بسمه تعالی

جزوه فصل شش

کتاب نهم

مدرسه شاهد

شهرستان شاهین دژ

معادله خط

در زندگی روزمره چیزهای مختلفی را می‌توان یافت که باهم رابطه مشخصی دارند. ماشینی را در نظر بگیرید که در هر ثانیه دو متر مسافت طی می‌کند.

زمان(ثانیه) x	۰	۱	۲	۳	...	۶۰
مسافت(متر) y	۰	۲	۴	۶	...	۱۲۰

در جدول بالا مسافت دو برابر زمان می‌باشد و این رابطه در همه جدول ثابت می‌باشد. اگر زمان را با x و مسافت طی شده را با y بنویسیم بصورت ریاضی می توان مطلب بالا را چنین نوشت: $y = ۲x$.

رابطه $y=۲x$ یک معادله دو مجهولی می‌باشدو یک جواب مشخص ندارد یعنی به ازاء بی‌نهایت x بی‌نهایت y خواهد داشت.

مثلا اگر $x=۳$،خواهیم داشت: $y=۲\times ۳ = ۶$ خواهد شد.

یا اگر $y=۲۰$ باشد، خواهیم داشت: $۲x=۲۰ \rightarrow x = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰$

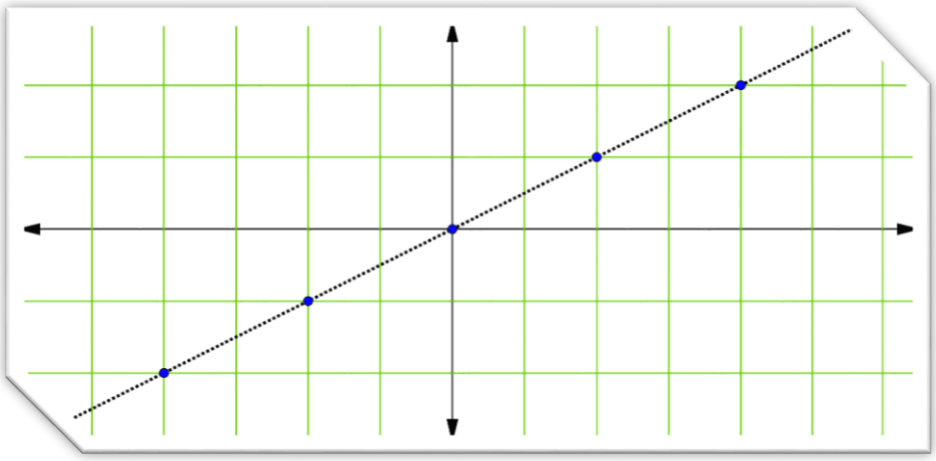
یعنی با داشتن x می توان y را محاسبه کرد و برعکس.

حال اگر x را طول یک نقطه و y را عرض آن درنظر بگیریم برای چند نقطه دلخواه خواهیم داشت:

اگر $x=۰ \rightarrow y=۰ \rightarrow \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$ و ... و اگر $x=-۲ \rightarrow y=-۴ \rightarrow \begin{bmatrix} -۲ \\ -۴ \end{bmatrix}$ و اگر $x=۱ \rightarrow y=۲ \rightarrow \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$

و ... و $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۴ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$

این نقاط را روی محور مختصات نشان می دهیم:



چنانچه می بینیم همه نقاط روی یک خط راست قرار دارند. به همین خاطر به y=۲x معادله‌ی خطی می‌گویند.

معادله خط: معادله خط بصورت کلی $y = ax + b$ می باشد. a و b اعداد حقیقی ثابتی هستند. این معادله بی‌شمار جواب دارد که هر یک از جوابها مختصات یک نقطه می‌باشد که اگر این نقاط را روی یک خط راست قرار دارند؛ به همین دلیل می‌گوییم x و y با هم رابطه خطی دارند.

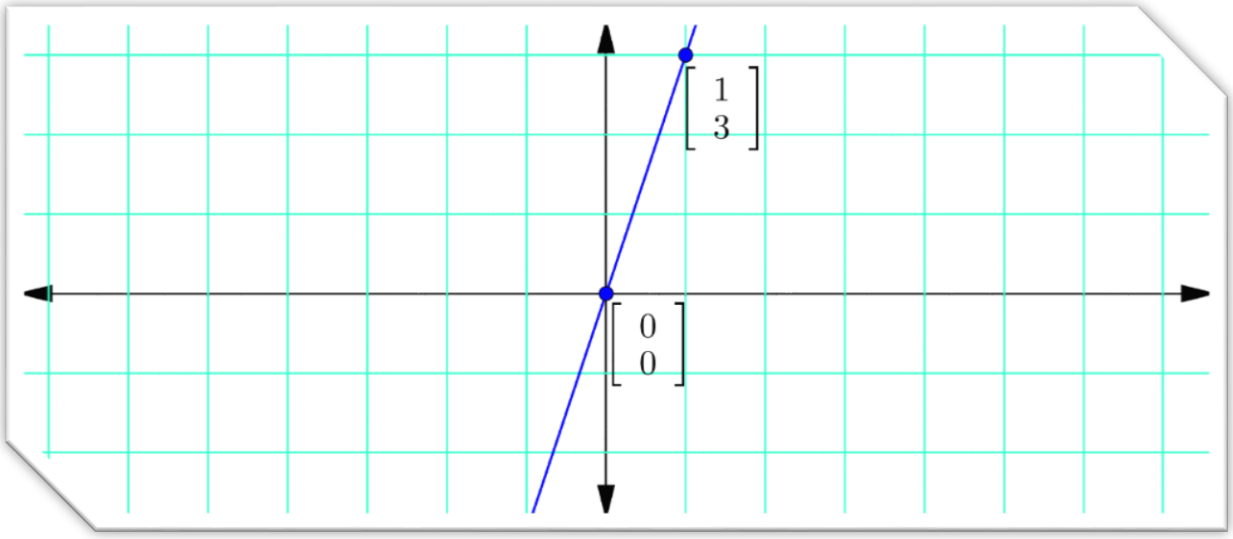
تذکر۱) برای رسم هر خط راست دو نقطه کافی می‌باشد برای رسم معادلات خطی تنها دو نقطه دلخواه آنرا پیدا کرده و رسم می‌کنیم.

رسم خط به روش نقطه یابی

نکته۱) دو نقطه دلخواه برای x در نظر گرفته و از روی معادله خط y را پیدا می‌کنیم.برای راحتی کار بهتر است به جای طول یک و صفر قرار دهیم.

مثال۱) معادله خط $y = ۳x$ را رسم کنید.

x	x=۰	x=۱
y	$y = ۳ \times ۰ = ۰$	$y = ۳ \times ۱ = ۳$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$



نکته۲) برای اینکه پیدا کنیم خط عرض‌ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند(عرض از مبداء) کافیست طول(x) را مساوی صفر قرار دهیم و برای اینکه پیدا کنیم خط؛ طول‌ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند(طول از مبداء) کافیست عرض(y) را مساوی صفر قرار دهیم.

