

فصل ۱
راهبردهای
حل
مساله



Save Water ... Save Life

کمبود آب از مهم‌ترین چالش‌ها و مسئله‌های حال حاضر ایران و جهان است. برخی این مسئله را یک بحران نامیده‌اند. برای حل این مسئله راهبردهای گوناگونی پیشنهاد شده است، اما این راهبردها تا به حال نتوانسته‌اند بحران کم‌آبی را برطرف کنند. آیا شما برای حل این مسئله راهبردی در نظر دارید؟

گفت و گو

- معلم ۱: واقعاً اینجا مدرسه تیزهوشان است؟!
معلم ۲: اتفاقی افتاده است؟
معلم ۱: خیلی از بچه‌ها باهوش هستند ولی با بچه‌هایی که ریاضی نمی‌فهمند، چه کنم؟
معلم ۲: مدارا!
معلم ۱: من اصلاً شوخی نمی‌کنم. می‌خواهم همه دانش‌آموزانم ریاضی دان شوند؟!
نمی‌دانم می‌توانم از پس این کار برآیم یا نه؟
معلم ۳: [درحالی که از جا برمی‌خاست و جمع را ترک می‌کرد] آقا مگر ما ریاضی دانیم که بتوانیم ریاضی دان تربیت کنیم؟! ریاضی دان خودش ساخته می‌شود. مثل گیاه وحشی! نهایت هنر ما پرورش گیاهان گل‌خانه‌ای است!
معلم ۲: مشکل چیست؟ درس ریاضی را نمی‌فهمند؟
معلم ۱: بعضی از دانش‌آموزان بلد نیستند مسئله‌ها را حل کنند. وقتی مسئله را می‌بینند، انگار هیپنوتیزم می‌شوند؛ زل می‌زنند و هیچ حرکتی نمی‌کنند!
معلم ۲: به نظر شما چه کار باید بکنند؟
معلم ۱: باید از روش‌های حل مسئله فصل اول استفاده کنند.
معلم ۲: پس نظر شما این است که اگر فصل اول خوب درس داده شود، همه بچه‌ها می‌توانند به‌خوبی مسائل ریاضی را حل کنند.

- معلم ۱: بله. دقیقاً.
- معلم ۲: درست است که خیلی از مسئله‌ها با این روش‌ها حل می‌شوند؛ ولی اگر منظور شما این است که دانش‌آموز باید این روش‌ها را بیاموزد تا حداقل روش فکر کردن را یاد بگیرد، بنده با شما موافقم؛ نمی‌خواهم از بچه‌های کم‌کار کلاس دفاع کنم، ولی سؤالی دارم.
- معلم ۱: بفرمایید!
- معلم ۲: می‌دانید هدف از آموزش «روش حل مسئله» چیست؟
- معلم ۱: اینکه به بچه‌ها فکر کردن را آموزش دهیم.
- معلم ۲: این مطلب را فرموده بودید؛ بنده نیز قبول دارم؛ دیگر چه؟
- معلم ۱: اینکه دانش‌آموزان بیاموزند همهٔ مسائل را حل کنند.
- معلم ۲: در این موضوع با شما موافق نیستم!
- معلم ۱: چرا؟
- معلم ۲: نمی‌توان همهٔ روش‌های حل مسئله را یاد داد!
- معلم ۱: چرا؟ هر مسئله جواب دارد. جوابش را می‌توان یاد داد. البته اگر مخاطب عاقل باشد!
- معلم ۲: بله. اگر بتوان مسئله را حل کرد و مخاطب باهوش باشد، می‌توان گفت آن مسئله چگونه حل شده است؛ ولی آیا می‌توان روش‌هایی را معرفی کرد تا به کمک آنها همهٔ مسائل حل شوند؟
- معلم ۱: بله... به نظر بنده می‌توان این کار را انجام داد.
- معلم ۲: به نظر من نه! به نظر همهٔ ریاضی‌دان‌ها هم نه!
- معلم ۱: چرا؟ پس فصل اول کتاب درسی کلاً ناکارآمد است؟

معلم ۲: اشتباه شما اینجاست که از این فصل استفاده نادرست می‌کنید. فصل اول روش فکر کردن به بعضی از مسائل را یاد می‌دهد؛ نه همهٔ مسائل را. این فصل مناسب دانش‌آموزان نخبه نیست. دانش‌آموز نخبه خودش می‌تواند روش حل مسئله را پیدا کند. اما دیگر دانش‌آموزان می‌توانند از روش‌های گفته شده در این فصل کمک بگیرند. آنها حتی می‌توانند در حل مسائل از دانش‌آموزان نخبه تقلید کنند.

معلم ۱: تقلید؟!

معلم ۲: مثل خیلی از کارهای دیگر بشر. مثلاً وقتی کسی خوب فوتبال بازی می‌کند، بقیه از او تقلید می‌کنند تا بتوانند خوب فوتبال بازی کنند. وقتی کسی خوب حرف می‌زند، بقیه از او تقلید می‌کنند تا بتوانند خوب حرف بزنند. انسان‌ها علاقه‌مندند که از کارهای خوب دیگران، تقلید کنند. مانند آنها حرف بزنند، مانند آنها زندگی کنند و مانند آنها فکر کنند.

