحان هایش رد شد؛ باید وقتی به شما مراجعه کرد، در درس هایش به او کمک می کردید.»  
نکته: ساختار "Should have +pp" برای بیان عملی در گذشته به کار می رود که بایستی انجام می شده، ولی انجام نشده است.

۸۰- پاسخ: گزینه ی ۲

«باید نهایت تلاشمان را بکنیم که از این حیوانات حفاظت کنیم، چون آن ها در خطر انقراض هستند.»  
(۱) مواد غذایی (۲) انقراض، نابودی (۳) تجارب، آزمایشات (۴) کاوش، اکتشاف

۸۱- پاسخ: گزینه ی ۱

«مقدار زیادی پول به برنده ی اول این رقابت اعطا خواهد شد.»  
(۱) اعطا کردن، دادن (۲) نجات دادن، پس انداز کردن (۳) اداره کردن، توانستن (۴) کشیدن، کش دادن

۸۲- پاسخ: گزینه ی ۲

«آن کتاب به شیوه ای نوشته شد که برای سن بچه ها مناسب بود.»  
(۱) اعتیادآور - معتادکننده (۲) درخور، مناسب (۳) مکرر، متعدد (۴) آماده، مجهز

۸۳- پاسخ: گزینه ی ۳

«دوستم عضو اجتماع محلی شد تا امور خیریه انجام دهد.»  
(۱) کارکرد - عملکرد (۲) مقصد (۳) جامعه، اجتماع (۴) ظرفیت، توانایی

۸۴- پاسخ: گزینه ی ۳

«در مدرسه ی من تقریباً همه ورزش می کنند. این ورزش ها شامل تنیس، والیبال و هاکی روی چمن می باشند.»  
(۱) تشکیل دادن، تصنیف کردن (۲) وقف ... کردن، به ... اختصاص دادن (۳) شامل ... بودن، دربرداشتن (۴) تخمین زدن، برآورد کردن

۸۵- پاسخ: گزینه ی ۱

«در حال حاضر، جان نگران خیلی چیزها است، در درجه ی اول سلامت پسرش.»  
(۱) در درجه ی اول، عمدتاً (۲) از نظر احساسی، از نظر عاطفی (۳) سابقاً، پیش از این (۴) خوشبختانه

۸۶- پاسخ: گزینه ی ۲

«در حال حاضر، [رقابت] ۱۰۰۰۰ کیلومتر، بزرگ ترین رقابت پیاده روی است که در بازی های المپیک برگزار می شود.»  
(۱) بردن، گرفتن (۲) برگزار کردن، نگه داشتن (۳) زدن، ضربه زدن (۴) جنگیدن، مبارزه کردن

۸۷- پاسخ: گزینه ی ۴

«آن ها تعدادی از شرایط را به قرارداد ضمیمه کرده اند.»  
(۱) ترکیب کردن، تلفیق کردن (۲) بازگو کردن، دوباره گفتن (۳) مرتب کردن، منظم کردن (۴) ضمیمه کردن، پیوست کردن

■ ترجمه ی Cloze Test:

شاید زمین لرزه ها یکی از ترسناک ترین و مخرب ترین حوادث طبیعت باشند که بشر تجربه می کند.  
اغلب آثار زمین لرزه ها وحشتناک است. زمین لرزه ها باعث مرگ بسیاری از انسان ها، رنج بسیار و خسارات سنگین شده اند. امروزه، از آنجایی که دانشمندان سرتاسر جهان علل زمین لرزه ها را بررسی می کنند، پژوهش در مورد زمین لرزه ها خیلی گسترش یافته است. این مدارک، اولین اقدامات علمی برای نوشتن آثار زمین لرزه بودند.

۸۸- پاسخ: گزینه ی ۳

(۱) شیمیایی (۲) برتر، بالاتر (۳) وحشتناک، خیلی بد (۴) رسمی، تشریفاتی

۸۹- پاسخ: گزینه ی ۲

(۱) فراهم کردن، تهیه کردن (۲) باعث ... شدن، سبب ... شدن (۳) نیاز داشتن، احتیاج داشتن (۴) طراحی کردن، طرح ... را کشیدن

۹۰- پاسخ: گزینه ی ۱

(۱) خسارت، آسیب (۲) منبع، منشأ (۳) اثر، تأثیر (۴) تنوع، گونه

۹۱- پاسخ: گزینه ی ۴

(۱) به طور مخربی، ویران گرانه (۲) دوردور، از دور (۳) راحت، بی دردسر (۴) خیلی، بسیار



۹۲- پاسخ: گزینه ی ۱

(۱) قدم، گام، اقدام (۲) طرز ایستادن، حالت بدن (۳) درجه، مدرک (۴) صحنه، منظره

■ ترجمه ی درک مطلب ۱:

جمعیت جهان به سرعت افزایش می یابد. ممکن است تا سال ۲۰۲۰، روی زمین ۷/۵ میلیارد نفر وجود داشته باشد. آیا برای همه ی این انسان ها غذای کافی وجود خواهد داشت یا ما کمبود غذا خواهیم داشت؟ بعضی از دانشمندان بر این باورند که پرورش ماهی می تواند این مشکل را حل کند. با وجود این، سایر دانشمندان نگرانند که پرورش ماهی می تواند باعث مشکلات زیست محیطی شدیدی شود.

پرورش ماهی چیز جدیدی نیست. ۳۰۰۰ سال قبل، در چین مراکز پرورش ماهی وجود داشت. امروزه حدود یک سوم ماهی هایی که می خوریم از مراکز پرورش ماهی می آید.

بیشتر مراکز پرورش ماهی، ماهی های گیاه خوار را پرورش می دهند. کپور، تیلپیا و گربه ماهی، گونه های محبوب ماهی های گیاه خوار هستند. متأسفانه بسیاری از مراکز پرورش ماهی شروع به پرورش ماهی های گوشت خوار می کنند. گونه ی محبوبی از ماهی های گوشت خوار، ماهی آزاد است. این ماهی های گوشت خوار، مواد غذایی فرآوری شده ای را که از ماهی های وحشی درست شده اند، می خورند. با وجود این، برای تولید فقط ۱ تن ماهی آزاد پرورشی، تا ۵ تن ماهی وحشی مورد نیاز است. ذخیره ی ماهی های وحشی همین حالا دارد کم می شود.

سرانجام ممکن است گونه های زیادی از ماهی های وحشی منقرض شوند. در آن هنگام چه کار خواهیم کرد؟

منتقدان پرورش ماهی همچنین می گویند که ماهی پرورشی برای انسان ها مضر است. آن ها می گویند که این ماهی ها حاوی مواد شیمیایی خطرناکی هستند. آن ها همچنین از پرورش ماهی انتقاد می کنند چون آب را آلوده می کند. انتقاد دیگر آن است که ماهی های پرورشی می توانند بیماری ها را به ماهی های وحشی سرایت دهند.

برخی از افراد می گویند که روش های پرورش ماهی که در حال حاضر استفاده می شوند، در هر صورت ماهی کافی تولید نخواهند کرد. آن ها می گویند که به جای قرار دادن مراکز پرورش ماهی در دریاچه ها یا نزدیک ساحل، مراکز پرورش ماهی باید به اعماق دوردست اقیانوس برده شوند. همین حالا، چندین کشور، مراکز اعماق اقیانوسی را آزمایش می کنند. ممکن است در آینده، مراکز پرورش ماهی، قفس های بزرگی باشند که در سرتاسر اقیانوس حرکت می کنند.

۹۳- پاسخ: گزینه ی ۳

«طبق متن، درست است که .....

(۱) بیشتر دانشمندان بر این باورند که پرورش ماهی پاسخ کمبود غذای آینده ی ما است.

(۲) مشکلات زیست محیطی ایجاد شده توسط پرورش ماهی از ازدیاد جمعیت جدی تر هستند.

(۳) پرورش ماهی چیز جدیدی نیست چون که چند هزار سال قبل توسط برخی افراد اجرا می شد.

(۴) از آنجایی که پرورش دهندگان ماهی ها می توانند از ماهی های گوشت خوار پول در بیاورند، ممکن است خیلی زود تصمیم بگیرند پرورش ماهی های گیاه خوار را قطع کنند.

۹۴- پاسخ: گزینه ی ۴

«پرورش دهندگان ماهی ها برای تولید دو تن ماهی آزاد، باید حدود ..... استفاده کنند.»

(۱) ۵ تن غذای فرآوری شده و ۵ تن ماهی وحشی (۲) همان مقدار ماهی وحشی

(۳) ۱۰ تن غذای فرآوری شده (۴) ۱۰ تن ماهی وحشی

۹۵- پاسخ: گزینه ی ۱

«مواد شیمیایی خطرناکی که در متن اشاره شده وقتی وارد بدن انسان می شود که انسان ها .....

(۱) ماهی هایی را مصرف می کنند که در مراکز پرورش ماهی پرورش یافته اند.

(۲) آبی را می نوشند که در آن ماهی ها پرورش یافته اند.

(۳) ماهی هایی وحشی را می خورند که توسط ماهی هایی که پرورشی هستند، مبتلا شده اند.

(۴) در تماس با آب های اقیانوس که توسط مراکز اعماق دریا آلوده شده اند، قرار می گیرند.

۹۶- پاسخ: گزینه ی ۳

«متن اطلاعاتی ارائه می کند که به کدام یک از پرسش های زیر پاسخ خواهد داد؟»

(۱) مشکل روش های فعلی پرورش ماهی چیست که آن ها را از تأمین نیازهای غذایی انسان ها ناتوان می کند؟

(۲) برخی از مشکلات زیست محیطی که ممکن است به طور مستقیم توسط ماهی های وحشی ایجاد شوند، چیست؟

(۳) منبع غذایی که به ماهی های گوشت خوار در مراکز پرورش ماهی مرتبط با آن ها داده می شود، چیست؟

(۴) آیا ماهی های پرورش داده شده توسط مردم در گذشته حاوی مواد شیمیایی خطرناک بود؟

## ■ ترجمه‌ی درک مطلب ۲:

یک نظریه‌ی اضطراب توسط لیبرت و موریس در سال ۱۹۶۷ اشاره می‌کند که اضطراب از دو بخش تشکیل می‌شود: نگرانی و احساساتی بودن. احساساتی بودن به علائم فیزیولوژیکی، مثل تعریق، افزایش ضربان قلب و افزایش فشار خون اشاره دارد. نگرانی به صحبت منفی کردن با خود اشاره دارد که اغلب ذهن را از تمرکز کردن بر روی راه‌حل‌های مشکل موجود منحرف می‌کند. برای مثال، وقتی دانش‌آموزان در طول امتحان مضطرب می‌شوند، ممکن است مکرراً به خودشان بگویند [که] قرار است رد شوند، یا نمی‌توانند مطلب را به یاد بیاورند، یا این که اگر ضعیف عمل کنند، معلم‌شان از دست آن‌ها عصبانی خواهد شد. این فکر مانع تمرکز کردن روی امتحان می‌شود، چون که نواحی گفتاری مغز که برای کامل کردن سؤالات امتحان نیاز هستند، برای نگرانی استفاده می‌شوند.

دکتر ادوارد هالوول، نویسنده‌ی [کتاب] نگرانی استدلال می‌کند که هر چند «نگرانی کارکرد ثمربخشی دارد»، نگرانی مقدماتی و خطرناکی که او اسمش را «نگرانی زهر آگین» می‌گذارد، می‌تواند برای سلامت روحی و جسمی شما مضر باشد. او ادعا می‌کند که «نگرانی زهر آگین وقتی است که نگرانی، شما را فلج می‌کند» در حالی که «نگرانی خوب منجر به اقدام سازنده می‌شود»، مثل انجام اقداماتی برای حل کردن مشکلاتی که سبب نگرانی می‌شوند. هالوول پیشنهاد می‌کند که افراد برای مبارزه با نگرانی، نباید به تنهایی نگران باشند، چون که مردم وقتی در مورد نگرانی‌هایشان با دوستی حرف می‌زنند، به احتمال بیشتری به راه‌حل می‌رسند. او همچنین افراد مضطرب را تشویق می‌کند در مورد موضوعی که آن‌ها را اذیت می‌کند اطلاعات بیشتری کسب کنند یا مطمئن شوند که اطلاعات‌شان درست است.

اقدام دیگر برای کاهش نگرانی، برنامه‌ریزی کردن و انجام اقدامات و «مراقبت کردن از مغزتان» با خواب کافی، ورزش کردن و خوردن غذای سالم است. هالوول، افراد مضطرب را تشویق می‌کند تا «مقادیر منظمی از تماس مثبت انسانی» مثل «در آغوش گرفتن یا دست نوازش گرمی به کمر کسی زدن» داشته باشند. در نهایت او به افراد مضطرب توصیه می‌کند اجازه دهند مشکلات دور شوند، تا این که آن‌ها را دور خودشان جمع کنند.

۹۷- پاسخ: گزینه‌ی ۴

«متن عمدتاً در چه مورد صحبت می‌کند؟»

(۱) رابطه‌ی بین شخصیت افراد و نوع اضطراب آن‌ها.

(۲) دلایلی که مردم تحت تأثیر اضطراب و نگرانی قرار می‌گیرند.

(۳) چرا دانشمندان در مورد تعریف نگرانی هم عقیده نیستند.

(۴) نگرانی چیست و چطور به آن غلبه کنیم.

۹۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱

«چرا نویسنده در پاراگراف ۱ از دانش‌آموزان نام می‌برد؟»

(۱) تا نکته‌ای کلی را که قبلاً توضیح داده است با مثال روشن کند.

(۲) تا روشی را پیشنهاد کند برای بهبود عملکرد امتحانات دانش‌آموزان.

(۳) تا از گروهی از افراد که بیشتر در معرض نگرانی هستند، نام ببرد.

(۴) تا نقش موقعیت افراد را در تجربه‌ی اضطراب آن‌ها روشن کند.

۹۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

«طبق متن، افرادی که تحت تأثیر نگرانی زهر آگین قرار می‌گیرند .....»

(۱) ابتدا دوره‌های بی‌خوابی را تجربه می‌کنند و بعد شروع به خوردن غذاهای ناسالم می‌کنند.

(۲) به ندرت اقداماتی انجام می‌دهند تا آن مشکلاتی را که باعث استرس در زندگی‌شان می‌شود حل کنند.

(۳) مشکلات روحی‌شان را با مشکلات جسمی اشتباه می‌گیرند که به نگرانی‌شان اضافه می‌کند.

(۴) تمایل دارند با سایرین صحبت کنند تا خودشان را آرام کنند.

۱۰۰- پاسخ: گزینه‌ی ۲

کلمه‌ی «them» در پاراگراف ۲ به «Problems» اشاره دارد.

(۱) افراد مضطرب

(۲) مشکلات

(۳) نگرانی‌ها

(۴) مقادیر منظمی از تماس مثبت انسانی



## ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ی ۱

طبق فرض داریم:

$$(2-\sqrt{3})^{\frac{3}{2}} \times (2+\sqrt{3})^{\frac{4}{2}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{A} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} (2-\sqrt{3})^{\frac{9}{2}} (2+\sqrt{3})^4 \times \sqrt{2} = A$$

$$\Rightarrow A = ((2-\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \times \sqrt{2}) \times ((2-\sqrt{3})^4 \times (2+\sqrt{3})^4) = \sqrt{2-2\sqrt{3}} \times \underbrace{(2^2 - (\sqrt{3})^2)}_1^4$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = |\sqrt{3}-1| = \sqrt{3}-1$$

۱۰۲- پاسخ: گزینه ی ۱

$$g^{-1}(f(a)) = 2 \Rightarrow g(2) = f(a) \xrightarrow{(2, -2) \in g} f(a) = -2$$

با توجه به ضابطه های تابع  $f$ ، چون  $\sqrt{x} \geq 0$  و  $-\sqrt{-x} < 0$ ، پس:

$$f(a) = -\sqrt{-a} = -2 \Rightarrow \sqrt{-a} = 2 \Rightarrow -a = 4 \Rightarrow a = -4$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ی ۴

$$y = \sqrt{f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x)} \xrightarrow{Dy} f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x) \geq 0 \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} - 2^x \geq 0 \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} \geq 2^x \quad (*)$$

می دانیم تابع نمایی  $y = 2^x$  صعودی است، پس از نامساوی (\*) نتیجه می گیریم:

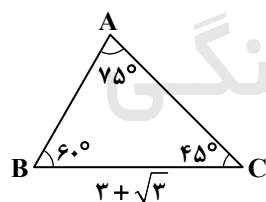
$$\frac{1}{x} \geq x \Rightarrow \frac{1}{x} - x \geq 0 \Rightarrow \frac{1-x^2}{x} \geq 0 \Rightarrow \underbrace{(1-x)(1+x)}_{P(x)} \geq 0$$

با توجه به جدول تعیین علامت  $P(x)$ ، مجموعه ی جواب نامساوی اخیر برابر است با  $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$ 

x	-1	0	1
P(x)	+	-	+

۱۰۴- پاسخ: گزینه ی ۴

نکته:  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$  یا  $\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4}$   $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$  (مثال حل شده ی کتاب حسابان)

با توجه به داده های مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 75^\circ$  بوده که طبق قانون سینوس ها در این مثلث داریم:

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}}$$

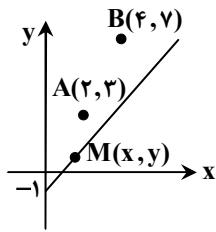
$$\Rightarrow \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3+\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4}} = \frac{AB}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}, \quad AB = 2\sqrt{3}$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ی ۳

می دانیم: 
$$\begin{cases} t^9 + 1 = (t+1)(t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1) \\ t^9 + 1 = (t^3 + 1)(t^6 - t^3 + 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t^8 - t^7 + t^6 + \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1} = \frac{t^9 + 1}{t^3 + 1} = \frac{t^2 + 1}{t + 1} = t^2 - t + 1 = \left(t - \frac{1}{t}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \frac{17}{4} + \frac{3}{4} = 5$$

۱۰۶ - پاسخ: گزینه‌ی ۲



نقطه‌ی  $M(x, y)$  را روی خط  $y = x - 1$  در نظر می‌گیریم. می‌خواهیم حاصل  $|MA - MB|$  بیشترین مقدار ممکن باشد:

$$f(x) = MA - MB = \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} - \sqrt{(x-4)^2 + (y-7)^2}$$

$$\xrightarrow{y=x-1} f(x) = \sqrt{(x-2)^2 + (x-4)^2} - \sqrt{(x-4)^2 + (x-8)^2}$$

از تابع  $f$  مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم تا طول نقطه‌ی اکسترمم آن به دست آید:

$$f'(x) = \frac{(x-2) + (x-4)}{\sqrt{(x-2)^2 + (x-4)^2}} - \frac{(x-4) + (x-8)}{\sqrt{(x-4)^2 + (x-8)^2}} = 0 \Rightarrow \frac{(x-2) + (x-4)}{\sqrt{2(x^2 - 6x + 10)}} = \frac{2(x-6)}{\sqrt{2(x^2 - 12x + 40)}}$$

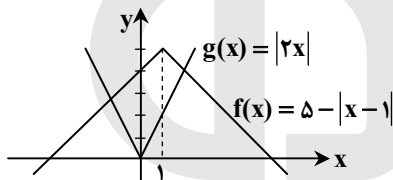
$$\frac{(x-3)^2 + 1}{(x-3)^2} = \frac{(x-6)^2 + 4}{(x-6)^2} \Rightarrow \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{4}{(x-6)^2} \Rightarrow |x-6| = 2|x-3| \Rightarrow \begin{cases} x-6 = 2(x-3) \Rightarrow x=0 \\ x-6 = -2(x-3) \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

برای تسریع در حل سؤال، تساوی اخیر را ساده و آن را معکوس کرده و به توان ۲ می‌رسانیم که در آن صورت داریم:

$$\frac{(x-3)^2 + 1}{(x-3)^2} = \frac{(x-6)^2 + 4}{(x-6)^2} \Rightarrow \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{4}{(x-6)^2} \Rightarrow |x-6| = 2|x-3| \Rightarrow \begin{cases} x-6 = 2(x-3) \Rightarrow x=0 \\ x-6 = -2(x-3) \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

به ازای  $x=0$  بیشترین مقدار تفاضل  $M$  از  $A$  و  $B$  و به ازای  $x=4$  کمترین مقدار برای تفاضل فواصل مورد نظر به دست می‌آید.