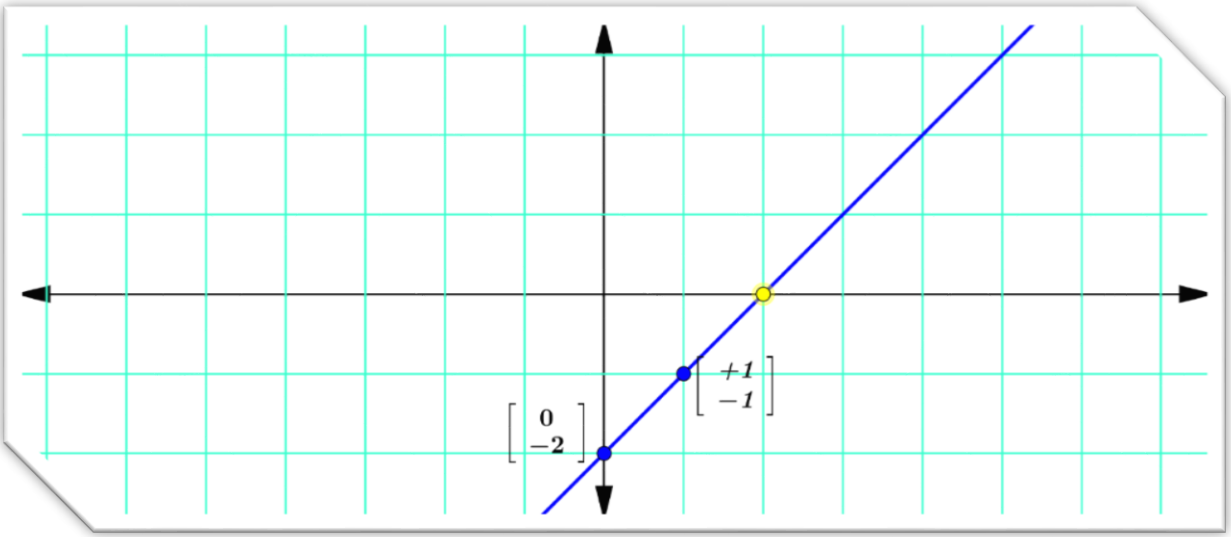
Sayinmath.blog.ir خلوتی

مثال۲) الف: معادله خطی۲ $y = x - ۲$ **را رسم کنید.**

ب: این خط محور طولها و محور عرضها را در چه نقاطی قطع می‌کند.

جواب)

X	X=۰	X=۱
y	$y = ۰ - ۲ = -۲$	$y = ۱ - ۲ = -۱$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ -۲ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$



ب) بر اساس نکته۲ اگر عرض را مساوی صفر قرار دهیم نقطه برخورد خط با محور طول‌ها بدست می‌آید.

خط $y = x - ۲$ محور طولها را در نقطه ۲ قطع می‌کند. $\boxed{y = ۰} \rightarrow ۰ = x - ۲ \rightarrow x = ۲ \rightarrow \begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix}$

اگر طول را مساوی صفر قرار دهیم نقطه برخورد خط با محور عرض‌ها بدست می‌آید.

خط $y = x - ۲$ محور عرضها را در نقطه ۲- قطع می‌کند. $\boxed{x = ۰} \rightarrow y = ۰ - ۲ \rightarrow y = ۰ \rightarrow \begin{bmatrix} ۰ \\ -۲ \end{bmatrix}$

روی محور مختصات هم کاملا مشخص می‌باشد.

نکته۳) اگر معادله خط دارای کسر باشد برای راحتی یکی از اعداد دلخواه را صفر و عدد بعدی را مساوی مخرج کسر انتخاب می‌کنیم.

نکته ۴) برای اینکه مشخص کنیم نقطه‌ای روی خط قرار دارد یا نه؟ دو راه وجود دارد:

روش اول) خط را بطور دقیق رسم کرده و نقطه را پیدا کرده و مشخص می‌کنیم روی خط قرار دارد.

Sayinmath.blog.ir خلوتی

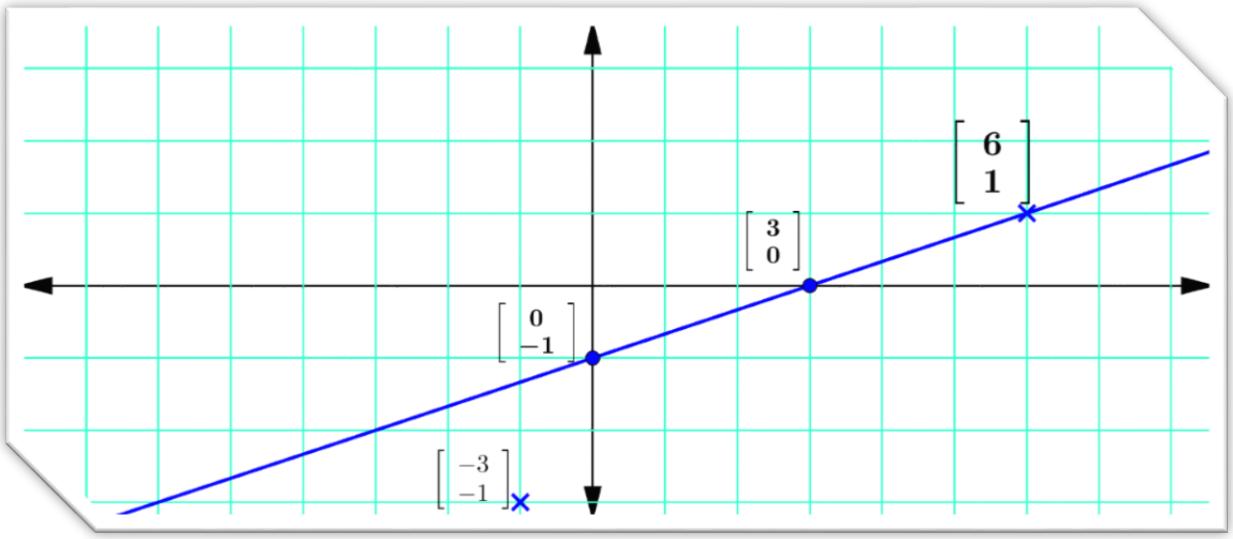
روش دوم) طول و عرض نقطه را در معادله خط قرار دهیم اگر تساوی برقرار باشد نقطه روی خط قرار دارد.

مثال۳) الف: خط۱ $y = \frac{x}{۳} - ۱$ را رسم کنید.

ب: آیا نقاط $B = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} ۶ \\ ۱ \end{bmatrix}$ **روی خط قرار دارد.**

جواب)

X	X=۰	X=۳
y	$y = \frac{۰}{۳} - ۱ = -۱$	$y = \frac{۳}{۳} - ۱ = ۰$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ -۱ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix}$



ب) روش اول:با توجه به شکل بالا نقطه A روی خط قرار دارد و نقطه B روی خط قرار ندارد.

