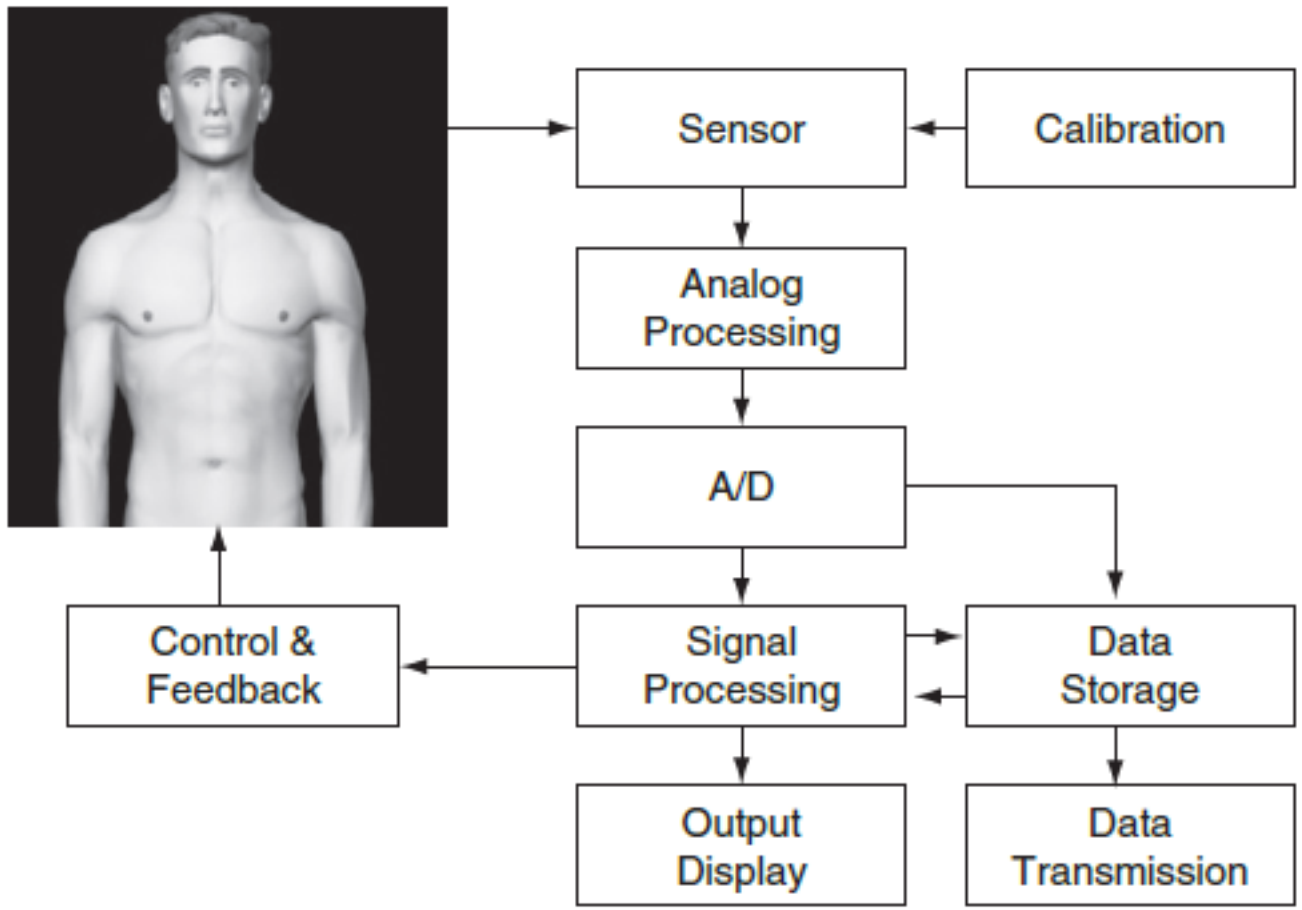
مقدمه ای بر مهندسی پزشکی

جلسه هفتم

بخش دوم- مقدمه ای از نقش مهندسی برق در مهندسی پزشکی

مقدمه

- بسیاری از تجهیزات (ابزار آلات) مهندسی پزشکی به واسطه ی مبدل (تراگردان) و یا سنسور، سیگنال حیاتی را بدل به سیگنالی الکتریکی می نماید.
- در پی این تبدیل می توان از محاسن مهندسی برق و الکترونیک برای پیش پردازش، پردازش و استفاده ی از این سیگنال استفاده کرد.
- بنابراین لازمست مهندسین پزشکی ار مهارتهای پایه ای در تحلیل مهندسی مدارهای الکتریکی و الکترونیکی برخوردار باشند.
- در شکل ساختار کلی یک سیستم طراحی شده برای ثبت، پایش و کنترل سیگنالهای حیاتی بدن نمایش داده شده است.


Sensor
Calibration
Analog Processing
A/D
Control & Feedback
Signal Processing
Data Storage
Output Display
Data Transmission

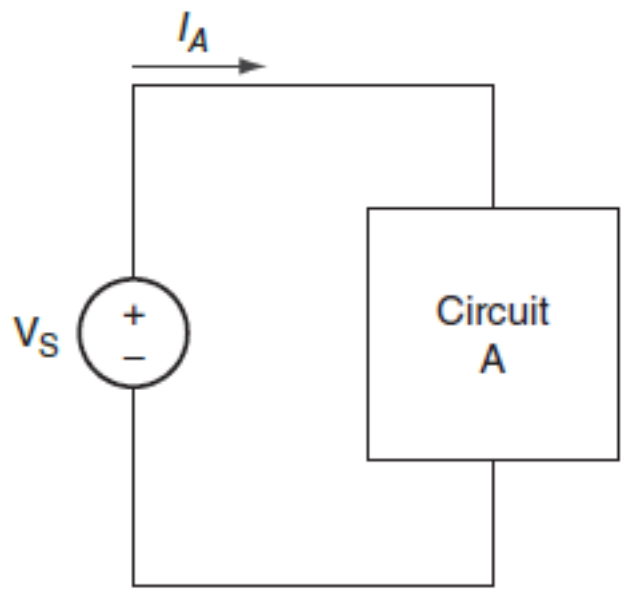
ادامه ...

