

به نام خدا

مدارهای منطقی

ساده کردن توابع دودویی

ساده کردن توابع دودویی

هدف از ساده کردن توابع، به دست آوردن عبارتی است که از نظر ارزشی با عبارت اولیه برابر باشد ولی عملوندها و عملگرهای کمتری داشته باشد.

روشهای ساده کردن توابع دودویی:

- ۱- استفاده از اصول و تئوریهای جبر بول
- ۲- استفاده از جدول کارنو
- ۳- استفاده از روش جدول بندی (جدول مک کلاسی)

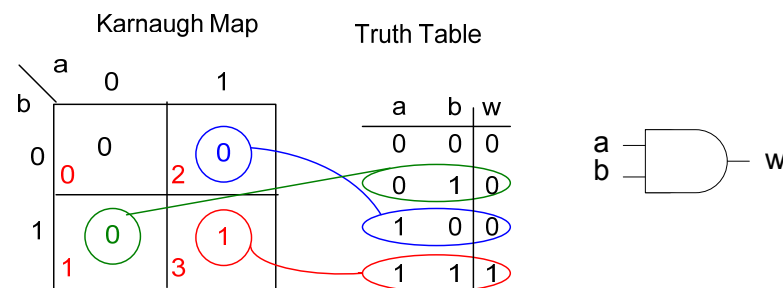
استفاده از اصول و تئوریهای جبر بول

$$\begin{aligned}f(a,b) &= a + a \cdot b \\&= a \cdot 1 + a \cdot b \\&= a \cdot (1 + b) \\&= a \cdot 1 \\&= a\end{aligned}$$

مثال:

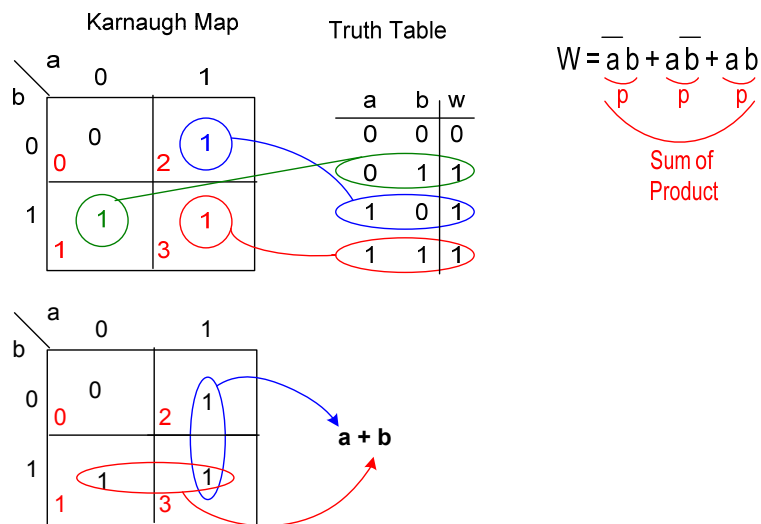
$$\begin{aligned}f(x,y,z) &= y' + xy'z + xy'z' \\&= y' + xy'(z + z') \\&= y' + xy' \\&= y' \cdot (1 + x) \\&= y'\end{aligned}$$

استفاده از جدول کارنو



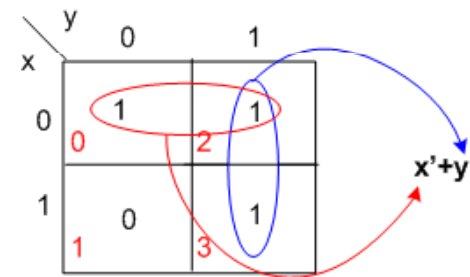
مهمترین خاصیت جدول کارنو اینست هر خانه جدول با خانه های مجاور فقط در مقدار یک متغیر اختلاف دارند.

