

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	سئولان امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی: رشته: ریاضی- فیزیک		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

سوالات فصل اول

۱	ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x+1 & y+2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مقادیر x و y را به دست آورید.	۰/۵
۲	ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ معرفی شده است، مقدار k را طوری پیدا کنید که رابطه $k kA = 625$ برقرار باشد.	۱/۲۵
۳	در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A را به دست آورید.	۱/۲۵
۴	اگر $A = \begin{bmatrix} A & 0 & 1 \\ 1 & A & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A $ را بیابید.	۱

سوالات فصل دوم

۵	الف) مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند، آن زاویه است. ب) <u>بیضی</u> مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست - نادرست)	۰/۵
۶	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن بوده و بر خط $-3x - y = 0$ مماس باشد.	۰/۷۵
۷	مقدار C را چنان بیابید که دایره $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$ بر دایره $x^2 + 2y + C = 0$ مماس بیرون باشد.	۱/۷۵
۸	در شکل روبرو دو نقطه A و B روی بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارند. اگر $AF' = BF$ و همچنین $AF = BF'$ یکدیگر را درون بیضی در نقطه‌ای مانند M قطع کنند، نشان دهید: مثلث $MF'F$ متساوی الساقین است و M روی قطر کوچک بیضی قرار دارد.	۱/۵
۹	در شکل روبرو نقطه M روی بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارد، به طوری که $MF = 8$ و $MF' = 6$. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{7}$ باشد، اندازه <u>نصف قطر کوچک</u> بیضی را به دست آورید.	۱/۲۵
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	سئولان امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی: رشته: ریاضی- فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانشآموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	سهمی با رأس A و کانون F(۱,-۲) مفروض است. معادله سهمی و خط هادی آن را بنویسید.	۱/۵
۱۱	اگر اندازه گودی(عمق) یک دیش مخابراتی دو برابر شود، فاصله کانونی این دیش چه تغییری می کند؟ (با ارائه راه حل)	۰/۷۵
سوالات فصل سوم		
۱۲	شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $x^2 + y^2 - 2x < 0$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.	۰/۷۵
۱۳	<p>الف) در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ خطی موازی محور است.</p> <p>ب) حاصل عبارت $\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j})$ برابر صفر است. (درست - نادرست)</p> <p>پ) زاویه بین بردارهای غیر صفر \vec{a} و \vec{b}، برابر θ است. در کدامیک از موارد زیر حاصل ضرب داخلی آنها بیشترین مقدار را دارد.</p> $\theta = \frac{\pi}{3} \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad \theta = \frac{2\pi}{3} \quad \theta = 0$ <p>ت) کدامیک از بردارهای زیر، بر راستای دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود نیست.</p> <p>$\vec{b} \times \frac{\sqrt{2}}{5} \vec{a}$ (۴) $2\vec{a} + 3\vec{b}$ (۳) $\vec{a} \times \vec{b}$ (۲) $\sqrt{3}\vec{a} \times (-\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{b})$ (۱)</p>	۱/۵
۱۴	نقطه A به ارتفاع ۳ روی محور Z ها و نقطه B(۱,۰,۰) در فضا مفروض اند. فاصله مختصات وسط AB تا مبدأ مختصات را حساب کنید.	۰/۷۵
۱۵	<p>نشان دهید: تصویر قائم بردار \vec{a} روی بردار \vec{b} برابر $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$ است.</p>	۱/۲۵
۱۶	بردارهای $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ و $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$ بر سه یال یک متوازی السطوح منطبق هستند. اگر قاعده این متوازی السطوح توسط بردارهای \vec{b} و \vec{c} تولید شود، اندازه ارتفاع وارد بر این وجه را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۷	زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۸	بردار $\vec{b} = (4, -4, 2)$ مفروض است. بردار \vec{b} <u>غیرهمجهت</u> با \vec{a} و به طول ۱۲ را طوری بیابید که $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ باشد.	۱/۲۵
۲۰	موفق و سر بلند باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$x = 2 \quad (0 / 25) , \quad y = -1 \quad (0 / 25)$	۰/۵
۲	$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0 / 25) \Rightarrow A = 1 \quad (0 / 25)$ $k kA = k \underbrace{(k^3 A)}_{(0 / 25)} = k^4 \times 1 = 625 \Rightarrow k = \pm 5 \quad (0 / 25)$	۱/۲۵
۳	$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$ $A = \underbrace{\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}^{-1}}_{(0 / 25)} \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{(0 / 5)} = \frac{1}{15-14} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}}_{(0 / 5)} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix} \quad (0 / 5)$	۱/۲۵
۴	$ A = A (A - 2) + 1(2) \Rightarrow A ^2 - 3 A + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \quad (0 / 5) \\ A = 2 \quad (0 / 5) \end{cases}$	۱
۵	الف) نیمساز $(0 / 25)$ ب) نادرست $(0 / 25)$ ص ۵۱ ص ۳۹	۰/۵
۶	روش اول: $OH = \sqrt{1^2 + 3^2} = 4 \quad (0 / 25) , \quad OH = R \quad (0 / 25) , \quad (x-1)^2 + y^2 = 16 \quad (0 / 25)$ روش دوم: با استفاده از رسم شکل و پیدا کردن شعاع (۵ نمره) و نوشتن معادله دایره (۰/۲۵)	۰/۷۵
۷	$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2 \Rightarrow O'(-1, 1) , \quad r' = \sqrt{2} \quad (0 / 5)$ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2 - c \Rightarrow O(1, -1) , \quad r = \sqrt{2-c} \quad (0 / 5)$ $OO' = 2\sqrt{2} \quad (0 / 25)$ $OO' = r + r' \xrightarrow{(0 / 25)} 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2-c} \Rightarrow c = 0 \quad (0 / 25)$	۱/۷۵
« ادامه در صفحه دوم »		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>نقاط A و B روی بیضی قرار دارد، با توجه به تعریف بیضی:</p> $\underbrace{AF + AF'}_{(۰/۲۵)} = ۲a = \underbrace{BF + BF'}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{AF=BF} AF = BF' \quad (۰/۲۵)$ <p>دو مثلث AFF' و BFF' بنا به حالت $(AF=BF', AF'=BF, FF'=FF')$ برابری سه ضلع همنهشت هستند $(۰/۵)$، نتیجه دو زاویه $\hat{AFF}' = \hat{BFF}'$ متساوی الساقین است و $MF = MF'$ $(۰/۲۵)$، $MFF' = BFF'$ متساوی الساقین است و M روی عمود منصف پاره خط AFF' (قطر کوچک بیضی) است. $(۰/۲۵)$</p>	۱/۵
۹	<p>نقطه M روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی:</p> $MF + MF' = ۲a = ۱۴ \Rightarrow a = ۷ \quad (۰/۵)$ $\frac{c}{a} = \frac{۱}{۷} \xrightarrow{a=۷} c = ۱ \quad (۰/۲۵)$ $a^r = b^r + c^r \xrightarrow{(۰/۲۵)} b = ۴\sqrt{۳} \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۰	<p>با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی قائم و دهانه آن به سمت پایین می‌باشد. $(۰/۲۵)$</p> <p>فاصله کانونی سهمی برابر با $a = AF = ۴$ است. $(۰/۲۵)$</p> <p>معادله آن برابر است با: $(x-1)^2 = -۱۶(y-2)$ $(۰/۵)$</p> <p>معادله خط هادی سهمی $y = 6$ است $(۰/۵)$</p>	۱/۵
۱۱	<p>نصف می‌شود $(۰/۲۵)$ ص ۵۹</p> $\frac{a'}{a} = \frac{\frac{b^r}{4(2h)}}{\frac{b^r}{4h}} = \frac{1}{2} \quad (۰/۵)$	۰/۷۵
۱۲	<p>رسم نمودار سهمی $(۰/۰)$، رسم خط‌چین $(۰/۲۵)$، مشخص کردن ناحیه محصور $(۰/۲۵)$</p> <p>ص ۶۳</p>	۰/۷۵