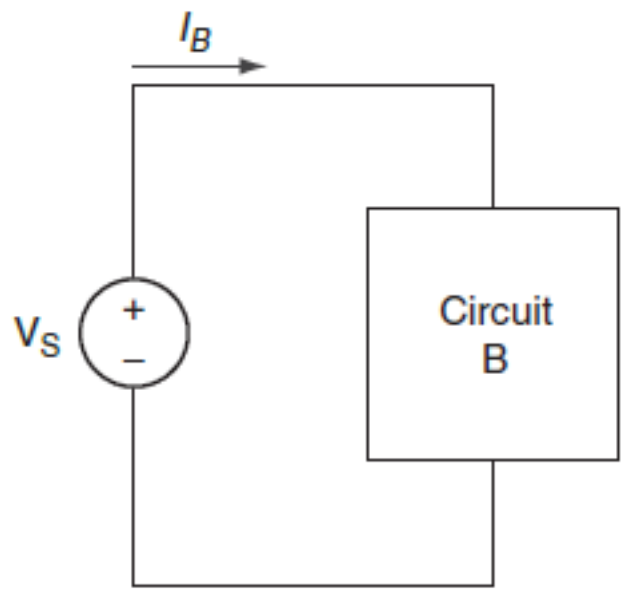
در اینگونه سیستمها و به بیان ساده:

- به کمک سنسور کمیت حیاتی مورد نظر (همچون: دما، فشارخون، ضربان قلب، گازهای خون، ...) به سیگنالی الکتریکی بدل می شود.
- درصورت لزوم این سیگنال، تقویت، فیلتر و از سایر بخشهای سیستم ایزوله می شود تا با قدرت مناسب، بدون سیگنالهای مزاحم و اثربارگذاری که ممکن است برای بیمار خطرآفرین باشد، آماده ی استفاده در سایر بخشهای سیستم شود.
- برای بهره مندی از مزایای پردازش و فن آوری دیجیتال و با استفاده از A/D بدل به سیگنالی دیجیتال می شود.
- در این مرحله شرایط ذخیره سازی، پردازش، نویززدایی و استفاده از نتیجه این عملیات در فرآیند تشخیص و درمان (همچون کنترل و یا فیدبک)، انتقال و نمایش سیگنالهای حیاتی فراهم و تسهیل می شود.

مرور برخی از مفاهیم در تحلیل مدارهای الکتریکی

- از آنجا که عمده ی مهارتهای پایه ای مهندسی برق در درسهای فیزیک ۲، مدارهای الکتریکی (و یا به طور معادل مبانی مهندسی برق) به دانشجویان آموزش داده شده است در این بخش تنها به یادآوری برخی نکات شاخص و مرور چند مثال می پردازیم تا برای مطالعه ی تقویت کننده های عملیاتی (Operational Amplifiers) آماده شویم.
- دو مدار معادل نامیده می شوند، چنانچه شکل موج دو سرشان و جریان گذرا از آنها کاملا یکسان (متحد) باشد.
- به کمک روابط اتصال سری و موازی مقاومتها می توان به ساده سازی مدارهای پیچیده پرداخت


I_A
V_S
+
–
Circuit
A


I_B
V_S
+
–
Circuit
B

ادامه ...

- قانون تقسیم ولتاژ

چنانچه در مداری N مقاومت به طور سری قرار گرفته باشند و ولتاژ دو سر این مجموعه Vs باشد، داریم:

