



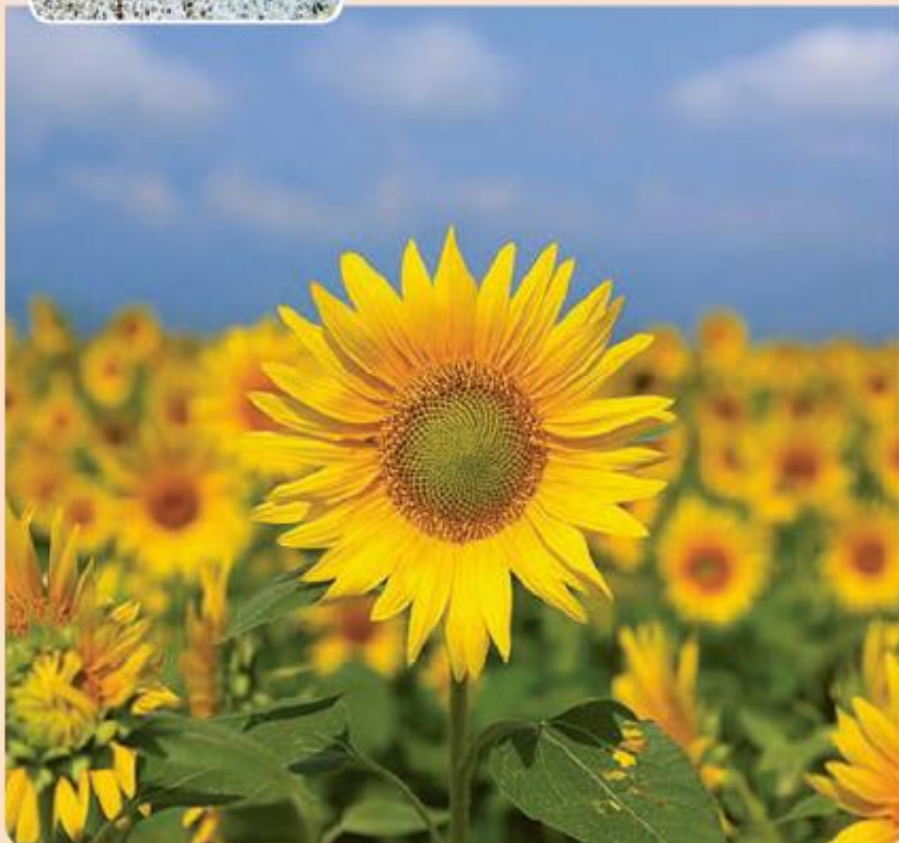
درسنامه و آزمون  
ریاضی پایه ششم  
فصل چهارم

وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش استان همدان  
معاونت آموزش ابتدایی  
اداره تکنولوژی و گروه‌های آموزشی



تقارن و مختصات

۴



جهان دارای نظم حساب شده و دقیقی است و انسان‌های زیادی برای کشف قوانین هندسه موجود در آن تلاش کرده‌اند. هندسه چنان در ساختار طبیعت نقش دارد که دانشمندی همچون گالیله در کتاب خود نوشته است: «جهان به زبان ریاضیات نوشته شده است و شخصیت‌های آن مثلث، دایره و دیگر شکل‌های هندسی هستند».

## نگاه کلی به فصل چهارم : تقارن و مختصات

این فصل شامل چهار درس است.

درس اول با یادآوری مفهوم تقارن مرکزی و مرکز تقارن شروع می شود. دانش آموزان در سال پنجم با این مفاهیم بر روی کاغذ شطرنجی آشنا شده اند. در این درس توجه خاص به نقطه یابی شده است. وجود فعالیت های مناسب و استفاده از دست ورزی در روند تدریس و یادگیری موجب پویایی دانش آموزان در این درس است. این درس ارتباط خود را با ارائه اشکال مناسب، مربوط به جهان خارج از فضای ریاضی به خوبی برقرار کرده است.

درس دوم به مفهوم تقارن چرخشی می پردازد. دانش آموزان چرخش ۱۸۰ درجه را می شناسند و همچنین چرخش ۹۰ درجه را درک کرده اند.

درس سوم آشنایی با محورهای مختصات است که برای اولین بار این درس ارائه می شود. این درس با ارتباط با درس جغرافی و جهت یابی شروع شده است.

دانش آموزان در این درس یاد می گیرند که چگونه مختصات یک نقطه را روی صفحه شطرنجی پیدا کنند.

درس چهارم ترکیب تقارن و مختصات است. در این درس دانش آموزان می توانند با استفاده از محورهای افقی و عمودی در صفحات مختصات تقارن یک شکل را به دست آورند. از طرفی درک مناسبی از مختصات یک نقطه و مختصات قرینه آن نقطه بیابند.

در شروع درس دوران و محورهای مختصات در ابتدا یک مثال قبل از فعالیت مطرح شده که با بحث روی آن موجب ایجاد انگیزه و ورود مناسب به درس ست. استفاده از رنگ در کل این فصل به چشم می خورد.

### اهداف درس اول : مرکز تقارن و تقارن مرکزی

- ۱- چرخش ۱۸۰ درجه ۲- درک مفهوم تقارن مرکزی ۳- ارتباط مفهوم تقارن مرکزی با تقارن های محوری (در حالت خاص) ۴- تشخیص اینکه آیا نقطه ای داده شده مرکز تقارن است یا نه ۵- باز نمایی های مختلف از رسم قرینه ی شکل نسبت به یک نقطه ۶- پیدا کردن قرینه ی هر نقطه از شکل روی تصویر شکل نسبت به یک نقطه داده شده ۷- توجه به جهت چرخش ساعت گرد یا پادساعت گرد.

### اهداف درس دوم : دوران

- ۱- چرخش ۹۰ درجه ۲- درک مفهوم دوران ۳- درک مفهوم مرکز دوران ۴- رسم دوران یافته ی شکل ها ۵- مفهوم تقارن چرخشی ۶- تشخیص زاویه تقارن چرخشی بدون صفحه شطرنجی ۷- تشخیص اشکال دارای تقارن چرخشی

### اهداف درس سوم : مختصات

- ۱- درک مفهوم مختصات ۲- آشنایی با محورهای افقی و عمودی ۳- یافتن مختصات یک نقطه روی صفحه ی شطرنجی ۴- یافتن یک نقطه از روی مختصات داده شده ۵- محاسبه ی مساحت شکل روی صفحه ی شطرنجی ۶- درک پیش زمینه ی انتقال ۷- درک پیش زمینه ی تجانس

### اهداف درس چهارم تقارن و مختصات

- ۱- درک ارتباط بین مختصات یک نقطه و مختصات قرینه ی آن نقطه ۲- یافتن مختصات رئوس در اشکال متقارن در صفحه ی شطرنجی ۳- یافتن مختصات اشکال متقارن بدون استفاده از صفحه ی شطرنجی

## فصل چهارم – تقارن و مختصات

### مرکز تقارن و تقارن مرکزی

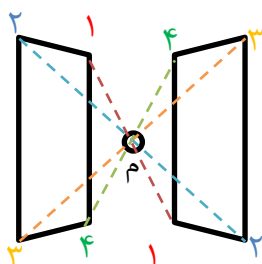
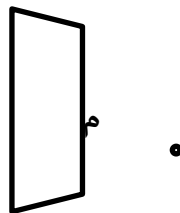
**تقارن مرکزی:** وقتی شکلی به اندازه  $180^\circ$  درجه حول نقطه ای بچرخد و روی خودش بیفتد، می‌گوییم شکل تقارن مرکزی دارد.

برای رسم قرینه ی یک شکل نسبت به یک نقطه باید به روش زیر عمل کنیم:  
(۱) ابتدا رئوس شکل را شماره گذاری می‌کنیم.

(۲) از هر راس با خط کش به نقطه ی خواسته شده وصل می‌کنیم و به همان اندازه و همان راستا جلو می‌رویم.

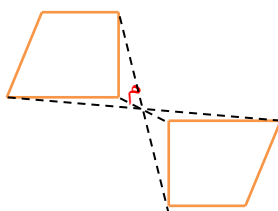
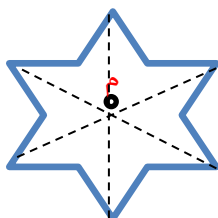
(۳) نقاط به دست آمده را به ترتیب شکل اصلی به هم وصل می‌کنیم.

**مثال:** قرینه ی شکل زیر را نسبت به نقطه ی «م» رسم کنید.



ابتدا شکل را شماره گذاری می‌کنیم. سپس از هر شماره با خط کش به نقطه ی «م» وصل می‌کنیم سپس به همان اندازه و در همان راستا از نقطه «م» ادامه می‌دهیم و شماره را می‌نویسیم. مثلاً فاصله ی نقطه ی ۱ تا نقطه ی «م» دو واحد است. پس از نقطه ی «م» دو واحد ادامه می‌دهیم و نقطه به دست آمده را ۱ می‌نامیم. به همین ترتیب برای تمام رئوس این کار را انجام می‌دهیم. حالا شماره های نوشته شده را به همان ترتیب شکل اولی به هم متصل می‌کنیم.

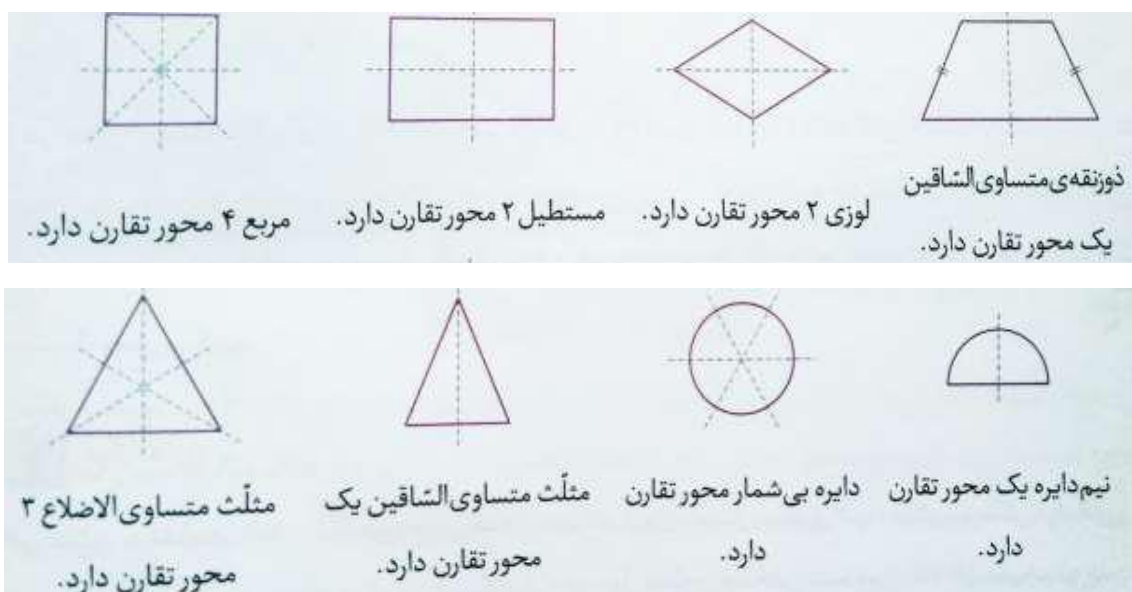
**مرکز تقارن:** اگر تمام نقاط به شکل نسبت به یک نقطه متقارن باشند آن نقطه مرکز تقارن شکل نام دارد. یعنی اگر شکل را حول نقطه ای  $180^\circ$  درجه بچرخانیم و قرینه ی شکل روی خودش بیفتد، آن نقطه را مرکز تقارن می‌گوییم. در اشکال زیر «م» نقطه تقارن است.



## محور تقارن

محور تقارن خطی است که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند، به طوری که اگر شکل را از روی آن خط تا کنیم، آن دو قسمت کاملاً بر هم منطبق شوند.

به خط تقارن هر شکل دقت کنید :

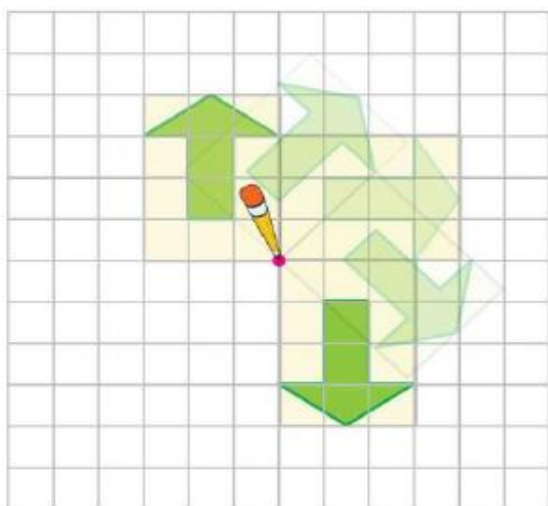


نکته: متوازی الاضلاع، مثلث مختلف الاضلاع و تمامی دوزنقه ها، به غیر از دوزنقه متساوی الساقین،

محور تقارن ندارند.

## مرکز تقارن و تقارن مرکزی

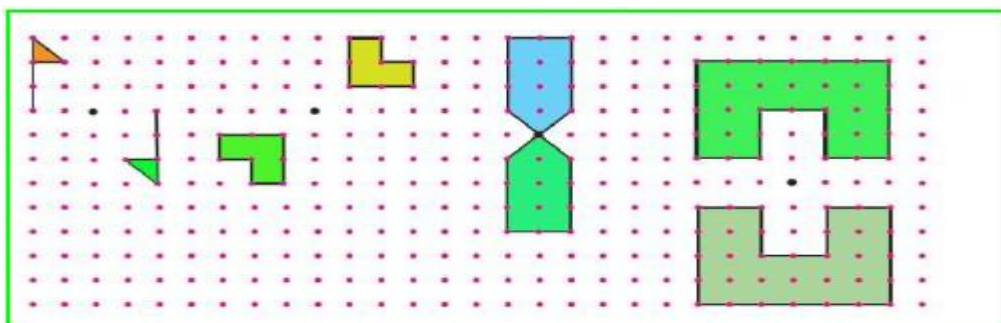
### فعالیت



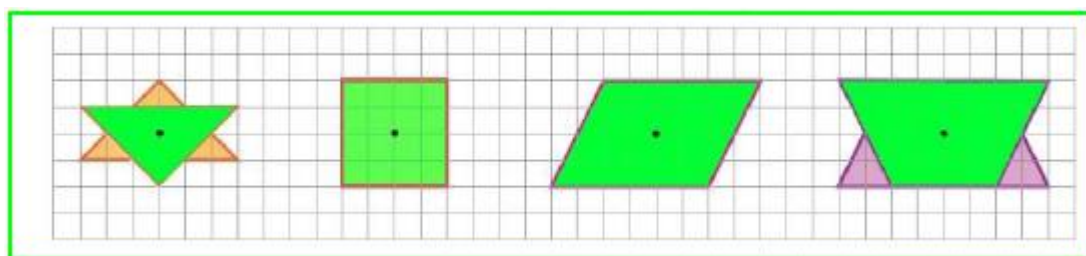
۱ مانند نمونه، با یک کاغذ شفاف، هر یک از

شکل های زیر را نیم دور ( ۱۸۰ درجه ) حول ( دو

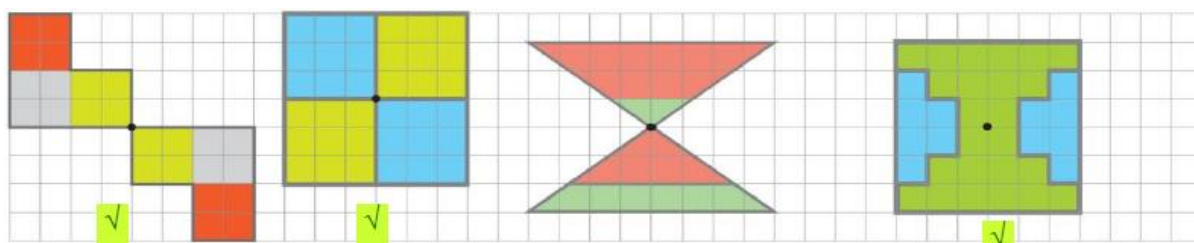
نقطه ی داده شده بچرخانید و قرینه ی آنها را پید



۲- فعالیت قبل را برای شکل های زیر انجام دهید.



۳ - کدام تصویرهای زیر، یک شکل و قرینه ی آن نسبت به نقطه ی مشخص شده را نشان می دهند؟

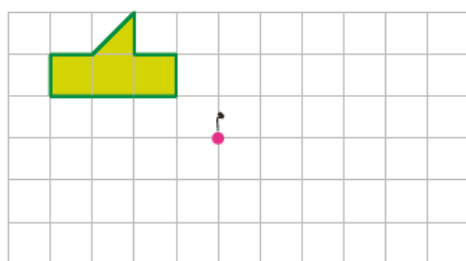


وقتی شکلی به اندازه ی ۱۸۰ درجه حول نقطه ای بچرخد و روی خودش منطبق شود، می گوییم شکل تقارن مرکزی دارد.

