



۱- گزینه‌ی ۱ درست است. فیلم برعکس را تصوّر کنید، گلوله به سمت بالا می‌رود و هر چه بالا می‌رود سرعت آن کم می‌شود، پس شتاب به سمت پائین است.

۲- گزینه‌ی ۱ درست است. با توجه به مفهوم اتاق تاریک و روابط متشابه داریم:

$$\frac{H}{L} = \frac{h}{l_0} \Rightarrow h = \frac{l}{L} H = \frac{6}{20} \times 10 = 3 \text{ cm} \quad N \text{ صفحه مات}$$

$$\frac{h}{l_1} = \frac{h'}{l_2} \Rightarrow h' = \frac{l_1}{l_2} h = \frac{10}{10} \times 3 = 3 \text{ cm} \quad M \text{ صفحه مات}$$

$$0.0003 = \frac{h'}{x} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 10000 = 10^4 \text{ cm}$$

۳- گزینه‌ی ۴ درست است.

$$V_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} V_{2i} \quad \begin{cases} m_1 = m \\ m_2 = m \end{cases}$$

$$V_{1f} = 3\sqrt{2gh} \rightarrow V_{1f}^2 = 18gh = 2gH \rightarrow H = 9h$$

۴- گزینه‌ی ۳ درست است. با توجه به رابطه‌ی اسنل - دکارتر می‌دانیم اگر چند محیط متفاوت داشته باشیم. روابط بین زوایای آن چنین است:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = \dots = n_k \sin \theta_k$$

لذا با توجه به این که اگر قطعات را جابه‌جا کنیم زوایای عوض نمی‌شود، روشن است که تفاوت چند اتمی نمی‌کند که کدام را در ابتدا قرار دهیم و گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۵- گزینه‌ی ۳ درست است.

$$v_y = v_0 \rightarrow y = v_0 t \rightarrow dt = \frac{dy}{v_0}$$

$$vx = \alpha(d-r)^2 \rightarrow \frac{dx}{dt} = \alpha(d-y)^2$$

$$\rightarrow dx = \alpha \frac{dy}{v_0} (d^2 + y^2 - 2dy) \rightarrow \frac{xv_0}{\alpha} = d^2 y + \frac{y^3}{3} - dy^2$$

از طرفی می‌توان گفت که:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\alpha}{v_0} (d-y)^2 \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{v_0}{\alpha} (d-y)^{-2}$$

پس از روی

این جمله می‌خواهیم که هر چه  $y$  به  $d$  نزدیک می‌شود؟؟؟؟ آن بیشتر می‌شود و هر چه به لبه‌ها می‌رویم کم می‌شود.

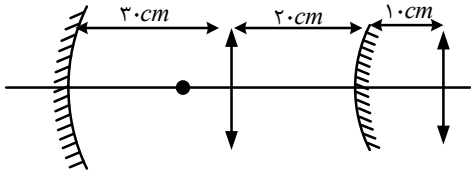
۶- گزینه‌ی ۳ درست است. اگر از روزهای عادی  $10 \text{ min}$  زودتر رسیده، به این معنا است که اتومبیل در مسیر رفت و برگشت، ۵ دقیقه کمتر رفته است. پس اگر  $5 \text{ min}$  دیگر می‌رفت به ایستگاه قطار می‌رسید، پس مهندس  $55 \text{ min}$  پیاده راه آمده است.



۷- گزینه ۲ درست است. فرض کنید در ساده ترین حالت ۵ میلیارد نفر از مردم جهان روزانه ۴ ساعت از لامپ استفاده کنند. یعنی ۵ میلیارد نفر روزانه ۴ ساعت در شبانه روز یک لامپ ۱۰۰ وات روشن کنند.

$$W = 7/2 \times 10^{15} \times 3/65 \times 10^2 = 2 \times 10^{18} J = 10^{18} J$$

۸- گزینه ۲ درست است. در صورتی که سلسه‌ی تصاویر نهایتاً روی خود جسم بیافتد. می‌توان ادعا کرد که دیگر تصویر جدیدی ایجاد نخواهد شد. لذا با توجه به رابطه‌ی  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ ، فاصله را طوری انتخاب می‌کنیم که پس از چند بازتاب نهایتاً تصویر روی جسم بیافتد. با توجه به گزینه‌ها، تنها گزینه ۲ چنین حالتی دارد.