$$V_i = V_s \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \cdots R_N}$$

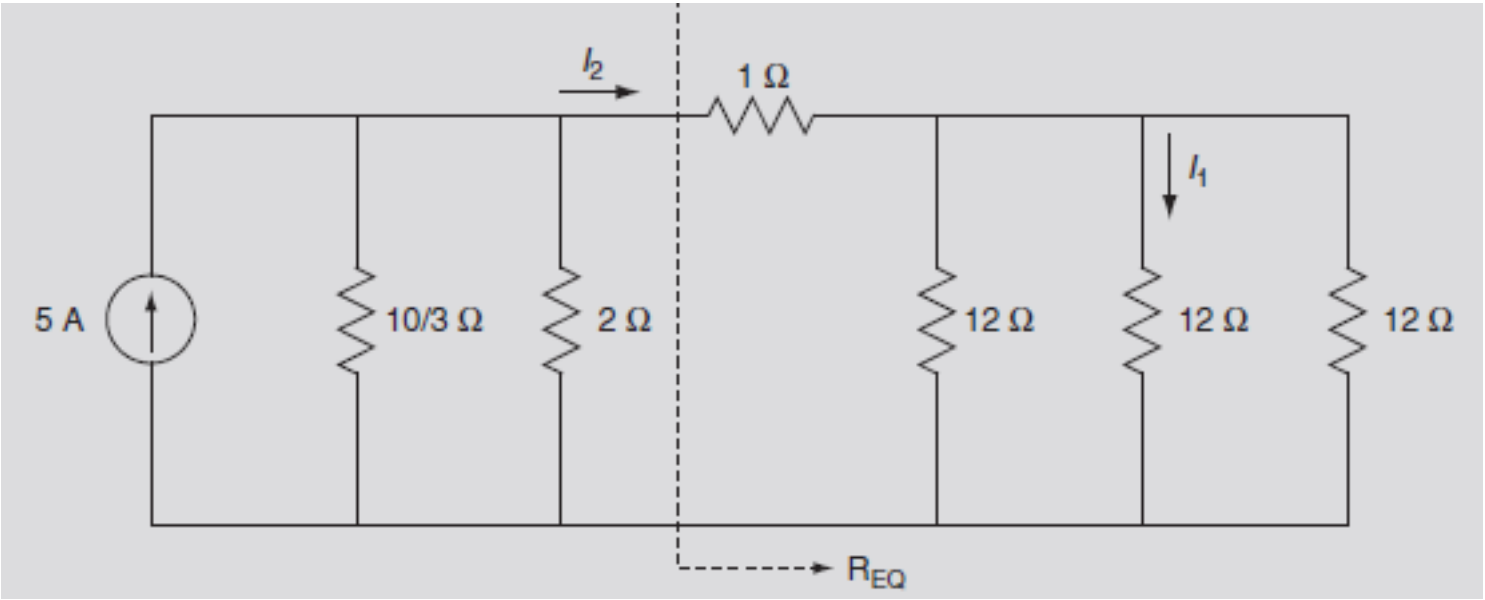
- قانون تقسیم جریان

چنانچه در مداری N مقاومت به طور موازی قرار گرفته باشند و جریان عبوری از این مجموعه I باشد، داریم:

$$I_i = I \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \cdots + \frac{1}{R_N}}$$

مثال ۱

- مطلوبست محاسبه ی I_1



حل

$$R_{EQ} = 1 + (12 \parallel 12 \parallel 12) = 1 + \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}} = 5\ \Omega$$

$$I_2 = 5\left(\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{10} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}}\right) = 1\ \text{A}$$

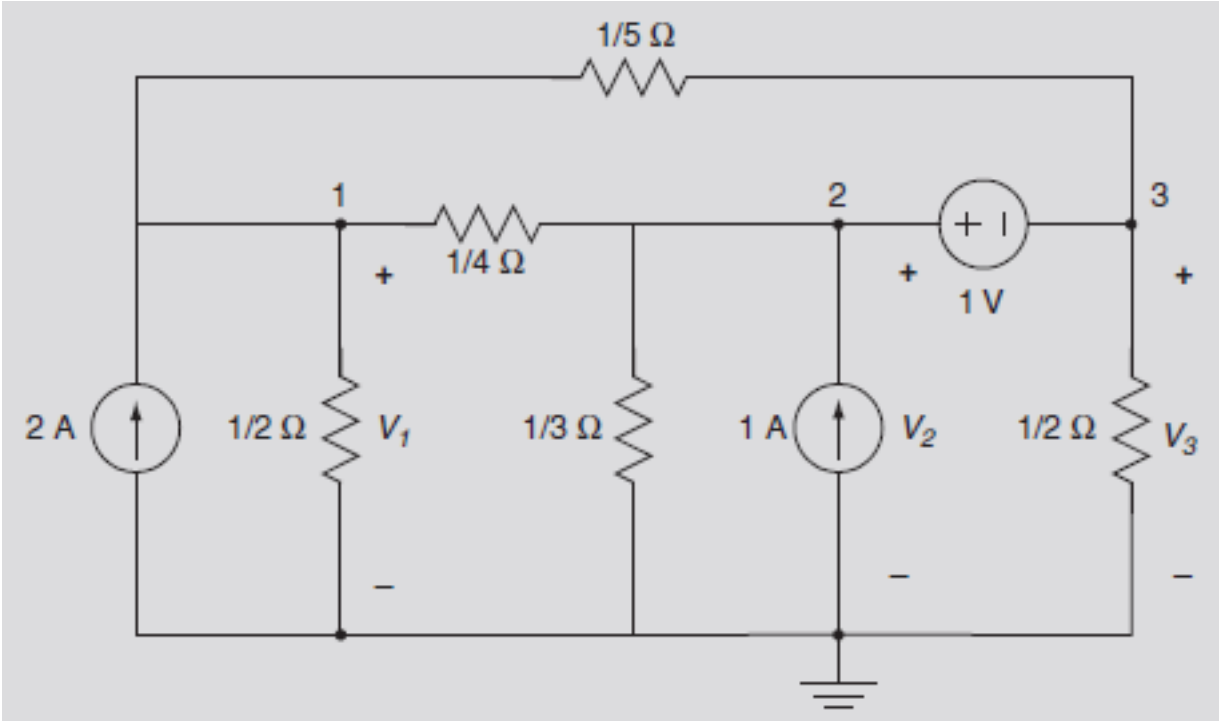
$$I_1 = I_2\left(\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}}\right) = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}} = \frac{1}{3}\ \text{A}$$

روش گره

- جمع جبری جریانهای خروجی از یک گره صفر است.
- جمع جبری ولتاژ دو سر المانهای یک حلقه صفر است.
- معمولا می توان با بیان روابط فوق بر حسب ولتاژها و جریانهای مجهول مدار و تشکیل معادلات لازم، به تحلیل و تعیین این کمیتهای مجهول در یک مدار پرداخت.
- پیچیدگی روش ولتاژ- گره (node- voltage) به هنگام وجود یک منبع ولتاژ وابسته و یا مستقل بین دوگره پیش می آید.
- در حالاتی مشابه مثال، جریان گره به سادگی برحسب ولتاژ گره قابل بیان نیست. در چنین حالاتی باید ابرگره ای با ترکیب دوگره تشکیل دهیم و جریان ورودی به گره اول برابر با جریان خروجی از گره دوم است.
- از آنجا که دو مجهول و یک معادله در این حالت داریم، معادله دوم را با اعمال KVL برای ولتاژ این دو گره تشکیل می دهیم.