۱۰۷ - پاسخ: گزینه‌ی ۳



با توجه به نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$ ، یک نقطه‌ی تقاطع مثبت (که عددی بزرگ‌تر از ۱ است) و یک نقطه‌ی تقاطع منفی وجود دارد که آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \rightarrow 5 - (x-1) = 2x \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \\ x < 0 \rightarrow 5 + (x-1) = -2x \Rightarrow 3x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

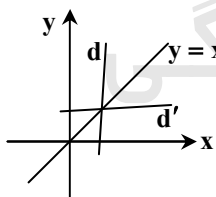
با توجه به نمودار، در بازه‌ی  $(-\frac{4}{3}, 2)$  نمودار تابع  $f$  بالاتر از تابع  $g$  قرار دارد.

۱۰۸ - پاسخ: گزینه‌ی ۲

مطابق شکل، دو خط  $d$  و  $d'$  وقتی نسبت به نیمساز ربع اول (خط  $y = x$ ) متقارن‌اند که اولاً شیب

آن‌ها معکوس یکدیگر باشد ( $m_{d'} = \frac{1}{m_d}$ )، ثانیاً هر دو خط  $d$  و  $d'$  روی  $y = x$  متقاطع باشند.

پس:



$$\begin{cases} ax + by = a \Rightarrow m_1 = -\frac{a}{b} \\ 2x - 3y = b \Rightarrow m_2 = \frac{2}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اولاً: } m_1 = \frac{1}{m_2}} -\frac{a}{b} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}b \quad (1)$$

$$\xrightarrow{\text{تقاطع روی } y=x \text{ ثانیاً}} \begin{cases} ax + bx = a \Rightarrow (a+b)x = a \\ 2x - 3x = b \Rightarrow x = -b \end{cases} \Rightarrow (a+b)(-b) = a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} (-\frac{3}{2}b + b)(-b) = a \Rightarrow \frac{b^2}{2} = a \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = \pm 4$$

$$\begin{cases} b = 4 \xrightarrow{(1)} a = -6 \\ b = -4 \xrightarrow{(1)} a = 6 \end{cases} \Rightarrow a + b = \pm 2$$

۱۰۹- پاسخ: گزینه ی ۴

$$\text{نکته: } \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x + \sin x)$$

طبق صورت سؤال داریم:

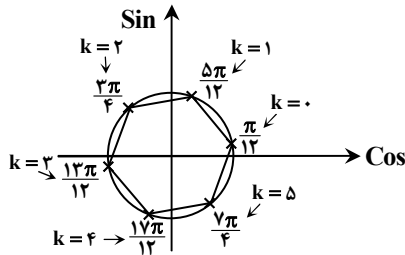
$$\sin^2 x \cos^2 x = \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow (\sin^2 x \cos^2 x)(\cos^2 x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)^2$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2}(\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\sin 2x})$$

$$\Rightarrow 4 \sin^2 x (1 - \sin^2 x) = 1 + \sin 2x \Rightarrow 4 \sin^2 x - 4 \sin^4 x = 1 + \sin 2x$$

$$\Rightarrow 3 \sin^2 x - 4 \sin^4 x = 1 \Rightarrow \sin^2(2x) = 1 \Rightarrow \sin 6x = 1 = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$$



جواب های به دست آمده در یک دوره ی تناوب  $[0, 2\pi]$  در دایره ی مثلثاتی روبه رو رسم شده اند، مطابق شکل، جواب های به دست آمده، رئوس یک شش ضلعی منتظم هستند.

۱۱۰- پاسخ: گزینه ی ۱

با فرض  $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$  داریم:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right) \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{2}$$

چون برد تابع  $\cos^{-1}$  بازه ی  $[0, \pi]$  است،  $\sin \alpha$  همواره بزرگ تر از صفر می باشد.

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2(-\frac{1}{2})}{1 - (-\frac{1}{2})^2} = \frac{-1}{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{4}{3}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ی ۴

راه حل اول:

کسر را در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می کنیم و از هم ارزی  $\cos u \approx 1 - \frac{u^2}{2}$  به ازای  $u \rightarrow 0$  استفاده می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos \Delta x}{(\sqrt{\cos x} + \sqrt{\cos \Delta x}) x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \frac{x^2}{2}) - (1 - \frac{\Delta x^2}{2})}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta x^2 - x^2}{2}}{2x^2} = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم:

با استفاده از قاعده ی هسپیتال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\cos \Delta x}}{x^2} \stackrel{\text{Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}} - \frac{-\Delta \sin \Delta x}{2\sqrt{\cos \Delta x}}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{x}{2} + \frac{\Delta(\Delta x)}{2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta x^2 - x^2}{2}}{2x} = \frac{1}{2}$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ی ۱

$$y = \tan^2\left(\frac{\pi}{3} + \sin^{-1} x\right) \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \times \left(2 \tan\left(\frac{\pi}{3} + \sin^{-1} x\right)\right) \times (1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{3} + \sin^{-1} x\right))$$

به ازای  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  داریم  $\sin^{-1} x = \frac{\pi}{3}$ ، پس:

$$y'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} \times \left(2 \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) \times (1 + \tan^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)) = 2 \times (2(-\sqrt{3})) \times (1 + (-\sqrt{3})^2) = -16\sqrt{3}$$

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا حد دنباله‌ی  $a_n = \frac{2n-5}{3n+2}$  را به دست می‌آوریم:

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-5}{3n+2} = \frac{2}{3}$$

با توجه به فرض داریم:

$$|a_n - L| = \left| \frac{2n-5}{3n+2} - \frac{2}{3} \right| < 0.01 \Rightarrow \left| \frac{6n-15-6n-4}{3(3n+2)} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{19}{3(3n+2)} < \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow 3n+2 > \frac{1900}{3} \Rightarrow 3n > 631.\bar{3} \Rightarrow n > 210.\bar{6} \Rightarrow \min(n_0) = 211$$

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{توجه: } x \rightarrow 0 \Rightarrow \left[ \frac{1}{x} \right] \approx \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{x} \right] \xrightarrow{x > 0} L_1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x) \times \frac{1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{x} \right] \xrightarrow{x < 0} L_2 = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x) \times \frac{1}{x} = -1$$

$L_1 \neq L_2 \rightarrow$  حد ندارد.

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۱

به ازای  $k \in \mathbb{Z}$  می‌دانیم  $\sin(\pi k) = 0$  و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow k} (-1)^{[x]} \sin \pi x = (-1)^{[k]} \times 0 = 0$$

تابع  $f$  در نقاط صحیح، همواره پیوسته است.

$$f(k) = (-1)^{[k]} \times \sin(\pi k) = (-1)^{[k]} \times 0 = 0$$

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x(x + \sqrt{x^2 + 8}) = (-\infty)(-\infty + \infty)$$

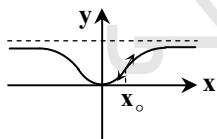
ابهام

برای رفع ابهام، عبارت را در  $x - \sqrt{x^2 - 8}$  ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(x + \sqrt{x^2 - 8}) \times \frac{(x - \sqrt{x^2 - 8})}{(x - \sqrt{x^2 - 8})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(x^2 - (x^2 - 8))}{(x - \sqrt{x^2 - 8})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x}{x - \sqrt{x^2 - 8}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x}{x - (-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x}{2x} = 4$$

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۲



با توجه به نمودار  $f$ ، تقعر تابع در نقطه‌ی  $x_0$  عوض شده و چون مماس در آن وجود دارد، پس نقطه‌ی عطف است. لذا مقدار  $f'$  که در  $x = 0$  برابر صفر است، مقدارش با افزایش  $x$  تا نقطه‌ی  $x = x_0$  افزایش می‌یابد و از آنجا به بعد مقدار  $f'$  کاهش می‌یابد تا به صورت حدی به مقدار صفر برسد. همچنین چون تابع  $f$  زوج است، لذا  $f'$  فرد بوده و در نتیجه تنها نمودار (۲) قابل قبول است.

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۳

معادله‌ی کلی خطوط گذرا از نقطه‌ی  $A = (2, 9)$  با شیب  $m$  برابر است با:  $y = m(x-2) + 9$ 

برای یافتن شیب خطوط مماس رسم شده بر منحنی  $y = -x^2 + 2x + 5$  از نقطه‌ی  $A = (2, 9)$ ، کافی است خطوط گذرا از  $A$  را با منحنی فوق تلاقی دهیم و به دنبال ریشه‌های مضاعف آن باشیم:

$$-x^2 + 2x + 5 = m(x-2) + 9 \Rightarrow x^2 + (m-2)x + (4-2m) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{ریشه‌ی مضاعف}} \Delta = (m-2)^2 - 4(4-2m) = 0 \Rightarrow \Delta = m^2 + 4m - 12 = 0 \Rightarrow (m+6)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = -6 \\ m_2 = 2 \end{cases}$$

اگر زاویه‌ی بین این دو مماس را  $\theta$  در نظر بگیریم، آن‌گاه:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{-6 - 2}{1 + (-6)(2)} \right| = \frac{8}{11}$$

۱۱۹- پاسخ: گزینه ی ۱

$$f(x) = 3x + |x| = \begin{cases} 4x & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}, \quad g(x) = \frac{3}{4}x + a|x| = \begin{cases} (\frac{3}{4} + a)x & x \geq 0 \\ (\frac{3}{4} - a)x & x < 0 \end{cases}$$

از آنجا که ضابطه های توابع  $f$  و  $g$  در  $x = 0$  عوض می شود و مشتق پذیری تابع  $gof$  را در مبدأ مختصات خواسته است، به صورت زیر عمل می کنیم:

$$(gof)'_{(0)} \Rightarrow \begin{cases} (gof)'_{(0+)} = f'_{(0+)} \times g'(f(0+)) = (4) \times (\frac{3}{4} + a) \\ (gof)'_{(0-)} = f'_{(0-)} \times g'(f(0-)) = (2) \times (\frac{3}{4} - a) \end{cases}$$

باید:

$$(gof)'_{(0-)} = (gof)'_{(0+)} \Rightarrow 3 + 4a = \frac{3}{2} - 2a \Rightarrow 6a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

۱۲۰- پاسخ: گزینه ی ۳

$$g(x) = \sqrt{2x} f^{-1}(x) \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} f^{-1}(x) + \sqrt{2x} (f^{-1}(x))' \Rightarrow g'(2) = \frac{1}{\sqrt{2}} f^{-1}(2) + \sqrt{2} (f^{-1}(2))' \quad (*)$$

$$\begin{cases} f(4) = 2 \Rightarrow f^{-1}(2) = 4 \\ f'(4) = \frac{1}{3} \Rightarrow (f^{-1}(2))' = \frac{1}{f'(4)} = 3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} g'(2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 4 + \sqrt{2} \times 3 = 8$$

۱۲۱- پاسخ: گزینه ی ۲

با توجه به فرض، تابع  $f(x) = e^{x-2x^2}$  صعودی و تقعرش رو به پایین است، پس:

$$f'(x) > 0 \text{ و } f''(x) < 0$$

$$f'(x) = (1-4x)e^{x-2x^2} \xrightarrow{f'(x) > 0} (1-4x)e^{x-2x^2} > 0 \xrightarrow{e^{x-2x^2} > 0} 1-4x > 0 \Rightarrow x < \frac{1}{4} \quad (1)$$

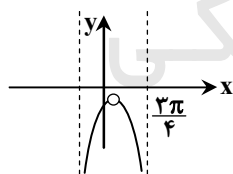
$$f''(x) = -4e^{x-2x^2} + (1-4x)^2 e^{x-2x^2} = ((1-4x)^2 - 4)e^{x-2x^2} \xrightarrow{f''(x) < 0} (-1-4x)(3-4x)e^{x-2x^2} < 0$$

$$\xrightarrow{e^{x-2x^2} > 0} (4x+1)(4x-3) < 0 \Rightarrow -\frac{1}{4} < x < \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\text{اشتراک (1) و (2): مجموعه ی جواب نهایی} = (-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$$

۱۲۲- پاسخ: گزینه ی ۲

چون  $x = \frac{3\pi}{4}$  مجانب قائم تابع  $f$  است، پس ریشه ی مخرج آن است، یعنی:



$$(b + \cos 2x) \Big|_{x = \frac{3\pi}{4}} = 0 \Rightarrow b + \cos \frac{3\pi}{2} = 0 \Rightarrow b = 0$$

پس ضابطه ی تابع به صورت  $f(x) = \frac{a \sin x - \cos x}{\cos 2x}$  می شود.

با توجه به ریشه های معادله ی  $\cos 2x = 0$ ، نتیجه می گیریم که مخرج تابع  $f$  به ازای  $x = \frac{\pi}{4}$  نیز صفر می شود که در نمودار، تابع  $f$  به ازای این

نقطه، تعریف نشده است (نقطه ی توخالی)، پس صورت تابع  $f$  نیز باید به ازای  $x = \frac{\pi}{4}$  صفر شود، یعنی:

$$(a \sin x - \cos x) \Big|_{x = \frac{\pi}{4}} = 0 \Rightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow a = 1$$

توجه کنید که ضابطه ی تابع  $f$  به صورت زیر ساده می شود:

$$f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{\sin x + \cos x} & x \neq \frac{(2k-1)\pi}{4} \\ \text{تعریف نشده} & x = \frac{(2k-1)\pi}{4} \end{cases}$$

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۱

میانگین تابع  $f(x) = \frac{x^2-1}{x} = x - \frac{1}{x}$  در بازه  $[1, 3]$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\bar{f} = \frac{1}{3-1} \int_1^3 \left(x - \frac{1}{x}\right) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} - \ln x\right) \Big|_1^3 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{9}{2} - \ln 3\right) - \left(\frac{1}{2} - \ln 1\right)\right] \Rightarrow \bar{f} = \frac{1}{2} [4 - \ln 3] = 2 - \frac{1}{2} \ln 3 = 2 - \ln \sqrt{3}$$

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۴

$$\int_1^9 |\sqrt{x} - 2| dx = \int_1^4 (2 - \sqrt{x}) dx + \int_4^9 (\sqrt{x} - 2) dx = \left(2x - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}\right) \Big|_1^4 + \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - 2x\right) \Big|_4^9$$

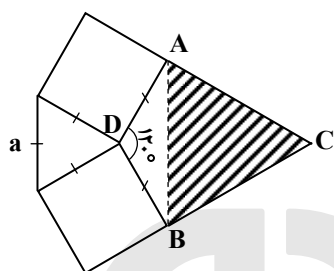
$$= \left[\left(8 - \frac{2}{3}(8)\right) - \left(2 - \frac{2}{3}\right)\right] + \left[\left(\frac{2}{3}(27) - 18\right) - \left(\frac{2}{3}(8) - 8\right)\right] = \frac{8}{3} + \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۳

اگر طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع اولیه را  $a$  در نظر بگیریم، آن گاه در مثلث متساوی الساقین  $DAB$  ( $DA = DB = a$ ) با زاویه رأس  $120^\circ$  طبق قضیه کسینوس ها داریم:

$$AB^2 = a^2 + a^2 - 2(a)(a) \cos 120^\circ = 3a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{3}$$

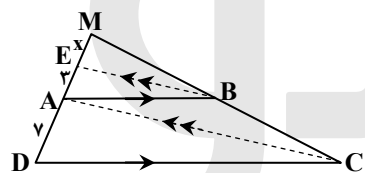
نسبت مساحت مثلث متساوی الاضلاع سایه زده شده  $ABC$  به مساحت مثلث اصلی برابر است با:



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} (a\sqrt{3})^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2} = 3$$

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۲

کافی است دو بار از قضیه تالس استفاده کنیم:



$$\begin{cases} \triangle MAC : BE \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ \triangle MDC : AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{cases} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD}$$

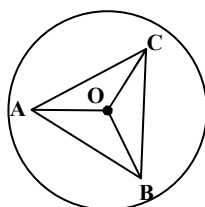
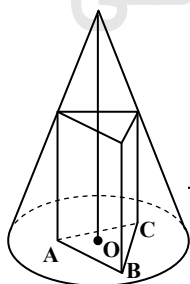
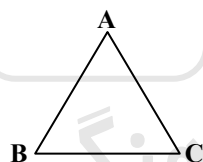
$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x+3}{7} \Rightarrow 7x = 3x+9 \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = 2.25$$

در نتیجه  $MD = 2.25 + 3 + 7 = 12.25$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: قضیه کسینوس ها: در هر مثلث دلخواه داریم:

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 - 2(AB)(AC) \cos \hat{A}$$



مطابق شکل، مرکز قاعده  $ABC$  از منشور قائم باید بر مرکز قاعده  $مخروط$  قائم منطبق باشد که در آن صورت داریم:

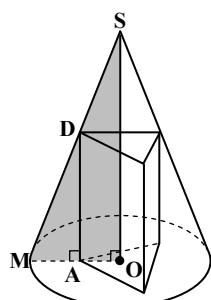
$$\triangle OAB : \begin{cases} \hat{O} = 120^\circ \\ OA = OB = x \\ AB = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{قضیه کسینوس ها}} (\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2(x)(x) \cos 120^\circ = 3x^2 \Rightarrow x = 1$$

پس مرکز قاعده (نقطه  $O$ ) از سه رأس مثلث  $ABC$  به فاصله ۱ واحد است و در نتیجه با

رسم ارتفاع مخروط (پاره خط  $SO$ ) داریم:

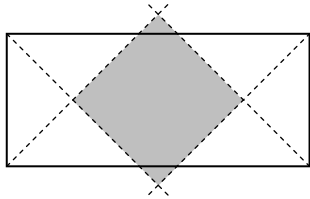
$$\triangle SOM : \begin{cases} DA \parallel SO \\ DA = 2 \\ OA = 1, AM = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{DA}{SO} = \frac{MA}{MO} \Rightarrow \frac{2}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow SO = 3$$



پس ارتفاع مخروط برابر  $SO = h = 3$  است و در نتیجه حجم مخروط قائم مذکور برابر است با:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (3^2)(3) = 9\pi$$

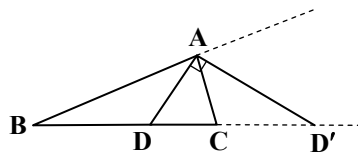
۱۲۸- پاسخ: گزینه ۴



مطابق شکل از برخورد نیمسازهای داخلی یک مستطیل به اضلاع  $a$  و  $b$ ، یک مربع به ضلع  $\frac{\sqrt{2}}{2}|a-b|$  به دست می‌آید. مساحت این مربع برابر  $S = \frac{(a-b)^2}{2}$  است. با توجه به داده‌های سؤال، مساحت مربع پدید آمده برابر است با:

$$S = \frac{(11-5)^2}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۳



مطابق شکل، نیمسازهای داخلی و خارجی  $\hat{A}$  در نقاط  $D$  و  $D'$  ضلع  $BC$  (و امتدادش) را قطع می‌کنند. در ضمن نیمسازهای داخلی و خارجی  $\hat{A}$  بر هم عمودند و در نتیجه در مثلث قائم‌الزاویه  $ADD'$  رابطه  $AD^2 + AD'^2 = DD'^2$  برقرار است.