۹- گزینه ۱ درست است. با توجه به این که در آینه‌های تخت فاصله‌ی جسم تا آینه برابر با فاصله‌ی تصویر تا آینه می‌باشد و همچنین با در نظر گرفتن سرعت نسبی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_x = 2U_x - V_x$$

$$W_y = V_y$$

۱۰- گزینه ۴ درست است. از آنجا که در صورت مسأله صحبتی از حقیقی بودن یا مجازی بودن جسم و تصویر نشده است، عبارت هم حقیقی بودن را در بر می‌گیرد و هم مجازی بودن را. بنابراین تمام گزینه‌ها ممکن است با این تفاوت که در گزینه‌ی اول هم جسم و هم تصویر حقیقی هستند و در گزینه‌ی ۲ و ۳ هم جسم و هم تصویر مجازی هستند.

۱۱- گزینه ۱ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} h_i = \frac{1}{2} g t_i^2 \\ h_i = \frac{1}{2} \frac{V_i^2}{g} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} T_i = \frac{V_i}{g} \\ V_i = e V_{i-1} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} T_i = \frac{V_1}{g} e^{i-1} \\ V_1 = \sqrt{2gh} \end{array} \right\} \rightarrow T_i = \sqrt{\frac{2h}{g}} e^{i-1} \rightarrow T_{\text{کل}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} (1 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} e^i)$$

۱۲- گزینه ۲ درست است.

۱۳- گزینه ۳ درست است. فرض می‌کنیم چگالی زمین چیزی بین آب و سنگین‌ترین فلزها یعنی  $\frac{5 \times 10^3 \text{ kg}}{m^3}$  باشد بیشتر جرم زمین از عناصری با عدد جرمی ۳۰-۴۰ تشکیل شده باشد. پس داریم:

$$m_o = \text{جرم اتم}$$

$$N m_o = \rho_{\text{زمین}} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow N = \frac{5 \times 10^3 \times (6/4 \times 10^6)^3}{4 \times 10^8 \times 10^{-27}} \rightarrow N = 1/8 \times 10^{49} = 10^{49}$$

۱۴- گزینه ۲ درست است. مقدار بارش متوسط سالانه جهان را  $300 \text{ mm}$  می‌گیریم. از بخارهایی که به صورت غیر بارانی جذب می‌شوند صرف نظر می‌کنیم و مقدار متوسط بارش را روی کره‌ی زمین  $500 \text{ mm}$  می‌گیریم و فرض می‌کنیم این بخار تا ارتفاع  $500$  متری بالا رود. پس داریم:

$$m = 9\pi r^2 (500 \text{ mm}) \Rightarrow mgh = 500 \times 10 \times 9re^2 \times 500 \times 10^{-3} \approx 10 J$$



مقدار متوسط انرژی تولید خورشید  $R$  شعاع دوار زمین به دور خورشید  $= 150 \times 10^9 m$

$$9\pi R^2 - 10^3 \times 1/9 \times 365 \times 24 \times 3600 \times 24 = 101 \times 10^{24} J$$

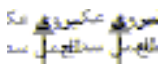
$$\rightarrow \frac{mgh}{E} = \frac{10^{19}}{10^{-24}} = 10^{-15}$$

۱۵- گزینه‌ی ۴ درست است.

$$a_r = g \cos \theta$$

$$l_{\text{شیار}} = 2R \cos \theta$$

$$\Rightarrow l = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4R}{g} \Rightarrow t = 2\sqrt{\frac{R}{g}} \text{ زمان مستقل از زاویه است.}$$



