

جذر عبارت مربع کامل

اثبات از طریق اتحادها

دکتر یوسف کوه‌مسکن

ریاضی ۱۹م



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



@AvaEducation16



@AvaEducation16

توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت 💡 نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 - بسیار ساده جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات 🧐
 - ساده جهت تثبیت مطالب 🧐
 - متوسط جهت تمرین بیشتر مطالب 🧐
 - سخت جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص 🧐

۱ مسئله

تساوی زیر را اثبات کنید.

$$\sqrt{\frac{a^4 + b^4 + (a+b)^4}{2}} = (a+b)^2 - ab$$

۲ روش حل مسئله

پاسخ: برای حل این مسئله از اتحادها استفاده خواهد شد. همچنین نکته زیر در این زمینه کمک خواهد کرد.

$$u^2 + v^2 = (u+v)^2 - 2uv \quad \text{💡}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^4 + b^4 + (a+b)^4}{2} &= \frac{(a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 + (a+b)^4}{2} \\ &= \frac{\left((a+b)^2 - 2ab\right)^2 - 2a^2b^2 + (a+b)^4}{2} \\ &= \frac{(a+b)^4 - 4ab(a+b)^2 + 4a^2b^2 - 2a^2b^2 + (a+b)^4}{2} \\ &= \frac{2(a+b)^4 - 4ab(a+b)^2 + 2a^2b^2}{2} \\ &= (a+b)^4 - 2ab(a+b)^2 + a^2b^2 \\ &= \left((a+b)^2 - ab\right)^2 \end{aligned}$$

در نتیجه می توان عبارت زیر را برای رادیکال مربع کامل داشت:

$$\sqrt{\frac{a^4 + b^4 + (a+b)^4}{2}} = (a+b)^2 - ab$$

۳ مسائل مشابه

با دانستن این رابطه، تعیین مقدار برخی جذرها به سادگی صورت می گیرد.

مثال ۱ حاصل جذرهای زیر را تعیین کنید.

$$\text{الف-} \quad \sqrt{\frac{20^4 + 30^4 + 50^4}{2}} \quad \text{ب-} \quad \sqrt{\frac{1000^4 + 400^4 + 600^4}{2}}$$

$$\text{ج-} \quad \sqrt{\frac{9^2 + 16^2 + 7^4}{2}} \quad \text{د-} \quad \sqrt{2^3 + 2^7 + 2^3 \times 3^4}$$

$$\text{ه-} \quad \sqrt{\frac{(\sqrt{2} - 3)^4 + (3 + \sqrt{2})^4 + 6^4}{2}}$$

الف-  پاسخ:

$$\sqrt{\frac{20^4 + 30^4 + 50^4}{2}} = (20 + 30)^2 - (20)(30) = 1900$$

ب-  پاسخ:

$$\sqrt{\frac{1000^4 + 400^4 + 600^4}{2}} = (400 + 600)^2 - (400)(600) = 760000$$

ج-  پاسخ:

$$\sqrt{\frac{9^2 + 16^2 + 7^4}{2}} = \sqrt{\frac{3^4 + 4^4 + 7^4}{2}} = (3 + 4)^2 - (3)(4) = 37$$

د-  پاسخ:

$$\sqrt{2^3 + 2^7 + 2^3 \times 3^4} = \sqrt{\frac{2^4 + 4^4 + 6^4}{2}} = (2 + 4)^2 - (2)(4) = 28$$

ه-  پاسخ: در این مسئله می‌توان فرض کرد $a = 3 - \sqrt{2}$ و $b = 3 + \sqrt{2}$. این فرض برای

سهولت محاسبه است و در جواب نهایی بی‌تاثیر می‌باشد.

$$\sqrt{\frac{(\sqrt{2} - 3)^4 + (3 + \sqrt{2})^4 + 6^4}{2}} = (3 - \sqrt{2} + 3 + \sqrt{2})^2 - (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 29$$

مثال ۲ سوالی که مربوط به المپیاد ریاضی ژاپن بوده است:

$$\sqrt{\frac{11^4 + 100^4 + 111^4}{2}} = ?$$

پاسخ: این مسئله با توجه به بحث ارائه شده به سادگی حل می‌شود.

$$\sqrt{\frac{11^4 + 100^4 + 111^4}{2}} = (11 + 100)^2 - (11)(100) = 12321 - 1100 = 11221$$

آنکه که رامت تر می‌گفت اشتباه کردم،
اعتماد به نفسش بالاتر بود.



 AvaEducation16.blog.ir

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

   [@AvaEducation16](https://www.facebook.com/AvaEducation16)

 AvaEducation16@gmail.com