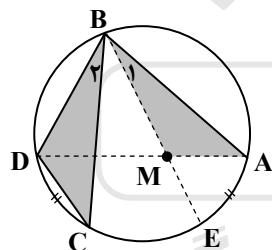
قضیه نیمسازها را برای نیمسازهای داخلی و خارجی  $\hat{A}$  به کار می‌گیریم:

$$\hat{A} \text{ نیمساز داخلی: } AD \rightarrow \frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{مجموع در مخرج}} \frac{DC}{DB+DC} = \frac{1}{4} \Rightarrow DC = 3$$

$$\hat{A} \text{ نیمساز خارجی: } AD' \rightarrow \frac{D'C}{D'B} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{تفاضل در مخرج}} \frac{D'C}{D'B-D'C} = \frac{1}{2} \Rightarrow D'C = 6$$

$$\Rightarrow DD' = DC + D'C = 9 \Rightarrow AD^2 + AD'^2 = DD'^2 = 81$$

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۲



با رسم پاره خط  $BD$ ، نتیجه می‌گیریم که دو مثلث  $ABM$  و  $BDC$  متشابه‌اند، زیرا:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \frac{\widehat{AE}}{2}, \hat{B}_2 = \frac{\widehat{CD}}{2} \xrightarrow{\widehat{AE}=\widehat{CD}} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{C} = \hat{A} = \frac{\widehat{BD}}{2} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \hat{BDC} \sim \hat{ABM}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AM}{CD} \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{AM}{3} \Rightarrow AM = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۱

$$T_1(x, y) = \left(\frac{2}{3}x, \frac{2}{3}y\right) = (x', y') \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2}x' \\ y = \frac{3}{2}y' \end{cases}$$

تبدیل یافته خط  $d: 2x + y = 6$  تحت تبدیل  $T_1$  به صورت زیر به دست می‌آید:

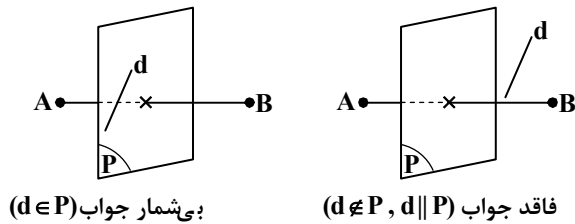
$$2\left(\frac{3}{2}x'\right) + \left(\frac{3}{2}y'\right) = 6 \Rightarrow 3x' + \frac{3}{2}y' = 6 \Rightarrow d_1: 2x + y = 9$$

$$T_2(x, y) = (-y, x) = (x', y') \Rightarrow \begin{cases} x = y' \\ y = -x' \end{cases}$$

تبدیل یافته خط  $d_1: 2x + y = 9$  تحت تبدیل  $T_2$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$2(y') + (-x') = 9 \Rightarrow 2y' - x' = 9 \Rightarrow d_2: 2y - x = 9$$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۴



می‌دانیم مجموعه نقاطی که از دو نقطه‌ی مفروض A و B به یک فاصله‌اند، صفحه‌ی عمودمنصف پاره‌خط AB است که هم از نقطه‌ی وسط AB می‌گذرد و هم بر پاره‌خط AB عمود است. از آنجا که تمام خطوط این صفحه‌ی عمودمنصف بر AB عمود است و  $d \perp AB$ ، در نتیجه خط d یا به تمامی در این صفحه قرار دارد و یا در خارج این صفحه بوده و با آن موازی است. پس این سؤال یا بیشمار جواب دارد یا فاقد جواب است.

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۱

راه حل اول: چون سه بردار مذکور دوجه‌دو بر هم عمودند، پس حاصل ضرب داخلی دوجه‌دوی آن‌ها برابر صفر است، لذا داریم:

$$V_1 \cdot V_2 = 0 \Rightarrow (1, -1, a) \cdot (2, b, 1) = 0 \Rightarrow 2 - b + a = 0 \Rightarrow a - b = -2 \quad (1)$$

$$V_1 \cdot V_3 = 0 \Rightarrow (1, -1, a) \cdot (c, 3, 2) = 0 \Rightarrow c - 3 + 2a = 0 \Rightarrow 2a + c = 3 \quad (2)$$

$$V_2 \cdot V_3 = 0 \Rightarrow (2, b, 1) \cdot (c, 3, 2) = 0 \Rightarrow 2c + 3b + 2 = 0 \Rightarrow 3b + 2c = -2 \quad (3)$$

با حل این سه معادله، مقادیر  $a = 14$ ،  $b = 16$  و  $c = -25$  به دست می‌آید که در آن صورت:

$$a + b + c = 5$$

راه حل دوم: چون  $V_1$  بر هر دو بردار  $V_2$  و  $V_3$  عمود است، بر مجموع یا تفاضل آن دو نیز عمود است، پس:

$$V_1 \cdot (V_2 - V_3) = 0 \Rightarrow (1, -1, a) \cdot (2 - c, b - 3, -1) = 0 \Rightarrow 2 - c - b + 3 - a = 0 \Rightarrow a + b + c = 5$$

توجه: عملی که در راه حل دوم انجام دادیم، معادل با این است در راه حل اول، معادله‌ی (۲) را از معادله‌ی (۱) کم کنیم.

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۴

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} a \times d = c \times b \\ a \times c = d \times b \end{cases} \xrightarrow[\text{(نظیر به نظیر)}]{\text{جمع طرفین تساویها}} a \times d + a \times c = c \times b + d \times b$$

$$\Rightarrow a \times (d + c) = (c + d) \times b \Rightarrow a \times (c + d) - \underbrace{(c + d) \times b}_{-b \times (c + d)} = 0$$

$$\Rightarrow a \times (c + d) + b \times (c + d) = 0 \Rightarrow (a + b) \times (c + d) = 0$$

چون ضرب خارجی دو بردار غیر صفر  $a + b$  و  $c + d$  برابر صفر شده، پس این دو بردار با هم موازی‌اند.

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

$$\begin{cases} d: x = y = z \Rightarrow \begin{cases} u = (1, 1, 1) \\ A = (0, 0, 0) \end{cases} \text{نقطه‌ی دلخواه} \\ d': \begin{cases} x + y = -2 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = (1, -1, 0) \\ A' = (0, -2, 5) \end{cases} \text{نقطه‌ی دلخواه} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u \times u' = (1, 1, -2) \\ \overline{AA'} = (0, -2, 5) \end{cases}$$

کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین دو خط متناظر d و d' (طول عمود مشترک d و d') برابر است با:

$$h = \frac{|\overline{AA'} \cdot (u \times u')|}{|u \times u'|} = \frac{|(0, -2, 5) \cdot (1, 1, -2)|}{|(1, 1, -2)|} = \frac{|0 - 2 - 10|}{\sqrt{6}} = \frac{12}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$$

راه حل دوم:

نکته: اگر دو خط متناظر d و d' روی دو جفت صفحه‌ی موازی P و P' قرار داشته باشند، طول عمودمشترک این دو خط همان فاصله‌ی دو جفت صفحه‌ی موازی P و P' از هم است.

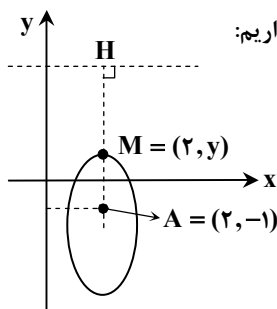
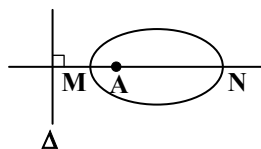
$$d: x = y = z \Rightarrow d \in (P: x + y - 2z = 0)$$

$$d': \begin{cases} x + y = -2 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow d' \in (P': x + y - 2z = -12)$$

$$(P \text{ و } P' \text{ فاصله‌ی دو صفحه‌ی موازی}) h = \frac{|0 - (-12)|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$$



۱۳۶- پاسخ: گزینه ۳



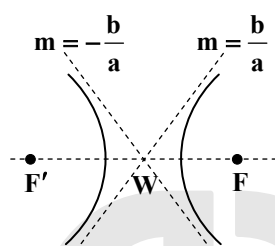
نکته: اگر خط  $\Delta$  و نقطه‌ی A خارج از آن داده شده باشد، مکان هندسی نقاطی از صفحه که نسبت فاصله‌ی آن‌ها از نقطه‌ی A با فاصله‌شان از خط  $\Delta$  برابر مقدار  $m < 1$  باشد، یک «بیضی» است. مطابق شکل در این بیضی با رسم محور کانونی بیضی، دو نقطه‌ی M و N (که همان رؤس کانونی بیضی هستند) به دست می‌آیند که به ترتیب نزدیک‌ترین و دورترین نقاط بیضی به خط  $\Delta$  هستند. با توجه به نکته‌ی فوق، کافی است که مختصات نقطه‌ی M را به دست آوریم. با توجه به شکل رسم شده داریم:

$$\frac{MA}{MH} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{|y - (-1)|}{|y - 4|} = \frac{2}{3} \xrightarrow{-1 < y < 4} \frac{y+1}{4-y} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3y + 3 = 8 - 2y \Rightarrow 5y = 5 \Rightarrow y = 1$$

پس کوتاه‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی M از خط  $y = 4$  برابر  $4 - 1 = 3$  است.

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۲



چون  $y_F = y_{F'} = -2$ ، پس هذلولی افقی است. در هذلولی افقی، شیب مجانب‌ها برابر  $\pm \frac{b}{a}$  است که هر دوی آن‌ها از مرکز هذلولی (نقطه‌ی W) می‌گذرند.

$$\begin{cases} F = (1 + \sqrt{5}, -2) \\ F' = (1 - \sqrt{5}, -2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W = \frac{F + F'}{2} = (1, -2) \\ 2c = FF' = 2\sqrt{5} \Rightarrow c = \sqrt{5} \end{cases}$$

از طرفی طبق فرض، فاصله‌ی دو رأس هذلولی برابر ۲ است، پس:

$$2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{در هذلولی: } c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 4 \Rightarrow b = 2$$

پس مجانب مورد نظر، دارای شیب  $-\frac{b}{a} = -2$  بوده و از نقطه‌ی  $W = (1, -2)$  می‌گذرد و معادله‌ی آن به صورت زیر است:

$$y - (-2) = -2(x - 1) \Rightarrow y + 2 = -2x + 2 \Rightarrow y + 2x = 0$$

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۲

از سطرهای اول، دوم و سوم دترمینان ماتریس داده شده در فرض سؤال، به ترتیب اعداد ۶،  $2x$  و  $3x$  را فاکتور گرفته و این اعداد را با همین ترتیب در ستون‌های اول، دوم و سوم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} 6 & 3x & 2x \\ 3x & 2x & 6 \\ 2x & 6 & 3x \end{vmatrix} = D \Rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 3x & 2x \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = D \Rightarrow \begin{vmatrix} 6 & x^2 & x^2 \\ 9 & 2x & 9 \\ 4 & 4 & 3x \end{vmatrix} = D \xrightarrow[\text{اول و سوم}]{\text{جاب‌جایی ستون‌های}} \begin{vmatrix} x^2 & x^2 & 6 \\ 9 & 2x & 9 \\ 3x & 4 & 4 \end{vmatrix} = -D$$

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۱

$$T(x, y) = (2x - y, 3x + y) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A + B = A \cdot B \xrightarrow{\text{از سمت چپ ضرب در } A^{-1}} \underbrace{A^{-1}A}_I + A^{-1}B = \underbrace{A^{-1}A}_I B \Rightarrow I + A^{-1}B = B$$

$$\xrightarrow{\text{از سمت راست ضرب در } B^{-1}} IB^{-1} + A^{-1} \underbrace{BB^{-1}}_I = \underbrace{BB^{-1}}_I \Rightarrow B^{-1} + A^{-1} = I \Rightarrow B^{-1} = I - A^{-1} \quad (*)$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{(*)} B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

$$|B^{-1}| = \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} \Rightarrow B = \frac{1}{\frac{3}{5}} \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه ی ۲

دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر است، پس با توجه به ضرایب، سه صفحه یا در یک خط مشترک اند یا فصل مشترک دوبه دوی آن ها با هم موازی است.

راه حل اول:

از معادله ی اول، یکی از متغیرها (مثلاً  $x$ ) را بر حسب دو تای دیگر نوشته و در معادله ی دیگر جایگذاری می کنیم:

$$x + 2y - 3z = 4 \Rightarrow x = -2y + 3z + 4$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادلات دیگر}} \begin{cases} 2(-2y + 3z + 4) - y - 4z = 5 \Rightarrow -5y + 2z + 3 = 0 \Rightarrow \frac{-5}{-10} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \\ (-2y + 3z + 4) - 8y + z = -2 \Rightarrow -10y + 4z + 6 = 0 \Rightarrow \frac{-5}{-10} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \end{cases}$$

دو خط فوق بر هم منطبق اند، پس سه صفحه ی فوق در یک خط مشترک اند.

راه حل دوم:

سعی می کنیم با استفاده از معادلات دو تا از صفحات، معادله ی صفحه ای موازی با (یا همان) صفحه ی سوم را به دست آوریم، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1, P_2: \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 2P_2 - 2P_1 = \begin{bmatrix} 1 & -8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \end{bmatrix} \\ P_3: \begin{bmatrix} 1 & -8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

صفحه ی  $Q = 2P_2 - 2P_1$  همان صفحه ی  $P_3$  است، پس صفحه ی  $P_3$  صفحه ای از دسته صفحات ساخته شده توسط  $P_1$  و  $P_2$  است، یعنی هر سه صفحه در یک خط مشترک اند.

۱۴۱- پاسخ: گزینه ی ۴

مرکز دسته	۸	۱۲	۱۶	۲۰
فراوانی نسبی	۰/۱	۰/۲۵	۰/۲	$\alpha$

$$\text{جمع فراوانی نسبی} = 1 \Rightarrow \alpha = 0/45$$

$$\bar{x} = 8 \times 0/1 + 12 \times 0/25 + 16 \times 0/2 + 20 \times 0/45 = 16$$

$$\sigma^2 = (8-16)^2 \times 0/1 + (12-16)^2 \times 0/25 + (16-16)^2 \times 0/2 + (20-16)^2 \times 0/45$$

$$\sigma^2 = 6/4 + 4 + 0 + 7/2 = 17/6$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ی ۲

به غیر از  $x$  ترتیب افزایشی ۷ داده ی دیگر به صورت زیر است:

$$50, 63, 64, 65, 66, 70, 77$$

در این ۷ داده، میانه برابر ۶۵ است. اگر عدد  $x$  را به جمع این اعداد وارد کنیم، در صورتی میانه و مد با هم برابر خواهند بود که  $x = 65$  باشد، که در آن صورت میانگین اعداد برابر خواهد بود با:

$$\bar{x} = \frac{50 + 63 + 64 + 65 + 65 + 66 + 70 + 77}{8} = 65$$

در نتیجه به ازای  $x = 65$ ، هر سه شاخص میانگین، مد و میانه با هم برابر خواهد شد.

۱۴۳- پاسخ: گزینه ی ۳

بر اساس شرط بیان شده (باید مجموع دو گوی برابر ۱۱۰ باشد)، ۹۰ عدد دو رقمی را به مجموعه های زیر تقسیم می کنیم:

$$\{10\}, \{11, 99\}, \{12, 98\}, \{13, 97\}, \dots, \{54, 56\}, \{55\}$$

۴۶ مجموعه به دست آمده که در هر یک از مجموعه های دو عضوی، مجموع اعداد برابر ۱۱۰ می باشد، طبق اصل لانه ی کبوتری اگر ۴۷ عدد از ۹۰ عدد دو رقمی انتخاب کنیم، حداقل دو تا از آن ها در یکی از ۴۶ مجموعه ی دو عضوی خواهند افتاد و شرط مورد نظر برقرار خواهد شد. توجه کنید که در بدترین حالت، اگر ۴۶ عدد دو رقمی ۱۰، ۱۱، ۱۲، ... و ۵۵ انتخاب شود، مجموع هیچ دو تایی از آن ها برابر ۱۱۰ نخواهد شد.