روش دوم:

$A = \begin{bmatrix} \text{طول}۶ \\ \text{عرض}۱ \end{bmatrix}$ عرض نقطه با عرض بدست آمده $\rightarrow y = \frac{x}{۳} - ۱ \rightarrow ۱ = \frac{۶}{۳} - ۱ = ۲ - ۱ = ۱$=۱

برابر است و نقطه روی خط قراردارد

Sayinmath.blog.ir خلوتی

$B = \begin{bmatrix} \text{طول}-۲ \\ \text{عرض}-۳ \end{bmatrix}$ عرض نقطه با عرض بدست آمده $\rightarrow y = \frac{x}{۳} - ۱ \rightarrow -۳ = \frac{-۲}{۳} - ۱ = \frac{-۵}{۳} \neq -۳$

برابر نیست و نقطه روی خط قرار ندارد

تمرین
۱) الف) خط های زیر را رسم کنید. ب) محل برخورد خط با محورهای مختصات را بنویسید. ج) آیا هر نقطه مشخص شده روی خط مورد نظر قرار دارد.
۱) $y = ۲x - ۲\ ;\ \begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$
۲) $y = -x\ ;\ \begin{bmatrix} -۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$
۳) $y = \frac{۲}{۵}x - ۲\ ;\ \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$
۴) $y = \frac{-۱}{۳}x - \frac{۵}{۳}\ ;\ \begin{bmatrix} ۱ \\ -۴ \end{bmatrix}$

شیب و عرض از مبداء خط

نکته۵) $y = ax + b$ را شکل استاندارد معادله خط می‌گویند، که به aشیب و به b عرض از مبداء گفته می‌شود.(عرض از مبدا نقطه‌ای است که خط عرض‌ها را در آن نقطه قطع می‌کند.)

نکته۶) اگر معادله خطی استاندارد نباشد برای بدست آوردن شیب و عرض از مبداء حتما آن را به شکل استاندار تبدیل می‌کنیم.(در شکل استاندارد y یک طرف مساوی است و بقیه در طرف دیگر مساوی قرار دارند)

نکته۷) اگر زاویه ای که خط با محور طول‌ها از سمت راست می سازد تند باشد شیب خط مثبت و اگر زاویه باز باشد شیب خط منفی خواهدبود.

مثال۴) شیب و عرض از مبداء خط‌های زیر را پیدا کنید.

۱) $y = -۳x + ۵$

جواب: شیب خط که همان ضریب x است ۳- و عرض از مبداء ۵+ می‌باشد.(یعنی این خط محور عرض‌ها را در نقطه ۵+ قطع کرده و زاویه آن با محور طول‌ها از سمت راست تند می‌باشد.)

۲) $y = -x$

جواب: شیب خط $a=-۱$ *و عرض از مبداء* $b=۰$

۳) $۲y - ۴x = ۸$

جواب: $\boxed{۲y - ۴x = ۸} \rightarrow ۲y = ۴x + ۸ \rightarrow y = \frac{۴x+۸}{۲} = \frac{۴}{۲}x + \frac{۸}{۲} \rightarrow \boxed{y = ۲x + ۴}$

شیب خط $a=۲$ *و عرض از مبداء* $b=۴$

۴) $۲x - ۳y - ۵ = ۰$

$$\boxed{۲x - ۳y - ۵ = ۰} \Longrightarrow -۳y = -۲x + ۵ \Longrightarrow y = \frac{-۲x + ۵}{-۳} = \frac{-۲}{-۳}x + \frac{۵}{-۳} \Longrightarrow \boxed{y = \frac{۲}{۳}x - \frac{۵}{۳}}$$

بنابراین شیب خط $a = \frac{۲}{۳}$ و عرض از مبداء $b = -\frac{۵}{۳}$

نکته۸) نسبت عرض به طول هر خطی برابر شیب آن می‌باشد.(شیب$a = \frac{y}{x} = \frac{\text{عرض}}{\text{طول}}$)

Sayinmath.blog.ir خلوتی

نکته۹) اگر دو خط موازی باشد شیب‌های آنها برابر است و برعکس اگر شیب دو خط برابر باشد آن دو خط موازی هستند.

نکته۱۰) با داشتن شیب و عرض از مبداء یک خط می‌توان معادله آن را نوشت. (برای نوشتن معادله خط حتما و حتما باید شیب و عرض از مبداء خط را داشته باشیم. $y = ax + b$)

مثال۵) معادله خطی را بنویسید که شیب آن ۳- و عرض از مبداء آن ۶ باشد.

جواب: $\boxed{a = -۳}, \boxed{b = +۶} \Longrightarrow \boxed{y = -۳x + ۶}$

مثال۶) معادله خطی را بنویسید که با خط $y = ۴x - \frac{۳}{۱۳}$ موازی بوده و عرض‌ها را در نقطه ۵- قطع کند.

جواب: با توجه به نکته ۹ اگر دو خط با هم موازی باشند شیبهای آنها هم برابر خواهد بود. شیب خط بالا برابر ۴ می باشد. پس داریم: $\boxed{a = ۴}, \boxed{b = -۵} \Longrightarrow \boxed{y = ۴x - ۵}$

تذکر) عرض از مبداء برابر ۵- یا عرضها را در نقطه ۵- یا از نقطه $\begin{bmatrix} ۰ \\ -۵ \end{bmatrix}$ همه نشان دهنده عرض از مبداء می‌باشند.

مثال۷) معادله خطی را بنویسید که با خط $۶x - ۳y = ۱۲$ موازی بوده و نقطه $\begin{bmatrix} ۰ \\ -۱۱ \end{bmatrix}$ بگذرد.

جواب) باز با توجه به نکته ۹ شیب خط ما با شیب خط بالا برابر خواهد بود اما معادله خط استاندارد نیست اول برای بدست آوردن شیب خط معادله را باید استاندارد کنیم.

$$\boxed{۶x - ۳y = ۱۲} \rightarrow -۳y = -۶x + ۱۲ \rightarrow y = \frac{-۶}{-۳}x + \frac{۱۲}{-۳} \rightarrow \boxed{y = ۲x - ۴}$$