جدول کارنو (ادامه)



جدول کارنو (ادامه)

$$f(x, y) = x'y' + y$$



جدول کارنو (ادامه)

جدول کارنو برای ۳ متغیر

a \ bc	00	01	11	10
0	0	4		
1	1	5		
2	3	7		
6	2	6		

ab \ c	00	01	11	10
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

جدول کارنو (ادامه)

ab \ c	00	01	11	10
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

$$w(a, b, c) = \sum m(1, 3, 4, 5)$$

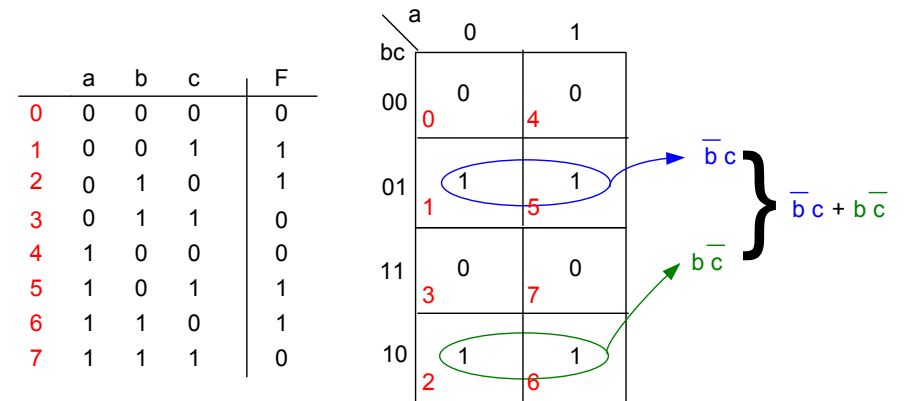
ab \ c	00	01	11	10
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

$$w = \sum m(1, 2, 3, 5, 6, 7)$$

$$w = \prod M(0, 4) = (a + b + c) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c})$$

جدول کارنو (ادامه)

مثال:



جدول کارنو (ادامه)

نکاتی در مورد ساده کردن توابع با جدول کارنو:

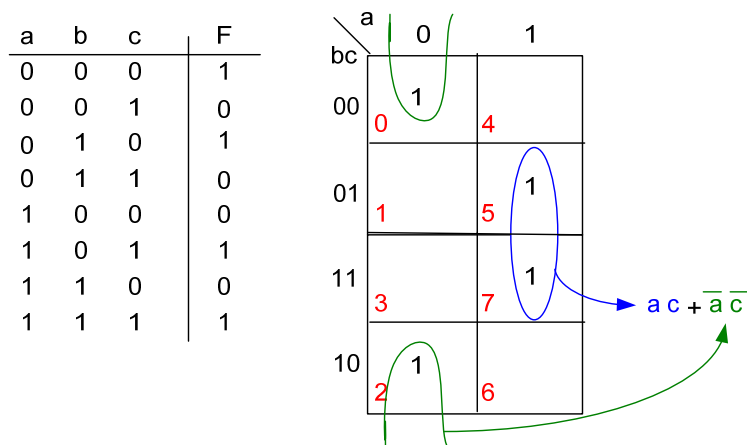
- ۱- یک های مجاور را می توان با هم در یک گروه در نظر گرفت.
- ۲- برای نوشتن عبارت ساده شده متناظر با هر گروه باید دقت شود که در آن گروه چه متغیرهایی ثابت مانده اند.
- ۳- تعداد یک های هر گروه باید توانی از ۲ باشد. (۱ و ۲ و ۴ و ...)
- ۴- تعداد یک های هر گروه باید تا حد امکان بیشتر باشد.
- ۵- تعداد گروه ها باید تا حد امکان کمتر باشد.
- ۶- ممکن است برخی از یک ها در چند گروه ظاهر شوند.

جدول کارنو (ادامه)

- جدول کارنو برای ۴ متغیر

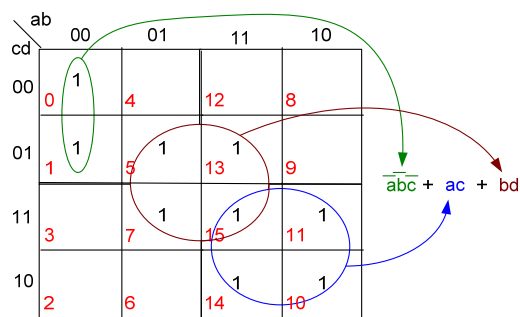
ab	00	01	11	10
cd				
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

مثال:



جدول کارنو (ادامه)