با تصوّر کردن قرینه ی شکل روبه رو نسبت به نقطه ی « م »

بزنید قرینه ی آن شبیه به کدام یک از شکل های زیر می باشد :

درستی حدس خود را با استفاده از کاغذ شفاف بررسی کنید



شکل (۵)



شکل (۴)



شکل (۳)



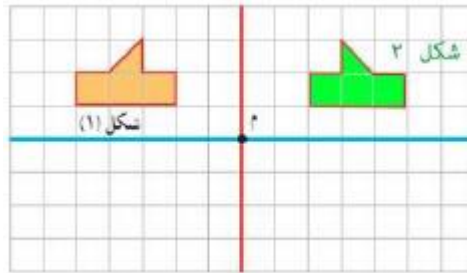
شکل (۲)



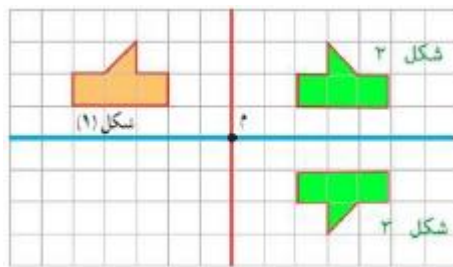
شکل (۱)

## فَعَالِیت

۱- قرینه ی شکل ( ۱ ) نسبت به خطّ تقارن قرمز رنگ را به دست آورید و آن را شکل ( ۲ ) بنامید.



۲- قرینه ی شکل ( ۲ ) نسبت به خطّ تقارن آبی رنگ را شکل (۳) بنامید .



۳ - اکنون قرینه ی شکل (۱) را نسبت به نقطه ی به دست « م » آورید .شکل حاصل روی کدام

شکل افتاد؟ **دقیقا روی شکل 3 می افتد.**

۴- به کمک شکل بالا، روشی برای پیدا کردن قرینه ی یک شکل، نسبت به یک نقطه بیان کنید.

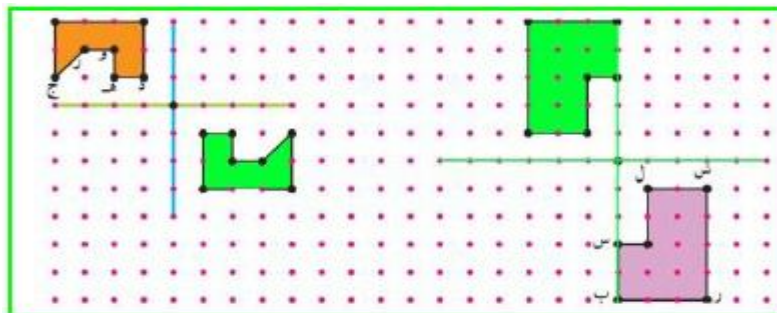
**برای پیدا کردن قرینه یک شکل نسبت به یک نقطه می توان ، قرینه شکل را نسبت خط تقارن**

**عمودی و سپس قرینه شکل جدید را نسبت به خط تقارن افقی رسم نمود. به شرطی که خط های**

**تقارن افقی و عمودی از روی نقطه مورد نظر عبور کنند .**

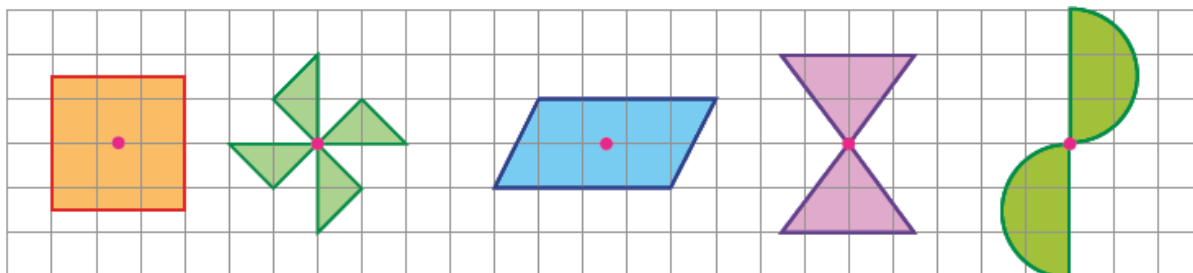
## • کار در کلاس •

مانند نمونه، ابتدا خط های افقی و عمودی را رسم کنید و سپس قرینه ی هر شکل، نسبت به نقطه ی داده شده را به دست آورید.

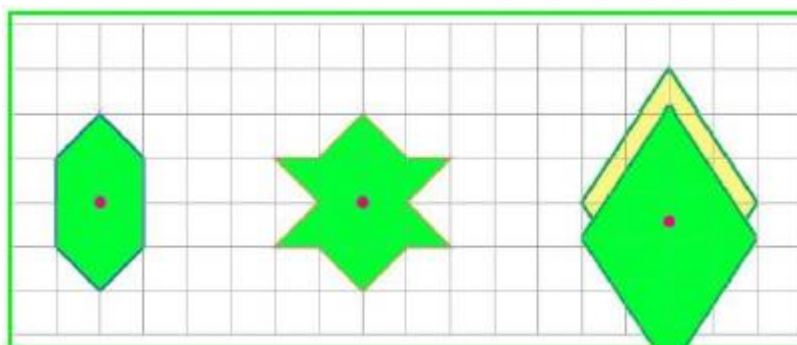


## • فعالیت •

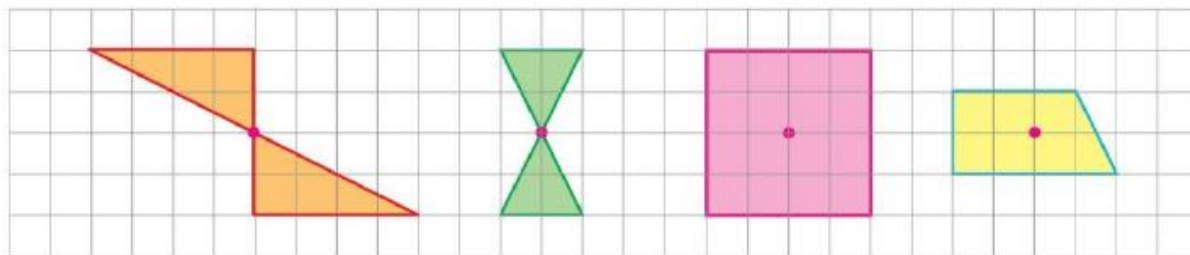
در هر کدام از شکل های زیر، اگر شکل را حول نقطه ی مشخص شده،  $180^\circ$  درجه بچرخانیم، قرینه ی شکل روی خودش منطبق می شود. به این نقطه، **مرکز تقارن** می گویند.



۱- در هریک از شکل های زیر، ابتدا حدس بزنید نقطه ی مشخص شده مرکز تقارن شکل است یا نه . سپس درستی حدس خود را بررسی کنید.

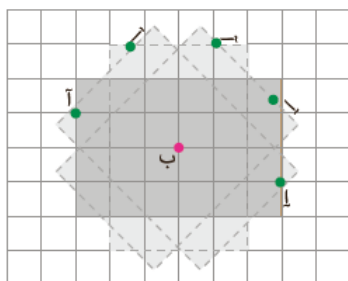
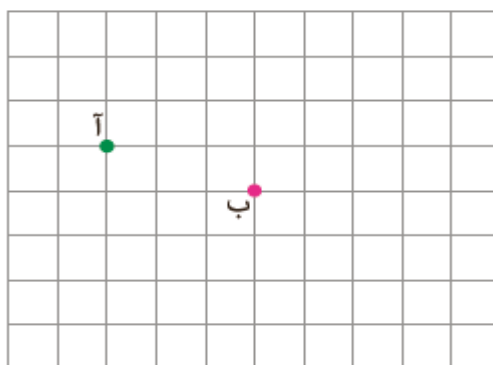


۲- در کدام یک از شکل های زیر، نقطه ی مشخص شده، مرکز تقارن نیست؟ **دوزنقه**

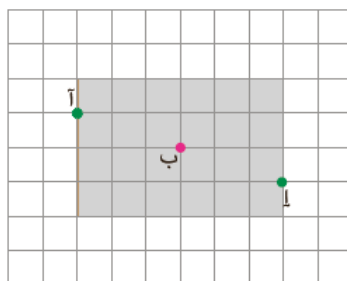


۳ خانم جلالی، با استفاده از کاغذ شفاف، قرینه ی نقطه ی «آ» را نسبت به نقطه ی «ب» پیدا کرد

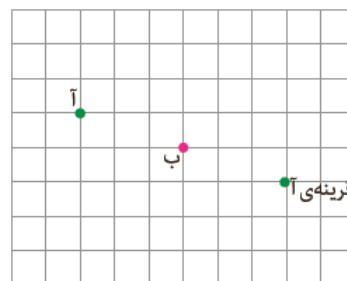
و از دانش آموزان خواست قرینه ی نقطه ی «آ» را با روش دیگری پیدا کنند.



شکل در حین چرخش



شکل بعد از چرخش



چند دانش آموز روش های زیر را پیشنهاد کرده اند.

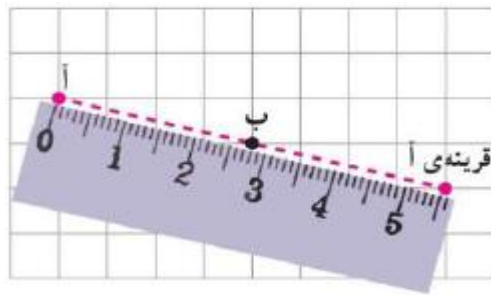
**علی:** قرینه ی «آ» را نسبت به محور عمودی (قرمز) به دست آورد و آن را «پ» نامید سپس

قرینه ی نقطه ی «پ» را نسبت به محور افقی (آبی) پیدا کرد و آن را «ت» نامید. اکنون نقطه ی

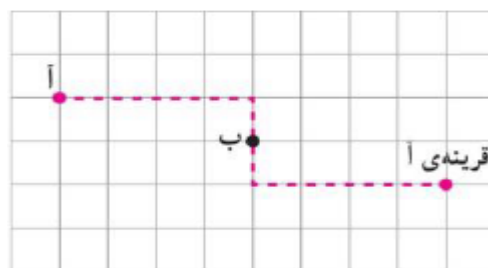
نقطه ی «ت» قرینه ی نقطه «آ» است



**محمد مهدی:** نقطه ی « آ » را با خط کش به نقطه ی « ب » وصل کرد و به همان اندازه ادامه داد و قرینه ی آن را پیدا کرد.



**سبحان:** با شمردن مربع ها از نقطه ی « آ » چهار واحد به سمت راست و یک واحد به سمت پایین نقطه ی « ب » رسید. سپس از نقطه ی « ب » یک واحد به سمت پایین و چهار واحد به سمت راست حرکت کرد تا قرینه ی « آ » را پیدا کند



الف) روش های بالا را با هم مقایسه کنید.

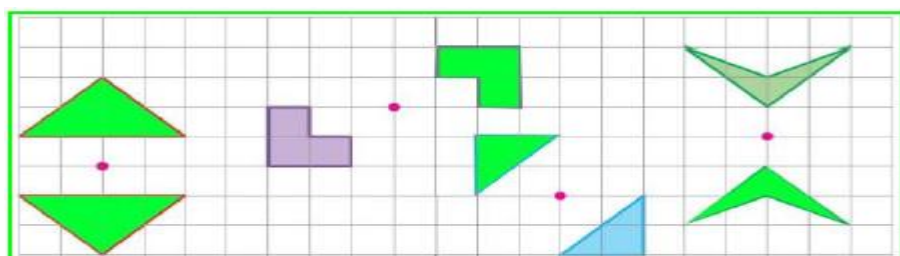
همه روش ها به یک جواب می رسند ولی به نظر می رسد که روش سبحان ، روش سریع تری برای رسیدن به جواب باشد .

البته روش سبحان وقتی می تواند مورد استفاده قرار گیرد که شکل در صفحه شطرنجی رسم شده باشد . از طرفی روش محمد مهدی آسان تر و با دقت بیشتری انجام می شود .

ب) توضیح دهید چگونه قرینه ی پاره خط « آ ب » را نسبت به نقطه ی « م » پیدا کردیم

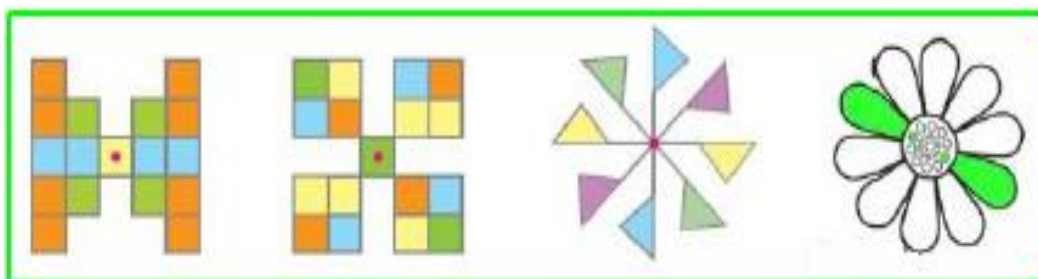
خط ( آ ب ) از ۲ نقطه تشکیل شده ، با پیدا کردن قرینهء آن دو نقطه و به هم چسباندن آنها ، قرینه ( آ ب ) بدست می آید

پ) قرینه ی شکل های زیر را نسبت به نقطه ی داده شده پیدا کنید.

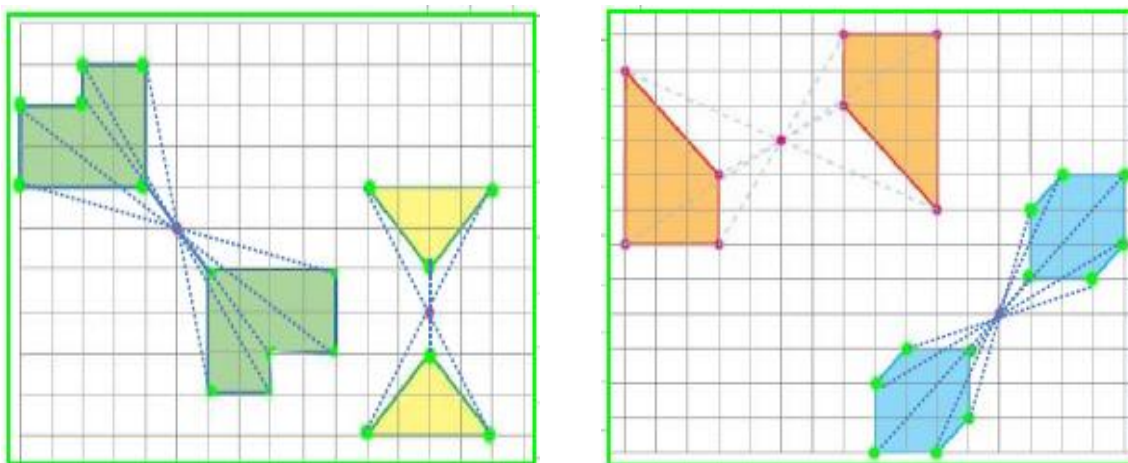


## کار در کلاس

۱- شکل های زیر را طوری رنگ کنید تا هر شکل، تقارن مرکزی داشته باشد.

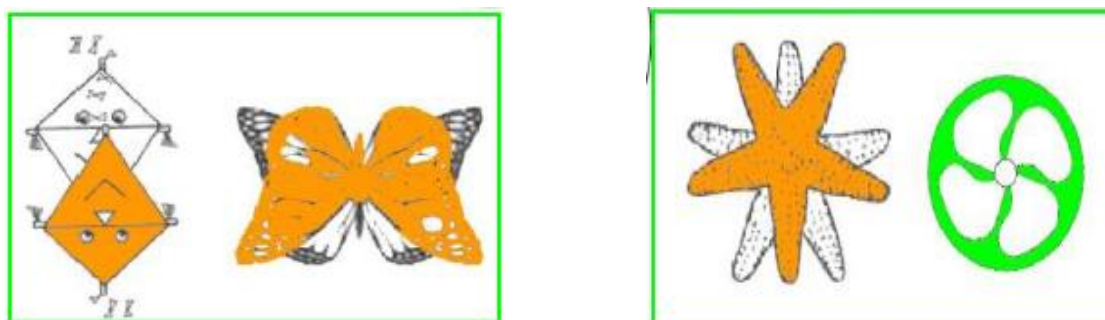


۲- مانند نمونه، قرینه ی هر شکل را نسبت به نقطه ی داده شده پیدا کنید.

