

به نام او

باز کن پنجره هارا، که نسیم

روز میلاد اوقاتی هارا

جشن میگیره

و بهار

روی هر شاخه، کنار هر برگ

شمع روشن کرده ست.

فیرون مشیری

- آزمون ساعت ۲۰ شروع میشود و ساعت ۲۲:۲۵ به پایان میرسد (مدت آزمون ۱۴۰+۵ دقیقه)
- هر جواب صحیح ۴ نمره مثبت و هر جواب غلط ۱ نمره منفی دارد
- آزمون برای کرمانی ها جریمه دارد (اگر آزمون ندید قطعا جریمه میشیید ، اگر بد بدید شاید جریمه بشیید)
- به نحوه ارسال پاسخ دقت کنید(در وبلاگ آمده است)
- ۲ سوال ویژه ریاضی ها (۱۴ و ۱۵) و ۲ سوال هم ویژه کامپیوتری ها(۱۱ و ۱۲) آمده که مشخص شده اند. به سوال رشته غیر خودتان پاسخ ندهید(به جایش صفر بگذارید)

با تشکر از همه دوستانی که توی طراحی و اجرای آزمون سهیم بودند
 امیرحمزه خوشنام(۷,۹,۱,۴,۱۰) و امیرحسین عسکری(۱۴,۱۵) و محمد مهدی طاهری
 (۵,۱۲) و حامد شیرزاد(۴,۱۱,۱۰) و حسین وحیدی(۱,۲,۳,۶,۸,۱۳)

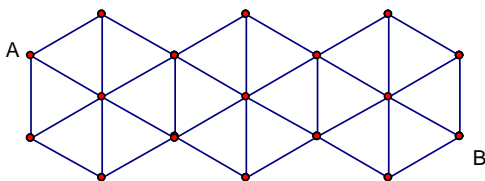
- ۱- پیتر و سکینه ۱۳ کارت با اعداد متفاوت دارند پیتر یک دستگاه دارد که ۱۰ عدد می گیرد و این ۱۰ عدد را مرتب می کند و سکینه دستگاهی دارد که ۳ عدد می گیرد و مرتب می کند هزینه استفاده از دستگاه پیتر ۱۰ و هزینه استفاده از دستگاه سکینه ۳ است، کمترین هزینه چقدر است اگر بخواهیم ۱۳ کارت را فقط با این دو دستگاه مرتب کنیم؟

(۱) ۳۰ (۲) ۲۹ (۳) ۴۰ (۴) ۳۲ (۵) ۲۸

- ۲- اعداد ۰ تا ۱۳۹۳ را پشت سر هم می نویسیم و ۴۰۰ تا ۱ اول را پاک می کنیم و سپس ۲۰ تا ۲ اول را پاک می کنیم، حال در ترتیب جدید ۴۰ امین ۵ در چه جایگاهی است؟
(مثال) ۰۱۲۳۴۵ را در نظر بگیرید ۵ در جایگاه ۶ و بعد از عملیات ۵ در جایگاه ۴ خواهد بود.

(۱) ۴۷۸ (۲) ۳۲۲ (۳) ۵۸ (۴) ۲۹۴ (۵) ۳۴۷

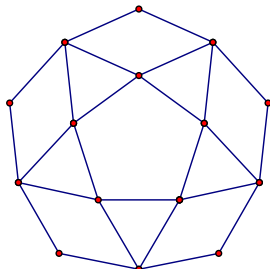
- ۳- شخصی در نقطه A قرار دارد و در هر حرکت می تواند به یکی از راس های مجاور برود به شرطی که طول کوتاه ترین مسیرش به B در حالت جدید دقیقاً یک واحد (یک یال) کمتر یا برابر با طول کوتاه ترین مسیر به B در حالت قبل باشد.



