

# امتحان میان نرَم ریاضیات مهندسی

(نیمسال اول ۹۳-۹۴)

نام و نام خانوادگی :

شماره دانشجویی :

تاریخ امتحان : ۹۳/۹/۱۹

مدت امتحان : ۱۸۰ دقیقه

(۸/۵ تا ۱۱/۵)

استفاده از ماشین حساب در امتحان ممنوع می‌باشد.

۱- سوال اول دارای ۳ بخش و ۱۰ نمره است.

**الف)** سری فوریه کسینوسی تابع  $f(x)$  که به صورت زیر تعریف شده است را بنویسید. (۲/۵ نمره)

$$f(x) = x, \quad 0 < x < 2$$

سپس با استفاده از همگرایی سری فوریه در نقطه  $x=0$  مقدار سری  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$  را حساب کنید. (۱ نمره)

**ب)** انتگرال فوریه تابع  $g(x)$  که به صورت زیر تعریف شده است را محاسبه کنید. (۲/۵ نمره)

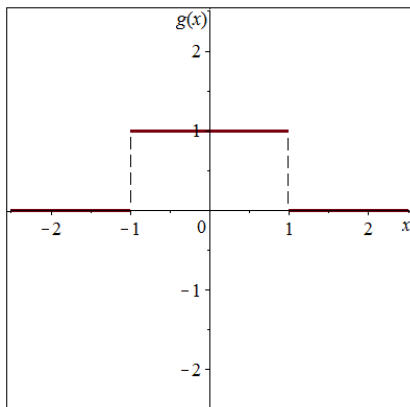
$$g(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$$

سپس با استفاده از همگرایی انتگرال فوریه در نقطه  $x=0$  مقدار انتگرال  $\int_0^{\infty} \frac{\sin \omega}{\omega} d\omega$  را حساب کنید. (۱ نمره)

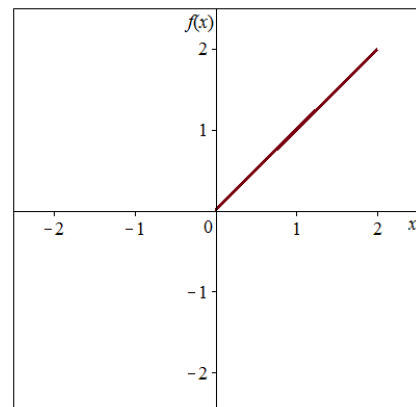
**ج)** تبدیل فوریه تابع  $e^{-a|x|}$  را بدست آورید. ( $a > 0$ ) (۲ نمره)

سپس با استفاده از رابطه  $\cos(bx) = \frac{e^{ibx} + e^{-ibx}}{2}$  و خواص تبدیل فوریه، تبدیل فوریه تابع  $\cos(bx)e^{-a|x|}$  را

محاسبه نمایید. ( $b > 0$ ) (۱ نمره)



شکل مربوط به قسمت «ب»



شکل مربوط به قسمت «الف»

# امتحان میان نرَم ریاضیات مهندسی

(نیمسال اول ۹۳-۹۴)

تاریخ امتحان: ۹۳/۹/۱۹

نام و نام خانوادگی:

مدت امتحان: ۱۸۰ دقیقه

شماره دانشجویی:

(۸/۵ تا ۱۱/۵)

استفاده از ماشین حساب در امتحان ممنوع می‌باشد.

۲- سوال دوم دارای ۵ بخش و ۱۰ نمره است.

الف) مرتبه، درجه و خطی یا غیرخطی بودن معادلات مشتقات جزئی زیر را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)

$$۱) \frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(x, t)$$

$$۲) x \frac{\partial^3 u}{\partial y^2 \partial x} = y^3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(x, y)$$

$$۳) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 = 1, \quad \varphi(x, y)$$

ب) معادله مشتقات جزئی زیر را به روش مستقیم حل کنید. (۱/۵ نمره)

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \cos(x) y$$

$$\begin{cases} z(x, 0) = x^2 \\ z\left(\frac{\pi}{2}, y\right) = \cos(y) \end{cases}$$

ج) معادله مشتقات جزئی زیر را به روش جداسازی متغیرها حل کنید. (۲/۵ نمره)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 4 \frac{\partial u}{\partial y}, \quad u(0, y) = 8e^{-3y}$$

د) با استفاده از روش مشخصه‌ها ابتدا نوع معادله  $25 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  را مشخص کنید و سپس تغییر متغیرهای

لازم را برای حل معادله بدست آورید. (۲ نمره)

ه) معادله انتقال حرارت زیر را به روش تبدیل لاپلاس حل کنید. (۲/۵ نمره)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (0, \pi)$$

$$\begin{cases} u(0, t) = 0 \\ u(\pi, t) = 0 \end{cases}, \quad u(x, 0) = \sin(x)$$

و) معادله قسمت (د) سوال دوم را با استفاده از تغییر متغیرهای بدست آمده و شرایط زیر به طور کامل حل

$$\begin{cases} u(0, y) = 0 \\ u(\pi, y) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u(x, 0) = \sin(2x) \\ u_y(x, 0) = 0 \end{cases}$$

کنید. (۲ نمره)