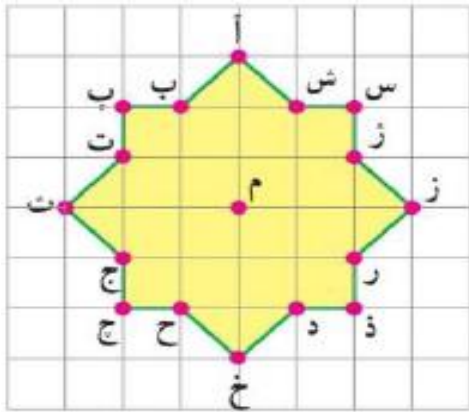


۳ - شکلی را که مرکز تقارن دارد، رنگ کنید. نیم دور چرخیدن سایر شکل ها را با رنگ نارنجی

میپینید



## فَعَالِيَت

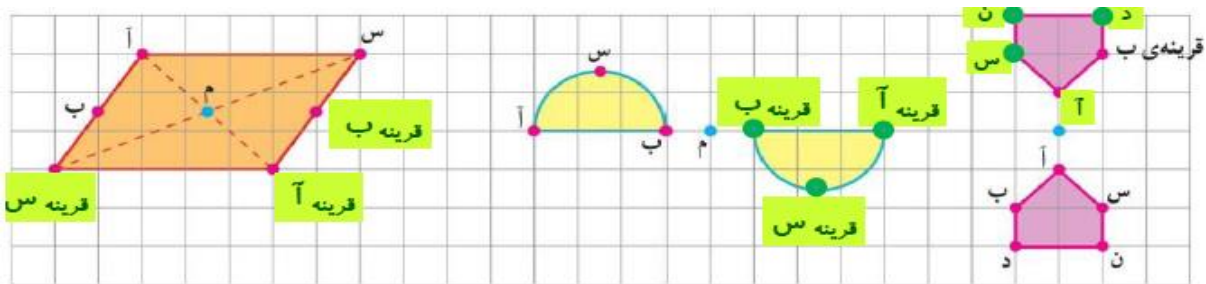


۱- در شکل روبه رو، قرینه ی نقاط داده شده نسبت به

نقطه ی « م » را بنویسید

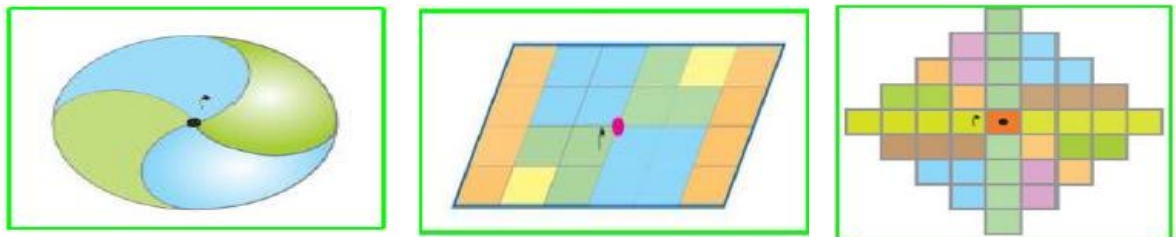
ز = قرینه ی ج      ر = قرینه ی ت      خ = قرینه ی آ  
 س = قرینه ی ج      ز = قرینه ی ث      د = قرینه ی ب  
 ش = قرینه ی ح      ژ = قرینه ی ج      ذ = قرینه ی پ

۲- قرینه ی هریک از نقاط داده شده را نسبت به مرکز تقارن پیدا و روی شکل مشخص کنید.



## تَمَرِین

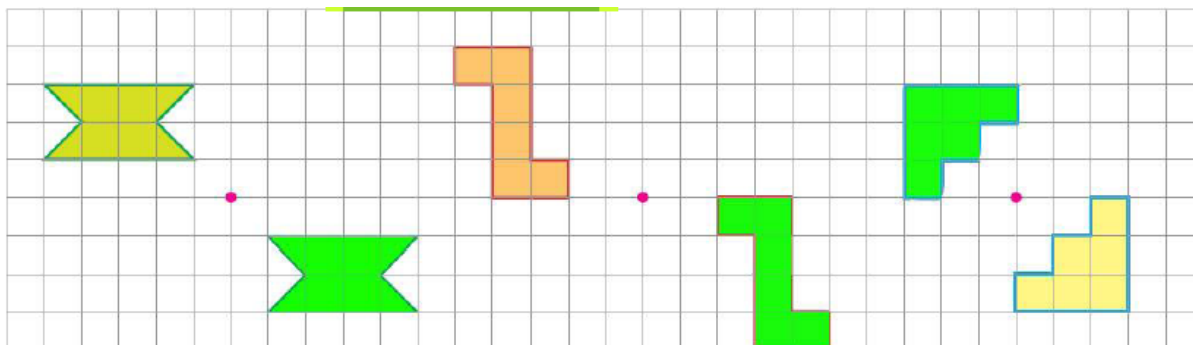
۱- شکل های زیر را طوری رنگ کنید که نقطه ی « م » مرکز تقارن باشد.



۲- جدول زیر را کامل کنید.

| ؟                              | شکل | مرکز تقارن | محَل برخورد قطرها، مرکز تقارن است. | محور تقارن (خط تقارن) | تعداد محورها تقارن |
|--------------------------------|-----|------------|------------------------------------|-----------------------|--------------------|
| دورنقه متساوی الساقین          |     | ندارد      | بلی                                | دارد                  | ۱                  |
|                                |     | دارد       | بلی                                | دارد                  | ۴                  |
|                                |     | دارد       | بلی                                | دارد                  | ۲                  |
|                                |     | دارد       | بلی                                | دارد                  | ۲                  |
| با توجه به متساوی الساقین بودن |     | ندارد      | خیر                                | دارد                  | ۱                  |

۳- قرینه ی هر شکل نسبت به نقطه ی داده شده را رسم کنید. به رنگ سبز رسم شده است



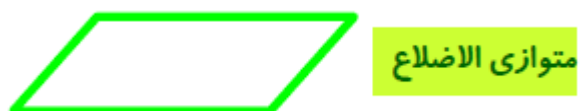
۴ - شکلی رسم کنید که بیش از دو خط تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.

-مثلت متساوی الاضلاع

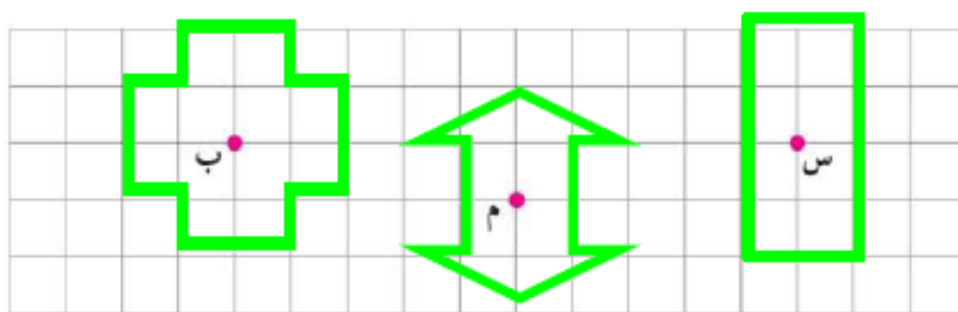
تمام چند ضلعي های منظم دارای اضلاع فرد ، به تعداد اضلاع دارای خط تقارن هستند ولی مرکز

تقارن ندارند

۵ - شکلی رسم کنید که مرکز تقارن دارد ولی خط تقارن ندارد.



۶ - شکل هایی رسم کنید که نقاط داده شده مرکز تقارن آنها باشند.



## دوران

**نکته:** در دوران (چرخش) غیر از  $180^\circ$  درجه و  $360^\circ$  درجه، حتما باید جهت دوران مشخص شود که در جهت عقربه های ساعت است و یا در خلاف جهت عقربه های ساعت.

یکی از روش ها برای رسم شکل دوران یافته با زاویه خواسته شده استفاده از کاغذ شفاف است. اگر کاغذ شفاف در اختیار نداشتید می توانید از هر نقطه از شکل زاویه خواسته شده را نسبت به مرکز دوران رسم کنید و نقطه ها را دوران دهید.

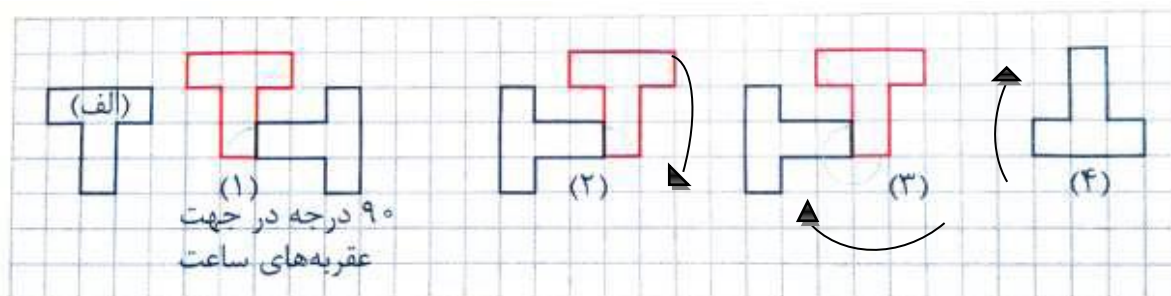
**مثال:** در صفحه ی شطرنجی زیر، شکل «الف» را با دوران ها مشخص شده ی زیر رسم کنید.

۱-  $90^\circ$  درجه در جهت عقربه های ساعت

۲-  $90^\circ$  درجه در جهت خلاف عقربه های ساعت

۳-  $270^\circ$  درجه در جهت عقربه های ساعت

۴-  $180^\circ$  درجه



**تقارن چرخشی:** هرگاه شکلی را حول یک نقطه به اندازه ی  $180^\circ$  درجه یا کمتر در جهت عقربه های ساعت بچرخانیم و شکل روی خودش بیفتد می گوییم شکل تقارن چرخشی دارد.

برای رسم قرینه ی چرخشی یک شکل نسبت به نقطه ی خواسته شده (مرکز دوران) کاغذ شفاف را روی شکل قرار می دهیم و شکل را روی آن رسم می کنیم. نوک مداد را روی مرکز دوران گذاشته، سپس کاغذ شفاف را در جهت عقربه های ساعت و به اندازه ی زاویه خواسته شده می چرخانیم و شکل دوران یافته را مشاهده می کنیم.

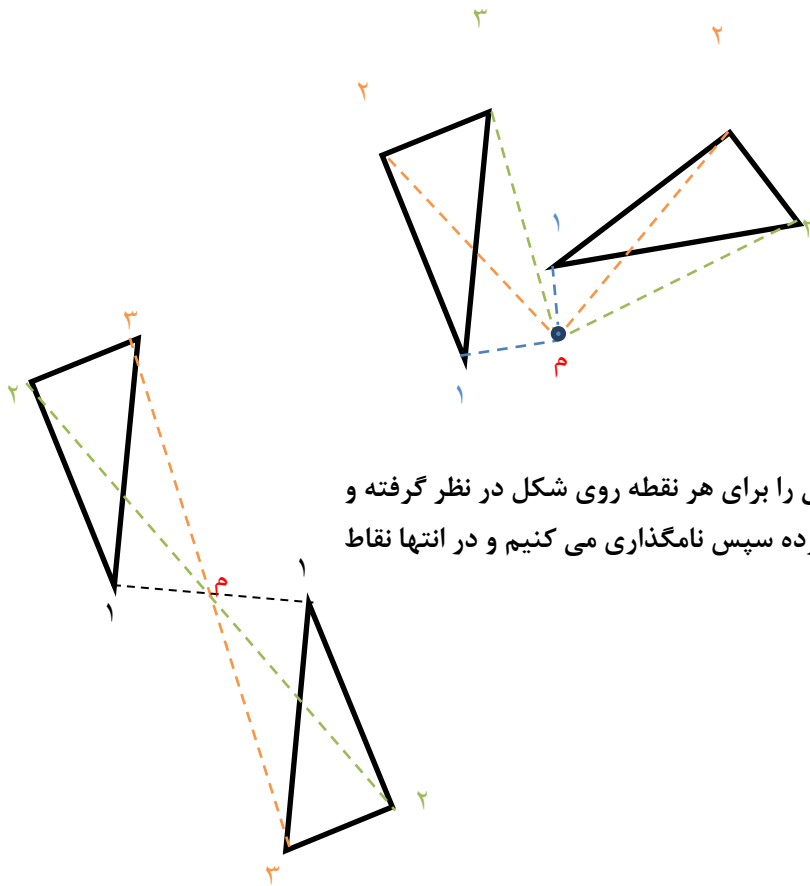
گاهی شکل ها با چرخش  $90^\circ$ ،  $270^\circ$  و  $360^\circ$ ... نیز روی خودشان قرار میگیرند. در این صورت می گوییم شکل تقارن چرخشی دارد.

توجه: هرگاه از مرکز تقارن صحبت می کنیم فقط زاویه  $180^\circ$  درجه موردنظر است، ولی در زاویه های دیگر منظور همان تقارن چرخشی (دوران) است.

**مثال ۱:** شکل زیر را حول نقطه «م»  $90^\circ$  و  $180^\circ$  درجه دوران دهید.

زاویه‌های  $90^\circ$  فرضی را برای هر نقطه روی شکل رسم می‌کنیم و نقطه دوران یافته را رسم کرده و نام-

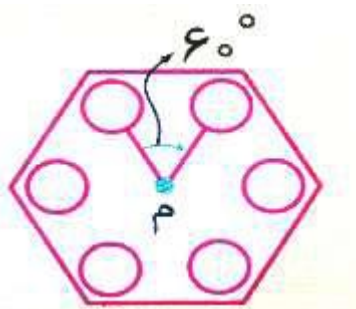
گذاری می‌کنیم.



زاویه‌های  $180^\circ$  درجه فرضی را برای هر نقطه روی شکل در نظر گرفته و نقطه دوران یافته را رسم کرده سپس نامگذاری می‌کنیم و در انتها نقاط را به هم وصل می‌کنیم.

**مثال ۲:** شکل مقابل نیز دارای تقارن چرخشی است، زیرا با دوران  $60^\circ$  درجه حول نقطه ی «م» روی

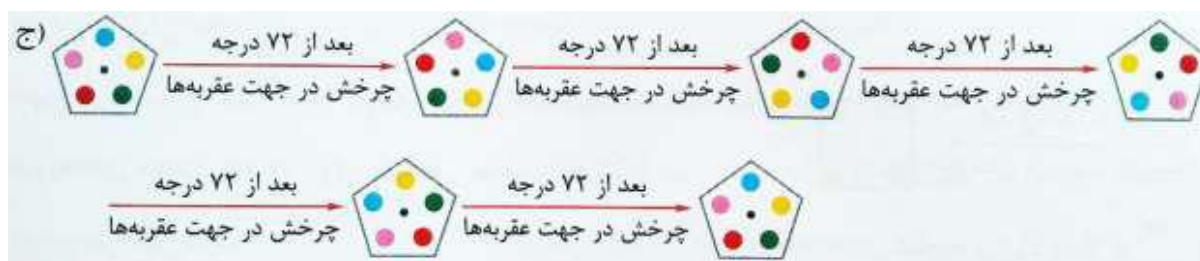
خودش قرار می گیرد.



به دوران، در شکل‌های زیر توجه کنید!

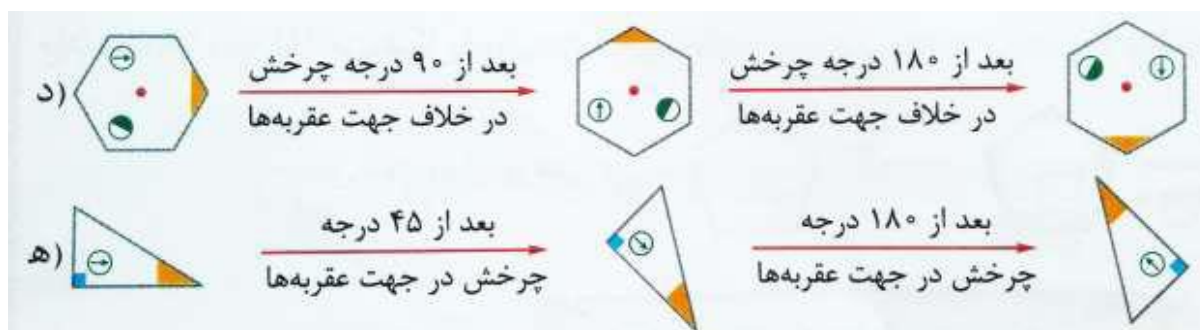
همان طور که ملاحظه می کنید، این شکل هم با ۴ چرخش یا همان  $360^\circ$  درجه چرخش به موقعیت اولیه

خود برگشت.



همان طور که ملاحظه می کنید، این شکل هم با ۵ چرخش یا همان  $360^\circ$  درجه چرخش به موقعیت اولیه

خود برگشت.



