امتحانات نیمسال دوم ۹۷ – ۹۶			دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهریار
نام‌درس: تجزیه‌وتحلیل‌سیگنال‌وسیستم	مدت زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه	مبنای نمره‌کل: ۱۰۰	
مشخصه درس:	نام و نام‌خانوادگی دانشجو:	نمره فعالیت کلاسی:	
نام و نام‌خانوادگی استاد: بهروز آدینه	شماره دانشجویی:	نمره میان‌ترم:	
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۴/۲	رشته تحصیلی‌ومقطع: کارشناسی‌ناپیوسته‌برق	نمره پایان نیمسال:	
ساعت امتحان: ۱۱:۰۰	شماره صندلی:	نمره کل:	
امتحان جزوه باز ☐ جزوه بسته ☑	دانشجو مجاز به استفاده از ماشین حساب می‌باشد ☑ نمی‌باشد ☐		

سوال	نمره

در جدول زیر چیزی ننویسید.

سوال ۱	سوال ۲	سوال ۳	سوال ۴	سوال ۵	سوال ۶	جمع
۱۴	۱۶	۲۳	۱۵	۲۳	۹	۱۰۰

سوال ۱: دوره تناوب اصلی سیگنال‌های زیر را بیابید.

الف–

$$x[n] = e^{j\frac{۲\pi}{۳}n} + e^{j\frac{۳\pi}{۴}n}$$

حل:

$$N_۱ = m\frac{۲\pi}{\omega} = m\frac{۲\pi}{\frac{۲\pi}{۳}} = ۳m \xrightarrow{m=۱} N_۱ = ۳$$

$$N_۲ = m\frac{۲\pi}{\omega} = m\frac{۲\pi}{\frac{۳\pi}{۴}} = \frac{۸}{۳}m \xrightarrow{m=۳} N_۲ = ۸ \Rightarrow N = ۲۴$$

ب–

$$x(t) = \sin(\frac{۲}{۵}t + \frac{\pi}{۳}) + \cos(۲t)$$

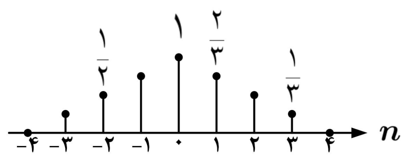
حل:

$$T_۱ = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{\frac{۲}{۵}} = ۵\pi$$

$$T_۲ = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{۲} = \pi \Rightarrow T = ۵\pi$$

سوال ۲: مطلوبست $x[۲n]$ و $x[\frac{۱}{۲}n]$، اگر $x[n]$ به صورت شکل زیر باشد.

$x[n]$

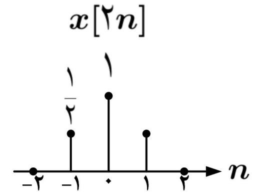


حل: تعریف می‌کنیم: $y[n] = x[۲n]$ در این صورت داریم:

نمره	سوال

$$y[-۲]=x[-۴]=۰\quad y[-۱]=x[-۲]=\frac{۱}{۲}\quad y[۰]=x[۰]=۱$$
$$y[۱]=x[۲]=\frac{۱}{۲}\quad y[۲]=x[۴]=۰$$

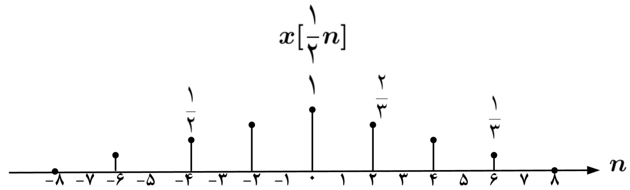
بنابراین دنباله $y[n]=x[۲n]$ بصورت شکل زیر است (مقادیر موجود در nهای فرد حذف شده‌اند).