۱۴۴- پاسخ: گزینه ی ۴

چون  $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ ، لذا طبق فرض سؤال داریم:

$$(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = A \xrightarrow{A = (A - B) \cup (A \cap B)} B - A = \emptyset \Rightarrow B \cap A' = \emptyset$$

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۲

چون یکی از افرازهای A به صورت  $\{a\}, \{b\}, \{\{a, b\}\}, \{c\}$  است، پس مجموعه‌ی A، به صورت زیر می‌باشد:

$$A = \{a, b, \{a, b\}, c\}$$

تعداد افرازهای یک مجموعه‌ی ۴ عضوی که فاقد مجموعه‌ی تک عضوی باشد، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{\bullet \bullet \bullet \bullet} \Rightarrow \binom{4}{4} = 1 \\ \boxed{\bullet \bullet \bullet \bullet} \Rightarrow \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{2}}{2!} = 3 \end{array} \right. \xrightarrow{+} = 4 \text{ تعداد افرازهای مورد نظر}$$

۱۴۶- پاسخ: گزینه ۲

رابطه‌ی  $ab = cd \Leftrightarrow (a, b)R(c, d)$  هم‌ارزی است، زیرا:

$$(1) \forall (a, b) \in \mathbb{R}^2 : ab = ab \Rightarrow (a, b)R(a, b) \quad (\checkmark \text{ بازتابی})$$

$$(2) (a, b)R(c, d) : ab = cd \Rightarrow cd = ab \Rightarrow (c, d)R(a, b) \quad (\checkmark \text{ تقارنی})$$

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} (a, b)R(c, d) : ab = cd \\ (c, d)R(e, f) : cd = ef \end{array} \right. \Rightarrow ab = ef \Rightarrow (a, b)R(e, f) \quad (\checkmark \text{ تراییبی})$$

$$[(1, 4)] \text{ هم‌ارزی } \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 4\} \xrightarrow[\text{(با شرط } x > 0)]{y=x \text{ با } x^2=4} \xrightarrow{x>0} x=2$$

۱۴۷- پاسخ گزینه ۳؟؟؟

در صورت سؤال شرط اینکه عدد یک تاس مضرب ۳ نباشد، بیان شده است، پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای جدید را توسط اصل متمم به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c} \text{کل حالات} \\ \uparrow \\ |S'| = 6 \times 6 - 2 \times 2 = 32 \\ \downarrow \\ \text{هر دو تاس مضرب ۳} \end{array}$$

چون حداقل یکی از تاس‌ها مضرب ۳ نیست، پس جمع دو عدد تاس‌ها زمانی مضرب ۳ می‌شود که یکی به صورت  $3k+1$  و دیگری به صورت  $3k+2$  باشد. لذا تعداد اعضای پیشامد مطلوب به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3k+1 \Rightarrow \{1, 4\} \\ 3k+2 \Rightarrow \{2, 5\} \end{array} \right. \Rightarrow |A| = \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times 2! = 8$$

پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

۱۴۸- پاسخ: گزینه ۳

برای راحتی در رسم نمودار، به جای a و b متغیرهای x و y را در نظر می‌گیریم. طبق فرض:

$$(S) \text{ فضای نمونه‌ای: } \begin{cases} 1 < x < 3 \\ -1 < y < 3 \end{cases}$$

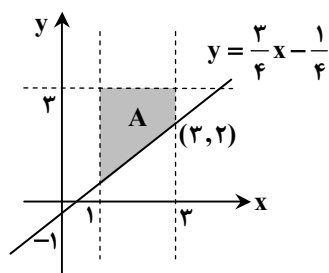
$$(A) \text{ پیشامد مطلوب: } 3x - 4y < 1 \Rightarrow y > \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$$

خط  $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$ ، خطوط  $x=1$  و  $x=3$  را در نقاط  $(1, \frac{1}{4})$  و  $(3, 2)$  قطع می‌کند. در

نتیجه مساحت ناحیه‌ی پیشامد A (که یک دوزنقه است) برابر است با:

$$a_A = \frac{2 \times (\frac{5}{4} + 1)}{2} = \frac{7}{2}$$

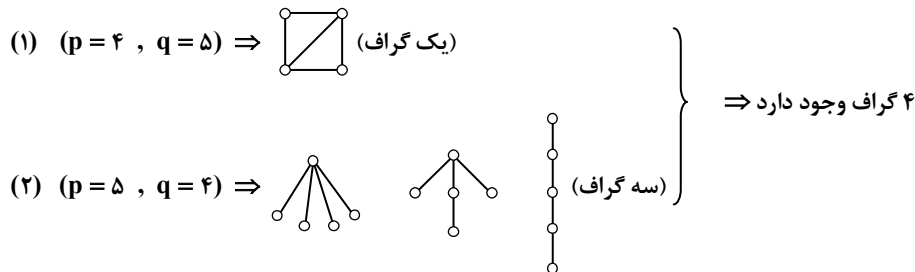
$$\Rightarrow \text{احتمال پیشامد مورد نظر: } P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{\frac{7}{2}}{2 \times 4} = \frac{7}{16}$$



۱۴۹- پاسخ: گزینه ی ۳

$$p+q=9 \Rightarrow \begin{array}{c|cccccccccc} p & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \hline q & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

↓ غیرممکن
↖ غیر ساده
↗ نا همبند

با توجه به جدول فوق، تنها دو حالت  $(p=4, q=5)$  و  $(p=5, q=4)$  امکان دارد که در آن صورت:

۱۵۰- پاسخ: گزینه ی ۴

داریم:

$$\overline{ababab} = \overline{ab\cdots} + \overline{ab\cdots} + \overline{ab} = \overline{ab} \times (10000 + 100 + 1) = \overline{ab} \times 10101$$

با توجه به تجزیه ی  $10101 = 3 \times 7 \times 13 \times 37$  و  $111 = 3 \times 37$  فرض سؤال داریم:

$$\overline{ababab} = 111 \times k^2 \Rightarrow \overline{ab} \times 3 \times 7 \times 13 \times 37 = 3 \times 37 \times k^2 \Rightarrow \overline{ab} \times 7 \times 13 = k^2 \Rightarrow \overline{ab} = 7 \times 13 = 91 \Rightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow a+b=10$$

۱۵۱- پاسخ: گزینه ی ۱

$$(abc)_7 = (a \cdot cb)_4 \Rightarrow 49a + 7b + c = 64a + 0 + 4c + b \Rightarrow 6b - 15a = 3c \xrightarrow{\div 3} c = 2b - 5a \quad (*)$$

از آنجا که  $a, b$  و  $c$  ارقامی غیر صفر در مبنای ۴ هستند، پس  $0 < a, b, c < 4$  و معادله ی (\*) فقط جواب زیر را دارد:

$$b=3, a=1, c=1$$

در نتیجه  $a+b+c=5$ 

۱۵۲- پاسخ: گزینه ی ۱

ب.م.م دو عدد  $5n+4$  و  $13n-3$  را  $d \neq 1$  در نظر می گیریم. پس:

$$(\Delta n + 4, 13n - 3) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid \Delta n + 4 \xrightarrow{\times 13} d \mid 6\Delta n + 52 \\ d \mid 13n - 3 \xrightarrow{\times 5} d \mid 6\Delta n - 15 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 67 \xrightarrow{d \neq 1} d = 67$$

پس هر دو عدد مذکور مضرب ۶۷ هستند، در نتیجه:

$$\Delta n + 4 \equiv 0 \pmod{67} \Rightarrow \Delta n \equiv -4 \pmod{67} \xrightarrow{\times 13} 6\Delta n \equiv -52 \pmod{67} \Rightarrow -2n \equiv -52 \pmod{67} \xrightarrow{\div (-2)} n \equiv 26 \pmod{67}$$

عدد طبیعی دو رقمی  $\rightarrow \begin{cases} n = 26 \\ n = 26 + 67 = 93 \end{cases}$

دو مقدار طبیعی دو رقمی برای  $n$  وجود دارد.

۱۵۳- پاسخ: گزینه ی ۴

ماتریس مجاورت رابطه ی  $R$  به صورت زیر است:

$$M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ماتریس  $M(R \circ R)$  به صورت زیر به دست می آید:

$$M(R \circ R) = (M(R))^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

شامل ۱۲ درایه ی (۱):

۱۵۴- پاسخ: گزینه ی ۳

چون  $x_1 > 4$ ، پس با فرض  $x_1 = x'_1 + 5$  که در آن  $x'_1 \geq 0$  است، تعداد جواب‌های کلی صحیح و نامنفی معادله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x'_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x'_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی}} \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

برای به دست آوردن تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی فوق با شرط  $x_3 \leq 4$ ، کافی است تعداد جواب‌ها را در حالتی که  $x_3 \geq 5$  است به صورت زیر به دست آوریم:

$$\begin{cases} x'_1 + x_2 + x'_3 = 1 \\ x'_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x'_3 \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی}} \binom{1+3-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

در نتیجه تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی اولیه با شروط  $x_1 > 4$  و  $x_3 \leq 4$  برابر است با:

$$28 - 3 = 25$$

۱۵۵- پاسخ: گزینه ی ۲

از آنجا که ۲ مهره را بدون رؤیت از جعبه خارج کرده‌ایم، پس هیچ اطلاعی در مورد رنگ مهره‌های خارج شده نداریم. در این حالت، با برداشتن یک مهره‌ی دیگر از جعبه، احتمال سفید بودن این مهره معادل با حالتی است که آن ۲ مهره‌ی قبلی را از جعبه خارج نکرده‌ایم و به دنبال

محاسبه‌ی احتمال سفید بودن مهره‌ی خارج شده هستیم که برابر است با  $P(A) = \frac{2}{7}$ 

### فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه ی ۲

با کم کردن رابطه‌ی (۲) از (۱)، به سادگی بردار  $\vec{B}$  را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{رابطه ی (۱): } \vec{A} + \vec{B} &= 6\vec{i} + 8\vec{j} \\ \text{رابطه ی (۲): } \vec{A} - \vec{B} &= 2\vec{i} + 4\vec{j} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(1)-(2)} 2\vec{B} = (6\vec{i} + 8\vec{j}) - (2\vec{i} + 4\vec{j}) = 4\vec{i} + 4\vec{j} \Rightarrow \vec{B} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{B} \text{ بردار } |\vec{B}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ محاسبه ی اندازه ی بردار}$$

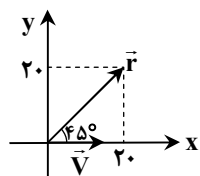
۱۵۷- پاسخ: گزینه ی ۳

برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: به دست آوردن بردار مکان متحرک:

$$\vec{r} = (x)\vec{i} + (y)\vec{j} \xrightarrow{\text{مشتق}} \vec{V} = (10)\vec{i} + (-10t + 20)\vec{j}$$

$$\left\{ \begin{aligned} x &= 10t + x_0 \quad \text{چه بوده است؟} \xrightarrow{\text{حاصل برابر ۱۰ شده است}} \text{از } x \text{ مشتق گرفته ایم} \\ y &= -5t^2 + 20t + y_0 \quad \text{چه بوده است؟} \xrightarrow{\text{حاصل برابر } (-10t + 20) \text{ شده است}} \text{از } y \text{ مشتق گرفته ایم} \end{aligned} \right. \xrightarrow{x_0=y_0=0} \vec{r} = (10t)\vec{i} + (-5t^2 + 20t)\vec{j}$$

دقت: چون متحرک در مبدأ زمان ( $t=0$ ) از مبدأ مکان می‌گذرد، و  $y_0$  و  $x_0$  برای متحرک برابر صفر می‌باشند.گام دوم: به دست آوردن زاویه‌ی بین بردار مکان و سرعت در لحظه‌ی  $t=2s$ :

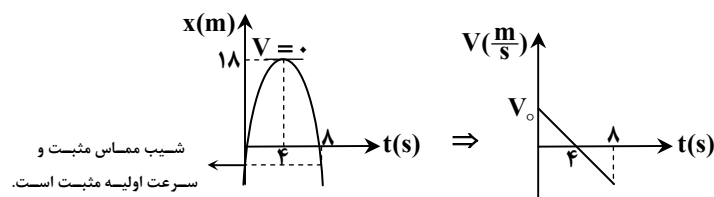
$$\vec{V} \text{ در راستای } x \text{ است.} \xrightarrow{t=2s} \vec{V} = 10\vec{i} + (-10 \times 2 + 20)\vec{j} = 10\vec{i} + 0\vec{j} \quad \text{کمک گرفتن از}$$

$$\xrightarrow{t=2s} \vec{r} = (10 \times 2)\vec{i} + (-5 \times 2^2 + 20 \times 2)\vec{j} = 20\vec{i} + 20\vec{j} \Rightarrow \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{20}{20} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

 $\Rightarrow$  زاویه‌ی بین  $\vec{r}$  و  $\vec{V}$  برابر  $45^\circ$  است.

۱۵۸- پاسخ: گزینه ی ۳

سؤال نسبتاً ساده و جالبی مطرح شده است. نمودار سرعت- زمان این حرکت مطابق شکل زیر است و با توجه به تشابه، بزرگی سرعت در

 $t=8s$  برابر بزرگی سرعت در  $t=0$  است.

۱۵۹- پاسخ: گزینه ی ۴

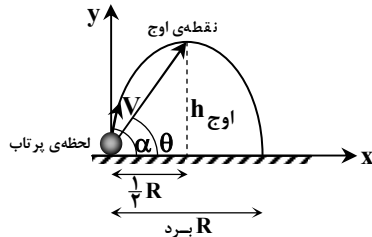
شتاب حرکت هر دو گلوله یکسان است، بنابراین شتاب نسبی حرکت آنها صفر بوده  $a_1 - a_2 = 0$  نسبی  $a$  و نسبی  $V_0 = 28 - 18 = 10 \frac{m}{s}$  می باشد (سرعت اولیه ی دو گلوله هم جهت بوده و سرعت نسبی آنها، برابر تفاضل سرعت های دو گلوله می باشد).

از طرفی می دانیم گلوله ی A در لحظه ی  $t = \frac{V_0 A}{g} = \frac{28}{10} = 2.8 s$  به نقطه ی اوج می رسد. بنابراین با توجه به یکنواخت بودن حرکت دو گلوله نسبت به یکدیگر می توان نوشت:

$$\Delta y_{\text{نسبی}} = V_{0 \text{ نسبی}} \times \Delta t = 10 \times 2.8 = 28 m$$

۱۶۰- پاسخ: گزینه ی ۲

با توجه به شکل مقابل که در آن بردار جابه جایی از لحظه ی پرتاب تا نقطه ی اوج رسم شده است و کمک گرفتن از روابط مثلثاتی، داریم:



$$\tan \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{h_{\text{اوج}}}{\frac{1}{2}R}$$

از طرفی با توجه به روابط  $R = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$  و  $h_{\text{اوج}} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$  می توان نوشت:

$$\tan \theta = \frac{\frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}}{\frac{1}{2} \times \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{2 \cos \alpha} = \frac{1}{2} \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 2 \tan \theta$$

۱۶۱- پاسخ: گزینه ی ۲

برای محاسبه ی بردار تغییر تکانه ی جسم نیاز به بردار تغییر سرعت آن داریم. از طرفی می دانیم با مشتق گرفتن از بردار مکان متحرک، بردار سرعت آن به سادگی به صورت زیر به دست می آید:

$$\vec{r} = (\Delta t) \vec{i} + (\Delta t^2 + 24t) \vec{j} \xrightarrow{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \vec{v} = \Delta \vec{i} + (10t - 24) \vec{j}$$

در ادامه با محاسبه ی بردار سرعت در  $t_1 = 0$  و  $t_2 = 5s$  بردار تغییر تکانه به سادگی محاسبه می شود:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow \vec{v}_1 = \Delta \vec{i} - 24 \vec{j} \\ t_2 = 5s \Rightarrow \vec{v}_2 = \Delta \vec{i} + 26 \vec{j} \end{cases}$$

حال می توان نوشت:

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = m \vec{v}_2 - m \vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{P} = 50 \times 10^{-3} [(\Delta - \Delta) \vec{i} + (26 - (-24)) \vec{j}] = 50 \times 10^{-3} \times 50 \vec{j} = 2.5 \frac{kg \cdot m}{s}$$

نگاه دیگر: شتاب این متحرک ثابت و برابر  $10 \frac{m}{s^2}$  است:

$$\vec{r} = (\Delta t) \vec{i} + (\Delta t^2 - 24t) \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_t = \Delta \vec{i} + (10t - 24) \vec{j} \Rightarrow \vec{a} = 0 \vec{i} + 10 \vec{j} \Rightarrow |\vec{a}| = 10 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین سرعت در ۵ ثانیه به اندازه ی ۵ برابر شتاب یعنی  $50 \frac{m}{s}$  تغییر کرده و تغییر تکانه نیز با ضرب جرم در  $\Delta V$  به دست می آید:

$$\Delta V = 50 \frac{m}{s} \Rightarrow \Delta P = m \Delta V = 50 \times 10^{-3} \times 50 = 2.5 \frac{kg \cdot m}{s}$$

۱۶۲- پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

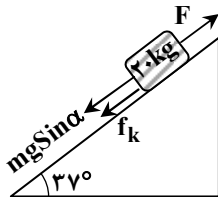
$$\vec{F}_1 = 20 \vec{i} - 50 \vec{j}, \vec{F}_2 = 10 \vec{i} + 20 \vec{j}, \vec{F}_3 = -10 \vec{j}$$

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m \vec{a} \Rightarrow (20 + 10) \vec{i} + (-50 + 20 - 10) \vec{j} = 5 \vec{a}$$

$$5 \vec{a} = 30 \vec{i} - 40 \vec{j} \Rightarrow \vec{a} = 6 \vec{i} - 8 \vec{j} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10 \frac{m}{s^2}$$

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۲

نیروی که از طرف سطح به صندوق وارد می‌شود، دو مؤلفه دارد؛ یکی نیروی عمودی سطح که کار آن در این جابه‌جایی صفر است ( $\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = 90^\circ$ ) و دیگری نیروی اصطکاک که در خلاف جهت حرکت جسم بر آن وارد می‌شود. برای محاسبه‌ی کار نیروی اصطکاک ابتدا باید مقدار نیروی اصطکاک وارد بر جسم را به دست آوریم. با توجه به اینکه طبق صورت سؤال، جسم بر روی سطح حرکت می‌کند، نیروی اصطکاک وارد بر آن برابر است با:



$$f_k = \mu_k \overbrace{mg \cos \alpha}^N = \frac{1}{4} \times 20 \times 10 \times \frac{4}{5} = 40 \text{ N}$$

$$\text{کار نیروی اصطکاک: } W_{f_k} = f_k \cdot d \cdot \overbrace{\cos 180^\circ}^{-1} = 40 \times 2 \times (-1) = -80 \text{ J}$$

$$W_R = W_N + W_{f_k} = 0 + (-80) = -80 \text{ J}$$

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۱

برای مقایسه‌ی تکانه‌ی دو ماهواره، با توجه به یکسان بودن جرم آن‌ها، نیاز به مقایسه‌ی سرعت آن دو داریم:

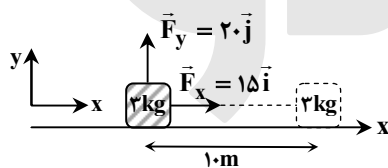
$$P = mV \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{V_A}{V_B} \quad \text{(I) رابطه‌ی یکسان}$$

از سوی دیگر سرعت چرخش ماهواره مستقل از جرم ماهواره بوده و فقط به فاصله‌ی ماهواره از مرکز زمین بستگی دارد، بنابراین داریم:

$$V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\frac{h_B + R_e}{h_A + R_e}} = \sqrt{\frac{3R_e + R_e}{R_e + R_e}} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{V_A}{V_B} = \sqrt{2}$$

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۳

مطابق شکل مشخص است که مؤلفه‌ی افقی نیروی  $\vec{F}$  (یعنی  $\vec{F}_x = 15\vec{i}$ ) در جهت حرکت جسم و مؤلفه‌ی عمودی نیروی  $\vec{F}$  (یعنی  $\vec{F}_y = 20\vec{j}$ ) عمود بر مسیر حرکت جسم می‌باشد. بنابراین کار هر یک از این نیروها برابر است با:



$$W_{\text{کل}} = W_{F_x} + W_{F_y}$$

$$\begin{cases} W_{F_x} = F_x \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 15 \times 10 \times 1 = 150 \text{ J} \\ W_{F_y} = F_y \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0 \end{cases} \Rightarrow W_{\text{کل}} = W_{F_x} + W_{F_y} = 150 \text{ J}$$

نگاه دیگر: از ضرب داخلی نیروی  $\vec{F}$  در جابه‌جایی نیز می‌توان به سادگی کار نیروی  $\vec{F}$  را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} \vec{F} = 15\vec{i} + 20\vec{j} \\ \vec{d} = 10\vec{i} + 0\vec{j} \end{cases} \Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 15 \times 10 + 20 \times 0 = 150 \text{ J}$$

۱۶۶- پاسخ: گزینه ۲

برای پاسخ دادن به این سؤال گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: با توجه به توان گرمکن ( $P = 300 \text{ W}$ ) در مدت ۲۴s مقدار گرمای تولید شده برابر است با:

$$Q_{\text{کل}} = Pt = 300 \times 24 \text{ J}$$

گام دوم: گرمایی که به مایع می‌رسد، صرف بالا بردن دمای آن می‌شود و با توجه به این موضوع، مقدار گرمای رسیده به مایع برابر است با:

$$Q_{\text{مفید}} = mc\Delta\theta = \frac{60}{1000} \times 1500 \times (50 - 30) = 1800 \text{ J}$$

گام سوم: در نهایت برای محاسبه‌ی درصد گرمای دریافت شده توسط مایع از گرمای کل تولیدی (یعنی بازده گرمکن) داریم:

$$\text{درصد گرمای دریافت شده} = \frac{Q_{\text{مفید}}}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{1800}{300 \times 24} \times 100 = 25\%$$

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۴

با کمک گرفتن از رابطه‌ی  $L_2 = L_1(1 + \alpha\Delta\theta)$  و محاسبه‌ی طول دو میله در اثر افزایش دمای  $30^\circ\text{C}$  می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} L_{2A} = L_{1A}(1 + \alpha_A\Delta\theta) = 50(1 + \alpha_A \times 30) \\ L_{2B} = L_{1B}(1 + \alpha_B\Delta\theta) = 70(1 + \alpha_B \times 30) \end{cases} \xrightarrow{L_{2B} - L_{2A} = 20 \text{ cm}} 70(1 + 30\alpha_B) - 50(1 + 30\alpha_A) = 20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 70 + 2100\alpha_B - 50 - 1500\alpha_A = 20 \Rightarrow 2100\alpha_B = 1500\alpha_A \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{2100}{1500} = \frac{7}{5}$$

نگاه مفهومی تر: در واقع می توان گفت تغییر طول دو میله با افزایش دمای  $30^{\circ}\text{C}$  برابر بوده و به همین دلیل با این افزایش دما، اختلاف طول دو میله ثابت مانده است:

$$\Delta L_A = \Delta L_B \Rightarrow L_{1A} \alpha_A \Delta \theta = L_{1B} \alpha_B \Delta \theta \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{L_{1B}}{L_{1A}} = \frac{\gamma}{\delta}$$

۱۶۸- پاسخ: گزینه ی ۱

برای پاسخ دادن به این سؤال جدید و زیبا، گام های زیر را طی می کنیم:

گام اول: محاسبه ی مجموع حجم گاز هلیوم و اکسیژن در مخلوط با توجه به معادله ی حالت گاز کامل:

$$\begin{cases} n_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \\ n_{\text{He}} = \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow n_{\text{کل}} = n_1 + n_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ mol}$$

$$PV = nRT \Rightarrow 10.5 \times V = 1 \times 8 \times 300 \Rightarrow V = 24 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

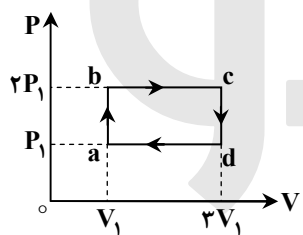
گام دوم: محاسبه ی چگالی مخلوط دو ماده با توجه به رابطه ی  $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\sum m}{V_{\text{کل}}}$ :

تبدیل g به kg

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\sum m}{V} = \frac{(2+16) \times 10^{-3}}{24 \times 10^{-3}} = \frac{18 \times 10^{-3}}{24 \times 10^{-3}} = \frac{3}{4} = 0.75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۱۶۹- پاسخ: گزینه ی ۱

برای محاسبه ی بازده، کافی است مقادیر گرمای گرفته شده و کار انجام شده توسط گاز را محاسبه کنیم. در فرآیندهای ab و bc، گاز دریافت کرده و مقدار کار انجام شده برابر مساحت داخل چرخه است.



$$\begin{cases} \text{(هم حجم): } Q_{ab} = n C_{MV} \Delta T = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} (P_b V_b - P_a V_a) = \frac{3}{2} \times (2P_1 V_1 - P_1 V_1) = \frac{3}{2} P_1 V_1 \\ \text{(هم فشار): } Q_{bc} = n C_{MP} \Delta T = \frac{5}{2} (P_c V_c - P_b V_b) = \frac{5}{2} (6P_1 V_1 - 2P_1 V_1) = 10 P_1 V_1 \end{cases}$$

$$|W| = S = P_1 \times 2V_1 = 2P_1 V_1 \Rightarrow \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2P_1 V_1}{(\frac{3}{2} P_1 V_1 + 10 P_1 V_1)} = \frac{2P_1 V_1}{\frac{23}{2} P_1 V_1} = \frac{4}{23}$$

دقت شود که در مراحل cd و da، گاز گرما از دست می دهد.

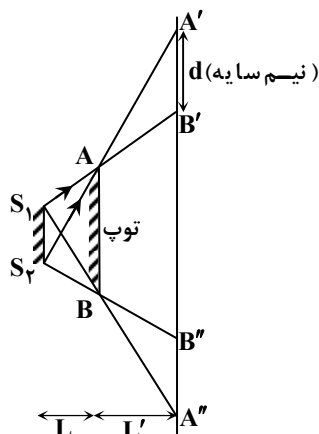
۱۷۰- پاسخ: گزینه ی ۲

هر دو گرمای مطرح شده در صورت سؤال را با توجه به روابط زیر محاسبه می کنیم (دقت شود که یک گرم گاز هیدروژن، معادل با نیم مول است.):

$$Q_1 = n C_{MP} \Delta T = \frac{1}{2} \times 28 \times 1 = 14 \text{ J (گرمای لازم برای افزایش دمای } 1^{\circ}\text{C برای نیم مول گاز هیدروژن در فشار ثابت است.)}$$

$$Q_2 = mc \Delta T = 1 \times 10^{-3} \times 4200 \times 1 = 4/2 \text{ J (گرمای لازم برای افزایش دمای } 1^{\circ}\text{C برای 1g آب)} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{14}{4/2} = \frac{10}{3}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه ی ۱



شکل مقابل را در نظر بگیرید، با توجه به تشابه مثلث های  $\triangle AS_1S_2$  با  $\triangle AA'B'$  می توان نوشت:

$$\frac{S_1S_2}{d} = \frac{L}{L'}$$

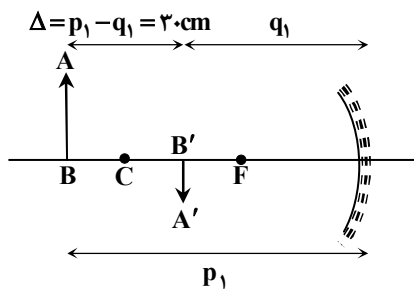
$$d = \frac{L'}{L} S_1S_2$$

با نزدیک کردن توپ به پرده،  $L'$  کاهش و  $L$  افزایش می یابد و هر دو اتفاق در رابطه ی فوق، پهنای نیم سایه را کم می کند. دقت شود که با توجه به تشابه فوق، پهنای نیم سایه از قطر جسم کدر (AB) مستقل است.



۱۷۲- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به ویژگی نقاط مزدوج در آینه‌ی مقعر، هنگامی که جسم و تصویر حقیقی‌اند، اگر جسم را به محل تصویر منتقل کنیم، تصویر نیز به مکان اولیه‌ی جسم می‌رود و بزرگ‌نمایی در این حالت نسبت به حالت اول معکوس شده ( $m_2 = \frac{1}{m_1}$ ) و طول تصویر جدید  $\frac{1}{m_2}$  برابر طول تصویر اول می‌باشد.



$$\left. \begin{aligned} \frac{A''B''}{AB} &= \frac{1}{m} \\ \frac{A'B'}{AB} &= m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{A''B''}{A'B'} = \frac{1}{m^2}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{طول تصویر دوم}}{\text{طول تصویر اول}} = \frac{1}{m_1^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$$

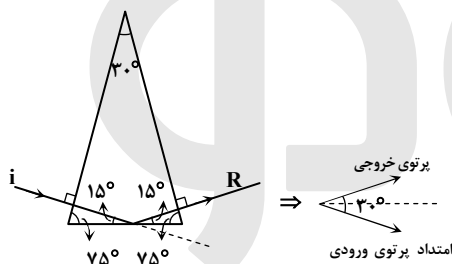
$$m_1 = \frac{q_1}{p_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow p_1 = 2q_1$$

$$\Delta = p_1 - q_1 \Rightarrow 20 = 2q_1 - q_1 \Rightarrow q_1 = 20 \text{ cm} \Rightarrow p_1 = 2 \times 20 = 40 \text{ cm}$$

حال می‌توان نوشت:

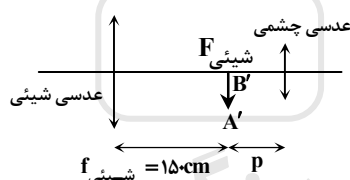
$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{40} + \frac{1}{20} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1+2}{40} \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

۱۷۳- پاسخ: گزینه ۲



برای محاسبه‌ی میزان انحراف پرتو پس از برخورد به منشور، پرتوهای ورودی و خروجی را باید از یک نقطه بکشیم. به همین منظور مطابق شکل، امتداد پرتو ورودی را رسم می‌کنیم و مشاهده می‌شود که پرتوی ورودی به اندازه‌ی  $(15^\circ + 15^\circ) = 30^\circ$  انحراف پیدا کرده است.

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۳



می‌دانیم تصویر جسم واقع در فاصله‌ی خیلی دور از عدسی شیئی (که یک عدسی همگرا است) بر روی کانون این عدسی تشکیل می‌شود. حال عدسی چشمی از این تصویر که در فاصله‌ی  $p$  از آن قرار دارد، با توجه به صورت سؤال تصویری مجازی در فاصله‌ی  $40 \text{ cm}$  از خود تشکیل می‌دهد و  $p$  برابر است با:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{40} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{1}{40} + \frac{1}{10} = \frac{1+4}{40} \Rightarrow p = 8 \text{ cm}$$

در نهایت با توجه به شکل فوق، فاصله‌ی بین دو دوربین نجومی برابر  $15 + 8 = 158 \text{ cm}$  می‌باشد.

دقت: این دوربین نجومی تنظیم نبوده و به همین دلیل تصویر نهایی در بینهایت تشکیل نشده است. در یک دوربین نجومی تنظیم، فاصله‌ی دو عدسی از هم برابر مجموع فاصله‌ی کانونی آنها است.

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا فشار حاصل از ارتفاع  $136 \text{ cm}$  آب را بر حسب  $\text{cmHg}$  محاسبه می‌کنیم:

$$(\rho gh)_{\text{آب}} = (\rho gh)_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} \cdot h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} \cdot h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1000 \times 136 = 13600 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 10 \text{ cmHg}$$

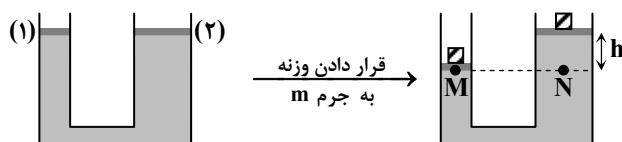
با توجه به اینکه فشار هوا برابر  $76 \text{ cmHg}$  است، فشار در عمق  $136$  سانتی‌متری آب در مجموع برابر  $76 + 10 = 86 \text{ cmHg}$  به دست می‌آید.

۱۷۶- پاسخ: گزینه ۲

با قرار دادن وزنه‌ای به جرم  $m$  بر روی هر یک از پیستون‌ها، فشار

در زیر آن‌ها به اندازه‌ی  $\frac{mg}{A}$  افزایش خواهد یافت. با توجه به اینکه  $A_1 < A_2$  می‌باشد، بنابراین فشار وارد از طرف پیستون (۱) بر سطح مایع بیشتر از پیستون (۲) است.

$$\uparrow P = \frac{mg}{A} \downarrow \xrightarrow{A_1 < A_2} P_1 > P_2$$



در ادامه می توان گفت با توجه به اینکه فشار حاصل از گذاشتن وزنه بر روی پیستون (۱) بیشتر است، باید ارتفاع مایع در ستون (۲) بالاتر برود تا فشار ناشی از مایع بالا رفته، بتواند به گونه ای عمل کند که در مجموع فشار در دو نقطه ی  $M$  و  $N$  برابر شود:

$$P_M = P_N \Rightarrow \frac{mg}{A_1} + P_0 = \frac{mg}{A_2} + \rho gh + P_0$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به اینکه خط کش بر حسب میلی متر درجه بندی شده است، دقت اندازه گیری آن برابر  $1\text{mm}$  است. اکنون دقت اندازه گیری گزینه ها را بر حسب میلی متر می نویسیم:

۱)  $4/5\text{mm} \Rightarrow 1\text{mm} \times 0/1$  : دقت اندازه گیری \*

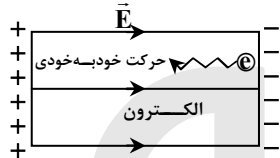
۲)  $1/35\text{cm} \Rightarrow 1\text{mm} \times 0/1 \times 10 = 1\text{mm} \times 0/1$  : دقت اندازه گیری \*

۳)  $5/4\text{cm} \Rightarrow 1\text{mm} \times 0/1 \times 10 = 1\text{mm}$  ✓

۴)  $0/0025\text{m} \Rightarrow 1\text{mm} \times 0/001 \times 10^3 = 0/1\text{mm}$  \*

۱۷۸- پاسخ: گزینه ی ۴

با رها کردن الکترون، الکترون در جهت خودبه خودی اش حرکت می کند (به سمت صفحه ی مثبت می رود) با توجه به اینکه جهت حرکت خودبه خودی بار منفی در یک میدان الکتریکی، در خلاف جهت میدان می باشد (با توجه به شکل زیر)، بنابراین بار منفی از نقاط با پتانسیل کمتر به نقاط با پتانسیل بیشتر حرکت می کند و با این حرکت، انرژی پتانسیل آن کاهش می یابد.