۱۶- گزینه‌ی ۱ درست است. چون اتاقک با شتاب  $g$  سقوط آزاد می‌کند. پس گویا هیچ نیروی جاذبه‌ای وجود ندارد زیرا برای هر ذره به جرم  $m$  داریم:

$$mg - N = m_1 g \rightarrow N = 0$$

البته شکل مایع‌ها به این شکل نخواهد ماند و مانند حالت بی‌وزنه به شکل قطره در فضا آزاد خواهد شد ولی برای لحظه‌ای کوتاه بعد از شتاب‌گیری می‌توان این شکل را حفظ کرد.

$$f_1 = f_2 = f_3 = P \cdot A$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$$

۱۷- گزینه‌ی ۴ درست است.

$$\begin{cases} T_1 = F_1 + m_1 g \\ F_2 - m_2 g = 0 \\ m_3 g + F_2 - T_1 = 0 \\ m_4 g + T_2 - F_2 = 0 \\ m_4 g - (m_1 + m_2 - m_3) g = m_4 g_4 \end{cases} \rightarrow a_4 = \frac{m_4 + m_3 - m_1 - m_2}{m_4} g \rightarrow a_1 = a_2 = a_3 = 0$$

۱۸- گزینه‌ی ۲ درست است. جسم  $M$  با شتاب  $\frac{m}{M} \mu g$  کندشونده حرکت می‌کند و چون این شتاب از شتاب وارد بر جسم  $m$  ( $\mu g$ ) کمتر است، همواره جابه‌جایی  $M$  بیشتر بوده و طناب شل می‌شود و نیرویی وارد نمی‌کند.

۱۹- گزینه‌ی ۳ درست است. نمودار  $v-t$  را می‌کشیم و مساحت آن را برابر نیم کیلومتر قرار می‌دهیم:

$$a_1 t_1 = a_2 (T - t_1) \Rightarrow t_1 (a_1 + a_2) = a_2 T \Rightarrow t_1 = \frac{a_2 T}{a_1 + a_2}$$

$$S = \frac{1}{2} T a_1 t_1 \Rightarrow \sqrt{\frac{2S(a_1 + a_2)}{a_1 a_2}} = T$$

با جایگزینی اعداد  $T \approx 26.5$  به دست می‌آید.



۲۰- گزینه ۲ درست است.

$$mV = (m + M)u \Rightarrow u = \frac{m}{m + M}V$$

بقای تکانه

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}mV^2 &= \frac{1}{2}Mu^2 + \frac{1}{2}mu^2 + mgh \Rightarrow \sqrt{2}gh = V^2 - \left(\frac{M+m}{m}\right)u^2 \\ u^2 &= \frac{m^2}{(m+M)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt{2}gh = V^2 \left(1 - \frac{m}{m+M}\right)$$

$$\Rightarrow h = \frac{M}{2(m+M)} \frac{V^2}{g}$$

۲۱- گزینه ۳ درست است.

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= mg(r+h) \\ E_2 &= mgr \\ M &= m + \rho \left(\frac{h}{\sin \alpha} + \delta\right) \end{aligned} \right\} \rightarrow S = \frac{mh}{r\rho} - \frac{h}{\sin \alpha}$$

۲۲- گزینه ۲ درست است. می دانیم حرارت با اختلاف دما متناسب است. چون در وضعیت تعادلی هستیم داریم:

$$\left. \begin{aligned} k_1(T - T_{in1}) &= k_2(T_{in1} - T_{out1}) \\ k_1(T - T_{in2}) &= k_2(T_{in2} - T_{out2}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{T - T_{in1}}{T - T_{in2}} = \frac{T_{in1} - T_{out1}}{T_{in2} - T_{out2}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_{in2}T_{out1} - T_{in1}T_{out2}}{T_{in2} + T_{out1} - T_{in1} - T_{out2}} = 60^\circ C$$

۲۳- گزینه ۳ درست است. فرض می کنیم پرتو تابیده با آینه ی افقی زاویه  $\beta$  بسازد. آن گاه خواهیم داشت:

$$\beta - n\alpha$$

زاویه با آینه بعد از  $n$  برخورد:

$$\beta - n\alpha \geq 0$$

شرط بازتاب:

$$\rightarrow n < \frac{\beta}{\alpha} \quad \beta < \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow n \leq \frac{\pi}{2\alpha} \quad n \in \omega \quad \rightarrow n = \left\lfloor \frac{\pi}{2\alpha} \right\rfloor$$