مثال ۲

- در مدار شکل زیر مطلوبست V_3



حل

- برای گره ی ۱ داریم که پس از ساده سازی:

$$-2+2V_1+5(V_1-V_3)+4(V_1-V_2)=0$$

$$11V_1-4V_2-5V_3=2$$

- برای ابر گره حاصل از گره ی ۲ و ۳ داریم که پس از ساده سازی:

$$4(V_2-V_1)+3V_2-1+2V_3+5(V_3-V_1)=0$$

$$-9V_1+7V_2+7V_3=1$$

ادامه ...

- اکنون رابطه ی KVL را برای حلقه ی در برگیرنده ی این دو گره می نویسیم، پس از ساده سازی:

$$-V_2 + 1 + V_3 = 0$$

$$-V_2 + V_3 = -1$$

- در نهایت در فرم ماتریسی داریم، که حاصل می دهد:

$$\begin{bmatrix} 11 & -4 & -5 \\ -9 & 7 & 7 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

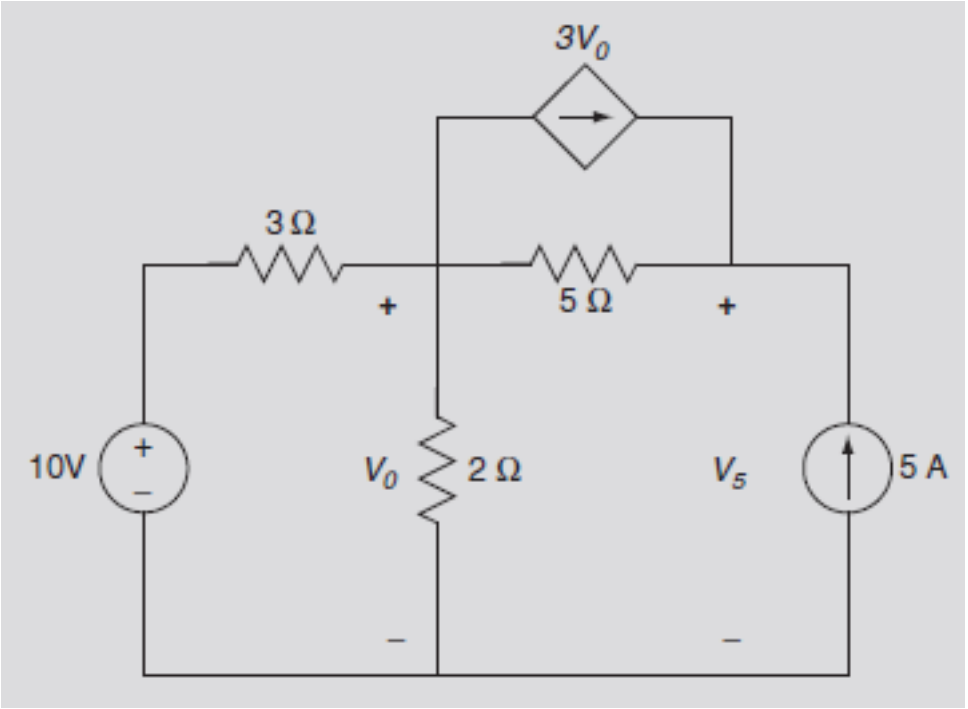
```
V =

   0.4110
   0.8356
  -0.1644
```

خطی بودن و قضیه ی برهم نهی (جمع آثار)

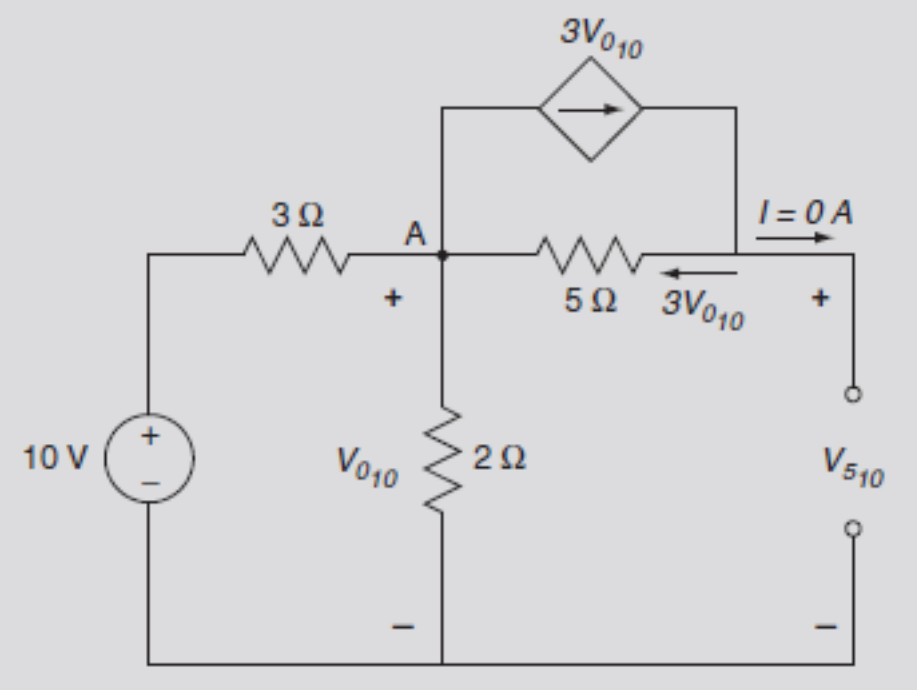
- چنانچه سیستمی خطی با دو (و یا بیشتر) منبع مستقل تحریک شود، پاسخ نهایی مجموع پاسخهای اختصاصی (ویژه) به هر ورودی است.
- در مورد مدارهای الکتریکی چنانچه بخواهیم دیگر منابع را صفر (بی اثر) کنیم،
- منبع ولتاژ را به صورت اتصال کوتاه و
- منبع جریان را به صورت اتصال باز در نظر می گیریم.