معلم ۱: این حرف شما را قبول دارم؛ اما شما یک اشتباه کوچک دارید. درست است که انسان‌های باهوش راه‌حل‌های جالب ریاضی را کشف کرده‌اند؛ اما الان بقیهٔ انسان‌ها آموخته‌اند که با آن راه‌حل‌ها مسائل ریاضی را حل کنند. بنده هم به‌عنوان یک معلم ریاضی، وظیفه دارم آن روش‌ها را به دانش‌آموزانم یاد بدهم. وظیفه دارم که شاگردانم را ریاضی‌دان کنم.

معلم ۲: البته وظیفهٔ یک معلم ریاضی، یاد دادن مفاهیم ریاضی و روش‌های حل مسائل ریاضی است؛ اما یک معلم نمی‌تواند همهٔ روش‌های حل مسائل را یاد بدهد.

معلم ۱: منظور شما چیست؟ یک ماه زمان صرف می‌کنیم و همهٔ روش‌ها را یاد می‌دهیم. اگر نشد، دو ماه. اگر نشد یک سال!

معلم ۲: نه، درست نیست! هیچ‌وقت نمی‌توانیم این کار را انجام دهیم. چون هیچ‌وقت همهٔ روش‌های حل مسئله کشف نمی‌شوند. همیشه یک ریاضی‌دان جدید پیدا

می‌شود که روش جدیدی را خلق می‌کند. روش‌های زیادی هستند که هنوز کشف نشده‌اند!

معلم ۱: از کجا می‌دانید؟

معلم ۲: از آنجایی که هنوز مسائل حل نشده زیادی در ریاضیات وجود دارد.

معلم ۱: واقعاً؟

معلم ۲: یعنی شما به‌عنوان یک معلم ریاضی که می‌خواهید ریاضی‌دان تربیت کنید، نمی‌دانید چه مسائل جالبی هنوز حل نشده‌اند؟! کافی است در اینترنت جست‌وجو کنید: «Unsolved problem in math».

معلم ۱: [با تعجب]! چه راه حل خوبی!

هر مسئله، ضرب‌آهنگ خاص خودش را دارد، درست مثل یک قطعه موسیقی. هر وقت آن ضرب‌آهنگ را بگیری، کلیت مفهوم آن مسئله را می‌فهمی.

یوکو اوگاوا، خدمتکار و پروفیسور، ترجمه کیهان بهمنی.

مسئله‌ها

۱. مسئله و راه‌حل زیر از کتاب «خلاقیت ریاضی»^۱ انتخاب شده است.

مسئله: دهقانی چند مرغ و چند خرگوش خانگی دارد. این مرغ‌ها و خرگوش‌ها روی هم، ۵۰ سر و ۱۴۰ پا دارند.^۲ این دهقان چند مرغ و چند خرگوش دارد؟



راه‌حل: دهقان، جانوران خود را مجبور می‌کند، در وضع غریبی قرار بگیرند: هر مرغ روی یک پا ایستاده است و هر خرگوش روی دوپای عقبی خود. با این تصور غریب، درست نصف همه پاها، یعنی ۷۰ عدد، شرکت خواهند داشت. عدد ۷۰ را می‌توان به‌عنوان سرها در نظر گرفت، به شرطی که هر مرغ یک‌بار و هر خرگوش را دوبار به حساب بیاوریم. بنابراین، اگر از عدد ۷۰ تعداد کل مرغ‌ها و خرگوش‌ها، یعنی ۵۰ را کم کنیم، تعداد خرگوش‌ها به دست می‌آید؛ یعنی تعداد خرگوش‌ها، برابر است با:

$$70 - 50 = 20$$

و البته، ۳۰ مرغ.

بعد از خواندن راه‌حل بالا، سعی کنید راه‌حل دیگری برای این مسئله ارائه دهید.

^۱ جرج پولیا، خلاقیت ریاضی، ترجمه پرویز شهریاری، انتشارات فاطمی، صفحه ۶۰.
^۲ دقت کنید در این مسئله دست‌های خرگوش به عنوان پا در نظر گرفته شده است.

۲. به چهار روش می‌توان عدد ۴ را به صورت مجموع اعداد طبیعی کوچک‌تر از آن نوشت:

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1,$$

$$4 = 1 + 1 + 2,$$

$$4 = 1 + 3,$$

$$4 = 2 + 2.$$

هریک از اعداد ۳، ۵ و ۶ را به چند روش می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودشان نوشت؟ همه حالت‌های ممکن را بنویسید.

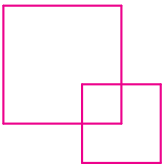
۳. قانونی برای الگوی زیر کشف کنید.

۱, ۱۱, ۲۱, ۱۲۱۱, ۱۱۱۲۲۱, ۳۱۲۲۱۱, ۱۳۱۱۲۲۲۱, ...



اگر موفق به کشف این قانون نشدید، نگران نشوید! ریاضی‌دان معروف انگلیسی معاصر (تصویر روبه‌رو)، به نام جان کانوی (John Conway)، وقتی برای اولین بار با این الگو برخورد کرد، بعد از ساعت‌ها تفکر نتوانست آن را حل کند؛ اما بعد از اینکه یکی از دوستانش قانون الگو را به او گفت، کانوی پی برد اطلاعات لازم برای کشف قانون الگو این است که: «یک نفر فقط بلد باشد تا عدد ۳ بشمارد!»

۴. پروژه. با ۲ مربع، حداکثر ۳ مربع می‌توان ساخت. شکل زیر را ببینید.



الف) با ۳ مربع، حداکثر چند مربع می‌توان ساخت؟ شکل مربوطه را رسم کنید.

ب) با ۴ یا ۵ مربع چطور؟ با مراجعه به «www.webmath.ir» نتایج خود را ارسال کنید.