۲۴- گزینه ۳ درست است. می دانیم تصویر ساخته شده توسط یک آینه مانند یک جسم مجازی برای آینه دیگر عمل می کند. اگر

فاصله سطح نورانی تا محل برخورد دو آینه  $l$  باشد تصاویر یک دایره به شعاع  $l$  خواهند بود. این نقطه نورانی دو تصویر ابتدایی در دو آینه ایجاد خواهند کرد که ما یکی از این تصاویر را دنبال می کنیم و برای دیگری نیز روال به همین ترتیب است.

نقطه ی تصویری در آینه ۱ ایجاد می کند این تصویر مانند جسمی است که در زاویه  $\alpha + \alpha_1$  نسبت به آینه ۲ است و خود این تصویر مانند جسمی که با زاویه  $2\alpha + \alpha_1$  نسبت ۱ است و ...

به این ترتیب تصویر  $n$  مانند شی با زاویه  $n\alpha + \alpha_1$  برای آینه ی است که می خواهد در آن تصویر ایجاد کند. روند تشکیل تصاویر تا وقتی ادامه پیدا می کند که شی مجازی در پشت یا در امتداد آینه ی که می خواهد تصویر در آن ایجاد کند نباشد. مثلاً نقاط  $x$  و  $y$  در

$$n\alpha + \alpha_1 \leq \pi \quad \rightarrow \quad n \leq \frac{\pi - \alpha_1}{\alpha} \quad \rightarrow_{n \in \omega} \quad n = \left\lfloor \frac{\pi - \alpha_1}{\alpha} \right\rfloor$$

آینه ۱ تصویر ندارند پس داریم:

برای تصویری که در آینه ی دوم نیز ایجاد می شود به همین ترتیب داریم.



$$N = \left[ \frac{\pi - \alpha_2}{\alpha} \right] \rightarrow \text{تعداد تصاویر} = \left[ \frac{\pi - \alpha_1}{\alpha} \right] + \left[ \frac{\pi - \alpha_2}{\alpha} \right]$$

۲۵- گزینه ی ۲ درست است. نمودار  $v-x$  را می کشیم.

نمودار به سه قسمت تقسیم می کنیم و روابط را می نویسیم.

$$a = tg \alpha v \rightarrow \frac{dv}{dt} = tg \alpha v = dx = v dt \rightarrow dt = \frac{dx}{v}$$

$$\rightarrow \frac{v dv}{dx} = tg \alpha \rightarrow dv = tg \alpha dx \rightarrow x = vtg \alpha \quad v = \frac{h}{tg \alpha}$$

$$\rightarrow x = \frac{h}{tg \alpha}$$

$$\frac{dv}{dt} = h \quad \text{ضرب } dx \text{ دور طرف} \rightarrow dvv = h dx$$

قسمت دوم

$$\rightarrow \frac{v^2}{2} = h dx \rightarrow \frac{\Delta v^2}{2h} = \Delta x$$

$$v = d - \frac{h}{tg \beta} \quad \text{در پایان مرحله دوم } v$$

$$x_2 = \frac{1}{2h} \left( d - \frac{h}{tg \beta} \right) \left( \frac{2h}{\alpha} + \frac{d-h}{\beta} \right) + \frac{h}{\alpha^2}$$

$$d \times \frac{dx}{dv} = -tg \beta v dx \rightarrow v = -tg dx \rightarrow$$

در مرحله سوم

$$\rightarrow -(x_3 - x_2) tg \beta = (tg \beta)^{-1} h \rightarrow x_3 = x_2 - \frac{h}{tg \beta}$$

۲۶- گزینه ی ۴ درست است. مقدار متوسط جو را یک کیلومتر بگیرد و مقدار متوسط رطوبت هوا را ۳۰٪ بگیرد (البته هم کویرها

و هم اقیانوسها) وجود دارند.

$$\rightarrow \frac{m}{V} = \frac{3}{10} \frac{4}{100} = 12 \times 10^{-3} \times 1 = 12 \times 10^{-3}$$