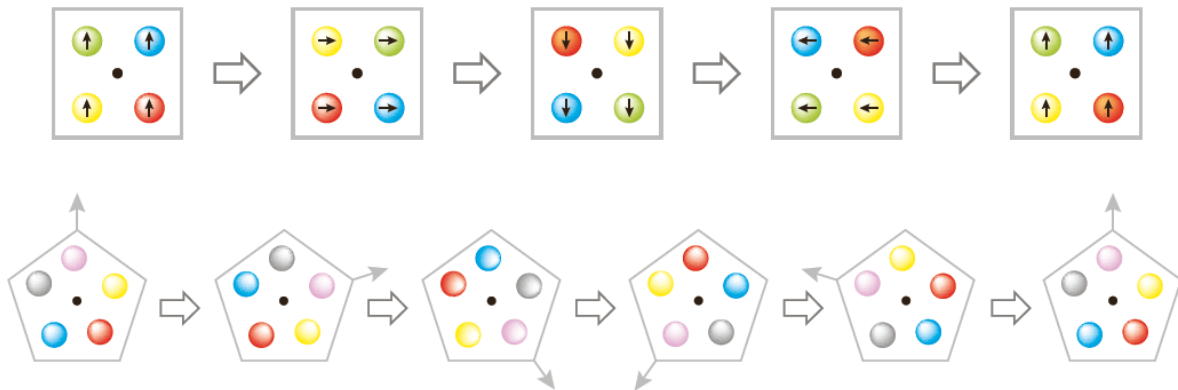
نکته: اگر هر شکلی را  $180^\circ$  درجه در جهت یا خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت حول نقطه ای

بچرخانیم، قرینه ی آن شکل نسبت به آن نقطه به دست می آید. البته می توانیم به جای یک چرخش

مستقیم  $180^\circ$  درجه ای، از دو چرخش متوالی  $90^\circ$  درجه ای استفاده کنیم.

## دوران

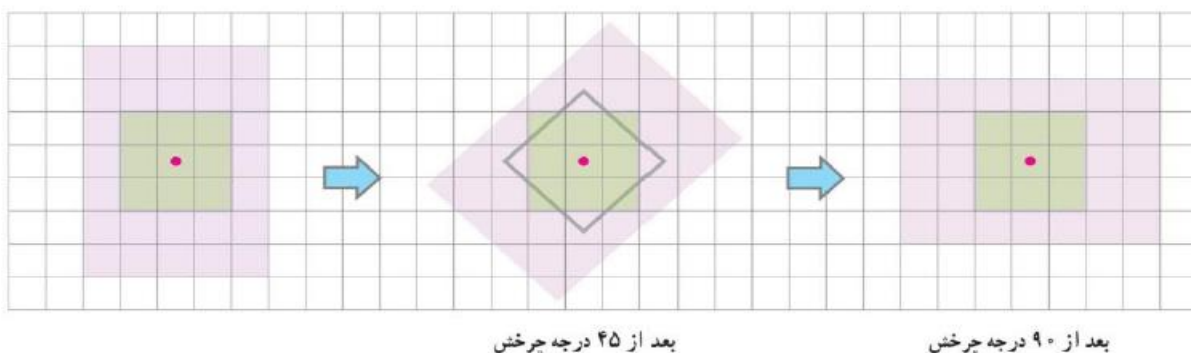
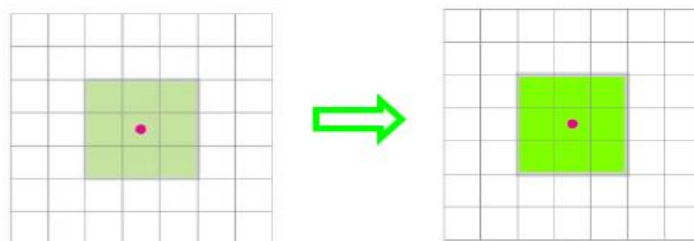
سال قبل با مفهوم چرخش یا دوران آشنا شدید. هر یک از شکل های زیر، حول یک نقطه (مرکز دوران) دوران می کنند.



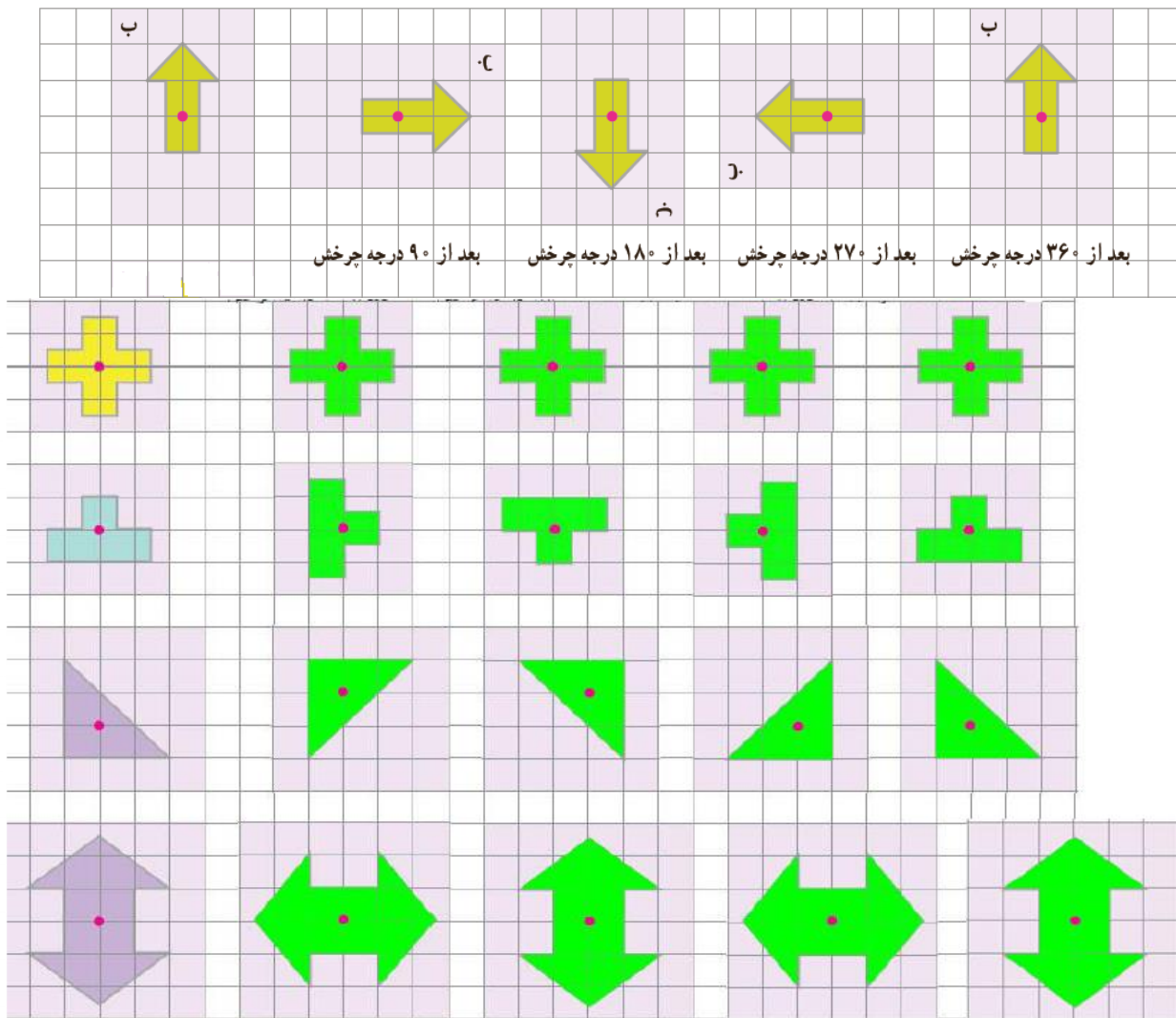
## فَعَالِیت

یک ورق کاغذ شفاف را روی مربع زیر قرار دهید. تصویر مربع را روی آن رسم کنید. با استفاده از نوک مداد، کاغذ شفاف را حول مرکز دوران ۹۰ درجه، در جهت عقربه های ساعت بچرخانید. آیا تصویر، روی شکل منطبق می شود؟ توضیح دهید.

بله - بعد از چرخش ۹۰ درجه ای، دوباره روی خودش منطبق می شود.

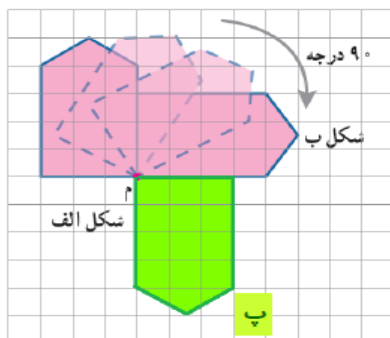


فعالیت صفحه ی قبل را برای شکل های زیر انجام دهید.



آیا شکل به حالت اول باز می گردد؟ بله

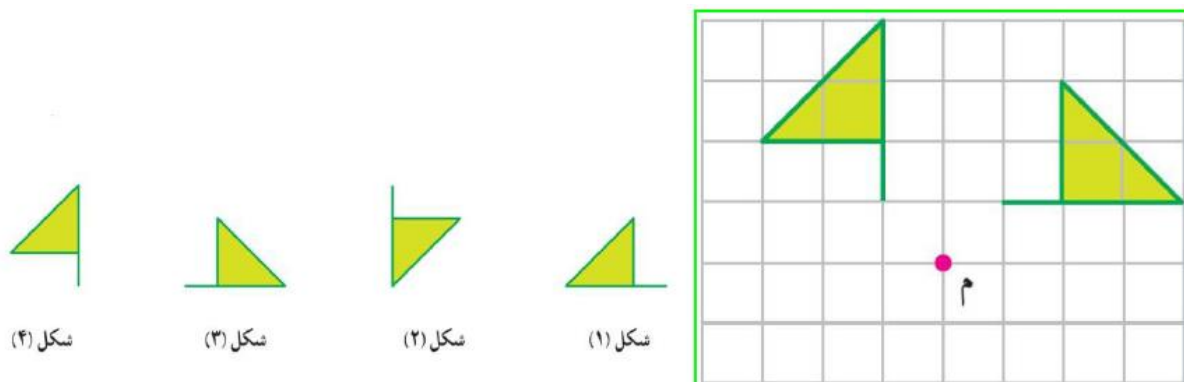
### فعالیت



۱- یک کاغذ شفاف روی شکل «الف» قرار دهید و این شکل را روی آن بکشید. با کمک نوک مداد، کاغذ شفاف خود را حول «م» که به آن مرکز دوران می‌گوییم در جهت عقربه‌های ساعت، ۹۰ درجه بچرخانید. تصویر شکل «الف» روی شکل «ب» قرار می‌گیرد. اکنون شکل «ب» را حول مرکز دوران، ۹۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید و آن را شکل «پ» بنامید. آیا شکل «پ» قرینه‌ی شکل «الف»، نسبت به نقطه‌ی «م» است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

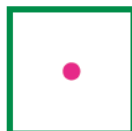
بله - قرینه‌ی شکل (الف) بعد از دوران ۱۸۰ درجه‌ای حول نقطه (م) بدست می‌آید.

۲ - می خواهیم به کمک کاغذ شفاف، شکل روبه رو را حول نقطه ی « م » به اندازه ی ۹۰ درجه در جهت عقربه های ساعت بچرخانیم. ابتدا **حدس** بزنید کدام یک از شکل های زیر، دوران یافته ی شکل داده شده است؟ سپس دوران یافته ی آن را رسم کنید. **شکل شماره ۳**



### • کار در کلاس •

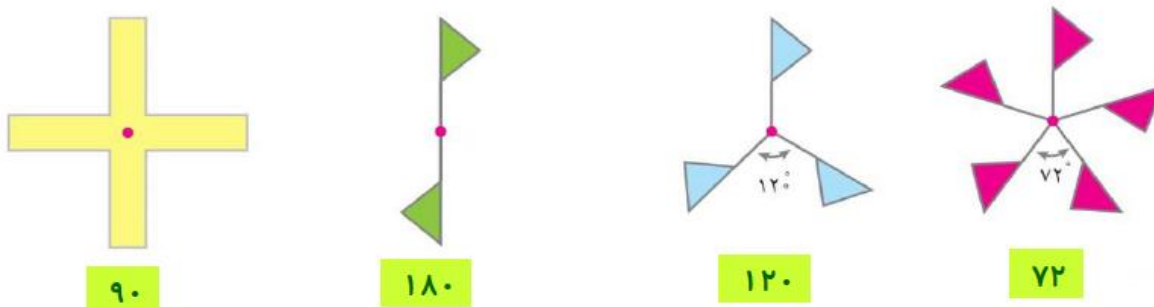
یک ورق شفاف روی مربع زیر قرار دهید و آن را ۹۰ درجه حول نقطه ی داده شده بچرخانید. آیا دوران یافته ی شکل، روی آن منطبق می شود؟



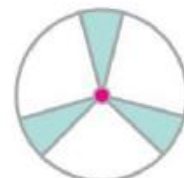
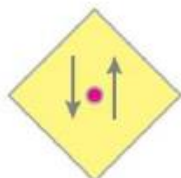
وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه ی ۱۸۰ درجه یا کمتر در جهت عقربه های ساعت می چرخانیم و شکل روی خودش می افتد می گوئیم شکل، **تقارن چرخشی** دارد.

### • فعالیت •

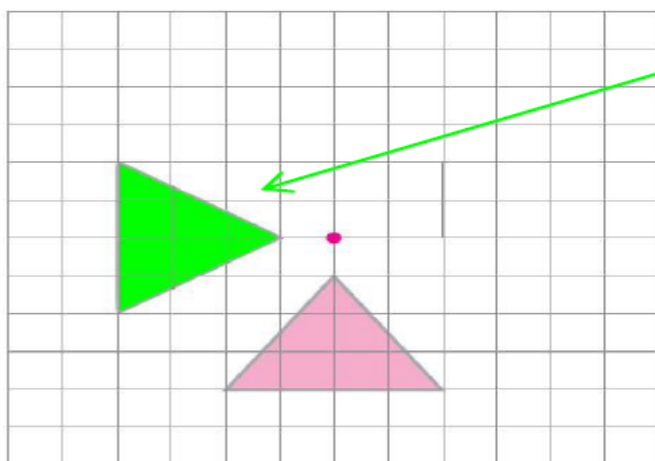
۱ - هر کدام از شکل های زیر را حول نقطه ی داده شده، چند درجه بچرخانیم تا شکل روی خودش بیفتد؟



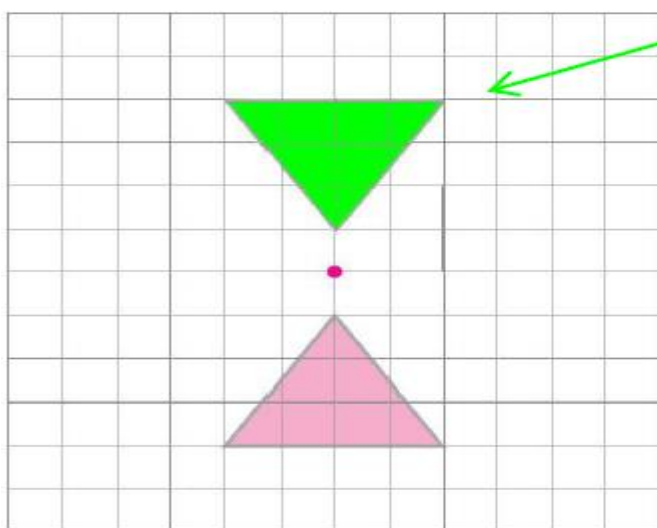
۲ - مشخص کنید کدام یک از شکل های زیر دارای تقارن چرخشی نیست.



۳ با توجه به زاویه های داده شده، شکل را در جهت عقربه های ساعت، حول نقطه ی داده شده بچرخانید و سپس آن را رسم کنید.



الف) ۹۰ درجه



ب) ۱۸۰ درجه

## محورهای مختصات

صفحه ی مختصات از دو محور عمودی و افقی تشکیل شده است که به محور افقی، محور طول و به محور عمودی، محور عرض می گویند. با توجه به تقسیم بندی روی این دو محور، مکان هر نقطه روی صفحه را می توانیم تعیین کنیم که به آن مختصات نقطه می گویند.

مختصات نقطه را به صورت



را مؤلفه ی افقی (طول) نقطه و عدد

نمایش می دهیم که عدد



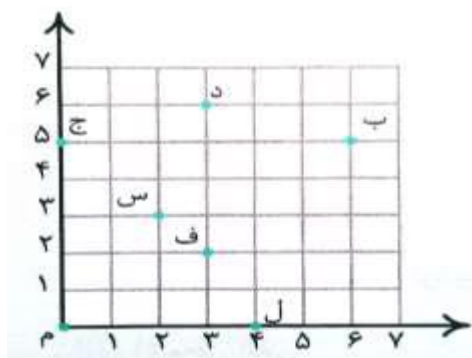
مختصات نقطه را به صورت

را مؤلفه ی عمودی (عرض) نقطه می گویند.