مثال۳

- مطلوبست محاسبه ی V_5 در مدار شکل زیر:



حل



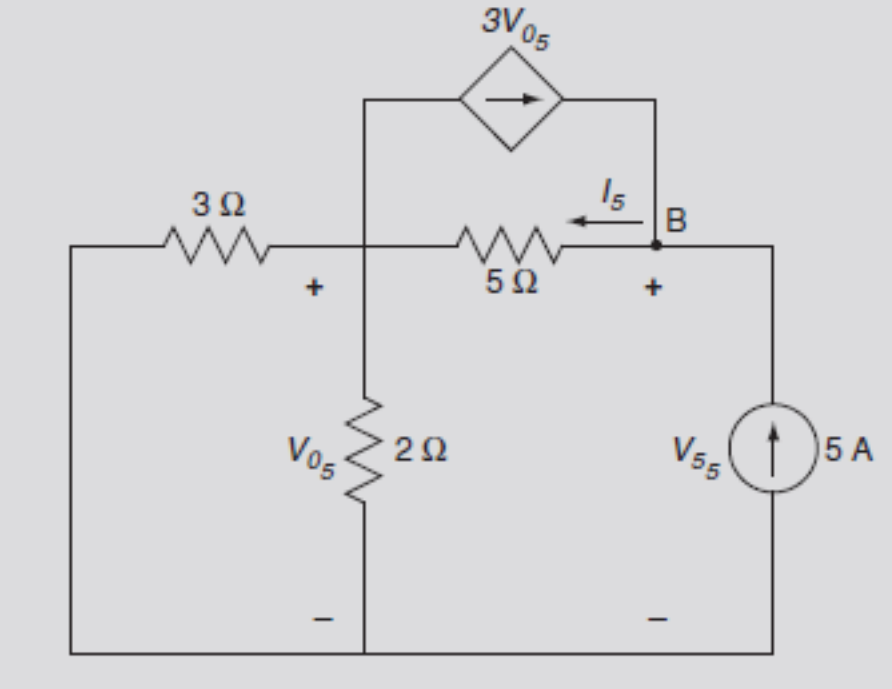
- ابتدا اثر منبع 10V را به دست می آوریم:

$$\frac{V_{0_{10}} - 10}{3} + \frac{V_{0_{10}}}{2} + 3V_{0_{10}} - 3V_{0_{10}} = 0$$

$$V_{0_{10}} = 4\text{V}.$$

$-V_{0_{10}} - 5 \cdot 3V_{0_{10}} + V_{5_{10}} = 0$, and therefore $V_{5_{10}} = 64\ \text{V}$.

ادامه ...



- اکنون اثر منبع 5A را بررسی می کنیم:

$$V_{0_5} = 5 \cdot 1.2 = 6\text{V}.$$

$$-3V_{0_5} + I_5 - 5 = 0$$

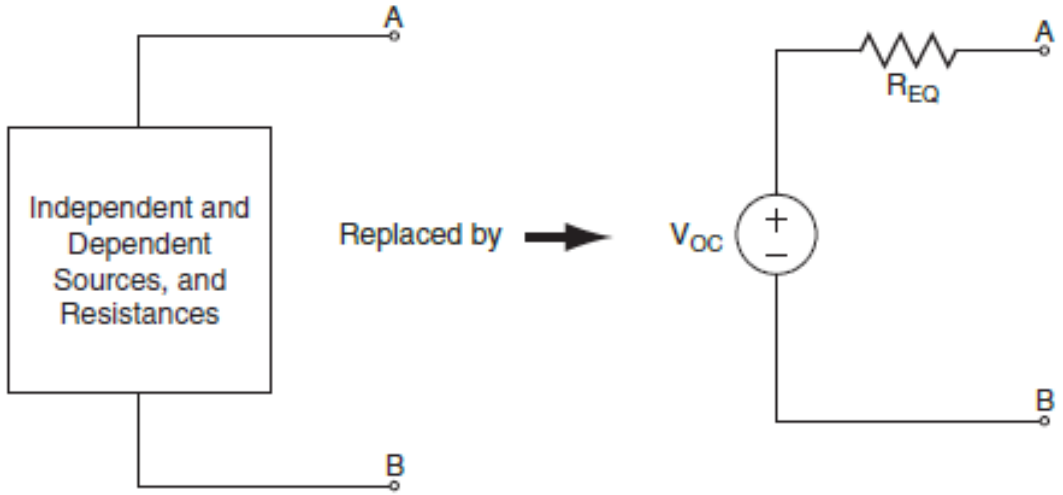
$$V_{0_5} = 6\ \text{V},\ I_5 = 3 \cdot 6 + 5 = 23\ \text{A}$$

$$-V_{0_5} - 5I_5 + V_{5_5} = 0$$

$$V_{5_5} = V_{0_5} + 5I_5 = 6 + 5 \cdot 23 = 121\ \text{V}.$$

$$V_5 = V_{5_{10}} + V_{5_5} = 64 + 121 = 185\ \text{V}$$

قضیه ی تونن



- مداری شامل منابع مستقل و غیر مستقل ولتاژ و جریان و شبکه ای از مقاومتها با دو ترمینال (سر) خروجی، می تواند با ترکیبی از یک مقاومت R_{EQ} و منبع ولتاژی مستقل Voc جایگزین شود.
- Voc ولتاژ مدار باز دو سر ترمینال و R_{EQ} نیز مقاومت دیده شده در دو سر مدار است، هرگاه همه ی منابع بی اثر شده باشند.