شیب خط برابر ۲ می‌باشد و عرض از مبداء خط ما هم که بالا گفته ۱۱- می‌باشد بنابراین خواهیم داشت:

$$\boxed{a = ۲}, \boxed{b = -۱۱} \Longrightarrow \boxed{y = ۲x - ۱۱}$$

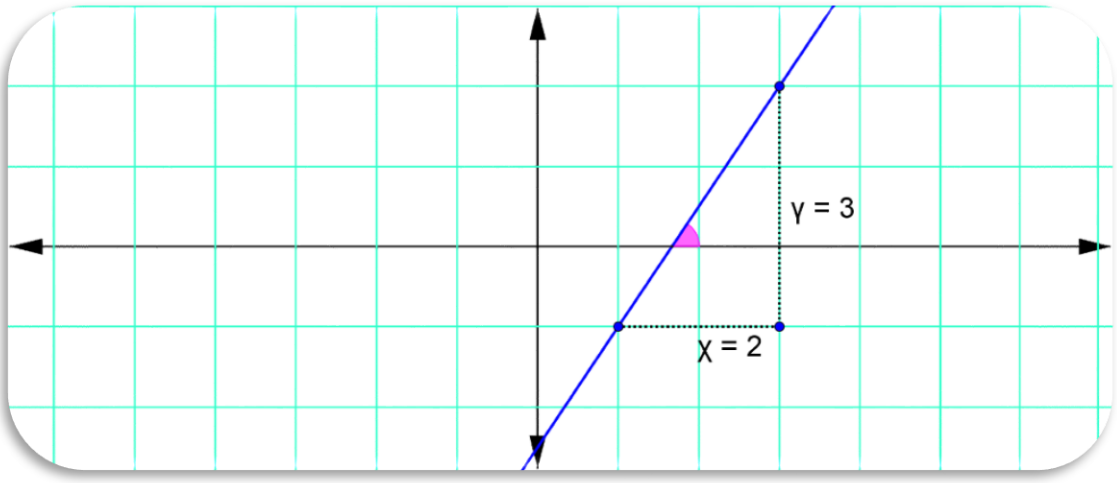
مثال۸) معادله خطی را بنویسید که شیب آن ۱ و از نقطه $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$ بگذرد.

جواب) شیب خط مشخص می‌باشد برای بدست آوردن عرض از مبداء طول و عرض نقطه و شیب داده شده را در معادله $y = ax + b$ قرار داده و را که همان عرض از مبداء می‌باشد را پیدا می‌کنم.

$$\begin{bmatrix} ۳ = x \\ ۴ = y \end{bmatrix}, a = ۱ \Longrightarrow y = ax + b \Longrightarrow ۴ = ۱ \times ۳ + b \Longrightarrow ۴ = ۳ + b \Longrightarrow b = ۱$$

بنابراین هم شیب و هم عرض از مبدا را داریم: $\boxed{y = ۱x + ۱} \Longrightarrow a = ۱, b = ۱$.

مثال۹) شیب خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ می‌گذرد را پیدا کنید.



$$\text{شیب خط } a = \frac{\text{عرض } y}{\text{طول } x} = \frac{۳}{۲}$$

در مثال بالا زاویه بین محور طولها و خط زاویه‌ی تند می‌باشد که نشان دهنده مثبت بودن شیب خط می‌باشد.

نکته۱۱) برای پیدا کردن شیب خطی که از دو نقطه مشخص می‌گذرد بدون رسم آن می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد. $\boxed{a = \frac{\text{تفاضل عرضها}}{\text{تفاضل طولها}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$ (یکی از نقاط را به دلخواه A و دیگری را B انتخاب می‌کنیم بنابرین طول و عرض نقطه یک $\begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ و دیگری $\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$ خواهد شد.)

مثال) شیب خط گذرنده از دو خط $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۵ \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.

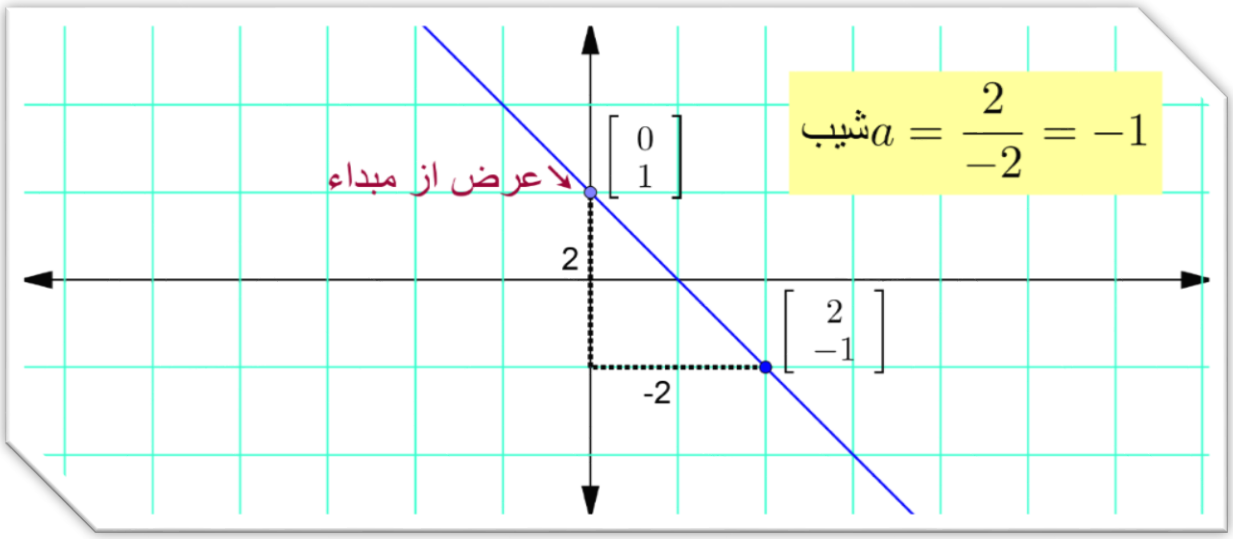
جواب:

$$\begin{bmatrix} x_A = ۱ \\ y_A = -۲ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_B = -۲ \\ y_B = ۵ \end{bmatrix} \Rightarrow a = \frac{\text{تفاضل عرضها}}{\text{تفاضل طولها}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{۵ - (-۲)}{-۲ - ۱} = \frac{۷}{-۳} = -\frac{۷}{۳}$$

برای تمرین می‌توانید نقاط را عوض کرده و شیب را محاسبه نمایید که حتما به همین جواب خواهید رسید.

مثال۱۰) معادله خطی را بنویسید که از دو نقطه $\begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix}$ بگذرد.

جواب) روش اول: دو نقطه را روی دستگاه مختصات رسم کرده و از روی شیب و عرض از مبداء معادله خط را می‌نویسیم.