(۱) ۳۸۴۰ (۲) ۱۳
(۳) ۳۰۷۲ (۴) ۴۰
(۵) ۳۳۷۵

- ۴- در یکی از روز های گرم زمستانی به طور کاملاً ناگهانی و غیر قابل باوری باران شروع به باریدن کرده است در این هنگام آقا محمد معلم باحال ورزش به دلیل باران بچه ها را به داخل کلاس آورد و بچه ها را با لطیفه و داستان سرگرم می کرد. محمد که خیلی مرد باهوش و باذکواتی بود و جبر زمانه باعث شده بود نتواند به مراتب بالاتری از معلم ورزش بودن برسد (هر چند معلم ورزش بودن بسیار شغل دوست داشتنی است)

خلاصه آمد روی تخته شکل زیر را کشید و به بچه ها گفت
فرض کنید سه رنگ صورتی، قرمز و گلبه ای داریم به چند طریق می توان راس های شکل زیر را رنگ کرد به گونه ای که هیچ دو راس مجاور هم رنگ نباشند.



(۱) ۱۰۰ (۲) ۹۰
(۳) ۶۰ (۴) ۳۰

۱۲۰ (۵)

۵- ۱۰۱ ظرف با تعدادی هندوانه در هر یک داریم. در هر مرحله می توانیم دو ظرف را انتخاب کنیم و یا یک هندوانه به هر دو ظرف اضافه کنیم یا یک هندوانه از هر دو ظرف کم کنیم. هدف این است که ظرف ها را به ترتیب از یک تا ۱۰۱ از سمت چپ شماره گذاری کنیم و در هر ظرف به اندازه شماره اش هندوانه قرار گیرد. در چند تا از حالات اولیه ظروف در شکل های زیر می توان به حالت مطلوب یک تا ۱۰۱ رسید؟

ظرف ۱	ظرف ۲	ظرف ۳	ظرف ۴	ظرف ۱۰۱	
۱۰۱	۱۰۰	۹۹	۹۸	۱	الف
۱۰۰	۱۰۱	۱۰۰	۱۰۱	۱۰۰	ب
۱	۱	۱	۱	۱	ج
۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	د

پیتز در یک روز برفی میخواست برای خود روی برف ها بازی کند لذا تصمیم گرفت بر خلاف بقیه که به کار های لوسی از قبیل زدن برف به یکدیگر و درست کردن آدم برفی ... ابتدا یک خر برفی خوشگل برای خودش درست کرد و سپس تصمیم گرفت برای خود رد پا بازی انجام دهد (یعنی در برف راه برود و باتوجه به توضیحات قبل در برف رد پایش میماند و از این کار لذت می برد) بعد از مدتی به سر جای اول خود رسید پس رد پا هایش مانند یک دور شدند ... حالا میخواست رد پای جدیدی ایجاد نشود به همین دلیل سعی میکرد جوری حرکت کند که بیرون از رد پا های قبلی پا نگذارد... در همین هنگام sekina سر کله اش پیدا شد و بعد از دیدن پیتز در این حال برایش سوال هایی بوجود آمد که از قرار زیر بودند. (در سوال های زیر فرض کنید رد پا ها دور دایره هستند و از شماره ۰ تا ۱- n شماره گذاری شده اند)

۶- چند گزاره زیر صحیح است ؟

الف- اگر تعداد رد پاها ۱۵ تا باشد و تو بتوانی در هر حرکت یا ۳ رد پا یا ۵ رد پا به جلو بروی میتوانی جوری حرکت کنی که روی هر رد پا حداقل ۱ بار آمده باشی (یعنی اگر پیتز در رد پای شماره ۰ باشد در مرحله بعد در رد پای شماره ۳ یا ۵ است.)

ب- اگر تعداد رد پا ها ۵۱ باشد و تو در هرگام نمیتوانی فقط ۷ رد پا به جلو بپری ، سپس میتوانی همه رد پا هارا جوری طی کنی که روی هر کدام حداقل ۱ بار آمده باشی (اگر ابتدا در رد پا ۰ باشد در مرحله بعد در رد پا ۷ است)

ج - اگر تعداد رد پا ها ۴۵ باشد و تو بتوانی در هر گام ۲۱ ردپا به جلو بروی میتوانی همه ردپا هارا به گونه ای طی کنی که روی هر ردپا حداقل ۱ بار آمده باشی .

د - اگر تعداد رد پا ها ۵۲ باشد و تو در هرگام بتوانی یا ۱۲ ردپا یا ۳ رد پا به جلو بپری ، سپس میتوانی همه ردپاها را جوری طی کنی که روی هرکدام حداقل ۱ بار آمده باشی.