$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow[\Delta V > 0]{q < 0} \Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U < 0$$

۱۷۹- پاسخ: گزینه ی ۴

این سؤال جالب را در دو حالت بررسی می کنیم:

حالت اول: وقتی خازن به باتری وصل است، ولتاژ دو سر آن ثابت است و داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} \xrightarrow{C \propto \frac{1}{d}} \frac{U'}{U} = \frac{d}{d'} = \frac{d}{nd} = \frac{1}{n} \Rightarrow U' = \frac{1}{n} U$$

حالت دوم: وقتی خازن از باتری جدا می شود، بار خازن ثابت می ماند و داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U''}{U} = \frac{C}{C''} \xrightarrow{C \propto \frac{1}{d}} \frac{U''}{U} = \frac{d''}{d} = \frac{nd}{d} = n \Rightarrow U'' = nU$$

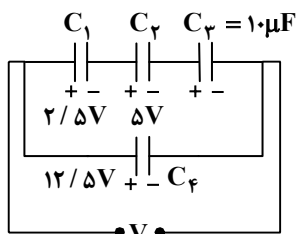
بنابراین در مقایسه ی دو حالت داریم:

$$\frac{U''}{U'} = \frac{nU}{\frac{1}{n}U} = n^2$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ی ۳

برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

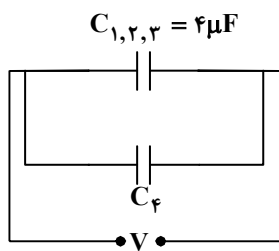
(۱) مجموع اختلاف پتانسیل های دو سر خازن های  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$  برابر اختلاف پتانسیل دو سر خازن  $C_4$  می باشد.



$$V_1 + V_2 + V_3 = V_4 \Rightarrow 2/5 + 5 + V_3 = 12/5 \Rightarrow V_3 = 5V$$

(۲) با توجه به اینکه دو خازن  $C_2$  و  $C_3$  سری هستند و ولتاژ آن ها با هم برابر به دست آمد  $(V_2 = V_3 = 5V)$ ، بنابراین ظرفیت آن ها با هم برابر است  $(C_2 = C_3 = 10\mu F)$ . از سوی دیگر در خازن های سری ظرفیت خازن ها با ولتاژ دو سر آن ها نسبت عکس دارد، بنابراین  $C_1 = 2 \times 10 = 20\mu F$  است.

$$q_1 = q_2 \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{C_1}{10} = \frac{5}{2/5} \Rightarrow C_1 = 20\mu F$$



۳) طبق صورت سؤال ظرفیت معادل مدار برابر ظرفیت خازن  $C_1$  (یعنی  $20\mu F$  است). بنابراین از روی شکل مدار، ظرفیت معادل را می‌یابیم:

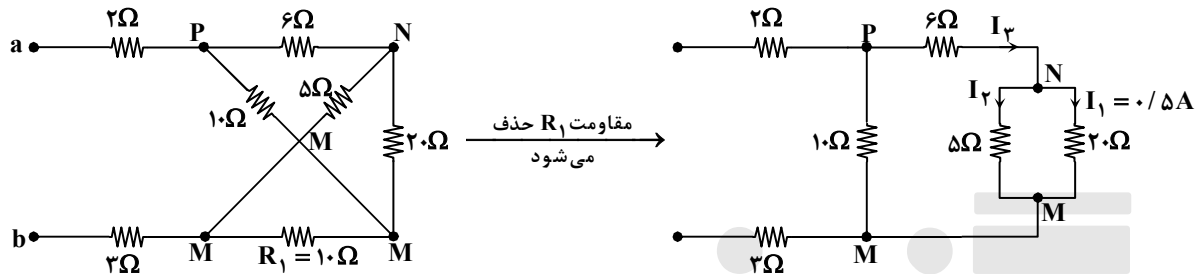
$$\frac{1}{C_{1,2,3}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1+2+2}{20} \Rightarrow C_{1,2,3} = 4\mu F$$

در نهایت دو خازن  $C_4$  و  $C_{1,2,3}$  موازی‌اند و داریم:

$$C_T = C_{1,2,3} + C_4 \xrightarrow{\text{طبق صورت سؤال}} 20 = 4 + C_4 \Rightarrow C_4 = 16\mu F$$

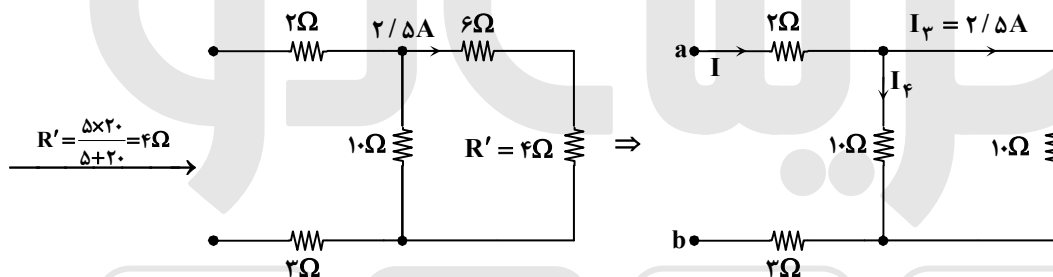
۱۸۱- پاسخ: گزینه ۴

در شکل زیر دو سر مقاومت  $10\Omega$  اهمی پایینی اتصال کوتاه شده (دو سر آن هم پتانسیل شده است) و این مقاومت از مدار حذف می‌شود. از طرفی مقاومت‌های  $5\Omega$  و  $20\Omega$  اهمی با هم موازی‌اند و مدار ساده شده به صورت زیر است:



با توجه به موازی بودن مقاومت‌های  $5\Omega$  و  $20\Omega$  شدت جریان مقاومت  $5\Omega$ ،  $4\Omega$  برابر شدت جریان مقاومت  $20\Omega$  اهمی بوده و برابر  $(4 \times 0.5 = 2A)$  می‌باشد و در نتیجه جریان عبوری از کل شاخه سمت راست برابر  $I_3 = I_1 + I_2 = 2/5 A$  می‌باشد.

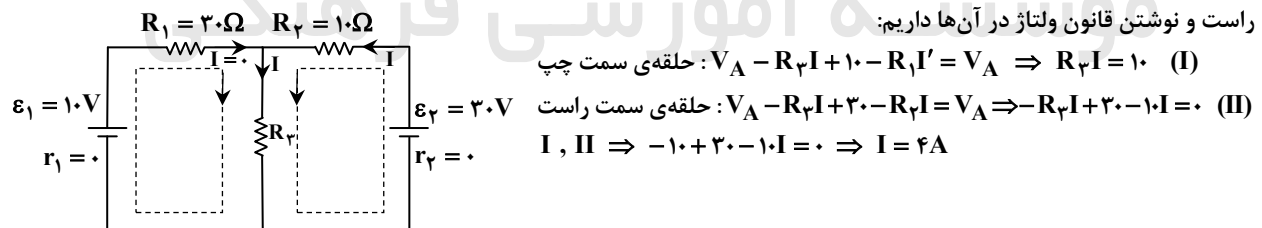
حال مقاومت معادل شاخه سمت راست را به دست می‌آوریم:



دو مقاومت  $10\Omega$  اهمی در شکل جدید با هم موازی‌اند و چون اندازه‌ی آن‌ها با هم برابر است،  $I_4 = 2/5 A$  است. بنابراین جریان کل عبوری از مقاومت دو اهمی برابر  $I = I_3 + I_4 = 5A$  است.

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۱

اگر از مقاومت  $R_1$  جریانی عبور نکند، جریان در کل حلقه‌ی سمت راست برابر  $I$  است. در ادامه با دو بار چرخیدن در حلقه‌های سمت چپ و راست و نوشتن قانون ولتاژ در آن‌ها داریم:



$$V_A - R_3 I + 10 - R_1 I' = V_A \Rightarrow R_3 I = 10 \quad (I)$$

$$V_A - R_3 I + 30 - R_2 I = V_A \Rightarrow -R_3 I + 30 - 10 I = 0 \quad (II)$$

$$I, II \Rightarrow -10 + 30 - 10 I = 0 \Rightarrow I = 4A$$

در نهایت مجدداً با توجه به رابطه‌ی (I) داریم:

$$R_3 I = 10 \xrightarrow{I=4A} R_3 = \frac{10}{4} = 2.5\Omega$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه ۱

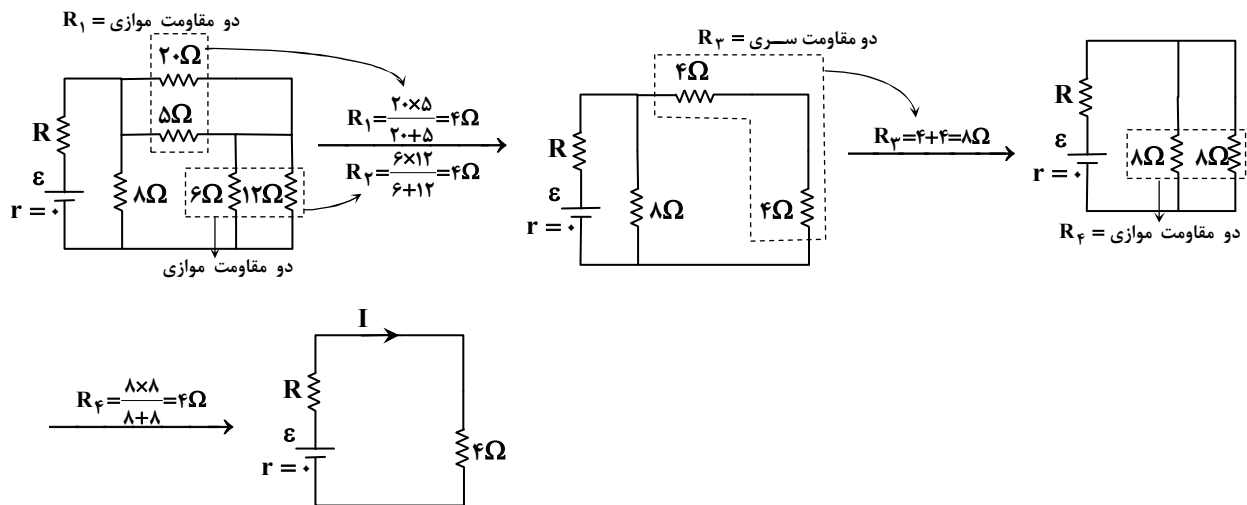
با توجه به رابطه‌ی  $R = \rho \frac{L}{A}$ ، برای مقایسه‌ی مقاومت دو سیم A و B داریم:

$$\rho_A = 3\rho_B, L_A = L_B, R_A = R_B$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\text{مساحت: } A \propto d^2} 1 = 3 \times 1 \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 = 3 \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{3}$$

۱۸۴ - پاسخ: گزینه ی ۳

می‌دانیم توان مصرفی در مقاومت مورد نظر، از رابطه ی  $P = RI^2$  به دست می‌آید. بنابراین ابتدا باید مقدار جریان در مدار را به دست آوریم:



بنابراین مقدار جریان عبوری از مقاومت  $R$  برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{\varepsilon}{(R + 4) + 0} = \frac{\varepsilon}{R + 4}$$

$$R \text{ مقارمت } \Rightarrow P = RI^2 = R \left( \frac{\varepsilon}{R + 4} \right)^2 = \varepsilon^2 \frac{R}{(R + 4)^2}$$

برای یافتن مقدار مقاومت  $R$  به منظور بیشینه شدن توان مصرفی در آن ( $P_{\max}$ )، باید مشتق  $P$  نسبت به  $R$  برابر صفر گردد، بنابراین از

$$\frac{R}{(R + 4)^2} \text{ نسبت به } R \text{ مشتق می‌گیریم:}$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 \xrightarrow{\text{مشتق}} \varepsilon^2 \left[ \frac{1 \times (R + 4)^2 - R[2(R + 4)]}{(R + 4)^4} \right] = 0 \xrightarrow{\text{صورت کسر}} (R + 4)^2 - 2R(R + 4) = 0$$

$$\Rightarrow (R + 4)[(R + 4) - 2R] = 0 \Rightarrow \begin{cases} R + 4 = 0 \Rightarrow R = -4 \text{ * غلط} \\ R + 4 - 2R = 0 \Rightarrow R = 4\Omega \end{cases}$$

۱۸۵ - پاسخ: گزینه ی ۱

نیروی الکترومغناطیسی وارد بر ذره در نقش نیروی مرکزگرا می‌باشد و می‌توان نوشت:

$$F_c = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow V^2 = \frac{F_c r}{m} \text{ (I) رابطه ی}$$

از طرفی برای محاسبه ی انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} mV^2 \xrightarrow{\text{(I)}} K = \frac{1}{2} \times m \times \left( \frac{F_c r}{m} \right) = \frac{1}{2} F_c r = \frac{1}{2} \times 1/5 \times 10^{-17} \times 28 \times 10^{-3} = 21 \times 10^{-20} \text{ J}$$

۱۸۶ - پاسخ: گزینه ی ۳

ماده ی فرومغناطیس وقتی در یک میدان مغناطیسی خارجی قوی قرار گیرد، تمام حوزه‌های مغناطیسی آن با یکدیگر هم خط می‌شوند، بنابراین

گزینه ی (۳) درست است.



ماده ی فرومغناطیس در

حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه  $\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt}$  داریم:

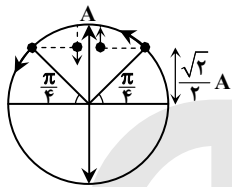
$$\Phi = \frac{2}{3} \times 10^{-2} \cos(100\pi t), \quad N = 100 \text{ حلقه}$$

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -100 \times \frac{2}{3} \times 10^{-2} \times 100\pi \times (-\sin 100\pi t) = 200 \sin 100\pi t$$

با توجه به رابطه‌ی به دست آمده،  $\varepsilon_{\max} = 200 \text{ V}$  می‌باشد و برای محاسبه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در لحظه‌ی  $t = \frac{1}{600} \text{ s}$  داریم:

$$\varepsilon = 200 \sin(100\pi t) \xrightarrow{t = \frac{1}{600} \text{ s}} \varepsilon = 200 \sin\left(100\pi \times \frac{1}{600}\right) = 200 \sin \frac{\pi}{6} = 100 \text{ V}$$

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۲

هر چه نوسانگر به انتهای مسیر نزدیک‌تر باشد، سرعت حرکت آن کمتر بوده و مسافت کمتری را طی می‌کند. با توجه به این موضوع می‌توان گفت که زمانی نوسانگر کمترین مسافت را در مدت زمان  $\frac{1}{4}T$ (معادل با تغییر فاز  $\frac{\pi}{4}$ ) طی می‌کند که تا حد امکان به انتهای مسیر نزدیک باشد، به همین منظور باید مطابق شکل زیر از  $\frac{\pi}{4}$  تا  $\frac{3\pi}{4}$  تغییر فاز بدهد:

$$\Delta t = \frac{1}{4}T \Rightarrow \Delta\phi = \frac{\pi}{2}$$

بنابراین نوسانگر بر روی محور قائم از مکان  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$  به  $x = A$  رفته و دوباره به این مکان باز می‌گردد و برای محاسبه‌ی مسافت طی شده

برای آن داریم:

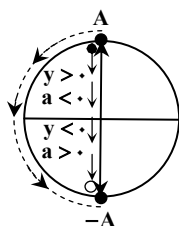
$$\text{مسافت طی شده} = 2\left(A - \frac{\sqrt{2}}{2}A\right) = 2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)A = (2 - \sqrt{2})A \xrightarrow{\sqrt{2} \approx 1/4} \text{مسافت طی شده} = 0/6A$$

\* کمترین و بیشترین مقدار ممکن برای جابه‌جایی در این مدت زمان چقدر است؟

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به معادله‌ی شتاب - زمان استاندارد داده شده داریم:

$$a = -\pi^2 \sin(2/\Delta\pi t) \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0/2 \text{ s} \Rightarrow \phi_1 = 2/\Delta\pi \times 0/2 = 0/\Delta\pi = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\ t_2 = 0/6 \text{ s} \Rightarrow \phi_2 = 2/\Delta\pi \times 0/6 = 1/\Delta\pi = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \end{cases}$$

بنابراین نوسانگر در بازه‌ی زمانی  $0/2 \text{ s} \leq t \leq 0/6 \text{ s}$  از فاز  $\frac{\pi}{2}$  تا  $\frac{3\pi}{2}$  تغییر فاز داده است و مطابق شکلاز مکان  $+A$  تا  $-A$  می‌رود. از سوی دیگر می‌دانیم سرعت در ابتدا و انتهای بازه‌ی زمانی داده شده صفر است (متحرک در انتهای مسیر قرار دارد)، بنابراین داریم:

$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} = \frac{0 - 0}{0/6 - 0/2} = 0$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.

\* به عنوان تمرین با کمک شکل رسم شده، نادرستی سایر گزینه‌ها را بررسی کنید. (به عنوان مثال در مرکز نوسان سرعت  $V_m = A\omega$  و

مخالف صفر است و گزینه ۲ درست نیست.)

۱۹۰- پاسخ: گزینه ی ۱

ابتدا عدد موج را برای نوشتن معادله ی انتشار موج در محیط به دست می آوریم:

$$y_0 = 0.01 \sin(100\pi t) \Rightarrow \omega = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\begin{cases} k = \frac{\omega}{V} \\ \omega = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, V = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \Rightarrow k = \frac{\omega}{V} = \frac{100\pi}{20} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

با توجه به اینکه نقطه ی M در جهت انتشار موج و در فاصله ی ۲۵ سانتی متری از چشمه ی موج قرار دارد، اختلاف فاز آن با منبع برابر است با:

$$\Delta\phi = k\Delta x = 5\pi \times \left(\frac{25}{100}\right) = \frac{5\pi}{4} \text{ rad}$$

در نهایت می توان گفت با توجه به اینکه نقطه ی M نوسانش بعد از منبع شروع می شود، نسبت به منبع  $\frac{5\pi}{4}$  فازش عقب تر است و معادله ی

نوسان آن برابر است با:

$$y = A \sin(\omega t - \Delta\phi) = 0.01 \sin(100\pi t - \frac{5\pi}{4})$$

۱۹۱- پاسخ: گزینه ی ۱

برای یافتن بسامد یک تار دو سر بسته با توجه به رابطه ی  $f_n = \frac{nV}{2L}$  داریم:

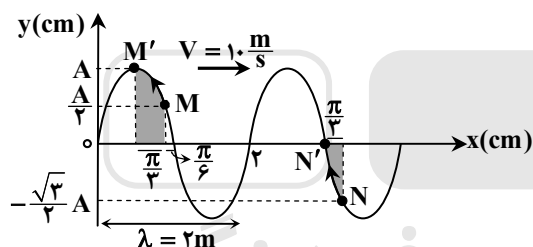
$$L = 1\text{m}, m = 10\text{g} = 10^{-2} \text{kg} \Rightarrow \mu = \frac{m}{L} = 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{100}{10^{-2}}} = \sqrt{10^4} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در ادامه برای محاسبه ی بسامد هماهنگ سوم یک تار دو سر بسته ( $n = 3$ ) می توان نوشت:

$$f_3 = \frac{3 \times 100}{2 \times 1} = 150 \text{ Hz}$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ی ۴

با توجه به نمودار داده شده،  $\lambda = 2\text{m}$  بوده و داریم:

$$\lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow 2 = \frac{10}{f} \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

پس از مدت زمان  $\Delta t = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3} \text{ s}$  تغییر فاز هر یک از نقاط به مقدار  $\Delta\phi = \omega\Delta t = 10\pi \times \frac{1}{3} = \frac{10\pi}{3} \text{ rad}$  خواهد بود.از طرفی مطابق شکل فوق نقطه ی M به سمت بالا حرکت کرده و پس از تغییر فاز  $\frac{10\pi}{3} \text{ rad}$  شکل ارتعاشی نقطه ی M' را به خود می گیرد(y = +A) و نقطه ی N نیز به سمت بالا حرکت کرده و پس از تغییر فاز  $\frac{10\pi}{3} \text{ rad}$  شکل ارتعاشی یعنی N' (y = 0) را به خود می گیرد.

۱۹۳- پاسخ: گزینه ی ۲

اختلاف طول موج در جلو و عقب چشمه برابر است با:

$$\begin{cases} \lambda_{\text{عقب}} = \lambda_s + V_s T_s \\ \lambda_{\text{جلو}} = \lambda_s - V_s T_s \end{cases} \Rightarrow \lambda_{\text{عقب}} - \lambda_{\text{جلو}} = 2V_s T_s = 2 \frac{V_s}{f_s} \Rightarrow 0.04 = 2 \times \frac{V_s}{500} \Rightarrow V_s = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۹۴- پاسخ: گزینه ی ۲

با توجه به رابطه ی  $f_n = nf_1$  در لوله ی صوتی دو انتها باز، بسامد صدای حاصل از هماهنگ سوم (در لوله ی صوتی دو انتها باز شماره ی هماهنگ،

برابر تعداد گره است). ۳ برابر بسامد صدای اصلی لوله (هماهنگ اول) می باشد.

$$f_n = nf_1 \xrightarrow{n=3} f_3 = 3f_1$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه ی ۲

می دانیم اختلاف راه دو پرتو نوری که از دو شکاف به وسط نوار روشن چهارم می رسد، برابر  $\delta = 4\lambda$  می باشد. حال اگر این آزمایش را در آب انجام دهیم، طول موج تغییر کرده و در این حالت اختلاف راه دو پرتو از نوار روشن چهارم برابر  $\delta' = 4\lambda'$  خواهد بود.