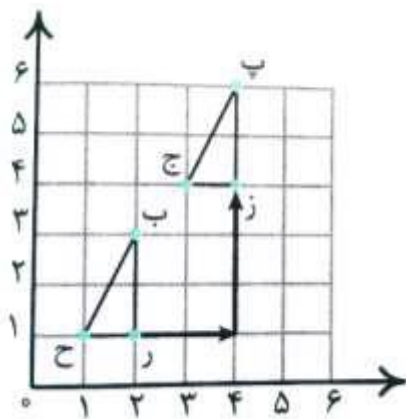
نکته: مؤلفه ی افقی در بالا و مؤلفه ی عمودی باید در پایین مختصات یک نقطه نوشته شود.

**مثال ۱:** مختصات نقطه های زیر را با استفاده از صفحه ی مختصات مقابل بنویسید.



$$\begin{array}{ccc} \text{د} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} & \text{ف} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} & \text{ب} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \\ \text{ل} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} & \text{ج} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} & \text{س} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{د} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} & \text{ف} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} & \text{ب} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix} & \text{ل} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{ج} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} & \text{س} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} \text{مؤلفه ی افقی} \\ \updownarrow \\ \text{مؤلفه ی عمودی} \end{array} \end{array}$$



**مثال ۲:** در صفحه ی مختصات مقابل، هر یک

مثلث «ب ر ح» را ۲ واحد به راست و ۳ واحد

بالا حرکت داده ایم تا مثلث «پ ز ج» به دس

به این کار انتقال می گوییم.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{ب} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} & \xrightarrow[\text{+3}]{\text{+2}} & \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \\
 \text{ح} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} & \xrightarrow[\text{+3}]{\text{+2}} & \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \\
 \text{ر} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} & \xrightarrow[\text{+3}]{\text{+2}} & \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

در صفحه ی مختصات مقابل، مختصات سه رأس

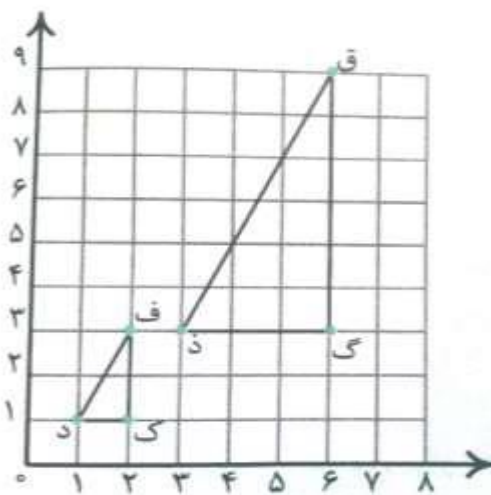
«ف د ک» را سه برابر کرده ایم و به ترتیب رأس

های «ق ز ج» را سه برابر کرده ایم و به ترتیب رأس

«ق ز ج» را سه برابر کرده ایم و به ترتیب رأس

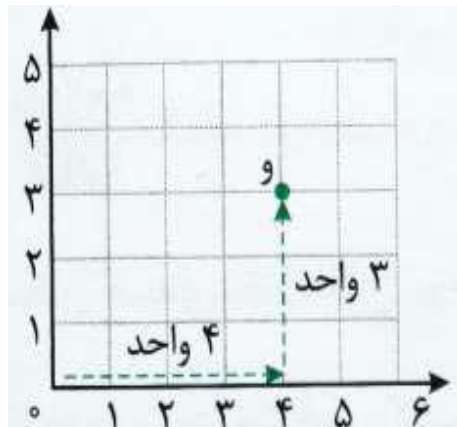
محیط مثلث «ف د ک» و مساحت آن  $3 \times 3$  یعنی

۹ برابر مساحت «ق ز ج» است.



## روش دیگری برای تعیین مختصات نقاط

برای تعیین مختصات هر نقطه، می‌توانیم از مبدأ مختصات شروع به حرکت افقی و سپس حرکت عمودی کنیم تا به نقطه‌ی مورد نظر برسیم. سپس در قسمت بالای مختصات، باید مقدار حرکت در جهت افقی و در قسمت پایین آن هم مقدار حرکت در جهت عمودی را بنویسیم.

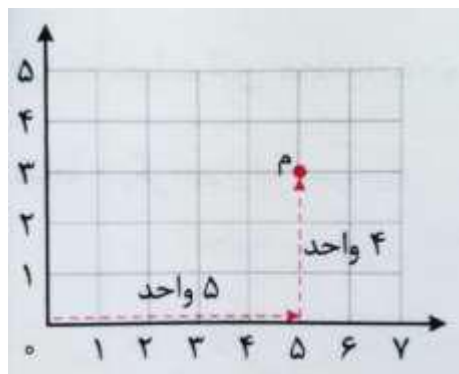


در صفحه‌ی مختصات مقابل، اگر از مبدأ ۴ واحد به سمت راست و سپس ۳ واحد به سمت بالا حرکت کنیم به نقطه «و» می‌رسیم پس مختصات نقطه «و» برابر  $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$  می‌باشد.

## نمایش نقطه در صفحه‌ی مختصات

برای نمایش نقطه‌ای که مختصات آن معلوم است، کافی است که از مبدأ مختصات ابتدا به اندازه‌ی عدد داده شده برای طول به صورت افقی و پس از آن به اندازه‌ی عدد داده شده برای عرض، به صورت عمودی حرکت کنیم تا به نقطه‌ی مورد نظر برسیم.

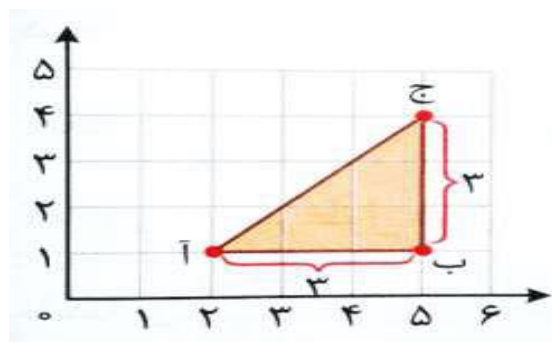
برای نمایش نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$  کافی است که از مبدأ ابتدا به اندازه‌ی ۵ واحد به صورت افقی و به سمت راست و پس از آن به اندازه‌ی ۴ واحد به صورت عمودی و به سمت بالا حرکت کنیم تا به نقطه‌ی «م» برسیم.



## رسم شکل های هندسی در صفحه مختصات

اگر مختصات رأس های یک شکل هندسی معلوم باشد، می توانیم این رأس ها را در صفحه ی مختصات به طور دقیق مشخص نماییم، سپس آن نقاط را به وسیله ی خط کش به یک دیگر وصل می کنیم تا شکل مورد نظر رسم شود. حالا با شمردن تعداد مربع های داخل شکل یا با استفاده از فرمول های محاسبه ی مساحت، می توانیم مساحت شکل مورد نظر را تعیین کنیم.

مثال:  $\bar{A} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\bar{B} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\bar{C} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$  رأس های یک مثلث هستند. ابتدا مثلث را رسم کرده، سپس مساحت آن را حساب کنید.

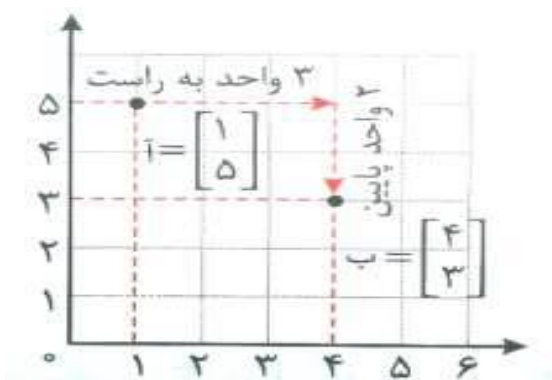


ابتدا نقاط بالا را به طور دقیق روی صفحه ی مختصات مشخص، و آن ها را به یک دیگر وصل به دست آید. همان «آ ب ج» می کنیم تا مثلث طور که ملاحظه می کنید، این مثلث قائم الزاویه است، پس مساحت آن برابر است با:

$$\text{مساحت مثلث} = (\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}) \div 2 = (3 \times 3) \div 2 = 4.5$$

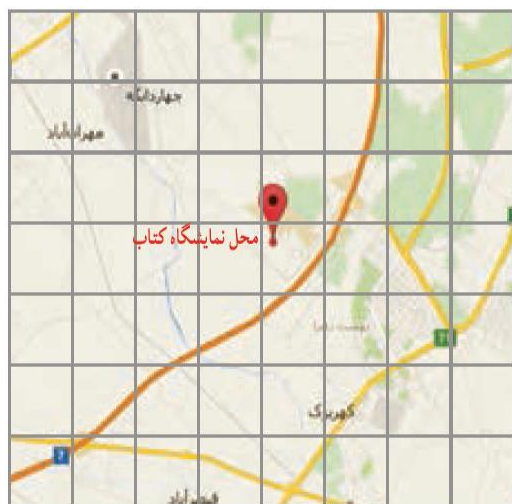
## انتقال شکل در صفحه ی مختصات

اگر در صفحه ی مختصات نقطه ای را جابه جا کنیم، یک انتقال انجام داده ایم. به طور مثال اگر از نقطه ای مانند  $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$  سه واحد به سمت راست و سپس دو واحد به سمت پایین حرکت کنیم، به نقطه  $\bar{B} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$  می رسیم به این ترتیب می گوئیم که نقطه ی «آ» را به نقطه ی «ب» منتقل کرده ایم



نکته : برای انتقال یک شکل در صفحه ی مختصات، کافی است که ابتدا تمامی رأس ها را به اندازه ی خواسته شده انتقال دهیم، سپس نقاط به دست آمده را مانند شکل اولیه به یک دیگر وصل کنیم . به این ترتیب شکلی به دست می آید که با شکل اولیه مساوی است، ولی در صفحه جابه جا شده است.

## محورهای مختصات



ما معمولاً در زندگی روزمره از نقشه ها زیاد استفاده می کنیم . به عنوان مثال، فرض کنید دانش آموزی مو برای خرید کتاب به نمایشگاه کتاب تهران برود . به ط او باید آدرس دقیقی از محل نمایشگاه داشته باشد . این کار می توان از روی نقشه ی تهران به محل مورد دسترسی پیدا کرد.

**۱۰ کیلومتر = ۱۰۰ سانتی متر**

## فعالیت

منزل مبینا در نزدیکی منزل فریبا است ، او می خواست فریبا را برای جشن مبعث پیامبر ( ص ) دعوت کند و نشانی محل برگزاری جشن را به صورت زیر نوشت :

خیابان شاهد، کوچه ی سوم.



۱ - مانند نمونه ی بالا توضیح دهید چگونه با نشانی مناسب می توان به نقاط زیر رسید:

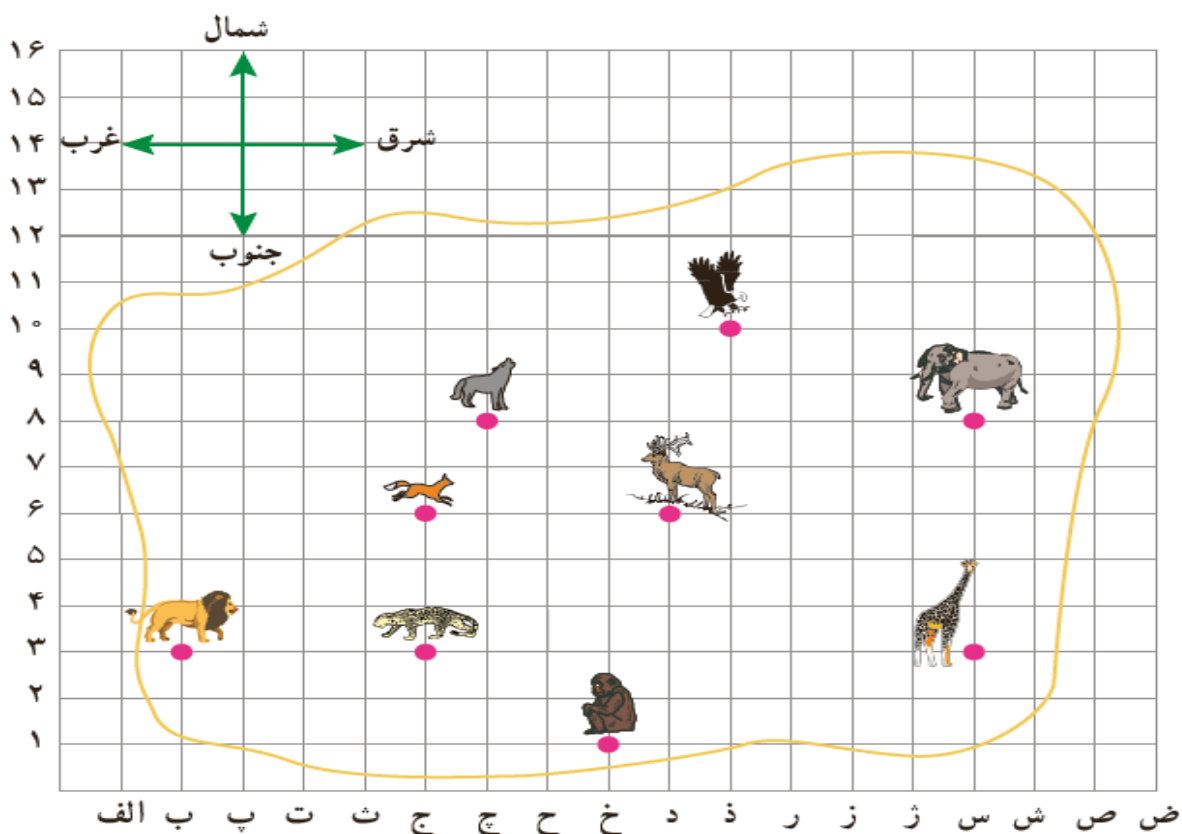
الف ( بستنی فروشی خیابان شهید احمدی روشن ، کوچه دوم

ب ( اسباب بازی فروشی خیابان شاهد ، کوچه اول

پ ( فروشگاه لوازم التحریر خیابان حافظ ، کوچه دوم

۲ - در نقشه ی باغ وحش زیر، هر ضلع مربع، معادل 10 متر است .در نقشه محل قفس هر حیوان به

وسیله ی تصویرش مشخص شده است.



الف (اگر از قفس پلنگ 9 واحد به سمت شرق برویم، به قفس کدام حیوان می رسیم؟ زرافه

ب (اگر از قفس پلنگ 3 واحد به سمت شمال برویم، به قفس روباه می رسیم.

پ (اگر از قفس زرافه 5 واحد به سمت شمال و سپس 8 واحد به سمت غرب برویم، به قفس گرگ می

رسیم.

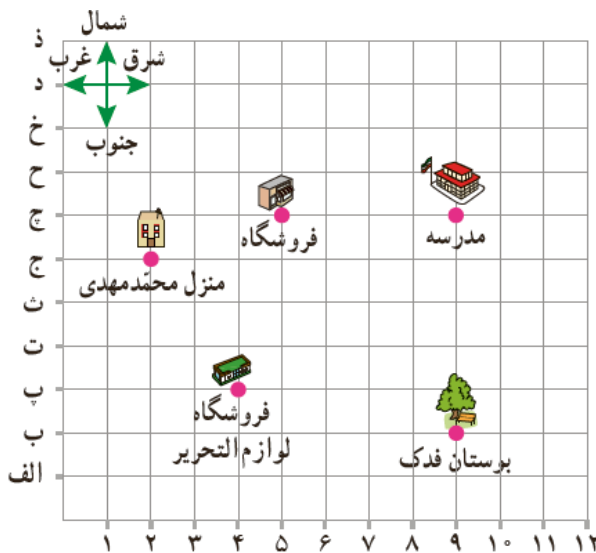
ت (چگونه از قفس فیل به قفس عقاب برویم؟ 4 واحد به سمت غرب ( چپ ) ، 2 واحد به سمت

شمال ( بالا)

ث ( چگونه از قفس گوزن به قفس زرافه برویم؟ 5 واحد به سمت شرق ( راست ) ، 3 واحد به سمت

جنوب ( پایین)

## • کار در کلاس •



در نقشه ی روبه رو هر ضلع مربع معادل 1 کیلومتر

۱ - محمد مهدی برای اینکه از منزل خود به مدرسه برود باید ۷ واحد به سمت شرق و ۱ واحد به سمت شمال برود.