پس معادله خط برابر است با: $\boxed{y = -x + 1}$

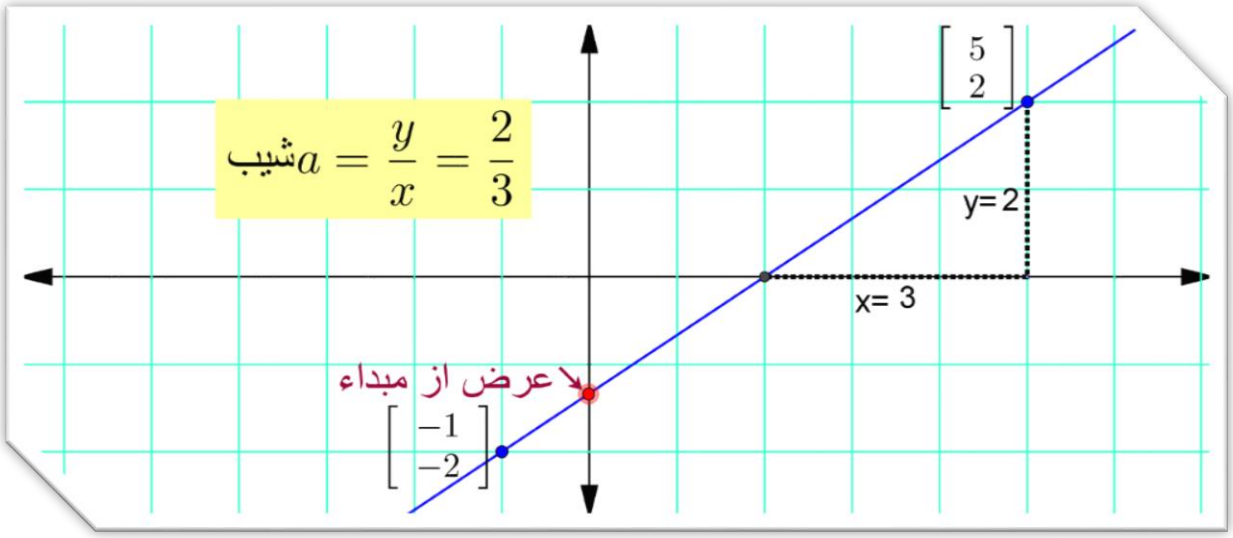
روش دوم: شیب خط را با استفاده از فرمول نکته ۱۱ بدون رسم نقاط پیدا می‌کنیم و عرض از مبداء هم ۱+ می‌باشد. (یاد آوری: نقطه ای که روی خط باشد و طول آن صفر باشد عرض آن همان عرض از مبداء می‌باشد.)

$$\begin{bmatrix} x_1 = 0 \\ y_1 = 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_2 = 2 \\ y_2 = -1 \end{bmatrix} \Rightarrow a = \frac{\text{تفاضل عرضها}}{\text{تفاضل طولها}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 1}{2 - 0} = \frac{-2}{2} = -1$$

شیب خط برابر ۱- و عرض از مبداء برابر ۱+ بنابراین معادله خط برابر: $\boxed{y = -1x + 1}$ که بالا بدست آمد.

مثال۱۱) معادله خطی را بنویسید که از نقاط $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

جواب) روش اول: رسم دو نقطه و پیدا کردن شیب و عرض از مبدا در صورت امکان.



در شکل بالا شیب محاسبه شده است ولی چنانچه دیده می شود مقدار دقیق عرض از مبداء مشخص نیست؛ بنابراین مقدار دقیق آن را محاسبه می‌نماییم.

از دو نقطه یک نقطه را به دلخواه انتخاب می کنیم. $\begin{bmatrix}۵\\۲\end{bmatrix}$ و از معادله $y=ax+b$ عرض از مبداء را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix}x=۵\\y=۲\end{bmatrix}, a=\frac{۲}{۳}\Rightarrow y=ax+b\Rightarrow ۲=\frac{۲}{۳}\times ۵+b\Rightarrow b=۲-\frac{۱۰}{۳}=-\frac{۴}{۳}$$

پس معادله خط برابر است با: $\boxed{y=\frac{۲}{۳}x-\frac{۴}{۳}}$

روش دوم: بدون رسم نقاط شیب و عرض از مبدا را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه شیب از نکته ۱۱ داریم.

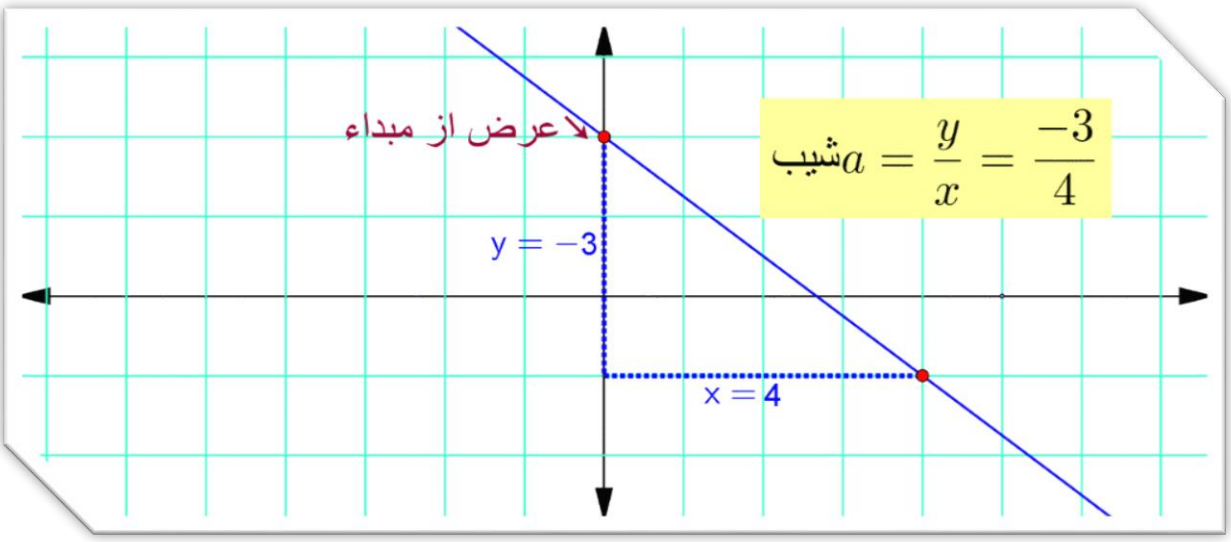
$$\begin{bmatrix}x_A=-۱\\y_A=-۲\end{bmatrix},\begin{bmatrix}x_B=۵\\y_B=۲\end{bmatrix}\Rightarrow \boldsymbol{a}=\frac{\text{تفاضل عرضها}}{\text{تفاضل طولها}}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{۲-(-۲)}{۵-(-۱)}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

با داشتن یک نقطه و شیب؛ عرض از مبدا را با روش بالا محاسبه می‌نماییم.

رسم خط با استفاده از شیب و عرض از مبداء

مثال۱۲) معادله خط $y=-\frac{۳}{۴}x+۲$ را با روش عرض از مبدا و شیب رسم کنید.

جواب) عرض از مبداء خط ۲+ می باشد و شیب خط $-\frac{۳}{۴}$ می‌باشد. ($a=\frac{\text{عرض}}{\text{طول}}=-\frac{۳}{۴}=\frac{-۳}{۴}$ شیب) از نقطه ۲+ عرض شروع کرده و سه واحد پایین(عرض منفی) و چهار واحد به سمت راست (مثبت طولها) حرکت کرده و خط را رسم می‌کنیم.