۱(۱) ۲(۲) ۰(۳) ۴(۴) ۳(۵)

۷- سوال دیگری که برای sekina بوجود آمده این است که در صورتی که تعداد رد پا ها ۵۱ تا باشد و تو بتوانی در هر گام ۷ رد پا به جلو بیایی (به جلو یعنی در جهت زیاد شدن شماره های رد پا حرکت کنی و فرض میکنیم بعد از اینکه ۱ دور زدیم ردپای شماره ۰ از ۵۰ بیشتر است) آخرین رد پایی که در آن پا میگذاره شماره چنداست؟

۶(۱) ۱(۲) ۵۰(۳) ۴۸(۴) ۵(نمیتواند همه خانه هارا طی کند)

۸- مجموعه $W = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ را در نظر بگیرید. ۳ مجموعه A, B, C را به گونه ای انتخاب میکنیم که $A \cap B \cap C = A$. این ۳ مجموعه را به چند طریق میتوان انتخاب کرد؟

۱) 5^{10} ۲) 6^{10} ۳) 10^6 ۴) 10^9 ۵) 7^{10}

۹- روزی پیتر بر روی تبلت جدیدش بازی ریخته بود ... بازی به این شکل بود که بر روی صفحه تبلت تعدادی عدد نمایان میشد و بالای آن هدف مورد نظر را گذاشته بودند (یعنی از این اعداد اولیه که همواره همه آنها ۰ بودند به آن اعدادی که به عنوان هدف بودند برسیم) پیتر برای انجام این کار ۲ راه داشت .

-یا دستش را روی یکی از اعداد بزند که در این حالت به همان عدد ۱ واحد اضافه میشد و در عین حال یک سکه از دارایی او کم میشد.

- یا دستش را روی دکمه گوشه صفحه بگذارد که در این صورت همه اعداد در ۳ ضرب میشدند و باز هم ۱ سکه از دارایی او کم میشد.

اگر دنباله اولیه (یا اعداد اولیه ای که بر روی تابلت نمایان میشدند) این باشند: $\langle 0,0,0,0,0,0 \rangle$ و دنباله هدف این باشد: $\langle 14,3,30,25,15,10 \rangle$ او باید حداقل چند سکه در دارایی خود داشته باشد تا بتواند از سد این مرحله هم بگذرد.

الف) ۲۰ ب) ۳۵ د) ۱۹ د) ۲۱ ه) ۳۳

۱۰- برای رسیدن از خونه "آ" به خونه "ب" چند راه وجود دارد به صورتی که بتوانیم به راست -چپ و بالا حرکت کنیم و از هر خونه حداکثر ۱ بار عبور کرده باشیم و از خانه های سیاه نیز عبور نکنیم.

	ب				
آ					

۱) ۹۰۰ ۲) ۹۳۶ ۳) ۱۱۵۰ ۴) ۱۰۴۰ ۵) ۸۶۸

۱۱- (فقط کامپیوتر) الگوریتم زیر را در نظر بگیرید:

```

procedure bubbleSortGraph()
  build a graph G with n vertices and  $\bullet$  edges
  repeat
    swapped = false
    for i = ۱ to n - ۱ inclusive do:
      if a[i] > a[i + ۱] then
        add an undirected edge in G between a[i] and a[i + ۱]
        swap( a[i], a[i + ۱] )
        swapped = true
      end if
    end for
  until not swapped
  /* repeat the algorithm as long as swapped value is true. */
end procedure

```

که این الگوریتم یک آرایه از اعداد می‌گیرد و آن‌ها را با کمک الگوریتم bubble sort مرتب می‌کند و یک گراف برای این مرتب‌سازی ایجاد می‌کند.

حالا برای آرایه زیر بزرگترین مجموعه مستقل (مجموعه از راس‌ها که از هیچ‌یک به راس دیگر در آن گروه یالی وجود ندارد) در گراف متناظر چند است؟

۱۰.