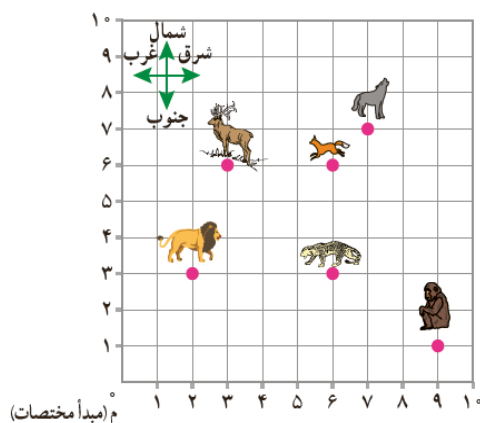
۲ - اگر محمد مهدی 1 واحد به سمت شمال برود سپس 3 واحد به سمت شرق برود، به **فروشگاه می**

۳ - اگر او بخواهد بعد از تعطیلی مدرسه از فروش

لوازم التحریر خرید کند، چه راهی را پیشنهاد می کنید؟

(راه حل خود را با دوستانتان مقایسه کنید). **۵ واحد به سمت غرب ، 4 واحد به سمت جنوب**

**یا 4 واحد به سمت جنوب ، 5 واحد به سمت غرب**



۴ - برای مشخص کردن مکان یک شیء یا نشانی

دقیق آن روی نقشه می توان از دو محور اعداد

استفاده کرد که آنها را محورهای مختصات می نامیم.

محل تقاطع دو محور را مبدأ مختصات می نامیم.

با یک صفحه ی شطرنجی، می توان محل دقیق

قفس هر حیوان را با دو عدد که مختصات آن

نقطه می نامیم تعیین کرد. مثلاً برای رسیدن به قفس پلنگ

کافی است از مبدأ، 6 واحد به سمت شرق

$$[ \begin{smallmatrix} 6 \\ 3 \end{smallmatrix} ] = \text{مختصات قفس پلنگ}$$

و

۳ واحد به سمت شمال برویم.

مختصات قفس شیر  $[ \begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix} ]$  است، یعنی از مبدأ مختصات ۲ به سمت شرق و ۳ واحد به سمت شمال می

رویم تا به قفس شیر برسیم.

۵ مختصات قفس گرگ و روباه را بنویسید.

$$\text{گرگ} \begin{pmatrix} ۷ \\ ۷ \end{pmatrix}$$

$$\text{روباه} \begin{pmatrix} ۶ \\ ۶ \end{pmatrix}$$

۶ - مختصات  $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۶ \end{bmatrix}$  مربوط به قفس **گوزن** و  $\begin{bmatrix} ۶ \\ ۳ \end{bmatrix}$  مربوط به قفس **ببر** است

صفحه‌ی مختصات از دو محور افقی (محور طول‌ها) و محور عمودی (محور عرض‌ها) تشکیل شده است. به دو عددی که با آن مکان نقطه را در صفحه‌ی شطرنجی تعیین می‌کنیم، **مختصات آن نقطه** می‌گوییم و آن را به صورت  $\begin{bmatrix} \text{ } \\ \text{ } \end{bmatrix}$  نشان می‌دهیم.

### فعالیت

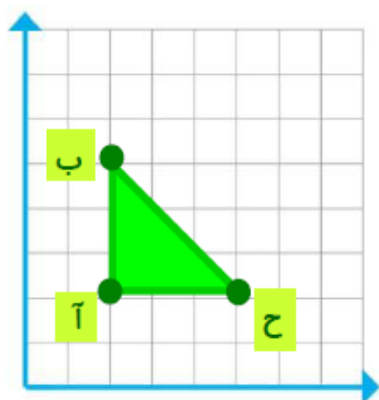
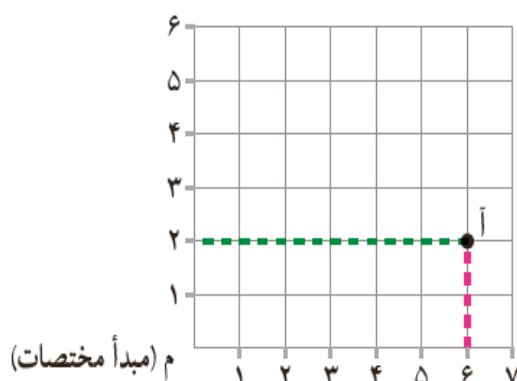
۱ - توضیح دهید معلم چگونه مختصات نقطه ی «آ»

دست آورد

از نقطه ی (آ) به محور های افقی و عمودی ،

خط چین های عمود رسم کرده محور افقی 6 و

محور عمودی عدد 2 را نشان می دهد.  $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$



۲- الف) نقاط  $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} ۵ \\ ۲ \end{bmatrix}$  را در صفحه‌ی شطرنجی مشخص کنید.

ب) نقاط داده شده را به هم وصل کنید.

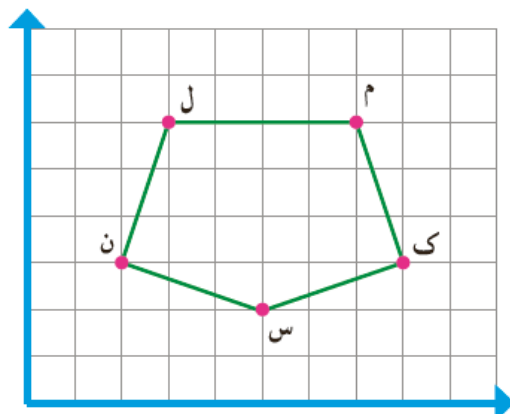
پ) شکل حاصل چه نام دارد؟ مساحت آن را پیدا کنید. **مثلت**

$$\text{مساحت مثلث} = (۳ \times ۳) \div ۲ = ۴/۵$$

$$= ۴/۵ \text{ از طریق شمردن}$$

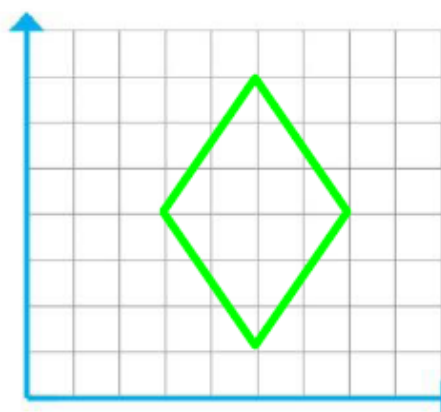
## • کار در کلاس •

۱ مختصات رأس های شکل روبه رو را بنویسید.



$$ن = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad ل = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad م = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} \quad ک = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \quad س = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۲ مختصات رأس های یک چهارضلعی عبارت اند از:



$$\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

الف (چهارضلعی را رسم و نوع آن را مشخص کنید. **لوز**)

ب (مساحت چهارضلعی را به دست آورید.

$$۲ \div (\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}) = \text{مساحت}$$

$$۱۲ = (۶ \times ۴) \div ۲ = \text{مساحت لوزی}$$

$$۱۲ = \text{از طریق شمردن}$$

۳ مانند مثال های بالا، ابتدا نوع چهارضلعی های زیر را مشخص و سپس مساحت آنها را پیدا کنید.



**دوزنقه**

$$\text{مساحت} = [(۳ + ۵) \times ۳] \div ۲ = ۱۲$$

$$۱۲ = \text{از طریق شمارش}$$

شکل (۲):  $\begin{bmatrix} ۵ \\ ۱ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۵ \\ ۴ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۱ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۸ \\ ۴ \end{bmatrix}$

$$۲ \div [\text{ارتفاع} \times (\text{قاعده کوچک} + \text{قاعده بزرگ})] = \text{مساحت دوزنقه}$$

مستطیل

$$\text{مساحت} = 2/5 \times 2 = 5$$

$$5 = \text{از طریق شمارش}$$

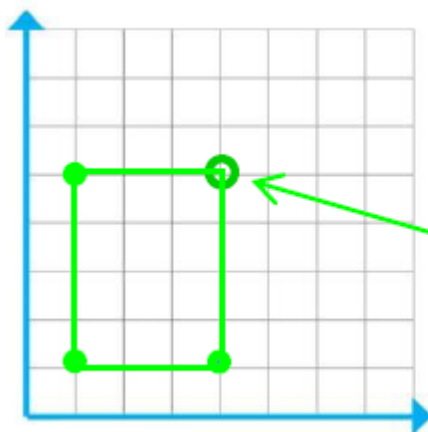


شکل (۱):  $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

۴- نقاط  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$  مختصات سه رأس یک مستطیل هستند.

الف) این نقاط را روی صفحه ی مختصات مشخص کنید.

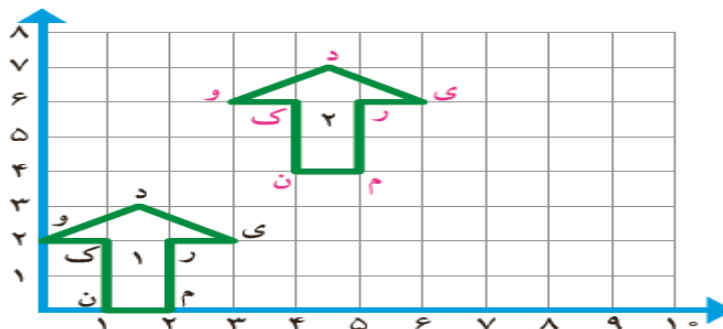
ب) مختصات رأس دیگر این مستطیل را بنویسید.



$$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

## فعالیت

۱- مختصات رأس های شکل ۱ و شکل ۲ را بنویسید.



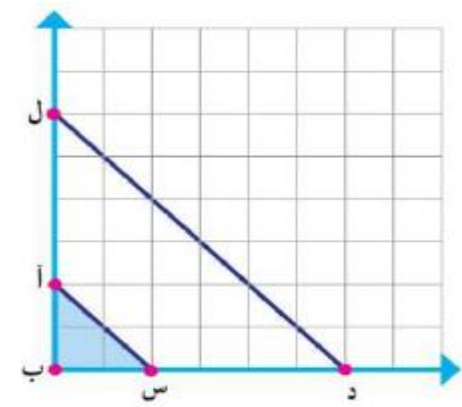
$$\begin{array}{l}
 \text{شکل ۱: } \begin{array}{l} \text{ن} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{م} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ر} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{ی} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \\
 \text{یا} \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right] \quad \text{د} = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{و} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{ک} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \end{array} \\
 \text{شکل ۲: } \begin{array}{l} \text{ن} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \text{م} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \text{ر} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \text{ی} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} \\
 \text{د} = \begin{bmatrix} 4/5 \\ 7 \end{bmatrix} \quad \text{و} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \text{ک} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} \end{array}
 \end{array}$$

اگر در شکل (۱) نقطه ی (ن) را ۳ واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا حرکت دهیم به نقطه ی (ن) در شکل دوم می‌رسیم.

همچنین اگر در شکل (۱) نقطه ی «م» را هم ۳ واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا حرکت دهیم به نقطه ی «م» در شکل دوم می‌رسیم. اگر هر نقطه از شکل (۱) را ۳ واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا حرکت دهیم، مختصات نقاط جدید را بنویسید:

$$\begin{array}{llll}
 \text{ن} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} & \text{م} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} & \text{ر} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} & \text{ی} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} \\
 \text{د} = \begin{bmatrix} 4/5 \\ 7 \end{bmatrix} & \text{و} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} & \text{ک} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} & 
 \end{array}$$

۲ - مختصات رأس های دو مثلث زیر را بنویسید.



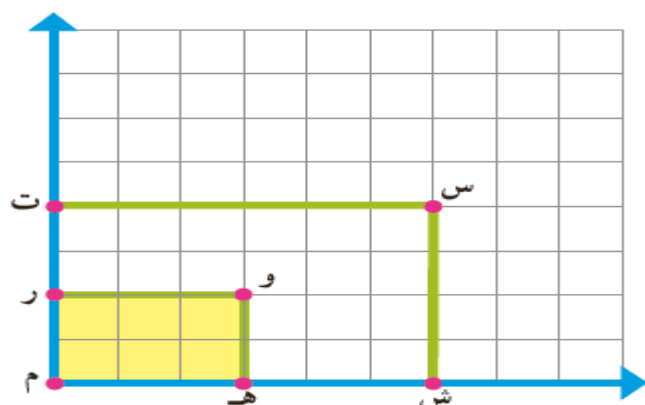
مثلث کوچک:  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$   
 مثلث بزرگ:  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

بین مساحت این دو مثلث چه ارتباطی وجود دارد؟

با توجه به اینکه قاعده و ارتفاع مثلث بزرگ ۳ برابر شده ، مساحت ۹ برابر می شود.

### • کار در کلاس •

۱ - مختصات رأس های مستطیل کوچک و بزرگ را بنویسید.



مستطیل کوچک:  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$   
 مستطیل بزرگ:  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

۲ - بین مساحت دو شکل، چه رابطه ای وجود دارد؟

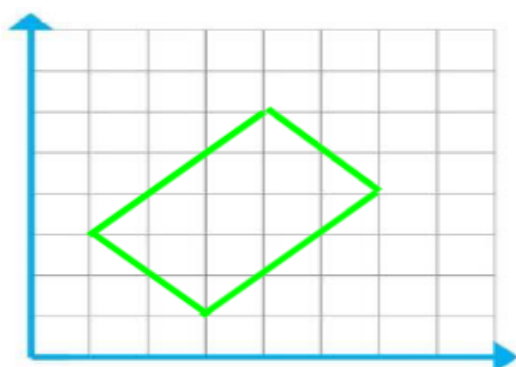
با توجه به اینکه طول و عرض مستطیل بزرگ ۲ برابر شده ، مساحت ۴ برابر می شود.

### • تمرین •

۱- الف) یک چهار ضلعی با رأس های زیر رسم کنید

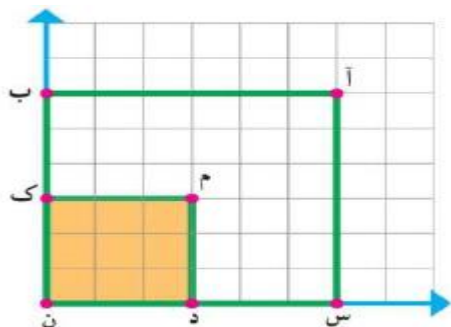
ب) مساحت این چهار ضلعی را با شمردن مربع ها

به دست آورید. ۱۲



$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

۲- الف) مختصات رأس های مربع های کوچک و بزرگ را پیدا کنید.



مربع کوچک:  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

مربع بزرگ:  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$

ب) مساحت مربع های کوچک و بزرگ را به دست آورید.

$$36 = \text{مساحت مربع بزرگ}$$

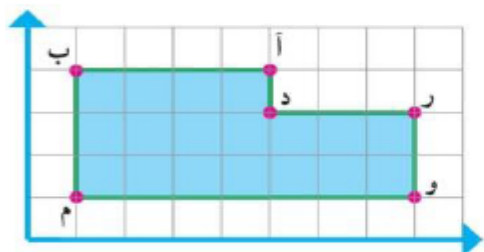
$$9 = \text{مساحت مربع کوچک}$$

پ) چه رابطه ای بین مساحت مربع کوچک و بزرگ وجود دارد؟

مساحت مربع بزرگ ۴ برابر مساحت مربع کوچک است، زیرا هر ضلع مربع بزرگ ۲ برابر شده، پس

مساحت باید ۴ برابر بشه

۳- الف) مختصات رأس های شکل روبه رو را بنویسید.



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ م}$$

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و}$$

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ ر}$$

ب) مساحت آن را پیدا کنید.

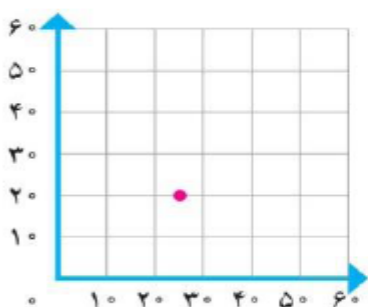
$$\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ د}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ آ}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ ب}$$

$$18 = \text{مساحت}$$

۴- مختصات تقریبی نقطه ی داده شده را بنویسید.



$$\begin{bmatrix} 25 \\ 20 \end{bmatrix}$$

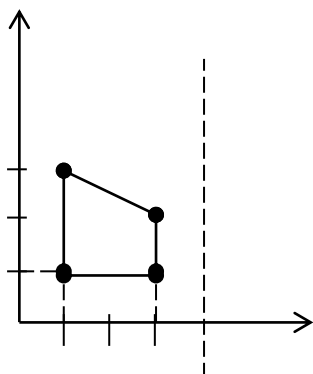
## تقارن و مختصات

تقارن و مختصات: برای رسم قرینه ی یک شکل نسبت به محور تقارن باید به روش زیر عمل کنیم:

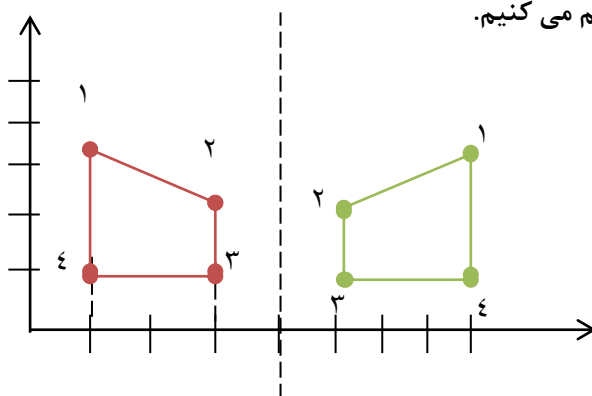
- (۱) ابتدا رئوس شکل را شماره گذاری کنیم.
- (۲) از هر راس به محور تقارن خواسته شده عمود کنیم و به همان اندازه و در همان راستا ادامه دهیم.
- (۳) نقاط به دست آمده را به ترتیب شکل اصلی به هم متصل کنیم.