صورت دیگر معادلات خطی

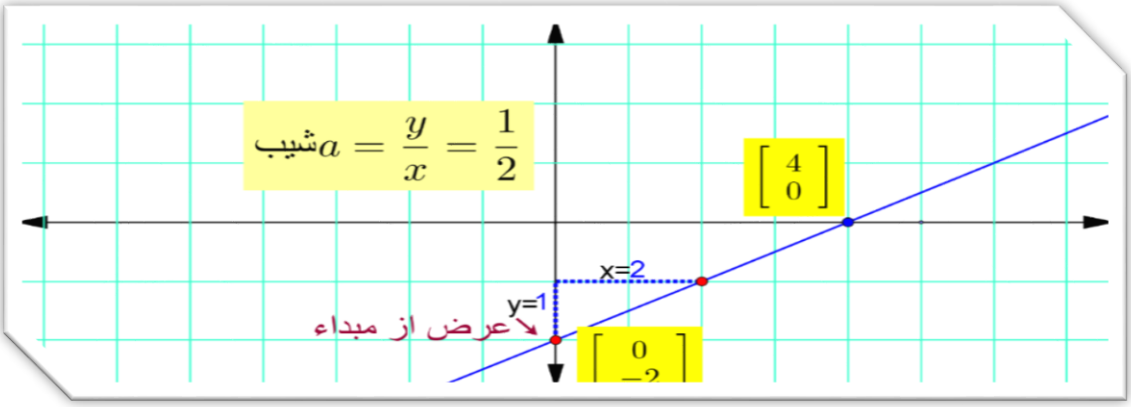
معادلات خطی همیشه به شکل استاندارد نیستند و بصورتهای مختلف مثل $mx + ny = d$ و صورتهای دیگر هم نمایش داده می‌شوند.(m , n , d اعداد حقیقی هستند.) برای بدست آوردن شیب و عرض از مبداء این نوع معادلات آنها را به شکل استاندارد می‌نویسیم(نکته۶).

برای رسم این نوع معادلات دو روش وجود دارد یکی اینکه معادله را استاندارد کرده و با روش نقطه یابی و یا شیب و عرض از مبداء رسم می‌کنیم. روش دیگر رسم مستقیم با روش نقط یابی است.

مثال۱۳) خط $۴y - ۲x = -۸$ را رسم کنید.

جواب) تبدیل به خط استاندارد و رسم. $۴y - ۲x = -۸ \Rightarrow \boxed{y = \frac{۱}{۲}x - ۲}$. به روش عرض از مبدا و شیب رسم می‌کنم.(**رسم معادلاتی که کسر دارند به این روش راحت‌تر می‌باشد.**)

عرض از مبداء خط ۲- می باشد و شیب خط $\frac{۱}{۲}$ می‌باشد. ($a_{\text{شیب}} = \frac{\text{عرض}}{\text{طول}} = \frac{۱}{۲}$) از نقطه ۲- عرض شروع کرده و یک واحد بالا(عرض مثبت) و دو واحد به سمت راست (مثبت طولها) حرکت کرده و خط را رسم می‌کنیم.



روش دوم: رسم بصورت مستقیم. دو نقطه دلخواه پیدا کرده و خط را رسم می‌کنیم.(**برای پیدا کردن دو نقطه دلخواه در این نوع معادلات بهتر است یک بار به طول صفر داده و عرض را محاسبه کنیم و برعکس.**)

معادله خط: $۴y - ۲x = -۸$

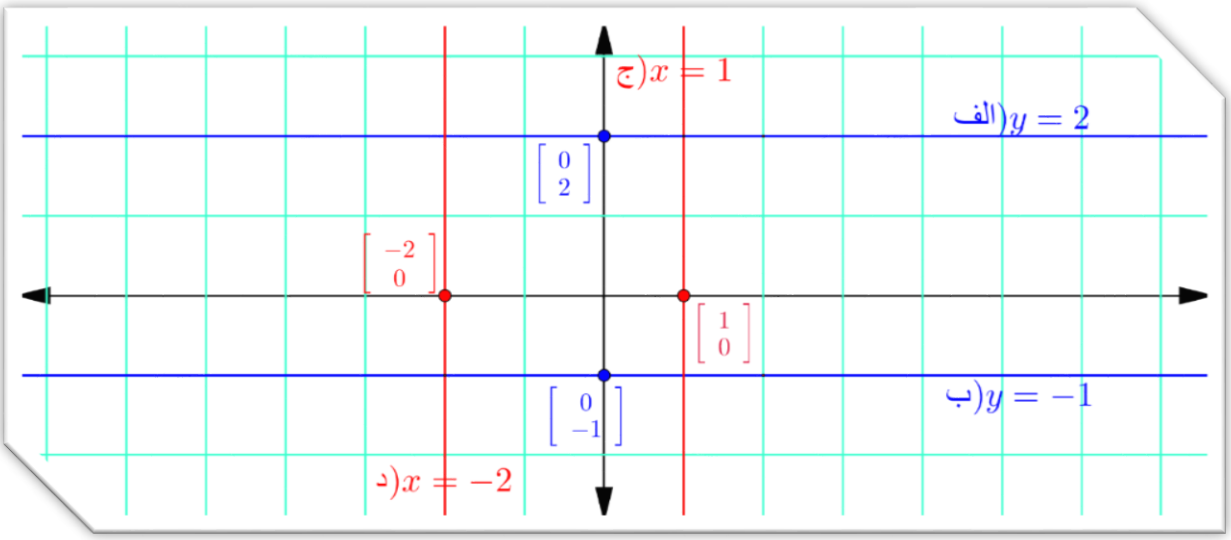
X	$X = 0$	$-2x = -8 \Rightarrow x = 4$
y	$۴y = -۸ \Rightarrow y = -۲$	$y = 0$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ -۲ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ٤ \\ ۰ \end{bmatrix}$

نکته۱۲) اگر شیب خط صفر باشد، خط موازی محور طولها خواهد بود و معادله کلی آن بصورت $y = b$ می‌باشد. اگر خط موازی محور عرضها باشد یعنی شیب خط تعریف نشده باشد معادله کلی آن بصورت $x = c$ می‌باشد.

مثال) خطوط زیر را رسم کنید.

الف) $y = ۲$ ج) $x = ۱$

ب) $y = -۱$ د) $x = -۲$



حل دستگاه معادلات خطی(دومعادله دو مجهولی)

جواب دو معادله دو مجهولی درواقع نقطه برخورد دو خط می‌باشد.

نکته۱۳) حالتهای ممکن برای جواب دومعادله دو مجهولی : $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

I. **اگر دو خط باهم موازی باشند دستگاه معادلات خطی جوابی نخواهد داشت.شرط موازی بودن دو خط:** $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

II. **اگر دو خط همدیگر را قطع کنند دستگاه معادله یک جواب خواهد داشت.شرط متقاطع بودن دو خط:** $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

III. **اگر دو خط روی هم منطبق شوند دستگاه معادله خطی بی‌نهایت جواب خواهد داشت.**

شرط منطبق بودن دو خط: $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

Sayinmath.blog.ir خلوتی

نکته۱۴) دستگاه معادلات خطی (دومعادله دو مجهولی) با سه روش رسم، حذفی و جایگزینی حل می‌شود.

