کانال تخصصی ریاضی۲ دانشگاه
@Calculus2kntuTA

انتگرال روی سطح :

$\iint \vec F\cdot\vec n\,ds$

شار

تولیدی از میدان F
عبوری از رویه g

۱) میدان برداری

۱) محاسبه $\iint \vec F\cdot\vec n\,ds$ (سطح باز)

رویه‌ای که شار از آن می‌گذرد.

$$\vec n\,ds = \frac{\vec\nabla g}{|\vec\nabla g\cdot\vec K|}\,dA \qquad \vec K=(0,0,1)$$

با ضرب داخلی $\vec F$ در $\vec n\,ds$ به یک انتگرال ۲گانه می‌رسیم

---

۲) قضیه «دیورژانس»

$$\boxed{\oiint \vec F\cdot\vec n\,ds = \iiint (\mathrm{div}\,\vec F)\,dv}$$

۱) شار عبوری از ناحیه محصور به دو رویه یا ($\oiint F.nds$)
نامی از دیورژانس برده نمی‌شود اما از آن استفاده می‌کنیم.

۲) اثبات درستی قضیه «دیورژانس» ←
- $\iint \vec F\cdot\vec n\,ds$ ← سطح باز ← ۱) هر کدام از رویه‌ها به صورت جداگانه
- $\iiint (\mathrm{div}\,\vec F)\,dv$ ← بله ← ۲) حجم محدود به رویه؟

---

۳) قضیه «استوکس»

$$\boxed{\iint \overrightarrow{\mathrm{curl}\,F}\cdot\vec n\,ds = \oint \vec F\cdot d\vec r}$$

۱) حاصل $\oint F.dr$ یا $\oint Pdx+Qdy+Rdz$ ← چون رویه می‌ده سوال؟

می‌ریم سراغ $\iint \overrightarrow{\mathrm{curl}\,F}\,\vec n\,ds$

$\vec n\,ds$ ← $\frac{\vec\nabla g}{|\vec\nabla g\cdot\vec K|}dA$ ← انتخاب کنیم

نکته مهم: رویه را g_1 یا g_2 انتخاب کنیم که محاسبات آسان‌تر باشد

$$\iint_{g_1} \overrightarrow{\mathrm{curl}\,F}\cdot\vec n\,ds = \iint_{g_2} \overrightarrow{\mathrm{curl}\,F}\cdot\vec n\,ds$$

۲) اثبات درستی قضیه «استوکس»
- ۱) پارامتری کردن رویه؟ ← محاسبه کار ← هر مسیر جداگانه
- ۲) انتخاب رویه آسان‌تر ← محاسبه $\vec n\,ds$

---

۲) میدان اسکالر (عددی) ← $\iint F\,ds$

$$ds = \frac{|\vec\nabla g|}{|\vec\nabla g\cdot\vec K|}\,dA$$

تفاوت با $\vec n\,ds$ برداری

* (کاربرد : مساحت سطوح فضایی)

کتاب فرامرزی :

کاربرد قضیه دیورژانس:
- م ۱۴ ص ۳۰۴
- م ۱۵ ص ۳۰۵
- م ۵ ص ۲۸۱
- م ۱۸ و ۱۹ ص ۳۰۹
- م ۷ ص ۲۸۴ ← شکل دیگری از $\oiint F.nds$

اثبات درستی قضیه دیورژانس:
- م ۶ ص ۲۸۲
- م ۱۶ ص ۳۰۵
- م ۱۷ ص ۳۰۷

کاربرد قضیه استوکس:
- م ۲۶ ص ۳۱۷
- م ۲۸ ص ۳۱۹
- م ۳۳ ص ۳۲۵

اثبات درستی قضیه استوکس:
- م ۱۰ ص ۲۸۹
- م ۳۰ ص ۳۲۱
- م ۳۱ ص ۳۲۲
- م ۳۲ ص ۳۲۴
- م ۳۷ ص ۳۳۱
- م ۳۲ ص ۳۲۹

میدان اسکالر (مساحت سطوح فضایی):
- م ۱ ص ۲۷۶
- م ۸ ص ۲۹۹

ابراهیم شاه ابراهیمی
مدرس ریاضیات و دروس تخصصی عمران
۰۹۱۹۵۴۱۴۸۶۲

Scanned by CamScanner