### قرینه ی یک نقطه نسبت به خط تقارن عمودی

قرینه ی شکل زیر را نسبت به محور تقارن خواسته شده رسم کنید.



ابتدا رئوس شکل را شماره گذاری می کنیم. سپس از هر راسی به محور تقارن عمود می کنیم و به همان اندازه ادامه می دهیم و نقطه ی به دست آمده را با همان شماره می نویسیم: مثلاً نقطه ی ۱، ۴ واحد تا محور تقارن فاصله دارد، پس ۴ واحد بعد از محور تقارن حرکت می کنیم و نقطه ی ۱ را می گذاریم. به همین ترتیب قرینه ی نقطه ی ۲، ۳ و ۴ را رسم می کنیم.



مختصات شکل اول:  $۱ = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$   $۲ = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$   $۳ = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$   $۴ = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$

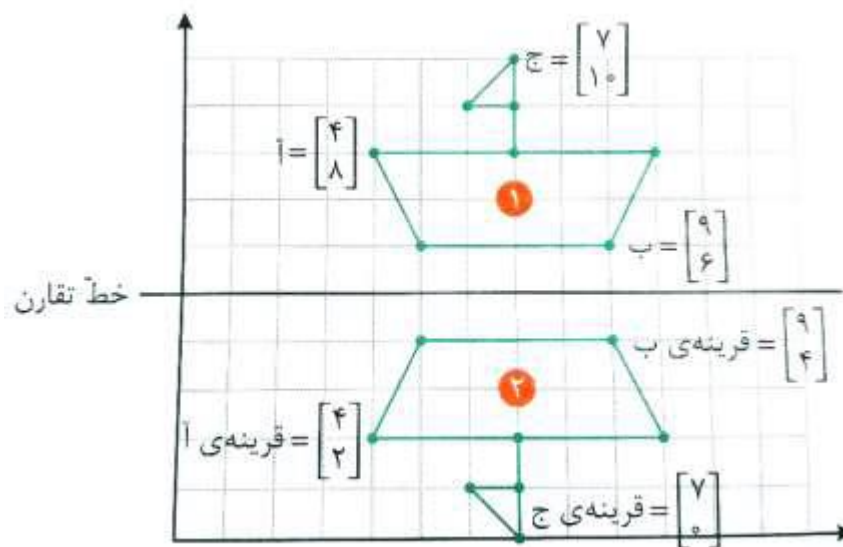
مختصات شکل دوم:  $۱ = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۳ \end{bmatrix}$   $۲ = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$   $۳ = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$   $۴ = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix}$

**نتیجه:** هرگاه خط تقارن موازی محور عرض ها باشد مولفه های عرضی تغییر نکرده و فقط مولفه های طولی تغییر می کنند و بالعکس هرگاه خط تقارن موازی محور طول ها باشد طول ها ثابت و عرض ها تغییر می کنند.

## قرینه ی یک نقطه نسبت به خط تقارن افقی

در محور مختصات زیر، شکل ۲، قرینه ی شکل ۱ نسبت به خط تقارن افقی است.

همان طور که ملاحظه می کنید طول هر نقطه و قرینه ی آن نسبت به خط تقارن با هم برابر است.



$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\text{قرینه ی } \bar{A} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{قرینه ی } \bar{B} = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}$$

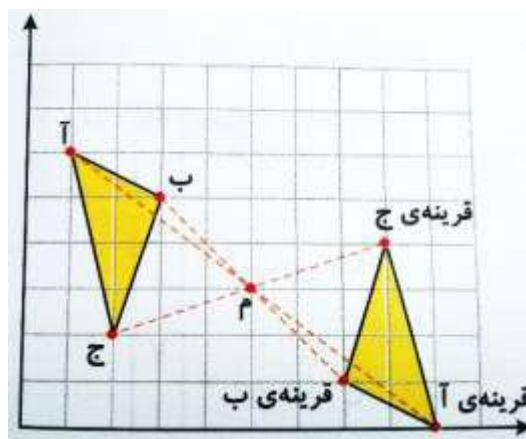
$$\text{قرینه ی } \bar{C} = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**نتیجه:** در دو نقطه که نسبت به یک خط تقارن افقی قرینه هستند، طول ها برابر، ولی عرض ها متفاوت

هستند.

برای رسم قرینه ی یک شکل نسبت به یک نقطه، ابتدا باید قرینه ی تمامی رأس های شکل را نسبت به نقطه ی داده شده مشخص کنیم. سپس نقاط مشخص شده را مانند شکل اصلی به یک دیگر وصل کنیم.

مثال ۱: قرینه ی مثلث مقابل را نسبت به مرکز تقارن « م » رسم کنید، سپس مختصات رأس های قرینه ی آن را بنویسید .



به دو روش می توانیم قرینه ی شکل را رسم کنیم:

**روش اول:** ابتدا با استفاده از تقارن مرکزی، قرینه ی هر یک از نقاط « آ »، « ب » و « ج » را نسبت به نقطه ی « م » مشخص می کنیم، سپس مختصات آن ها را می نویسیم.

$$\begin{array}{lll} \text{آ} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} & \text{ب} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} & \text{ج} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \\ \text{قرینه ی «آ»} = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{قرینه ی «ب»} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} & \text{قرینه ی «ج»} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} \end{array}$$

**روش دوم:** استفاده از جابه جایی

$$\begin{array}{l} \text{قرینه ی نقطه ی آ} = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{۳ واحد عمودی به پایین}]{\text{۴ واحد افقی به راست}} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{۳ واحد عمودی به پایین}]{\text{۴ واحد افقی به راست}} \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \text{قرینه ی نقطه ی ب} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{۲ واحد عمودی به پایین}]{\text{۲ واحد افقی به راست}} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{۲ واحد عمودی به پایین}]{\text{۲ واحد افقی به راست}} \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \text{قرینه ی نقطه ی ج} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{یک واحد عمودی به پایین}]{\text{۳ واحد افقی به راست}} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{یک واحد عمودی به پایین}]{\text{۳ واحد افقی به راست}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} \end{array}$$

حالا نقاط به دست آمده را در محور مختصات مشخص، و مثل شکل اصلی به یک دیگر وصل می کنیم تا شکل مانند شکل روش قبل شود.

۱- الف ( مختصات نقطه ی « آ » را بنویسید .  $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  )

ب ( قرینه نقطه ی « آ » را نسبت به محور تقارن قرمز پید

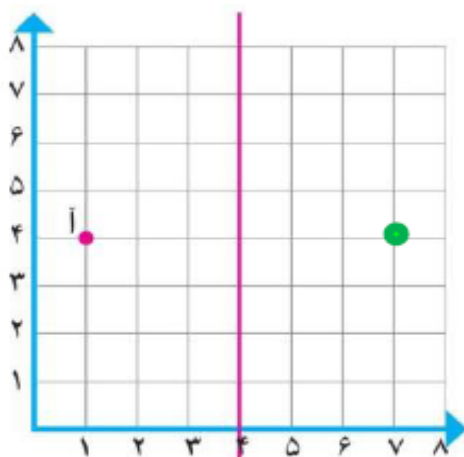
پ ( مختصات قرینه ی نقطه ی « آ » را بنویسید .  $\bar{A} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$  )

ت ( چه رابطه ای بین مختصات نقطه ی « آ » و مختصات

قرینه ی نقطه ی « آ » مختصات قرینه ی نقطه ی « آ »

وجود دارد توضیح دهید . نقطه ی ( آ ) به اندازه ی 6 واحد

( یعنی 2 برابر فاصله نقطه آ تا خط تقارن ) ، به سمت ذ



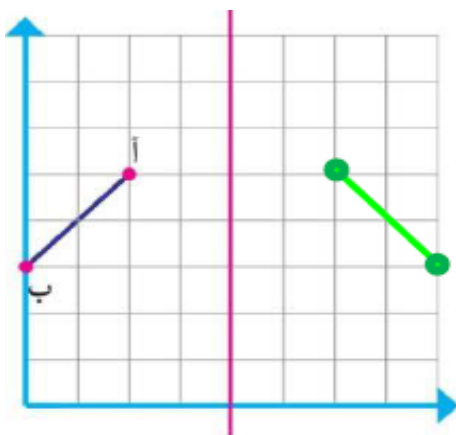
۲- الف ( مختصات نقطه های « آ » و « ب » را بنویسید .

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ب ( قرینه پاره خط « آ ب » را نسبت به خط تقارن رسم ک

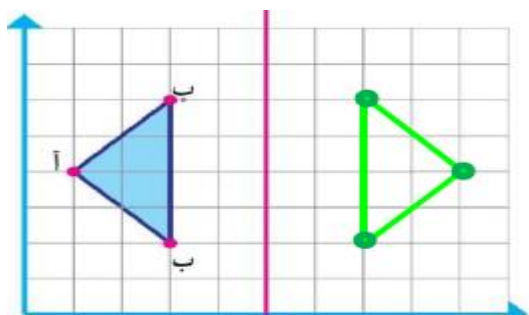
پ ( مختصات قرینه نقطه های « آ » و « ب » را بنویسید .



$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{قرینه ی ب} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}$$

۳- الف ( مختصات رأس های مثلث « آ ب پ » و قرینه آن نسبت به خط قرمز رنگ را بنویسید .



مثلث « آ ب پ » :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

قرینه ی مثلث « آ ب پ » :

$$\begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

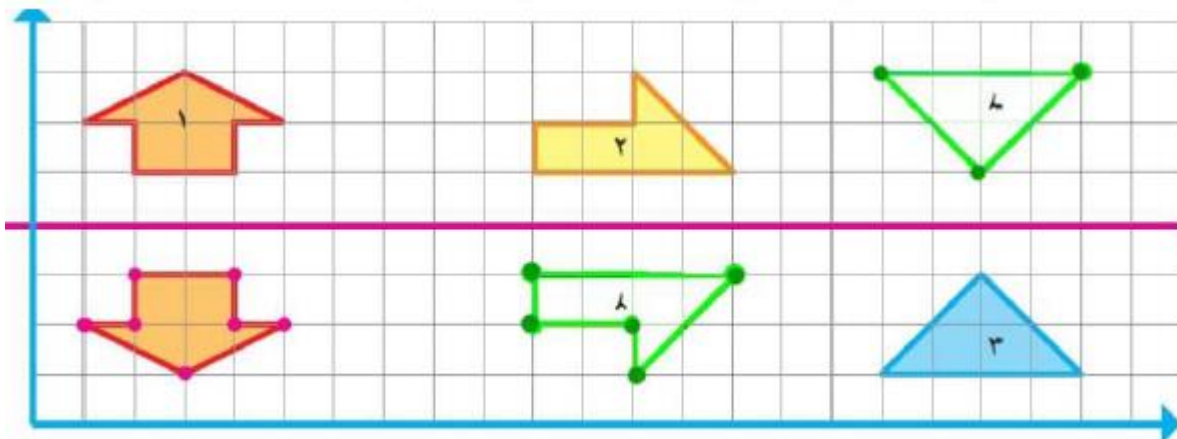
چون خط تقارن روی محور طول (محور افقی) قرار گرفته ، فقط مختصات طول (مولفه طولی) ، به اندازه ۲

برابر فاصله ای که تا خط تقارن دارد ، تغییر می کند. یا چون خط تقارن عمودی است مولفه های عمودی شکل و

قرینه تغییر نمی کنند فقط مولفه های افقی تغییر کردند.

## • کار در کلاس •

۱- در صفحه ی شطرنجی زیر، قرینه ی هر شکل را مانند نمونه نسبت به محور تقارن داده شده رسم کنید.



۲- در کار در کلاس ۱، مختصات رأس های هر شکل و قرینه ی آن نسبت به خط قرمز رنگ را بنویسید.

شکل (۱):  $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$

قرینه ی شکل (۱):  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

شکل (۲):  $\begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ 6 \end{bmatrix}$

قرینه ی شکل (۲):  $\begin{bmatrix} 10 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix}$

شکل (۳):  $\begin{bmatrix} 17 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 19 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 21 \\ 1 \end{bmatrix}$

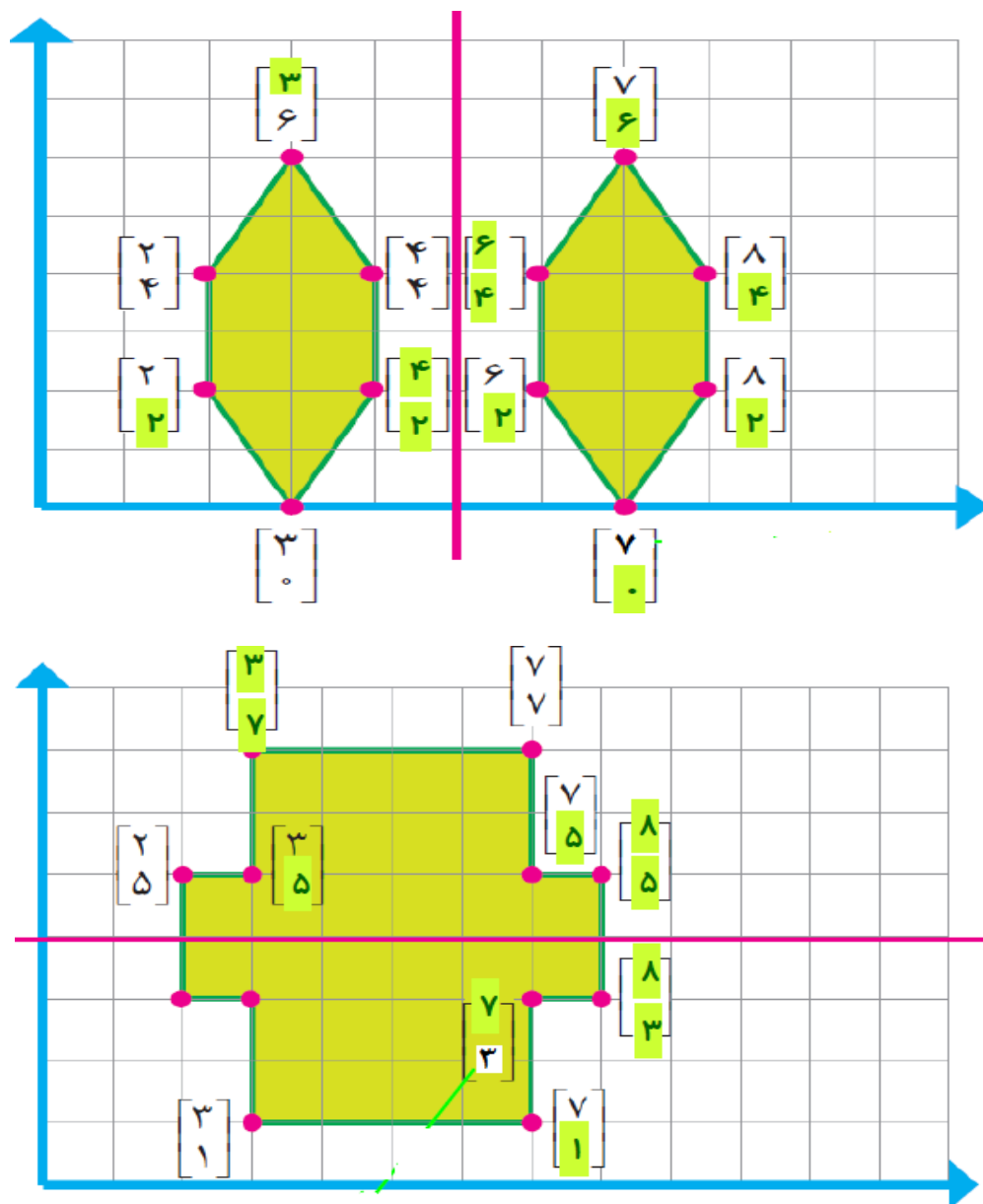
قرینه ی شکل (۳):  $\begin{bmatrix} 17 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 19 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 21 \\ 7 \end{bmatrix}$

۳- چه رابطه ای بین مختصات رأس های شکل و مختصات رأس های قرینه ی آن وجود دارد؟

چون خط تقارن روی محور عرض (محور عمودی) قرار گرفته، فقط مختصات عرض (مولفه عرضی) ، به اندازه ۲ برابر فاصله ای که تا خط تقارن دارد، تغییر می کند.

یا چون خط تقارن افقی است پس مولفه های افقی شکل و قرینه ثابت هستند و تغییر نمی کنند مولفه های عمودی تغییر کردند.