نکته۱۵) روش رسم: دو خط را رسم کرده و طول و عرض نقطه برخورد جواب معادله خواهد بود.

مثال) دستگاه معادله خطی زیر را به روش رسم حل کنید. $\begin{cases} ۳x + ۲y = ۱ \\ x + ۵y = ۹ \end{cases}$

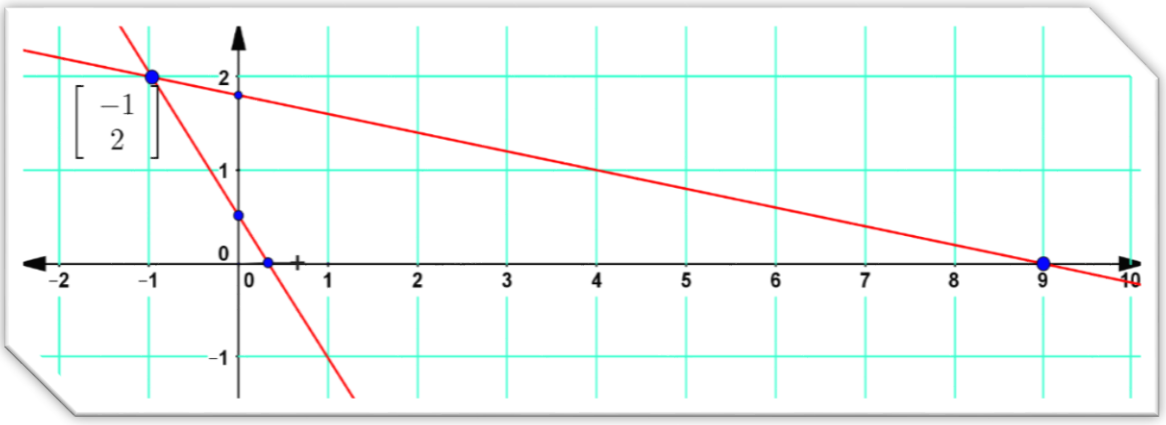
هر دو خط را با روش نقطه یابی رسم می‌کنیم.

$۳x + ۲y = ۱$

x	$x = 0$	$3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$
y	$۲y = ۱ \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}$	$y = 0$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ \frac{۱}{۲} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{۱}{۳} \\ ۰ \end{bmatrix}$

$x + ۵y = ۹$

x	$x = 0$	$x = 9$
y	$۵y = ۹ \Rightarrow y = \frac{۹}{۵}$	$y = 0$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ \frac{۹}{۵} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۹ \\ ۰ \end{bmatrix}$



ضعف این روش:

۱) بعضی موارد نقطه برخورد روی اعداد صحصیح نیست و باید بصورت تقریبی جواب را حدس زد. ۲) رسم دقیق دو نقطه وقت گیر می باشد. ۳) جواب معادله اعداد بزرگ یا کوچک باشد عملا با این روش نمی‌توان به جواب دسترسی پیدا کرد.

نکته۱۶) حل به روش حذفی:

I. **هر دو معادله را به شکل** $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ **در می‌آوریم.**(معادلات را قبل از حل تا جاییکه امکان دارد ساده می‌کنیم تا به شکل بالا درآیند.)

II. **ضریب x بالایی را مقابل معادله پایین و برعکس نوشته و یکی را به دلخواه قرینه می‌کنیم؛ و در معادلات ضرب می‌کنیم.**(می‌خواهیم یکی از مجهولات قرینه شوند. با روشهای دیگری هم می‌توان به این هدف رسید.)

III. **دو معادله جدید بدست آمده را با هم جمع می‌کنیم؛ جواب به شکل $my=n$ خواهد بود که جواب $y=\frac{n}{m}$ خواهد بود.**

IV. **یکی از معادلات را انتخاب می‌کنیم** (هر معادله ای که اعداد کوچکتر و اعداد منفی کمتری داشته باشد برای انتخاب مناسب می‌باشد.) **و به جای y مقدار بدست آمده را جاگذاری کرده و x را بدست می‌آوریم.**

مثال۱۴) دستگاه معادله خطی زیر را به روش حذفی حل کنید.

$$\begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix}\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x+5y=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x-2y=-1 \\ 3x+15y=27 \end{cases}$$

$$13y=26 \Rightarrow y=\frac{26}{13}=2 \Rightarrow \boxed{y=2}$$

$x+5y=9 \Rightarrow x+5\times 2=9 \Rightarrow x=9-10=-1 \Rightarrow \boxed{x=-1}$ این معادله را انتخاب می‌کنیم

نکته۱۷) حل به روش جایگزینی:

یکی از معادلات را برحسب x یا y بدست آورده و در معادله دیگر جایگزاری می‌کنیم. یکی از مجهولات بدست می آید و به همین ترتیب مجهول بعدی هم پیدا می‌شود.

مثال۱۵) دستگاه معادله خطی روبرو را به روش جایگزینی حل کنید. $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x+5y=9 \end{cases}$

$x+5y=9 \Rightarrow \boxed{x=9-5y} \Rightarrow 3\boxed{x}+2y=1 \Rightarrow 3(9-5y)+2y=1$ انتخاب

$$\Rightarrow 27-15y+2y=1 \Rightarrow -13y=1-27 \Rightarrow y=\frac{-26}{-13} \Rightarrow \boxed{y=2}$$

$\boxed{x=9-5y}=9-5\times 2=9-10=-1 \Rightarrow \boxed{y=-1}$ انتخاب

Sayinmath.blog.ir خلوتی

سئوالات تکمیلی

۱) الف) معادلات خطی زیر را رسم کنید.

ب) خطوط، محور طولها و عرض‌ها را در چه نقاطی قطع می کند.

ج) آیا نقاط داده شده روی خط قرار دارند.

۱) $y = ۲x\ ;\ \begin{bmatrix}۱\\۴\end{bmatrix}$	۲) $y = ۲x - ۳\ ;\ \begin{bmatrix}-۱\\۴\end{bmatrix}$	۳) $y = -x - ۱\ ;\ \begin{bmatrix}-۱\\۰\end{bmatrix}$
۴) $x = \frac{۱}{۳}\ ;\ \begin{bmatrix}۳\\۴\end{bmatrix}$	۵) $y = \frac{-۲}{۵}x + ۳\ ;\ \begin{bmatrix}-۲۰\\-۳۷\end{bmatrix}$	۶) $y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۴}\ ;\ \begin{bmatrix}۵\\\frac{۱۱}{۴}\end{bmatrix}$
۷) $۲y - ۴x = ۴\ ;\ \begin{bmatrix}۱\\۴\end{bmatrix}$	۸) $y = -۲\ ;\ \begin{bmatrix}-۶\\-۲\end{bmatrix}$	۹) $۳x - ۵y + ۱ = ۰\ ;\ \begin{bmatrix}۰\\۱\end{bmatrix}$

۲) الف) شیب و عرض از مبداء خطوط زیر را مشخص کنید.