مرور برخی مفاهیم در تحلیل مدارهای دارای عناصر ذخیره ساز انرژی

- سلف قطعه ای است که انرژی را به صورت میدان مغناطیسی در خود ذخیره میکند.
- خازن قطعه ای است که انرژی را به صورت میدان الکتریکی بین بارهای روی دوصفحه ی خود ذخیره می کند.
- در حالت کلی مرتبه ی مدارهای الکتریکی و به عبارتی دیگر، مرتبه ی معادله دیفرانسیلی که یک خروجی را به ورودی های مدار مرتبط می سازد، برابر با تعداد قطعات ذخیره ساز انرژی (سلف و خازن) در مدار است.
- برای حل معادله ی دیفرانسیلی از مرتبه ی n معمولا به شرایط اولیه ی خروجی مطلوب و مشتقهای تا مرتبه n-1 آن، نیاز است.
- چنانچه خواهیم دید اگر شکل موج ورودی مدار مشخص باشد، شرایط اولیه به طور مستقیم و از روی ملاحظات انرژی قابل محاسبه اند.

ادامه ...

- انرژی در قطعاتی که آنرا ذخیره می کنند، همچون سلف و خازن نمی تواند به طور لحظه ای تغییر کند، بنابراین امکان تغییر لحظه ای جریان سلف و یا ولتاژ خازن وجود ندارد و مقادیر این دو کمیت در لحظات 0^- و 0^+ باید برابر باشد اما امکان گسستگی (پرش) در ولتاژ سلف (مشتق جریان) و همینطور جریان خازن (مشتق ولتاژ) وجود دارد.
- در مدارهای شامل منابع dc در زمانهای بزرگ (حالت ماندگار) سلفها را اتصال کوتاه و خازنها را اتصال باز در نظر می گیرند.
- یادآور می شود که چنانچه در مسأله ای نیاز به مقدار مشتق تابع پله در لحظه ی 0^+ باشد، این مقدار برابر صفر فرض می شود.

ادامه ...

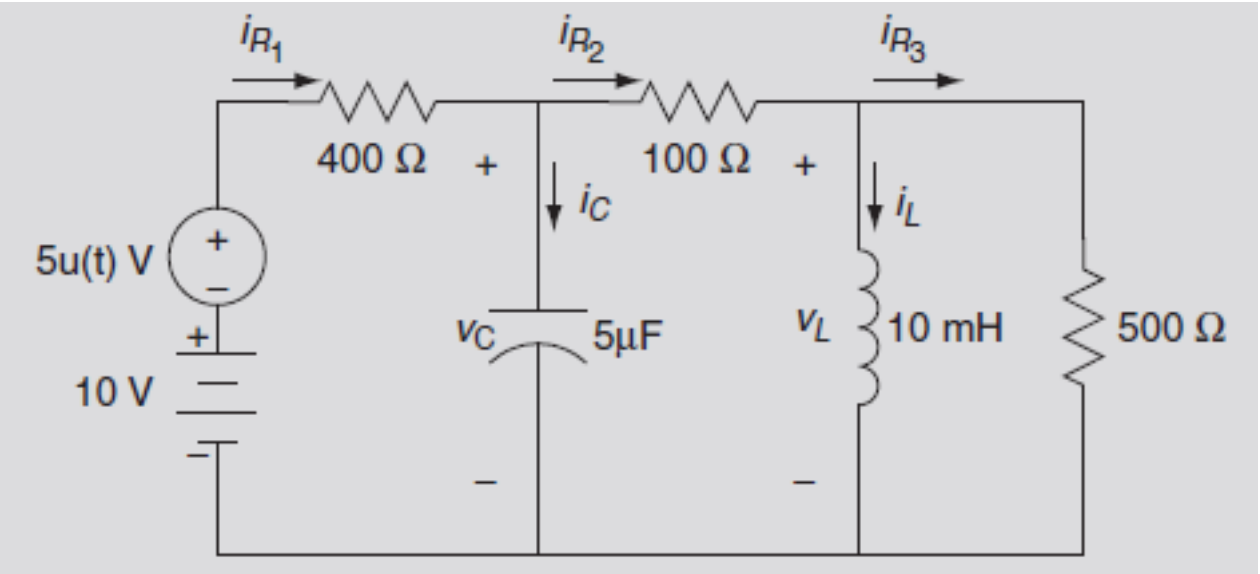
- برای محاسبه ی شرایط اولیه بر اساس ملاحظات انرژی می توان به صورت زیر عمل کرد:

۱. مدار را در لحظه ی 0^- تحلیل می کنیم. در حقیقت به دنبال جریان سلفها و ولتاژ خازنها در حالت ماندگار مدار (قبل از اعمال ورودی در t=0) هستیم. برای این منظور می توان سلفها را اتصال کوتاه و خازنها را مدار باز فرض و مقادیر را به کمک قوانین KVL و KCL به دست آورد.