= چگالی هوا

$$\text{حجم کل بخار آب} = 12 \times 10^{-3} \times 4\pi \left( \frac{6}{4} \times 10^6 \right)^2 \times 10^3$$

$$= 6 \times 10^{15} \text{ kg} = 10^{16} \text{ یا } 10^{17}$$

۲۷- گزینه ی ۲ درست است. شبکه مولکول های آب مانند یک توری بزرگ فرض کنید. نیروی وارد بر موجود از طرف آب متناسب

است با تعداد بندهای توری که آن را نگه می دارد. که تعداد آن نیز متناسب با محیط پای موجود است. نیروی وزن آن نیز متناسب با

حجم است.

حجم  $\alpha \alpha^2 \beta$

محیط  $\alpha$

$$\alpha^2 \beta < \alpha \rightarrow \alpha \beta < 1 \quad \text{شرط غرق نشدن}$$

۲۸- گزینه ی ۲ درست است. در حالت ۱ فلزی بسته شده آب را جابه جا نمی کند در نتیجه داریم.

$$m_1 g + mg = \frac{n}{100} P_1 \frac{m}{P} g \rightarrow m_1 = m \left( \frac{m P_1}{100 P} - 1 \right)$$



در حالت دوم سرب به زیر وصل است و نیروی ارشمیدس به آن وصل می‌شود و داریم.

$$m_{\gamma}g + mg = \frac{n}{100} P_1 \frac{m}{P} g + \frac{m_{\gamma}}{P'} P_1 g$$

$$\rightarrow m_{\gamma} \left(1 - \frac{P_1}{P'}\right) = m \left(\frac{n P_1}{100 P} - 1\right) \rightarrow m_{\gamma} = \frac{m \left(\frac{n P_1}{100 P} - 1\right)}{1 - \frac{P_1}{P'}}$$

$$\rightarrow \frac{m_1}{m_{\gamma}} = \frac{\left(\frac{n P_1}{100 P} - 1\right)^{-1}}{\left(1 - \frac{P_1}{P'}\right)} \left(\frac{n P_1}{100 P} - 1\right) = \left(1 - \frac{P_1}{P'}\right)$$

۲۹- گزینه‌ی ۴ درست است. در دستگاه استوانه می‌نشینیم. چون ذره بعد از برخورد با سرعت جسم حرکت می‌کند پس در دستگاه استوانه تمام تکانه خود را به جسم می‌دهد.

$$\frac{N A_{???}}{V} = p_0 \rightarrow \frac{N}{V} = n \rightarrow \text{تعداد ذرات هوا به واحد حجم}$$

$$n = \frac{p_0}{m_0} \text{ هوا به واحد حجم}$$

$$dp = -m_0 v n dv \rightarrow dp = -m_0 v n \pi r^2 dx \quad dx = v dt$$

$$dv = \pi r^2 dx \rightarrow \frac{dp}{dt} = -m_0 v^2 n \pi r^2 = F$$

۳۰- گزینه‌ی ۳ درست است. فرض کنیم در همه‌ی جهان الگوی صاحب ماشین بودن مانند کشور خودمان باشد. یعنی به ازای هر ۱۰ نفر یک ماشین وجود داشته باشد.

$$\text{جمعیت جهان به جز افراد فقیر} \simeq 5 \times 10^9$$

$$\text{تعداد ماشین} = 3 \times 10^8$$

یا دست کم مصرف یک ماشین در یک ساعت: ۵۰ کیلومتر دانندگی که اغلب در شهر است. حدوداً ۴ لیتر میانگین قیمت بنزین لیتری:

$$\frac{1}{4} \text{ دلار}$$

هزینه سیر کردن یک فرد گرسنه: روزی ۳ دلار، (هر وعده ۱ دلار): هفته‌ای ۲۰ دلار

$$\text{درآمد: } \frac{5 \times 10^8 \times 4 \times \frac{1}{4}}{20} = \frac{5 \times 10^8}{10} = 5 \times 10^7 \simeq 10^7$$