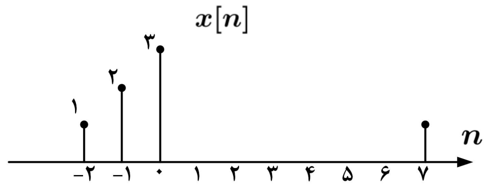
برای فسمت بعد تعریف می‌کنیم: $y[n]=x[\frac{۱}{۲}n]$ بنابراین، مشاهده می‌شود که به ازای nهای فرد $y[n]$ تعریف نشده است و به ازا nهای زوج داریم:

$$y[-۸]=x[-۴]=۰\qquad y[-۶]=x[-۳]=\frac{۱}{۳}\quad y[-۴]=x[-۲]=\frac{۱}{۲}$$
$$y[-۲]=x[-۱]=\frac{۲}{۳}\qquad y[۰]=x[۰]=۰\quad y[۲]=x[۱]=\frac{۲}{۳}$$
$$y[۴]=x[۲]=\frac{۱}{۲}\qquad y[۶]=x[۳]=\frac{۱}{۳}\quad y[۸]=x[۴]=۰$$

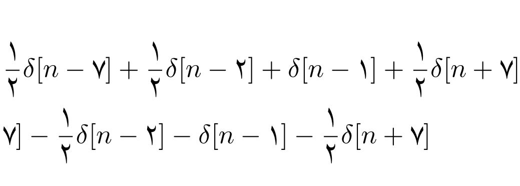
بنابراین شکل این دنباله مشابه شکل زیر خواهد شد با این تفاوت که مقادیر n باید هر یک دو برابر شوند و در نقاطی که در آنجا n فرد است دنباله تعریف نشده است.

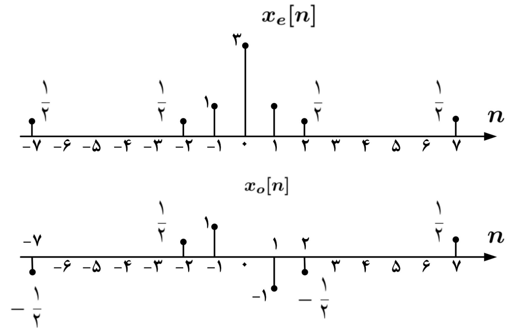


سوال ۳: بخش‌های زوج و فرد سیگنال نشان داده شده در شکل زیر را تعیین و رسم کنید. ترسیم‌های خود را به دقت مدرج کنید.



$$x[n]=\delta[n+۲]+۲\delta[n+۱]+۳\delta[n]+\delta[n-۷]$$
$$x[-n]=\delta[n-۲]+۲\delta[n-۱]+۳\delta[n]+\delta[n+۷]$$
$$x_e[n]=\frac{۱}{۲}\{x[n]+x[-n]\}=\frac{۱}{۲}\delta[n+۲]+\delta[n+۱]+۳\delta[n]+\frac{۱}{۲}\delta[n-۷]+\frac{۱}{۲}\delta[n-۲]+\delta[n-۱]+\frac{۱}{۲}\delta[n+۷]$$
$$x_o[n]=\frac{۱}{۲}\{x[n]-x[-n]\}=\frac{۱}{۲}\delta[n+۲]+\delta[n+۱]+\frac{۱}{۲}\delta[n-۷]-\frac{۱}{۲}\delta[n-۲]-\delta[n-۱]-\frac{۱}{۲}\delta[n+۷]$$





سوال	نمره

سوال ۴: مقدار انرژی و توان سیگنال‌های زیر را بدست آورید.

الف- $x_۱(t) = ۲e^{-t}u(t), \quad \alpha > ۰$

حل:

$$E_\infty = \int_۰^{+\infty} |۲e^{-t}u(t)|^۲ dt = ۲^۲ \int_۰^{+\infty} e^{-۲t} dt = \frac{۴}{-۲}[۰ - ۱] = ۲$$
$$P_\infty = ۰$$

ب- $x_۲(t) = A\cos(\omega_۰ t + \theta)$

حل:

$$P_\infty = \lim_{T \longrightarrow \infty} \frac{۱}{۲T} \int_{-T}^{T} |A\cos(\omega_۰ t + \theta)|^۲ dt = \lim_{T \longrightarrow \infty} \frac{A^۲}{۲T} \int_{-T}^{T} [\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}\cos ۲(\omega_۰ t + \theta)] dt = \frac{A^۲}{۲}$$
$$E_\infty = \infty$$

ج- $x_۳(t) = \begin{cases} ۲ & t < -۱۰ \\ ۴ & -۱۰ < t \leqslant ۱۰ \\ ۶ & t \geqslant ۱۰ \end{cases}$