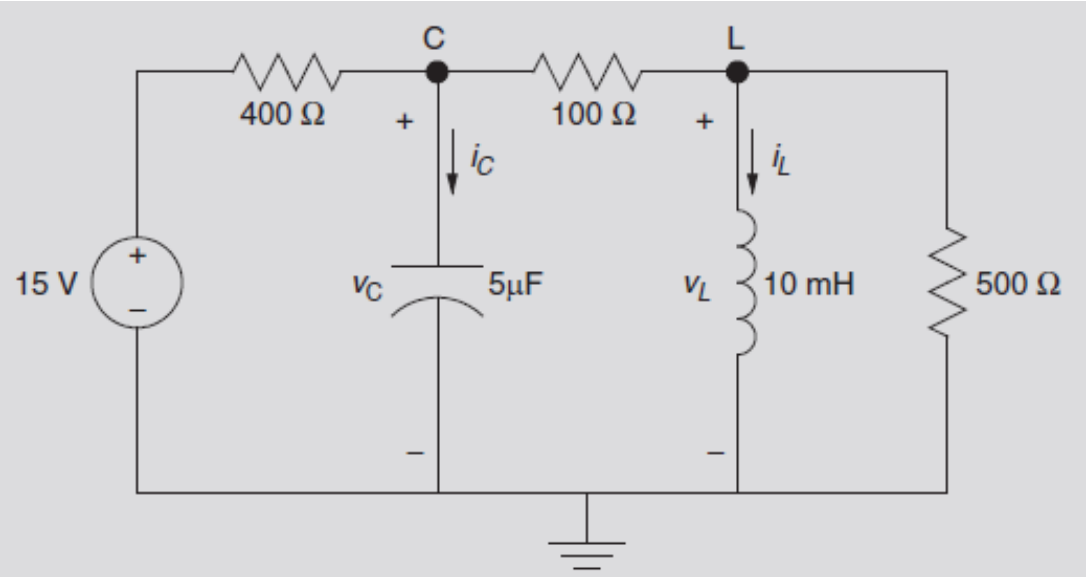
۲. مدار را در لحظه ی 0^+ تحلیل می کنیم. از آنجا که جریان سلف و ولتاژ خازن در دو لحظه ی 0^- و 0^+ پیوستگی دارد، سلفها را با منابع جریان و خازنها را با منابع ولتاژ جایگزین می کنیم. در این حالت امکان محاسبه ی کلیه ی شرایط اولیه ی لازم برای حل کمیتهای الکتریکی مدار وجود دارد.

مثال ۴

در مدار شکل زیر، با استفاده از روش گره مقدار v_c را برای $t \geq 0$ بیابید.



حل



- در زمانهای $t \geq 0$ می توان مدار را به صورت روبرو در نظر گرفت:
- برای گره C:

$$\frac{v_C - 15}{400} + 5 \times 10^{-6} \dot{v}_C + \frac{v_C - v_L}{100} = 0$$

- برای گره L:

$$\frac{v_L - v_C}{100} + \frac{1}{10 \times 10^{-3}} \int_0^t v_L d\lambda + i_L(0^+) + \frac{v_L}{500} = 0$$

ادامه ...

- با وارد کردن اپراتور D (نمایانگر مشتق گیر) و ساده سازی داریم:

$$Dv_C + 2500v_C - 2000v_L = 7500 \text{ or } (D + 2500)v_C - 2000v_L = 7500$$

$$6Dv_L + 50 \times 10^3 v_L - 5Dv_C = 0 \text{ or } \left(6D + 50 \times 10^3\right)v_L - 5Dv_C = 0$$

- که با حل آن برای v_C، داریم:

$$D^2 v_C + 10.417 \times 10^3 Dv_C + 20.83 \times 10^6 v_C = 62.5 \times 10^6$$

- در حوزه ی زمان و معادله ی مشخصه آن:

$$\ddot{v}_C + 10.417 \times 10^3 \dot{v}_C + 20.83 \times 10^6 v_C = 62.5 \times 10^6$$

$$s^2 + 10.417 \times 10^3 s + 20.833 \times 10^6 = 0$$

ادامه ...

با محاسبه ی ریشه های معادله مشخصه، پاسخ طبیعی مدار عبارتست از:

$$v_{C_n}(t) = K_1 e^{-7.718 \times 10^3 t} + K_2 e^{-2.7 \times 10^3 t}\ \text{V}$$

همچنین پاسخ حالت ماندگار معادله دیفرانسیل فوق را به صورت زیر فرض می کنیم:

$$v_{C_f}(t) = K_3$$

با جایگزینی در معادله دیفرانسیل داریم:

$$20.833 \times 10^6 K_3 = 62.5 \times 10^6$$

که نتیجه می دهد:

$$K_3 = 3.$$

ادامه ...