۱, ۹, ۸, ۱۰, ۲, ۳, ۴, ۶, ۵, ۷

۸ (۵)

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

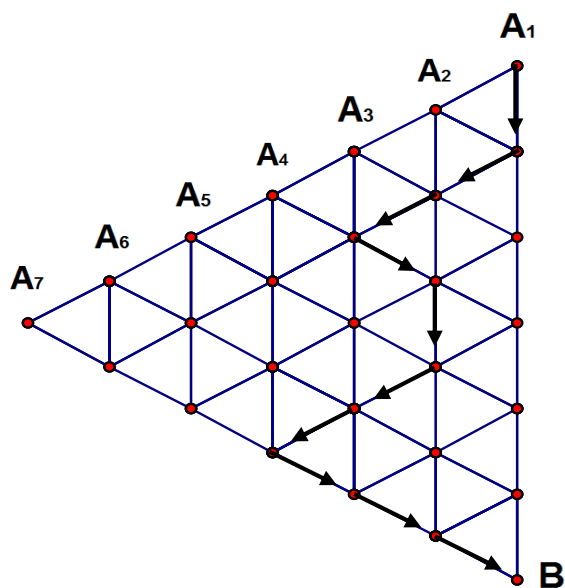
۴ (۱)

۱۲- (فقط کامپیوتر) شبکه‌ی آبرسانی ۷ تایی زیر را در نظر بگیرید. که نقطه‌ها مقسم و خط‌ها لوله‌ها می‌باشند همچنین تمام مقسم‌های A_1, A_2, \dots, A_7 منبع می‌باشند و می‌توانیم داخل آن‌ها آب بریزیم اما نمی‌توانیم در هیچ‌کدام از سایر مقسم‌ها آب بریزیم. اگر مقداری آب وارد یکی از مقسم‌ها شود با توجه به این که جاذبه وجود دارد از هر مقسم آب فقط می‌تواند به لوله‌های متصل به آن مقسم برود که آب را به سمت پایین جاری می‌کنند.

(راهنمایی: برای کشیدن شکل روی کاغذ یک مثلث متساوی‌الاضلاع بکشید هر ضلع آن را به ۶ قسمت مساوی تقسیم کنید و ۵ نقطه روی هر ضلع بکشید حال هر دو ضلع مجاور را در نظر بگیرید و و نقطه‌ها را از راس مشترک آن‌ها به ترتیب از یک تا پنج شماره‌گذاری کنید و نقطه‌های هم

شماره را با یک خط به یکدیگر وصل کنید. حال یک خط فرضی در فضا در نظر بگیرید که از مرکز هر دو چشمتان عبور کند و نام این خط را A فرض کنید صفحه ای که شبکه را روی آن رسم کرده اید طوری بچرخانید که یکی از ضلع های مثلث بر خط A عمود باشد و ...)

حال مقداری نامتناهی آب در منبع A_1 این شبکه می ریزیم. چند مسیر مختلف برای رسیدن آب از



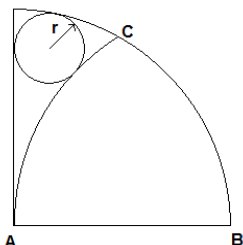
این منبع به مخزن B وجود دارد؟ (یکی از مسیر ها در شکل نشان داده شده است.)

۱) ۱۶۴۶ (۲) ۱۷۱۴ (۳) ۵۱۶ (۴) ۲^{۱۴} (۵) ۱۸۰۶

۱۳- پاسخ این سوال را مشخص کنید.

۱) جواب این سوال (۲) جواب سوال پایینی (۳) گزینه ۱ (۴) خودت خوبی؟ (۵) گزینه او ۳

۱۴- (فقط ریاضی) اگر شعاع ربع دایره برابر با a باشد و AC کمانی به مرکز B باشد شعاع r دایره کوچک چه قدر است؟



(۱) $\frac{\sqrt{a^2+1}}{6}$
 (۲) $\frac{a}{6}$
 (۳) $\frac{5}{24}a$
 (۴) $\frac{5}{24}\sqrt{a^2+1}$

(۵) هیچکدام

۱۵- (فقط ریاضی) حاصل $A+B$ چیست؟ (در A و B متناوبا تکرار شده اند و در B و A متناوبا تکرار شده اند.)

(۱) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}-1$
 (۲) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}-1$
 (۳) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}-1$
 (۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
 (۵) A و B به مفهوم عدد حقیقی تعریف نشده اند.

$$A = \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}}}$$

$$B = \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}}}$$

سعی کنید موفق باشید