ب) با کمک شیب و عرض از مبداء خطوط را رسم کنید.

۱) $y = x - ۳$	۲) $y = \frac{۲}{۳}x - ۳$	۳) $y = -x - \frac{۳}{۲}$
۴) $y = -\frac{۱}{۴}x$	۵) $y = -\frac{۳}{۵}x + ۱$	۶) $۲y + ۳x = ۴$
۷) $-۲y + ۳x = -۶$	۸) $۲x + ۳y + ۳ = ۰$	۹) $۳x = ۳y - ۵$
۱۰) $۲ = y + ۳x$	۱۱) $۲y = ۰$	۱۲) $۳x = ۰$

۳) معادله خطوطی را بنویسیدکه شرایط زیر را داشته باشند. **(حتما قبل از نوشتن معادله خط شیب و عرض از مبداء را مشخص کنید)**

I. شیب آن ۲ و عرض از مبداء آن ۱- باشد.

II. با خط $y = -x - \frac{۳}{۲}$ موازی و عرض ها را در نقطه ۳ قطع کند.

III. با خط $۲y - ۳x = ۵$ موازی و عرض ها را در نقطه ۱۱- قطع کند.

IV. با خط $y = -۷$ موازی و از نقطه $\begin{bmatrix}۰\\۴\end{bmatrix}$ بگذرد.

V. با خط $x = +۲$ موازی و از نقطه $\begin{bmatrix}-۳\\۴\end{bmatrix}$ بگذرد.

Sayinmath.blog.ir خلوتی

VI. با خط $۲y - ۴x + ۳ = ۰$ موازی و از نقطه $\begin{bmatrix} -۳ \\ -۱ \end{bmatrix}$ بگذرد.

VII. شیب آن ۱- و از نقطه $\begin{bmatrix} ۵ \\ -۱ \end{bmatrix}$ بگذرد.

VIII. از نقاط $\begin{bmatrix} ۰ \\ -۱ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ بگذرد.

IX. از نقاط $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ بگذرد.

X. از نقاط $\begin{bmatrix} ۵ \\ -۱ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۵ \\ ۲ \end{bmatrix}$ بگذرد.

XI. از نقاط $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix}$ بگذرد.

۴) حاصل دستگاه معادلات زیر را با روش رسم بدست آورید.

۱) $\begin{cases} x - y = ۳ \\ x + y = ۱ \end{cases}$	۲) $\begin{cases} ۲x - ۳y = -۱ \\ ۴x + y = ۵ \end{cases}$

۵) حاصل معادلات زیر را با روش حذفی بدست آورید.

۱) $\begin{cases} ۲x - y = ۷ \\ ۳x - ۲y = ۲۸ \end{cases}$	۲) $\begin{cases} ۲x + y = -۱ \\ ۳x - ۲y = ۹ \end{cases}$	۳) $\begin{cases} ۴x - y = -۱۰ \\ ۲x + ۳y = ۲ \end{cases}$
۴) $\begin{cases} ۲x + ۳y = -۲ \\ ۳x - ۳y = ۱۲ \end{cases}$	۵) $\begin{cases} ۲x + ۳y = ۱۹ \\ -۲x + ۲y = -۴ \end{cases}$	۶) $\begin{cases} ۳x + ۲y = ۱ \\ ۲x = -۶ \end{cases}$

۷) معادلات زیر را با روش جایگزینی حل کنید.

۸) $\begin{cases} ۲x - y = ۷ \\ ۳x - ۲y = ۲۸ \end{cases}$	۹) $\begin{cases} ۲x + y = -۱ \\ ۳x - ۲y = ۹ \end{cases}$	۱۰) $\begin{cases} ۴x - y = -۱۰ \\ ۲x + ۳y = ۲ \end{cases}$
۱۱) $\begin{cases} ۲x + ۳y = -۲ \\ ۳x - ۳y = ۱۲ \end{cases}$	۱۲) $\begin{cases} ۲x + ۳y = ۱۹ \\ -۲x + ۲y = -۴ \end{cases}$	۱۳) $\begin{cases} ۳x + ۲y = ۱ \\ ۲x = -۶ \end{cases}$

۸) دستگاه معادلات زیر را حل کنید.

۱) $\begin{cases} ۲(۳x + ۲y) = ۲۸ \\ x - ۳y - ۱ = ۰ \end{cases}$	۲) $\begin{cases} ۵y - ۲x - ۱۶ = ۰ \\ ۳x + ۷y - ۵ = ۰ \end{cases}$	۳) $\begin{cases} ۵x - ۴y = ۱۴ \\ x = -۲y \end{cases}$
۳) $\begin{cases} y - ۳ = ۳x \\ ۳x + y = ۲۷ \end{cases}$	۴) $\begin{cases} ۲x - y = ۷ \\ ۳x - ۲y = ۲۸ \end{cases}$	۵) $\begin{cases} \frac{۲x-۱}{۳} - \frac{۵x+۱}{۴} = -۱ \\ ۲x - ۳y = ۱ \end{cases}$

Sayinmath.blog.ir خلوتی

۹) اگر عدد a را نصف کنیم و ۴ واحد از آن کم کنیم، حاصل برابر b می‌باشد. در صورتیکه مجموع دو برابر a با عدد b برابر ۵۶ باشد؛ به کمک دو معادله دو مجهولی مقدار a و b را بدست اورید.

۱۰) m و n را طوری پیدا کنید که تساوی زیر برقرار باشد.

$$۵^{۲m+n-۸} = ۱۷^{m-۳n+۱۰}$$

۱۱) گنجایش یک پارچ و ۴ کاسه ۶ لیتر است و گنجایش ۳ پارچ و ۳ کاسه ۹ لیتر. به کمک دو معادله دو مجهولی گنجایش پارچ و لیوان را بدست آورید.

۱۲) اختلاف سن آیهان و پدرش ۲۸ می با شد و سن پدر آیهان سه برابر سن آیهان هشت سال بیشتر است. باکمک دستگاه معادلات سن آیهان و پدرش را حساب کنید.

۱۳) در یک پارکینک ۳۸ تا موتورسیکلت و ماشین وجود دارد. اگر تعداد چرخها ۱۰۶ تا باشد، با کمک دستگاه معادلات تعداد موتور و ماشین را محاسبه کنید.

۱۴) اگر سن پدر آتیلا سه برابر سن آتیلا با شد و بعد از ده سال سن پدر آتیلا دو برابر سن آتیلا شود. سن پدر و پسر را با تشکیل معادله بدست آورید.

موفق و پیروز باشید.

مدرسه شاهد شاهین دژ

تهیه و تنظیم: خلوتی

Sayinmath.blog.ir خلوتی