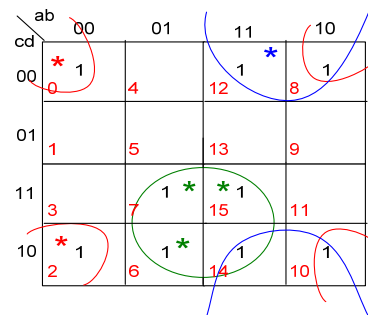
مثال: $f(a,b,c,d) = \sum m(0,1,5,7,10,11,13,14,15)$



$$f(a,b,c,d) = a'b'c' + ac + bd$$

جدول کارنو (ادامه)

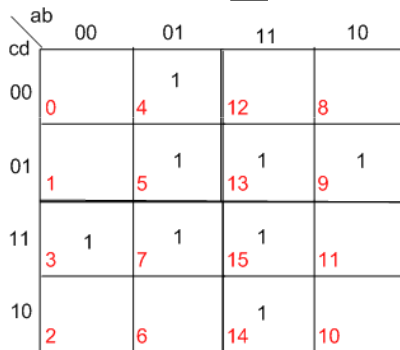
مثال: $f(a,b,c,d) = a'b'c'd' + cd' + bcd + ac'd'$



$$f(a,b,c,d) = b'd' + bc + ad'$$

جدول کارنو (ادامه)

مثال: $f(a,b,c,d) = \sum m(3,4,5,7,9,13,14,15)$



$$f(a,b,c,d) = a'bc' + a'cd + abc + ac'd$$

جدول کارنو (ادامه)

حالت‌های بی اهمیت (Don't Care)

به حالت‌هایی که خروجی مدار در آن حالت‌ها اهمیت ندارد و حالت‌هایی که اصلاً در ورودی ایجاد نمی‌شوند حالت‌های بی اهمیت گفته می‌شود.

در جدول کارنو حالت‌های بی اهمیت را با X نشان می‌دهیم و می‌توانیم آنها را صفر یا یک در نظر بگیریم.

اگر Don't Care ها در ساده تر شدن عبارات مؤثر باشند آنها را یک در نظر می‌گیریم و در غیر اینصورت صفر.

جدول کارنو (ادامه)

مثال برای حالت‌های بی اهمیت

$$f(a,b,c,d) = \sum m(0,2,3,10,15) + \sum D(7,8,11,12,13)$$

مبدل BCD به 7-Segment

روش جدول بندی (جدول مک کلاسی)

$$f(a,b,c,d) = \sum m(1,2,4,5,6,7,9,11,15)$$

	a b c d			a b c d			a b c d
1	0 0 0 1	*	(1,5)	0 - 0 1		(4,5,6,7)	0 1 - -
2	0 0 1 0	*	(1,9)	- 0 0 1		(4,6,5,7)	0 1 - -
4	0 1 0 0	*	(2,6)	0 - 1 0			
5	0 1 0 1	*	(4,5)	0 1 0 -	*		
6	0 1 1 0	*	(4,6)	0 1 - 0	*		
9	1 0 0 1	*	(5,7)	0 1 - 1	*		
7	0 1 1 1	*	(6,7)	0 1 1 -	*		
11	1 0 1 1	*	(9,11)	1 0 - 1			
15	1 1 1 1	*	(7,15)	- 1 1 1			
			(11,15)	1 - 1 1			

انتخاب‌های اول:

$$\begin{aligned} a'c'd & ab'd \\ b'c'd & bcd \\ a'cd' & acd \\ a'b & \end{aligned}$$

روش جدول بندی (ادامه)

	۱	۲	۴	۵	۶	۷	۹	۱۱	۱۵
$a'c'd$	*			*					
$b'c'd$	*						*		
$a'cd'$		*			*				
$ab'd$							*	*	
bcd						*			*
acd								*	*
$a'b$			*	*	*	*			

$$f(a,b,c,d) = a'cd' + a'b + b'c'd + acd$$

روش جدول بندی (ادامه)

اگر در تابعی Don't Care وجود داشته باشد، برای ساده کردن آن Don't Care ها را در جدول اول در نظر گرفته و انتخاب‌های اول را به دست می آوریم . ولی در جدول دوم Don't Care ها را وارد نمی کنیم.

چند نکته:

۱- پیاده سازی توابع فقط با گیت‌های NAND (و NOR)

۲- خاصیت شرکت پذیری گیت‌ها

۳- تمرین