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{4\lambda'}{4\lambda} = \frac{\lambda'}{\lambda}$$

از طرفی طول موج و ضریب شکست با هم نسبت عکس دارند و می توان نوشت:

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{هوا}}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\delta'}{\delta} = \frac{3}{4}$$

۱۹۶- پاسخ: گزینه ی ۱

بسامد موج AM و FM در تمرین کتاب درسی مطرح شده است. اما باید دقت کنیم که برای پاسخ دادن به این سؤال نیازی به آن نداریم و طراح هدفش حفظ کردن شما نبوده است، برای پاسخ به این سؤال می گوییم:

اگر قرار باشد موج رادیویی AM بیشتر از FM باشد، با توجه به رابطه ی  $E_0 = hf$ ، کوانتم انرژی آن بیشتر از FM خواهد بود، بنابراین هر دو گزینه ی (۲) و (۴) درست خواهند بود که احتمال چنین چیزی وجود ندارد و در این صورت تست نادرست است. از طرفی سرعت انتشار در خلأ برای تمام امواج الکترومغناطیسی، از جمله موج های رادیویی AM و FM با هم برابر است. بنابراین تنها گزینه ی (۱) می تواند درست باشد. اما پاسخ دقیق تر با توجه به اعداد کتاب درسی، به صورت زیر است:

FM بسامد ۸۸ تا ۱۰۸ مگاهرتز = محدوده ی بسامد FM

AM بسامد ۵۴۰ تا ۱۶۰۰ کیلوهرتز = محدوده ی بسامد AM

$$\Rightarrow f_{\text{FM}} > f_{\text{AM}} \xrightarrow[\text{یکسان است}]{\text{سرعت انتشار در خلأ}} \lambda_{\text{FM}} < \lambda_{\text{AM}}$$

۱۹۷- پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به اینکه  $V_B - V_A = 3V$  می باشد، ولتاژ الکتروود B بیشتر از ولتاژ الکتروود A است و در نتیجه در شکل روبه رو، پایانه ی مثبت به الکتروود B وصل شده و قطب مثبت فوتوالکترودها را جذب می کند و انرژی جنبشی آن ها را افزایش می دهد و می توان نوشت:

$$K_{\text{max B}} = K_{\text{max A}} + 3eV$$

$$K_{\text{max A}} = hf - W_0 = hf - hf_0 = h(f - f_0) = 4 \times 10^{-15} (1.0^{15} - 5 \times 10^{14}) = 2eV$$

$$\Rightarrow K_{\text{max B}} = 2 + 3 = 5eV$$

دقت: در واقع باتری ۳ ولتی در این حالت، ۳ الکترون ولت انرژی جنبشی فوتوالکترودها را در رسیدن از الکتروود A به الکتروود B افزایش می دهد.

۱۹۸- پاسخ: گزینه ی ۴

با توجه به رابطه ی  $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ ، برای انرژی الکترون در هر تراز از اتم هیدروژن داریم:

$$E_2 = -\frac{E_R}{2^2} = -\frac{1}{4}E_R \quad \text{انرژی الکترون در تراز دوم}$$

$$E_3 = -\frac{E_R}{3^2} = -\frac{1}{9}E_R \quad \text{انرژی الکترون در تراز سوم}$$

۱۹۹- پاسخ: گزینه ی ۴

نوار رسانش

تراز پذیرنده

نوار ظرفیت

(نیم رسانای نوع P)

با توجه به شکل بالا، در ساختار نواری نیم رسانای نوع P، ترازهای پذیرنده در فاصله ی کمی در بالای نوار ظرفیت قرار دارند.

۲۰۰- پاسخ: گزینه ی ۱

برای به دست آوردن انرژی حاصل از تبدیل یک گرم جرم به انرژی، داریم:

$$E = mc^2 = 1 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^{13} \text{ J}$$

با این انرژی می خواهیم جرم  $m'$  را تا ارتفاع ۱۰۰m از سطح زمین جابه جا کنیم. انرژی لازم برای انجام این کار، صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم با جرم  $m'$  می شود:

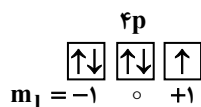
$$U = m'gh \Rightarrow 9 \times 10^{13} = m' \times 10 \times 100 \Rightarrow m' = 9 \times 10^{10} \text{ kg} = 9 \times 10^7 \text{ ton}$$

هر هزار کیلوگرم برابر ۱ton می باشد، بنابراین  $m'$  برابر  $9 \times 10^7$  تن یا به عبارت دیگر ۹۰ میلیون تن است.

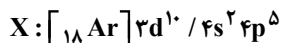
## شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به اینکه آخرین الکترون اتم عنصر X دارای عددهای کوانتومی  $m_s = -\frac{1}{2}$ ،  $m_l = 0$  و  $l = 1$  و  $n = 4$  است، آرایش الکترونی این اتم



بر اساس آرایش الکترونی این اتم به صورت زیر است و این اتم در گروه ۱۷ جدول تناوبی قرار دارد.



بررسی چهار گزینه:

(۱) اتم X در گروه ۱۷ جدول تناوبی جای دارد و بالاترین عدد اکسایش آن در ترکیبها، +۷ است.

(۲) این اتم دارای ۱۰ الکترون با  $l = 2$  در زیرلایه ی  $3d^{10}$  می باشد.

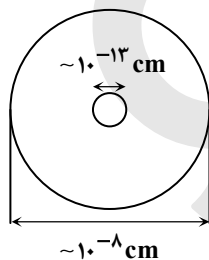
(۳) به طور کلی در یک دوره از جدول تناوبی (با چشم پوشی از گازهای نجیب) بیشترین الکترونگاتیوی متعلق به عنصر گروه ۱۷ است.

(۴) در شیمی پیش دانشگاهی می خوانید با توجه به قرارگیری هالوژن X در تناوب های پایین تر از F در جدول تناوبی، HX اسید قوی تری از HF است.

۲۰۲- پاسخ: گزینه ی ۱

آرایش الکترونی اتم عنصر گروه ۱۱ در دوره ی پنجم به  $4d^{10} 5s^1$  ختم می شود و این اتم دارای یک الکترون جفت نشده در زیرلایه ی ۵s است. همچنین در این اتم ۶ الکترون در زیرلایه های  $3p$ ،  $4p$  و  $4d$  دارای عددهای کوانتومی  $l = 1$  و  $m_l = 0$  هستند.

۲۰۳- پاسخ: گزینه ی ۲



رادرفورد قطر تقریبی اتم طلا و هسته ی آن را به ترتیب  $10^{-8} \text{ cm}$  و  $10^{-13} \text{ cm}$  ( $10^{-15} \text{ m}$  و  $10^{-10} \text{ m}$ ) محاسبه کرد. بر این اساس در یک ردیف به طول یک نانومتر ( $10^{-9} \text{ m}$ ) به ترتیب ۱۰ اتم طلا و  $10^6$  هسته ی اتم طلا جای می گیرد.

توجه داشته باشید که فقط با دانستن نسبت قطر اتم طلا به قطر هسته ی اتم طلا ( $10^5$  برابر) نیز می توانید این تست را پاسخ دهید. زیرا تنها گزینه ای که در آن نسبت  $10^5$  به چشم می خورد، گزینه ی ۲ است.

۲۰۴- سؤال حذف شده است.

۲۰۵- پاسخ: گزینه ی ۴

در میان چهار عنصر داده شده، اختلاف عدد اتمی عنصرهای A و Y با گاز نجیب هم دوره شان ۵ واحد است و این دو عنصر هم گروه می باشند. همچنین با توجه به عدد اتمی دو گاز نجیب متوالی Ar و Kr، عنصرهای X و D در یک دوره قرار دارند.

۲۰۶- پاسخ: گزینه ی ۴

از آنجا که فرمول اکزالات  $(C_2O_4^{2-})$  عنصر X به صورت  $X_2(C_2O_4)_3$  می باشد، ظرفیت عنصر X برابر ۳ و در نتیجه فرمول آزید  $(N_3^-)$  آن به صورت  $X(N_3)_3$  است.

$$\text{در } X(N_3)_3 \text{ درصد } N = \frac{9N}{X+9N} \times 100 = \frac{9 \times 14}{56 + (9 \times 14)} \times 100 = 69.23\%$$

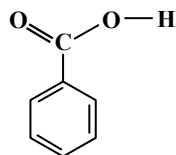
۲۰۷- پاسخ: گزینه ی ۱

اطلاعات خواسته شده در صورت سؤال را می توانید در جدول زیر بیابید:

ساختار لوویس	$\begin{array}{c} :\ddot{O}: \\   \\ :\ddot{Cl}-\ddot{N}-\ddot{Cl}: \\   \\ :\ddot{Cl}: \end{array}$	$\begin{array}{c} :\ddot{O}: \\   \\ :\ddot{Cl}-\ddot{P}-\ddot{Cl}: \\   \\ :\ddot{Cl}: \end{array}$	$\begin{array}{c} :\ddot{O}: \\   \\ :\ddot{Cl}-\ddot{S}-\ddot{O}: \\   \\ :\ddot{Cl}: \end{array}$	
$\left[ :\ddot{I}-\ddot{I}-\ddot{I}: \right]^-$	۴	۴	۴	شمار قلمروهای اتم مرکزی
۹			۱۲	شمار جفت الکترون های ناپیوندی



۲۰۸- پاسخ: گزینه ی ۳



در مولکول بنزوئیک اسید ۴ پیوند دوگانه و ۶ پیوند یگانه وجود دارد و نسبت شمار پیوندهای دوگانه به شمار

پیوندهای یگانه برابر  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  است.

۲۰۹- پاسخ: گزینه ی ۲

با توجه به جدول زیر، فرمول تجربی و مولکولی برای اوکتن و گلوکز متفاوت هستند که نسبت فرمول مولکولی به تجربی، برای اوکتن بزرگتر است.

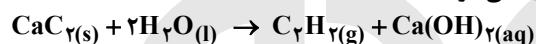
ترکیب	تولون	اوکتن	گلوکز	متیل استات
فرمول مولکولی	$C_7H_8$	$C_8H_{16}$	$C_6H_{12}O_6$	$C_4H_8O_2$
فرمول تجربی	$C_7H_8$	$CH_2$	$CH_2O$	$C_4H_8O_2$
فرمول مولکولی فرمول تجربی	۱	۸	۶	۱

۲۱۰- پاسخ: گزینه ی ۲

سیکلوهگزان یک آلکان حلقوی به فرمول  $C_6H_{12}$  است و در نتیجه ایزومر غیر حلقوی آن باید از خانواده ی آلکن ها باشد. (رد گزینه های ۳ و ۴) از بین گزینه های ۱ و ۲، فقط نام ترکیب داده شده در گزینه ی ۲ درست بیان شده است.

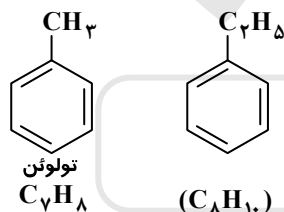
۲۱۱- پاسخ: گزینه ی ۲

بررسی چهار گزینه:

(۱) در اثر واکنش کلسیم کاربید با آب، اتین ( $C_2H_2$ ) و کلسیم هیدروکسید تولید می شود.(۲) در شیمی پیش دانشگاهی می خوانید که استئاریک اسید یک اسید چرب به فرمول  $CH_3(CH_2)_{16}CO_2H$  یا  $C_{18}H_{36}O_2$  است و تقریباً ۷۶ درصد جرم آن را کربن تشکیل می دهد.

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{18 \times 12}{(18 \times 12) + 36 + (2 \times 16)} \times 100 = \frac{216}{284} \times 100 = 76\%$$

(۳) گرافیت یکی از دگرشکل های کربن است و علاوه بر اینکه ساختار لایه ای دارد، رسانای جریان برق نیز می باشد.

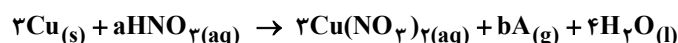
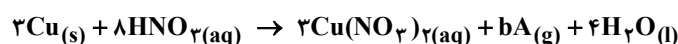
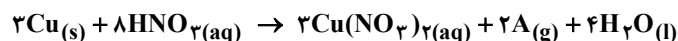
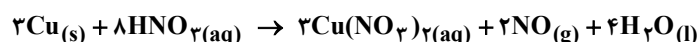
(۴) اگر به جای گروه متیل ( $-CH_3$ ) در تولون یک گروه اتیل ( $-C_2H_5$ ) جایگزین کنیم، فرمول مولکولی آن از  $C_7H_8$  به  $C_8H_{10}$  تغییر می کند.

در حقیقت این عمل معادل آن است که یک اتم کربن و دو اتم هیدروژن به مولکول اضافه شود.

$$\text{درصد تغییر جرم} = \frac{(C+2H) \text{ جرم}}{C_7H_8 \text{ جرم}} \times \frac{12+2}{(7 \times 12)+8} \times 100 = \frac{14}{21} \times 100 = 66.7\%$$

۲۱۲- پاسخ: گزینه ی ۱

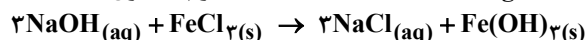
معادله ی ارائه شده به صورت زیر است:

تعداد اتم های Cu در دو طرف معادله برابر است. موازنه ی واکنش را با عنصرهایی ادامه می دهیم که فقط دارای یک ضریب مجهول هستند. پس نمی توانیم موازنه ی واکنش را با اتم های N یا O ادامه دهیم. زیرا اتم های O و N دارای دو ضریب مجهول a و b هستند، ولی اتم های H فقط در  $HNO_3$  ضریب مجهول دارند، پس می توان موازنه را با اتم های H ادامه داد. با انتخاب ضریب ۸ برای  $HNO_3$  تعداد اتم های H در دو سوی معادله برابر می شود ( $a = 8$ )با نگاه به گزینه های می توان فهمید که A می تواند گاز NO یا گاز  $NO_2$  باشد. به هر حال هر مولکول A دارای یک اتم نیتروژن است. صرف نظر از ماده ی A، در سمت چپ معادله ۸ اتم نیتروژن و در سمت راست معادله ۶ اتم نیتروژن وجود دارد، پس با انتخاب ضریب ۲ برای A تعداد اتم های نیتروژن دو طرف معادله برابر می شود ( $b = 2$ )با مشخص شدن تمامی ضرایب استوکیومتری، باید تعداد اتم های اکسیژن نیز در دو سوی معادله برابر شده باشد. صرف نظر از ماده ی A، در سمت چپ معادله ۲۴ اتم اکسیژن و در سمت راست معادله ۲۲ اتم اکسیژن وجود دارد. پس باید A گاز NO باشد تا تعداد اتم های اکسیژن در دو طرف معادله نیز برابر شود. ( $A = NO$ )

۲۱۳- پاسخ: گزینه ی ۳

ابتدا جرم سدیم هیدروکسید موجود در محلول را محاسبه می کنیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 120 = \frac{\text{جرم حل شونده}}{10 \text{ g}} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم حل شونده} = 1/2 \times 10^{-3} \text{ g NaOH}$$



$$\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1/2 \times 10^{-3} \text{ g NaOH}}{3 \times 40} = \frac{x \text{ mol FeCl}_3}{1} \Rightarrow x = 1 \times 10^{-5} \text{ mol FeCl}_3$$

۲۱۴- پاسخ: گزینه ی ۲

نسبت های حجمی گازهای شرکت کننده در یک واکنش با نسبت ضریب های استوکیومتری آنها در معادله ی واکنش متناسب است. بنابراین حجم مخلوط واکنش دهنده ها را می توان به کمک حجم مخلوط فرآورده ها به دست آورد.

$$\text{واکنش دهنده } 2\text{L} = \frac{\text{واکنش دهنده } (2+3)\text{L}}{\text{فرآورده } (4+3)\text{L}} \times \text{فرآورده } 2\text{L} = \frac{(2+3)\text{L}}{(4+3)\text{L}} \times 2\text{L}$$

از آنجا که در فشار و دمای یکسان، یک مول از گازهای مختلف حجم ثابت و برابری دارند، می توان درصد حجمی گاز آمونیاک را در مخلوط واکنش دهنده ها به صورت زیر به دست آورد:

$$\text{درصد حجمی گاز آمونیاک در مخلوط واکنش دهنده ها} = \frac{\text{تعداد مول آمونیاک}}{\text{تعداد کل مول های مخلوط}} \times 100 = \frac{2 \text{ mol}}{(2+3) \text{ mol}} \times 100 = 40\%$$

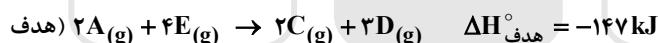
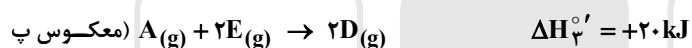
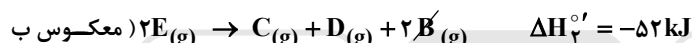
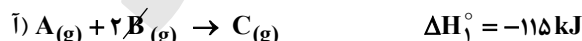
۲۱۵- پاسخ: گزینه ی ۳

$$\frac{\text{جرم پتاسیم نیترات ناخالص}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \times \frac{P}{100} = \frac{\text{لیتر فرآورده های گازی (STP)}}{\text{ضریب} \times 22/4}$$

$$\Rightarrow \frac{5/0.5 \text{ KNO}_3 (\text{ناخالص}) \times \frac{P}{100}}{4 \times 10} = \frac{1/56 \text{ L gas}}{(2+5) \times 22/4} \Rightarrow P = 8\%$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه ی ۲

ابتدا  $\Delta H^\circ$  واکنش هدف یعنی واکنش  $2\text{A(g)} + 4\text{E(g)} \rightarrow 2\text{C(g)} + 3\text{D(g)}$  را محاسبه می کنیم. برای این منظور کافی است واکنش های (ب) و (پ) را معکوس کرده و با واکنش (الف) جمع نماییم:



$$\text{D(g)} = 1 \text{ mol D} \times \frac{147 \text{ kJ}}{2 \text{ mol D}} = 49 \text{ kJ}$$

اکنون باید ببینیم با  $49 \text{ kJ}$  یا  $49000 \text{ J}$  گرما به تقریب چند گرم آب با دمای  $30^\circ\text{C}$  را در فشار  $1 \text{ atm}$  می توان به جوش آورد.

$$q = mc\Delta T \Rightarrow 49000 \text{ J} = m \times 4/2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \times (100 - 30)^\circ\text{C} \Rightarrow m = 166/7 \text{ g H}_2\text{O}$$

۲۱۷- سؤال حذف شده است.