۱ - در شکل های زیر، خطّ قرمز، خطّ تقارن است. جاهای خالی را پر کنید

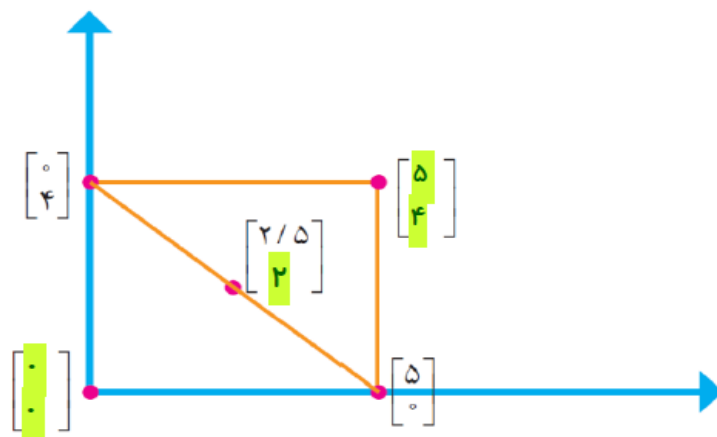


## تمرین

۱- اگر یک چهار ضلعی به مختصات رأس های  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، ۲ واحد به سمت راست و ۵ واحد به سمت بالا رود، چه تغییری در مختصات رأس های این چهار ضلعی به وجود می آید.

$$\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

۲- الف) مختصات نقاط داده شده در مستطیل رو به رو را بنویسید.

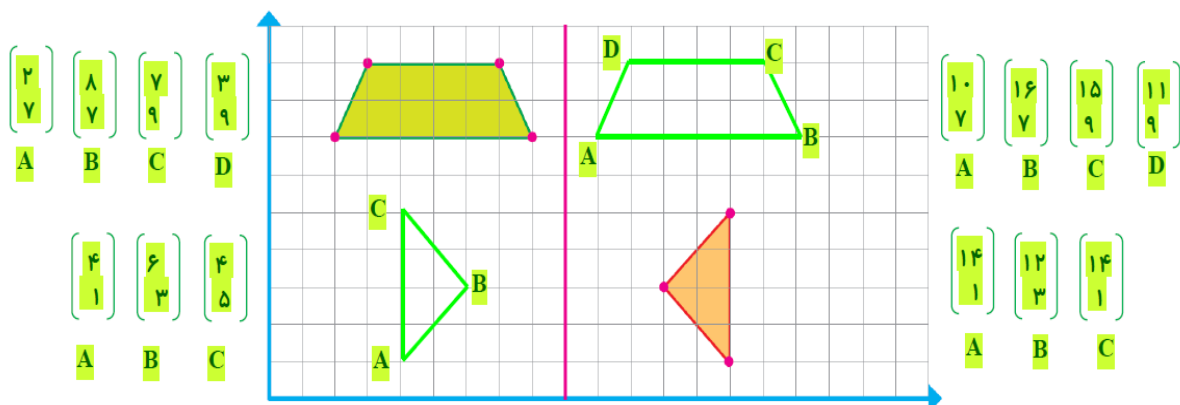


$$\begin{bmatrix} 2/5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ب) مختصات مرکز تقارن مستطیل را پیدا کنید.

۳- الف) در صفحه ی شطرنجی زیر، قرینه ی هر شکل را نسبت به محور تقارن داده شده رسم کنید.

ب) مختصات نقاط قرینه ی هر شکل را بنویسید.



## مرور فصل

### فرهنگ نوشتن

۱ - به کمک معلم خود چند شکل نام ببرید که تقارن چرخشی دارند.

لوزی - مربع - دایره - مستطیل و..

۲ - توضیح دهید چگونه می توان قرینه ی یک شکل را نسبت به یک نقطه پیدا کرد.

۱ - نقطه یابی و استفاده از خط کش

۲ - رسم روی تلق یا کاغذ شفاف

۳ - استفاده از رابطه بین مختصات شکل و مرکز تقارن.

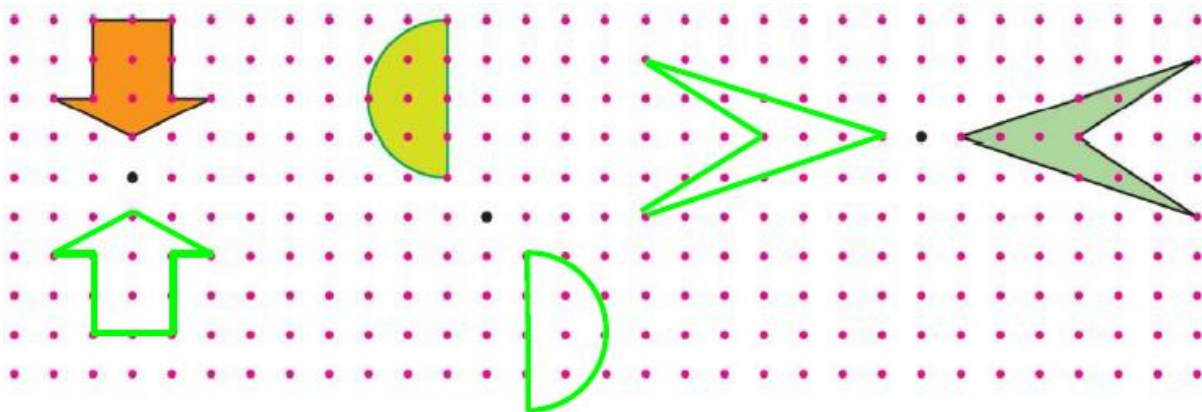
۳ - توضیح دهید چگونه با دو عدد، مختصات یک نقطه در صفحه ی مختصات مشخص می شود.

عدد اول ( عدد بالا ) نشان دهنده مقدار حرکت نقطه از مبدا مختصات به سمت شرق یا غرب است.

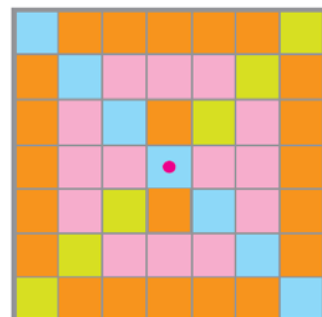
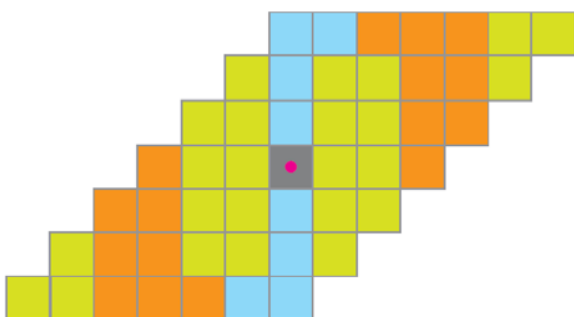
عدد دوم ( عدد پایین ) نشان دهنده مقدار حرکت نقطه از مبدا مختصات به سمت شمال یا جنوب

است.

۱ - قرینه ی هر شکل را نسبت به نقطه ی داده شده پیدا کنید.



۲ - شکل های زیر را طوری رنگ کنید که هر شکل تقارن مرکزی داشته باشد.

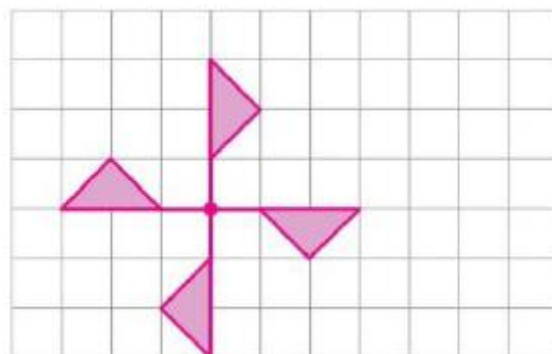


۳ - الف) یک ورق کاغذ شفاف را روی شکل روبه رو قرار دهید و تصویر شکل را روی آن رسم کنید و

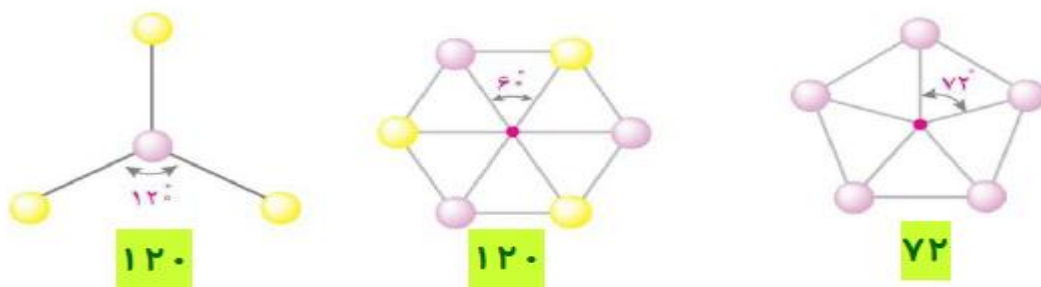
آن را به اندازه ی  $90^\circ$  در جهت عقربه های ساعت حول نقطه ی داده شده بچرخانید. آیا تصویر،

روی شکل، منطبق می شود؟ **بله**

ب) اگر کاغذ شفاف را  $180^\circ$  بچرخانیم آیا تصویر شکل، روی شکل منطبق می شود؟ **بله**



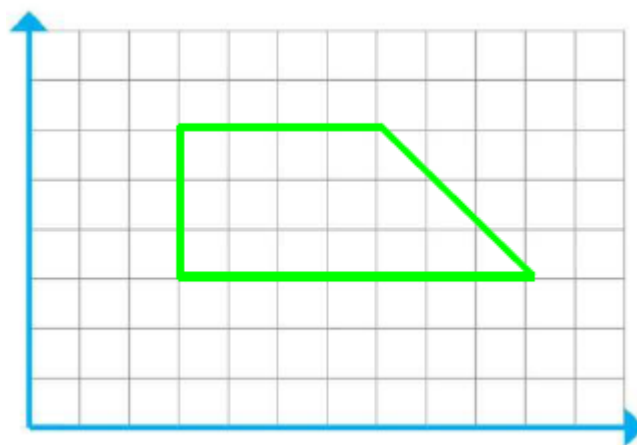
۴ - هر کدام از شکل های زیر را چند درجه بچرخانیم تا شکل روی خودش قرار بگیرد؟



۵ - مختصات رأس های یک چهار ضلعی به صورت زیر است:

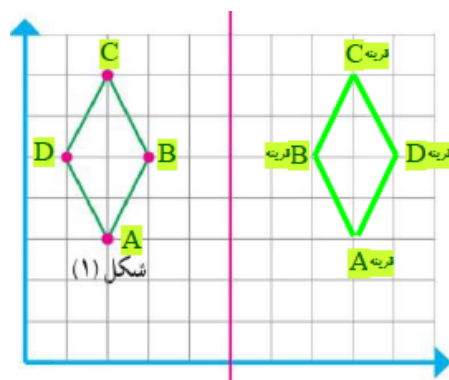
$$\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

الف) چهار ضلعی را رسم کنید.



ب) مساحت چهار ضلعی را پیدا کنید. ۱۶/۵

۶ - الف) مختصات شکل (۱) را بنویسید.



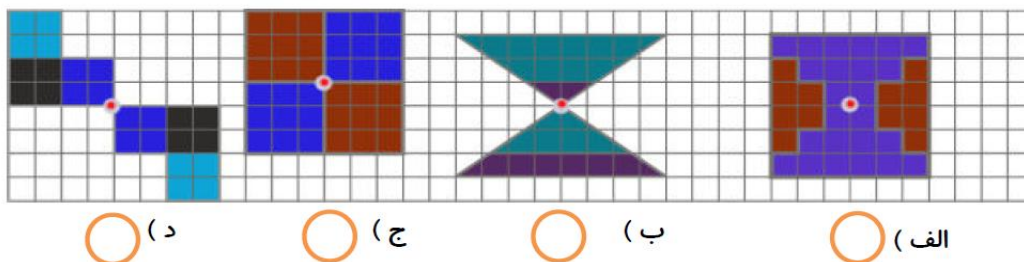
$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

ب) قرینه ی شکل (۱) نسبت به خط تقارن را رسم

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \end{bmatrix}$$

## ارزشیابی پایانی فصل چهارم

۱- کدام تصویرهای زیر، یک شکل و قرینه ی آن نسبت به نقطه ی مشخص شده را نشان نمی دهد.



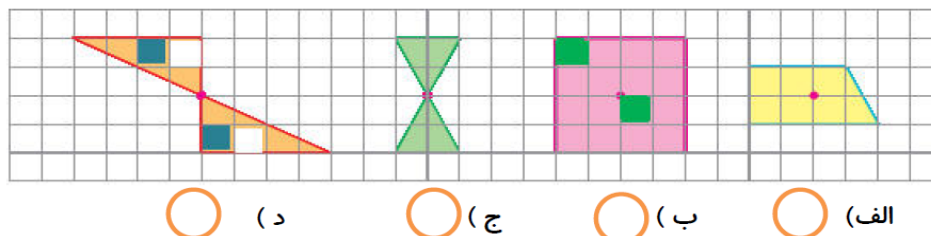
۲- وقتی شکلی به اندازه ی ۱۸۰ درجه حول نقطه ای بچرخد و روی خودش منطبق شود، می گوییم شکل ..... دارد.

الف (تقارن مرکزی)    ب (تقارن اطراف)    ج (نقطه در مرکز)    ج (قرینه وسط)

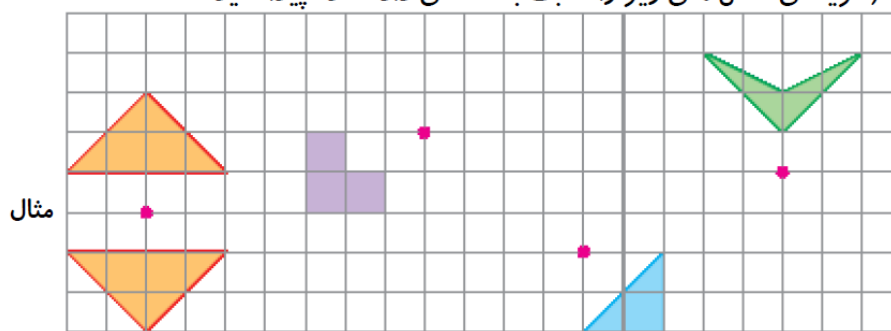
۳- اگر شکل را حول نقطه ی مشخص شده، ۱۸۰ درجه (نیم دور) بچرخانیم، قرینه ی شکل روی خودش منطبق می شود. به این نقطه، چه می گویند.

الف (اول تقارن)    ب (نقطه ی تقارن)    ج (آخر تقارن)    ج (مرکز تقارن)

۴- در کدام یک از شکل های زیر، نقطه ی مشخص شده مرکز تقارن شکل است ؟



۵- (قرینه ی شکل های زیر را نسبت به نقطه ی داده شده پیدا کنید.



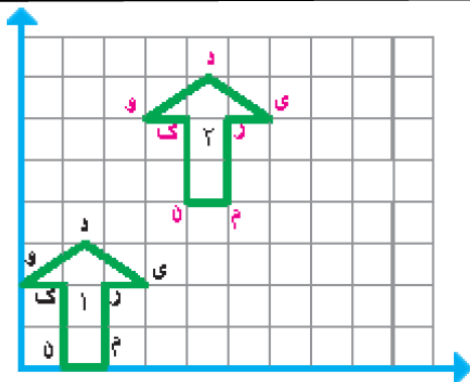
۶- کلمات داخل جدول سمت چپ را به جملات سمت راست مربوط به خود، وصل کنید.

- |                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">مبدأ مختصات</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">مرکز تقارن</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">تقارن چرخشی</div> | <p>الف - محل برخورد قطرهای مربع، ..... است.</p> <p>ب - وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه ی ۱۸۰ درجه یا کمتر در جهت عقربه های ساعت می چرخانیم و شکل روی خودش می افتد می گوییم شکل، ..... دارد.</p> <p>ج - محل تقاطع دو محور را ..... می نامیم.</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

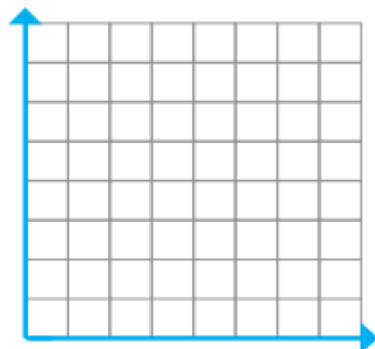
۷- شکلی رسم کنید که بیش از دو خط تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.

۸- شکلی رسم کنید که مرکز تقارن دارد ولی خط تقارن ندارد.

۹- چند شکل نام ببرید که تقارن چرخشی دارند.



۱۰- مختصات شکل های ۱ و ۲ را بنویسید.



۱۱- الف نقاط  $\bar{A} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$

را در صفحه ی شطرنجی مشخص کنید.

ب- نقاط داده شده را به هم وصل کنید.

پ- شکل حاصل چه نام دارد؟ مساحت آن را به دست آورید