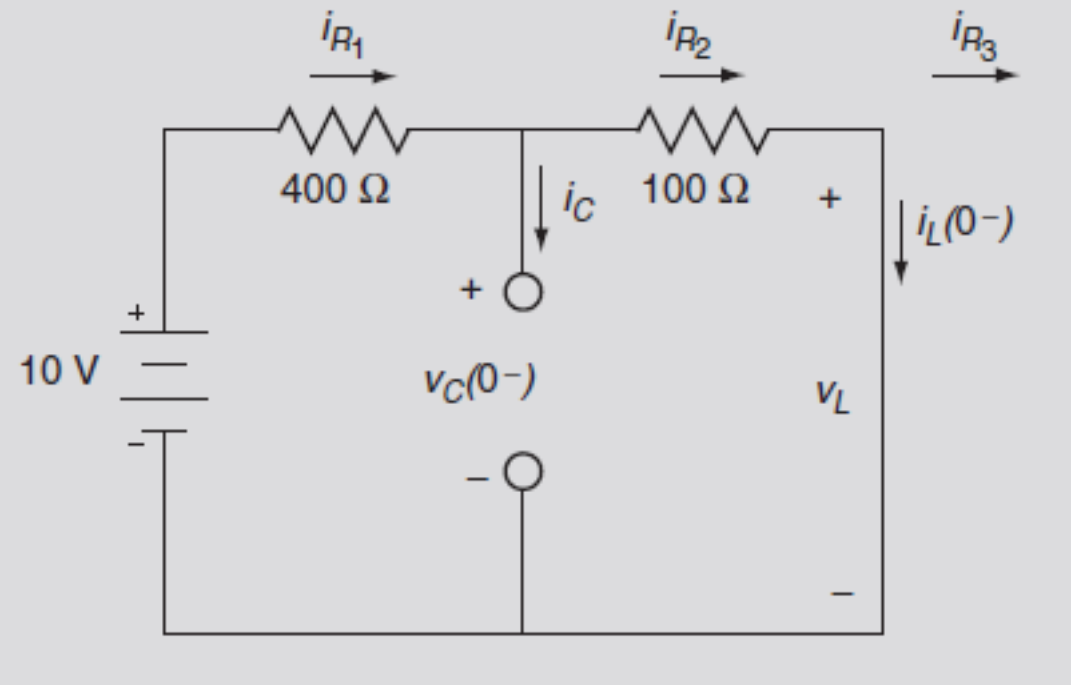
تا اینجا پاسخ عبارتست از:

$$v_C(t) = v_{C_n}(t) + v_{C_f}(t) = K_1 e^{-7.718 \times 10^3 t} + K_2 e^{-2.7 \times 10^3 t} + 3 \text{ V}$$

برای تعیین ضرایب K1 و K2 به vc(0+) و مشتق آن نیاز است، بنابراین:

در لحظه ی 0^- خازنها را اتصال باز و سلفها را اتصال کوتاه در نظر می گیریم:

ادامه ...



که نتیجه می دهد:

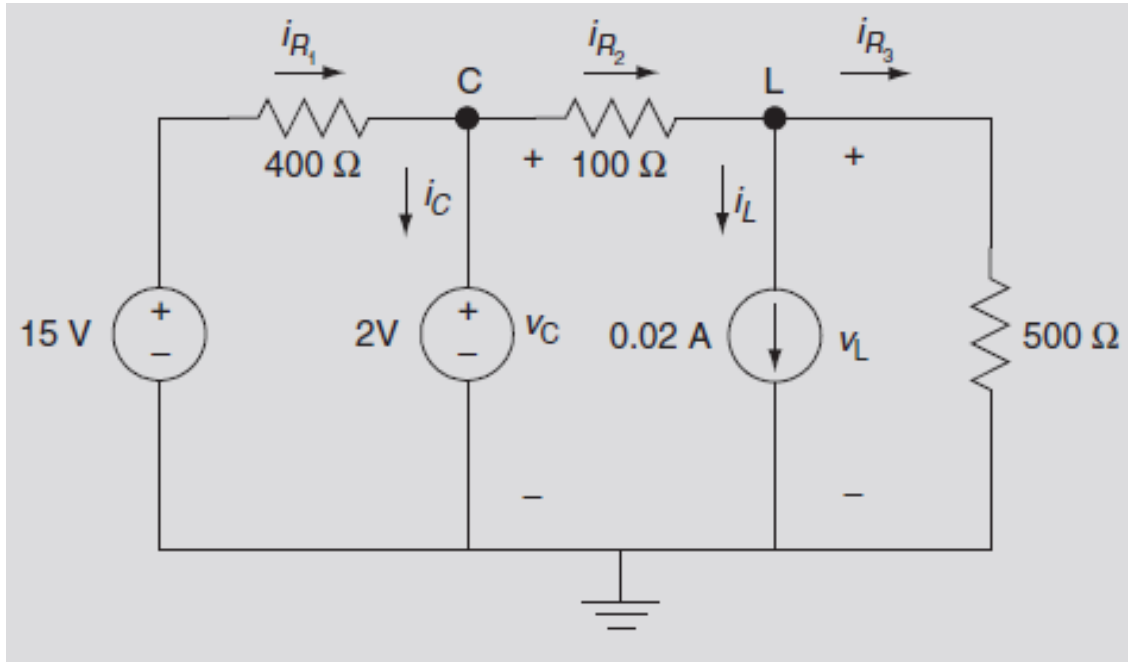
$$v_C(0^-) = 10 \times \frac{100}{400 + 100} = 2 \text{ V}$$

$$i_L(0^-) = \frac{10}{100 + 400} = 0.02 \text{ A}$$

به دلیل پیوستگی ولتاژ خازن و جریان سلف می توان قرار دارد:

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 2\text{V and } i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.02 \text{ A}.$$

ادامه ...



که نتیجه می دهد:

$$v_L(0^+) = 0 \text{ V}.$$

$$i_C(0^+) = i_{R_1}(0^+) - i_{R_2}(0^+) = 0.0325 - 0.02 = 0.125 \text{ A}$$

$$\dot{v}_C(0^+) = \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{0.0125}{5 \times 10^{-6}} = 2.5 \times 10^3 \frac{\text{V}}{\text{s}}.$$

$$v_C(0) = 2 = K_1 + K_2 + 3$$

$$\dot{v}_C(0) = 2.5 \times 10^3 = -7.718 \times 10^3 K_1 - 2.7 \times 10^3 K_2$$

$$v_C(t) = 0.04e^{-7.718 \times 10^3 t} - 1.04e^{-2.7 \times 10^3 t} + 3 \text{ V}$$