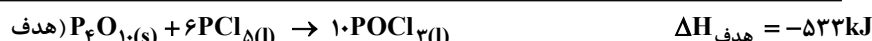
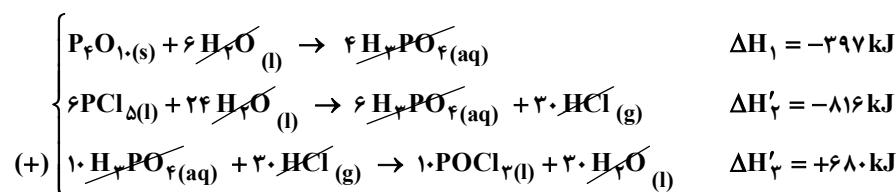
۲۱۸- پاسخ: گزینه ی ۱

ابتدا  $\Delta H$  واکنش هدف یعنی  $\text{P}_4\text{O}_{10}(\text{s}) + 6\text{PCl}_5(\text{l}) \rightarrow 10\text{POCl}_3(\text{l})$  را به دست می آوریم:

(۱)  $\text{P}_4\text{O}_{10}(\text{s})$  فقط در واکنش کمکی اول وجود دارد، پس واکنش کمکی اول را تغییر نمی دهیم.

(۲)  $\text{PCl}_5(\text{l})$  فقط در واکنش کمکی دوم وجود دارد، پس واکنش کمکی دوم را در ۶ ضرب می کنیم.

(۳)  $\text{POCl}_3(\text{l})$  فقط در واکنش کمکی سوم وجود دارد، پس واکنش کمکی سوم را در ۱۰ ضرب کرده و معکوس می کنیم.



$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{گرما}}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x \text{ mol POCl}_3}{10} = \frac{266/5 \text{ kJ}}{533} \Rightarrow x = 5 \text{ mol POCl}_3$$

۲۱۹- پاسخ: گزینه ی ۴

در این فرآیند دو عامل آنتالپی ( $\Delta H > 0$ ) و آنتروپی ( $\Delta S > 0$ ) در خلاف جهت هم عمل می کنند. به طوری که عامل آنتالپی، واکنش را در جهت برگشت و عامل آنتروپی، واکنش را در جهت پیش می برد. در این موارد، هر چه دما بالاتر باشد، واکنش رفت بهتر صورت می گیرد به طوری که اگر دما به اندازه ی کافی افزایش یابد، واکنش خودبه خودی می شود. بنابراین پیش گویی خودبه خودی یا غیر خودبه خودی بودن واکنش به دما بستگی دارد.

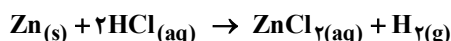
۲۲۰- پاسخ: گزینه ی ۱

$$\text{مول حل شونده} = \frac{7/2 \text{ g HCl} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{36/5 \text{ g HCl}}}{0/2 \text{ mol HCl}} = 0/2 \text{ mol HCl}$$

$$\frac{\text{مول حل شونده}}{\text{کیلوگرم حلال}} = 4 \Rightarrow \frac{0/2 \text{ mol}}{\text{کیلوگرم حلال}} \Rightarrow \text{جرم حلال} = 0/05 \text{ kg} = 50 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$\text{جرم محلول} = \text{جرم حلال} + \text{جرم حل شونده} = 50 \text{ g} + 7/2 \text{ g} = 57/2 \text{ g}$$

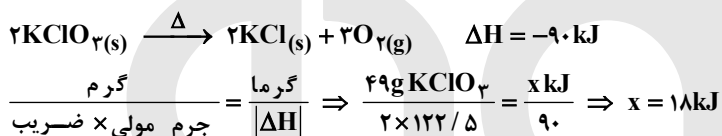
در ادامه باید ببینیم  $0/2$  مول  $\text{HCl}$  با چند گرم فلز روی  $80\%$  درصد خالص واکنش می دهد.



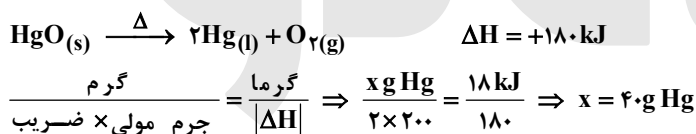
$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم ماده ی ناخالص} \times \frac{P}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0/2 \text{ mol HCl}}{2} = \frac{x \text{ g Zn (ناخالص)}}{1 \times 65} \times \frac{80}{100} \Rightarrow x = 8/125 \text{ g Zn (ناخالص)}$$

۲۲۱- پاسخ: گزینه ی ۲

معادله ی واکنش تجزیه ی پتاسیم کلرات به صورت زیر است:



اکنون باید ببینیم با  $18 \text{ kJ}$  گرمای آزاد شده، چند گرم  $\text{Hg}$  از تجزیه ی  $\text{HgO}$  به دست می آید:



۲۲۲- پاسخ: گزینه ی ۳

بررسی چهار گزینه:

(۱) باید جرم گاز  $\text{Cl}_2$  را در  $100 \text{ g}$  آب در دمای  $60^\circ\text{C}$  به دست می آوریم.

$$\text{محلول فراسیر شده است.} \Rightarrow 0/33 \text{ g} > 0/355 \text{ g Cl}_2 \times \frac{71 \text{ g Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 0/05 \text{ mol Cl}_2 \times 71 \text{ g Cl}_2$$

(۲) داده های جدول به خوبی نشان می دهد که انحلال پذیری این ۳ گاز در دماهای داده شده به صورت  $\text{Cl}_2 > \text{H}_2\text{S} > \text{CO}_2$  است.

(۳) محلول  $0/015$  مول گاز  $\text{H}_2\text{S}$  در  $300 \text{ g}$  آب، شامل  $0/005$  مول  $\text{H}_2\text{S}$  در  $100 \text{ g}$  آب است. باید جرم گاز  $\text{H}_2\text{S}$  را در  $100 \text{ g}$  آب در دمای  $40^\circ\text{C}$  به دست آوریم:

$$\text{محلول سیر نشده است.} \Rightarrow 0/24 \text{ g} < 0/17 \text{ g H}_2\text{S} \times \frac{34 \text{ g H}_2\text{S}}{1 \text{ mol H}_2\text{S}} = 0/005 \text{ mol H}_2\text{S} \times 34 \text{ g H}_2\text{S}$$

(۴) از آنجا که مقدار حلال ( $100 \text{ g H}_2\text{O}$ ) و جرم مولی حل شونده در دمای خواسته شده یکسان است، برای محاسبه ی نسبت غلظت مولار گازها  $\left(\frac{\text{mol}}{\text{L}}\right)$  در دو دمای خواسته شده، کافی است جرم حل شونده را در دو دما بر هم تقسیم کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\text{غلظت مولار CO}_2 \text{ در } 20^\circ\text{C}}{\text{غلظت مولار CO}_2 \text{ در } 60^\circ\text{C}} = \frac{0/169}{0/058} = 2/9 \\ \frac{\text{غلظت مولار H}_2\text{S} \text{ در } 20^\circ\text{C}}{\text{غلظت مولار H}_2\text{S} \text{ در } 60^\circ\text{C}} = \frac{0/38}{0/15} = 2/5 \\ \frac{\text{غلظت مولار Cl}_2 \text{ در } 20^\circ\text{C}}{\text{غلظت مولار Cl}_2 \text{ در } 60^\circ\text{C}} = \frac{0/73}{0/33} = 2/2 \end{array} \right\} \Rightarrow 2/2 < 2/5 < 2/9$$

بنابراین تغییر دما بر نسبت غلظت مولار گاز  $\text{Cl}_2$  در  $20^\circ\text{C}$  نسبت به  $60^\circ\text{C}$  در مقایسه با دو گاز دیگر کمتر است.

۲۲۳- سؤال حذف شده است.

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به صورت تست، قانون سرعت این واکنش به صورت زیر است:

$$R = k[A]^2[B]^2 \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = k(0.2)^2(0.4)^2 \Rightarrow k = \frac{4 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-2} \times 16 \times 10^{-2}} = 0.0625 \text{ L}^2 \cdot \text{mol}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

چند برابر شدن سرعت  $= (2)^2(2)^2 = 16$ 

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۳

از آنجا که ضرایب استوکیومتری A و B برابر یک می باشد، سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط مصرف شدن A و سرعت تولید شدن B برابر است.

$$\left. \begin{aligned} \bar{R} &= \bar{R}_B = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{8 \times 0.02}{10 - 0} \\ \bar{R} &= \bar{R}_B = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{13 \times 0.02}{20 - 0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{8 \times 0.02}{10} = \frac{16}{13} \approx 1/23$$

۲۲۶- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به یکای ثابت تعادل می توان فهمید که این ثابت تعادل مربوط به واکنش تجزیه آمونیاک می باشد.



ابتدا باید خارج قسمت واکنش فوق را به دست آوریم:

$$[\text{N}_2] = \frac{0.02 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.02 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$0.02 \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} = 0.01 \text{ mol H}_2 \Rightarrow [\text{H}_2] = \frac{0.01 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$17 \text{ g NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} = 1 \text{ mol NH}_3 \Rightarrow [\text{NH}_3] = \frac{1 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$Q = \frac{[\text{N}_2][\text{H}_2]^3}{[\text{NH}_3]^2} = \frac{(0.02)(0.01)^3}{(1)^2} = 2 \times 10^{-8} \text{ mol}^2 \cdot \text{L}^{-2} \Rightarrow Q < K$$

بنابراین واکنش تا رسیدن به حالت تعادل در جهت رفت یعنی در جهت تجزیه آمونیاک پیش می رود.

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۳

چون حجم ظرف ۱ لیتر است، تعداد مول های گزارش شده برابر با غلظت های مولی هستند.

$$[\text{CH}_4]_{\text{تعادلی}} = 4 - x = 2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow x = 2$$

ماده	CH <sub>4</sub>	H <sub>2</sub> O	⇌	۲H <sub>2</sub>	CO
غلظت اولیه	۴	۲/۲		۰	۰
تغییر غلظت	-x	-x		+۳x	+x
غلظت تعادلی	۴-x	۲/۲-x		۳x	x

$$[\text{H}_2\text{O}]_{\text{تعادلی}} = 2/2 - x = 2/2 - 2 = 0/2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{H}_2]_{\text{تعادلی}} = 3x = 3(2) = 6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

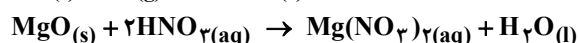
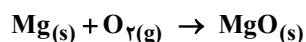
$$[\text{CO}]_{\text{تعادلی}} = x = 2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{H}_2]^3[\text{CO}]}{[\text{CH}_4][\text{H}_2\text{O}]} = \frac{(6)^3(2)}{(2)(0/2)} = 108 \text{ mol}^2 \cdot \text{L}^{-2}$$

در گزینه ۳) علاوه بر اینکه مقدار ثابت تعادل برابر ۱۰۸۰ گزارش شده است، غلظت های تعادلی H<sub>2</sub> و CO نیز برابر ۶ و ۲ مولار نمایش داده شده که کاملاً درست می باشد.

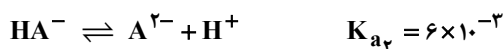
۲۲۸- پاسخ: گزینه ۴

از سوختن منیزیم در هوا، منیزیم اکسید (MgO) به دست می آید که هر دو مول آن با دو مول نیتریک اسید خنثی می شود.

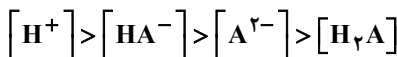


۲۲۹- پاسخ: گزینه ی ۲

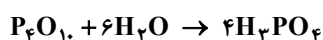
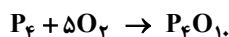
مرحله ی اول یونش اسید  $H_2A$  به دلیل بسیار بزرگ بودن  $K_{a1}$ ، یک طرفه و کامل است و تقریباً در محلول،  $H_2A$  یونیده نشده وجود ندارد و غلظت آن از بقیه ی گونه ها، کمتر است.



در بین یون های حاصل، یون  $H^+$  بیشترین غلظت را دارد، زیرا در هر دو مرحله تولید می شود. در بین آنیون ها نیز غلظت  $A^{2-}$  کمتر از  $HA^-$  می باشد، چون مربوط به مرحله ی دوم یونش است که پیشرفت به مراتب کمتری دارد.



۲۳۰- پاسخ: گزینه ی ۳



با توجه به برابری ضریب استوکیومتری گونه ی مشترک ( $P_4O_{10}$ ) در دو واکنش، می توان رابطه ی هم ارز زیر را برای این دو واکنش برقرار کرد.



$$\frac{37/2 \times 10^{-3} \text{ g}}{1 \times 124} \quad \frac{C_M \times 1L}{4} \Rightarrow C_M = 1/2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

حال به کمک غلظت مولی محلول ( $C_M$ ) و  $[H^+]$ ، درجه ی یونش ( $\alpha$ ) را محاسبه می کنیم. با توجه به صورت سؤال، از تفکیک مرحله ی دوم و سوم اسید صرف نظر کرده و  $n$  را برابر ۱ در نظر می گیریم:

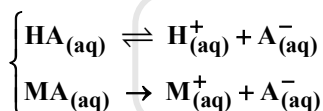
$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+] = C_M \cdot n \cdot \alpha \rightarrow 10^{-3} = 1/2 \times 10^{-3} \times 1 \times \alpha \Rightarrow \alpha = 0/83$$

$$K_a = \frac{C_M \cdot \alpha^2}{1 - \alpha} \Rightarrow K_a = \frac{1/2 \times 10^{-3} \times (0/83)^2}{1 - 0/83} \Rightarrow K_a = 5 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۲۳۱- پاسخ: گزینه ی ۴

محلول بافر مورد نظر دارای اجزای زیر است.

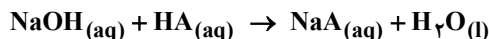


تعداد یون های  $OH^-$  حاصل از یونش  $1/6$  گرم  $NaOH$  در آب به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$? \text{ mol } NaOH = 1/6 \text{ g } NaOH \times \frac{1 \text{ mol}}{40 \text{ g}} = 0/04 \text{ mol } NaOH$$

$$C_M(NaOH) = \frac{n}{V} = \frac{0/04 \text{ mol}}{0/2L} = 0/2 \text{ mol} \cdot L^{-1} \rightarrow [OH^-] = 0/2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

از آنجا که غلظت  $HA$  موجود در بافر  $0/1$  مولار می باشد، مطابق واکنش زیر،  $0/1$  مولار از  $NaOH$  اضافه شده به محلول خنثی می شود.



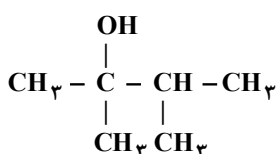
$$[NaOH]_{\text{باقی مانده}} = 0/2 - 0/1 = 0/1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pOH = -\log(C_M \cdot n \cdot \alpha) \rightarrow pOH = -\log(10^{-1} \times 1 \times 1) \Rightarrow pOH = 1 \Rightarrow pH = 13$$

۲۳۲- پاسخ: گزینه ی ۲

با توجه به ساختار ۲، ۳- دی متیل-۲- بوتانول می توان گفت که این الکل، جزء الکل های نوع سوم می باشد که در برابر اکسایش از خود مقاومت نشان می دهد.

این ترکیب می تواند با ۳- متیل-۲- پنتانول ایزومر باشد، زیرا هر دو جزء الکل های یک عاملی با شش اتم کربن هستند.

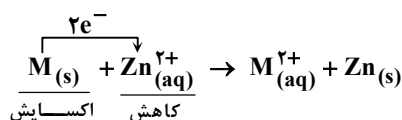


(۲، ۳- دی متیل-۲- بوتانول)

۳- متیل-۲- پنتانول  
۶ کربن = ۱ کربن + ۵ کربن

۲، ۳- دی متیل-۲- بوتانول  
۶ کربن = ۲ کربن + ۴ کربن

۲۳۳- پاسخ: گزینه ی ۴



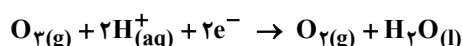
واکنش غیرخودبه خودی است.  $E^\circ(\text{واکنش}) = E^\circ(\text{کاهش}) - E^\circ(\text{اکسایش}) = -0.76 - (-0.13) = -0.63 \text{ V} < 0 \Rightarrow$

به کمک سلول های الکترولیتی می توان واکنش های غیرخودبه خودی با  $E^\circ < 0$  را به کمک جریان برق انجام داد.

۲۳۴- پاسخ: گزینه ی ۳

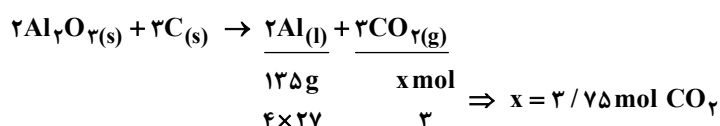
بررسی چهار گزینه:

(۱) سمت راست نیم واکنش از لحاظ بار الکتریکی خنثی می باشد، پس باید ضریب استوکیومتری  $e^-$  برابر ۲ باشد تا سمت چپ نیم واکنش هم از لحاظ بار خنثی شود.



(۲) در سلول های الکترولیتی، قطب مثبت آند است، ولی با پیشرفت واکنش، معمولاً بر جرم کاتد افزوده می شود.

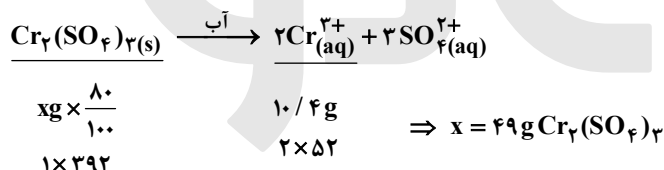
(۳) واکنش کلی فرآیند حال به صورت زیر است:



(۴) هر مرحله ی اکسایش ترکیب های آلی، عدد اکسایش کربن گروه عاملی را ۲ درجه افزایش می دهد. در تبدیل الکل نوع اول به کربوکسیلیک اسید، ابتدا الکل نوع اول تبدیل به آلدهید و سپس آلدهید تبدیل به کربوکسیلیک اسید می شود و در واقع الکل نوع اول ۲ مرحله اکسید می شود. پس در این تبدیل عدد اکسایش اتم کربن گروه عاملی، ۴ واحد افزایش می یابد.

۲۳۵- پاسخ: گزینه ی ۲

جرم کروم مصرف شده برای آبکاری ۱۰۰۰ قطعه  $= 0.004 \times 1000 = 4 \text{ g}$



مؤسسه آموزشی فرهنگی