«ادامه در صفحه سوم»

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	الف) Z ها (۰/۵) ص ۶۷ ب) درست (۰/۵) ص ۸۱ پ) گزینه ۱ (۰/۲۵) ص ۸۰ و ۸۱ ت) گزینه ۳ (۰/۲۵) ص ۸۲ و ۸۱	۱/۵
۱۴	مختصات نقطه $M\left(\frac{1}{2}, 0, 2\right)$ و فاصله تا مبدأ مختصات $A(0, 0, 3)$ برابر با $\frac{\sqrt{17}}{2}$ است . ص ۶۶	۰/۷۵
۱۵	روش اول: بردار \vec{a}' با بردار \vec{b} موازی است، $\vec{a}' = k\vec{b}$ $(\vec{a} - \vec{a}') \perp \vec{b} \Rightarrow (\vec{a} - \vec{a}') \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} - (k\vec{b}) \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow k = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \Rightarrow \vec{a}' = k\vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$ $\cos \theta = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{a} } \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a} \cos \theta$ $\vec{a}' = k\vec{b} \Rightarrow \vec{a}' = k \vec{b} \Rightarrow k = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{b} } = \frac{ \vec{a} \cos \theta}{ \vec{b} } = \frac{ \vec{b} \vec{a} \cos \theta}{ \vec{b} ^2} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \xrightarrow{\vec{a}' = k\vec{b}} \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$	۱/۲۵
۱۶	حجم متوازی السطوح برابر با حاصل ضرب ارتفاع در مساحت قاعده است (۰/۲۵) $ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (1, 1, 0) \cdot (1, 1, -1) = 2$ مساحت قاعده این متوازی السطوح که توسط بردار های \vec{b} و \vec{c} تولید می شود برابر با: $ \vec{b} \times \vec{c} = \sqrt{3}$ است (۰/۲۵) $h = \frac{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }{ \vec{b} \times \vec{c} } = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (۰/۲۵) در نتیجه :	۱/۲۵

«ادامه در صفحه چهارم»

با اسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
دانشآموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۷	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \xrightarrow{(۰/۲۵)} ۳ = ۳\sqrt{۳} \cos \theta \xrightarrow{(۰/۵)} \cos \theta = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \theta = ۴۵^\circ (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۸	ص ۸۲ $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \parallel \vec{a} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \vec{b} = (4k, -4k, 2k) (۰/۲۵)$ $ \vec{b} = 6 k = 12 \xrightarrow{(۰/۲۵)} k = \pm 2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} k = -2 \Rightarrow \vec{b} = (-8, 8, -4) (۰/۲۵)$	۱/۲۵
	"پیروز باشید"	۲۰