حل:

$$P_\infty = \lim_{T \longrightarrow \infty} \frac{۱}{۲T} \left(\int_{-T}^{-۱۰} ۴dt + \int_{-۱۰}^{۱۰} ۱۶dt + \int_{۱۰}^{T} ۳۶dt \right) = \lim_{T \longrightarrow \infty} \frac{۴(-۱۰ + T) + ۱۶(۱۰ + ۱۰) + ۳۶(T - ۱۰)}{۲T}$$
$$= \lim_{T \longrightarrow \infty} \frac{۴۰T + ۱۶۰}{۲T} = ۲۰, \quad E_\infty = \infty$$

سوال ۵: سیستم‌های زیر را از لحاظ خواص خطی بودن، متغیر با زمان بودن، پایداری، حافظه‌دار بودن و علیت مورد بررسی قرار دهید.

الف- $y[n] = x[n]x[n-۲]$

ب- $y(t) = \cos(t)x(t)$

حل:

الف- بررسی خطی بودن:

$$\begin{aligned} y[a_۱x_۱[n] + a_۲x_۲[n]] &= (a_۱x_۱[n] + a_۲x_۲[n])(a_۱x_۱[n-۲] + a_۲x_۲[n-۲]) \\ &= a_۱(x_۱[n]x_۱[n-۲]) + a_۲(x_۲[n]x_۲[n-۲]) + a_۱a_۲(x_۱[n]x_۲[n-۲]) \\ &+ a_۱a_۲(x_۲[n]x_۱[n-۲]) \end{aligned}$$

اما می‌دانیم که شرط خطی بودن عبارتست از اینکه عبارت فوق باید مساوی عبارت زیر باشد:

$$a_۱y_۱[n] + a_۲y_۲[n] = a_۱(x_۱[n]x_۱[n-۲]) + a_۲(x_۲[n]x_۲[n-۲])$$

پس این سیستم غیرخطی است. بررسی نامتغیر با زمان بودن:

$$y_۲[n] = x[n-n_۰]x[n-n_۰-۲] = y_۱[n-n_۰]$$

پس سیستم نامتغیر با زمان است. از لحاظ پایداری، از شکل ضابطه می‌فهمیم که تا هنگامی که ورودی محدود است، خروجی نمی‌تواند به طور نامحدود بزرگ شود، پس سیستم پایدار است. سیستم دارای حافظه است. چون در هر لحظه حاوی اطلاعاتی از ورودی لحظه قبل است. سیستم علی است، چون قبل از اعمال ورودی، خروجی نمی‌تواند ظاهر شود.

ب- بررسی خطی بودن سیستم

$$\begin{aligned} y(a_۱x_۱(t) + a_۲x_۲(t)) &= \cos(t)(a_۱x_۱(t) + a_۲x_۲(t)) = a_۱\cos(t)x_۱(t) + a_۲\cos(t)x_۲(t) \\ &= a_۱y_۱(t) + a_۲y_۲(t) \end{aligned}$$

سوال	نمره
پس خطی است. بررسی تغییرپذیری با زمان: $y(t-t_۰) = \cos(t-t_۰)x(t-t_۰) \neq \cos(t)x(t-t_۰)$ پس سیستم تغییرپذیر با زمان است. سیستم دارای حافظه نیست و پایدار و علی می‌باشد. **سوال ۶:** با توجه به خواص تابع ضربه، مقدار نهایی روابط زیر را بدست آورید.	

الف-

$$\left(۲\cos(t-\frac{۱}{۲})-t^۲\right)\delta(۲t-۱) = \left(۲\cos\left(۲\times\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}\right)-\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲\right)\delta(۲t-۱) = \frac{۷}{۴}\delta(۲t-۱)$$

ب-

$$\int_۰^{\infty}(t^۲+۳t-۱)\delta(t-۱)dt = ۳\int_۰^{\infty}\delta(t-۱)dt = ۳$$

ج-

$$\int_{-۲}^{۴}(t^۲+۱)\left[۳\delta(t)-\delta(t+۱)+۳\delta(t+۴)\right]dt$$
$$= ۳\int_{-۲}^{۴}(t^۲+۱)\delta(t)dt - \int_{-۲}^{۴}(t^۲+۱)\delta(t+۱)dt + ۳\int_{-۲}^{۴}(t^۲+۱)\delta(t+۴)dt = ۳-۲+۰ = ۱$$

موفق باشید-آدینه