ارشمیدس و اصل شناوری

علی بیگتاشی؛ دبیرستان دورهٔ دوم علامهٔ حلی، شهرستان زرند
مهدی عربزاده؛ دبیرستان دورهٔ دوم علامهٔ حلی، شهرستان زرند
دانیال برخورداری؛ دبیرستان دورهٔ دوم علامهٔ حلی، شهرستان زرند

معلم راهنما: دکتر زهیر تویسرکانی؛ دبیر ریاضی ادارهٔ آموزش و پرورش شهرستان زرند

چکیده:

بسیاری از مردم با شنیدن نام ارشمیدس به یاد یک وان حمام، یک تاج و واژهٔ اوره‌کا می‌افتند اما امروز می‌دانیم که احتمالاً این‌گونه نبوده است؛ در هر حال مطمئنیم که روشی را که ویترویوس شرح داده به طور کامل غلط است زیرا اندازه‌گیری‌ای را که او آورده است نیاز به دقت بسیار بالا دارد و این میزان دقت برای ارشمیدس مقدور نبوده است. در سال ۱۵۸۶ گالیله روشی را برای این داستان ارائه کرد که احتمال دارد ارشمیدس هم از همین روش استفاده کرده باشد با این حال هنوز هم جای شک و تردید وجود دارد زیرا داستان دیگری نیز در این باره نقل شده است که در آن هم با وان حمام و اوره‌کا سر و کار داریم اما دیگر خبری از تاج نیست این داستان در مورد کشتی غول آسایی است که می‌توان آن را به تایتانیک عصر باستان تشبیه کرد با این تفاوت که به لطف ارشمیدس هرگز به زیر آب نرفت، نام این کشتی ۲۰۰۰ تنی سیراکیوز بود. در هر صورت او نتایج کار خود را در کتابی به نام دربارهٔ اجسام شناور منتشر کرد. در این مقاله که به روش کتابخانه‌ای گردآوری شده نگاهی به مسائل شناوری که توسط ارشمیدس حل شده‌اند نیز داریم.

واژگان کلیدی: اصل شناوری ارشمیدس، اصل شناوری، اصل ارشمیدس، قانون ارشمیدس، ارشمیدس

۱- مقدمه:

«ارشمیدس در سال ۲۸۷ پیش از میلاد در شهر سیراکیوز[1] به دنیا آمد. این شهر در جزیره‌ی سیسیل[2] که در منتهی‌الیه ایتالیاست واقع شده‌است.»[۱]

«به نظر می‌رسد ارشمیدس مدتی از ایام جوانی خود را در شهر اسکندریه مصر گذرانده باشد. احتمالاً شروع دوستی ارشمیدس با کونون[3]، ساموس[4] و اراتوستنس[5] از آنجا بوده است.»[۲]

هنگامی که ارشمیدس به سیراکیوز برگشت کارش را به عنوان دانشمند و ریاضی‌دان شروع کرد. او علاقه داشت قبل از انتشار اکتشافاتش دربارهٔ آنها با افراد ذکر شده مخصوصاً کونون مکاتبه کند زیرا به گفتهٔ خودش اعتقاد داشت او بیشترین توانایی را برای درک و داوری آنها دارد.

داستان معروفی در مورد مرگ ارشمیدس گفته شده است که شیفتگی او را به علم می‌رساند. داستان این‌گونه نقل شده که «وقتی در سال ۲۱۲ پیش از میلاد مارسلوس پس از تصرف شهر سیراکیوز کشتار عمومی اهالی شهر را آغاز کرد ارشمیدس چنان بر یک شکل ریاضی متمرکز شده بود که توجهی به اطرافش نداشت. در این میان، سربازی از او خواست که در پی‌اش به نزد سردار فاتح برود و او این کار را به پس از حل مسئله موکول کرد که موجب کشته شدنش به دست سرباز خشمگین شد. می‌گویند آخرین جمله او این بود که «دایره‌هایم را خراب نکن.» از این بابت نمی‌توان مارسلوس سردار رومی را سرزنش کرد، چرا که دستوراتی را برای حفظ ارشمیدس و خانه‌اش صادر کرده بود و هنگامی که در میانهٔ جشن پیروزی، خبر مرگ ریاضی‌دان به او رسید، برایش سوگواری کرد و او را با احترام به خاک سپرد و با بازماندگان او با ملاطفت رفتار کرد. به خواستهٔ خود ارشمیدس، خویشان و دوستانش شکل قضیهٔ محبوبش را، که دربارهٔ نسبت حجم کره به استوانهٔ محیطی‌اش بود، بر سنگ گور او تراشیدند. در سال ۷۵ قبل از میلاد، زمانی که فردی به نام سیسرو خزانه‌دار سیسیل بود، آرامگاه متروک و فراموش شده ارشمیدس را در نزدیکی دروازه اگریجنتین[6] کشف، و از سر ارادت آن را بازسازی کرد.»[۲]

«در روزگار باستان مطالعات کمی در مورد پدیده‌های هیدرواستاتیک توسط ارشمیدس و کتابش یعنی *دربارهٔ اجسام شناور*[7] صورت گرفت، او در کتابش گزاره‌هایی را در مورد مسئلهٔ نیروی اعمال شده توسط یک سیال بر

---

[1] Syracuse
[2] Sicily
[3] Conon
[4] Samos
[5] Eratosthenes
[6] Agrigentine
[7] on Floating bodies

آدرس: زرند – خیابان شاهد، پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا. تلفن: ۰۳۴-۳۳۴۲۵۰۵۵
ایمیل: student.math@iran.ir وبلاگ: http://student-math.blog.ir

یک جسم که کاملاً یا اندکی از آن در سیال غرق شده را اثبات کرد. امروزه و در متون جدید ما گزاره‌های او را با نام اصل شناوری ارشمیدس یا به طور خلاصه اصل ارشمیدس می‌شناسیم.

توسعه این کار باید حدود ۱۸ قرن صبر می‌کرد تا سبک دانشمندان پیشرفت کند و راهنمایی برای تحقیقات علمی درباره هیدرواستاتیک توسط افرادی مانند استوینوس[۸]، گالیله[۹]، توریچلی[۱۰] و پاسکال[۱۱] باشد.»[۳]

در این مقاله ما قصد داریم ماهیت اصل ارشمیدس را از نظر تاریخی بررسی کرده و سپس اثبات‌های او در زمینهٔ اصل شناوری را بازگو نماییم.

۲- فصل اول:

۲-۱- ارشمیدس و کشف اصل شناوری:

در این مورد دو داستان گفته شده که هر دو پس از مرگ ارشمیدس نقل شده‌اند اما اطمینان داریم که این قانون توسط خود ارشمیدس کشف شده است زیرا خود او و کتابش به نام *دربارهٔ اجسام شناور* این موضوع را با نام اصل ارشمیدس یاد کرده است.

۲-۱-۱- داستان تاج زرین:

«گویند در سال ۲۶۵ قبل از میلاد فردی به نام هیئرو بعد از جنگی بزرگ به پادشاهی رسید. هیئرو به خاطر این اقبال و پیروزی از خدایان ممنون بود و برای نشان دادن قدردانی خود تصمیم گرفت تا در معبد معین یک تاج طلایی به افتخار خود قرار دهد. او زرگری را برای این کار منصوب کرد و مقداری طلای خالص به او داد و زرگر نیز در روز تعیین شده تاج را تحویل داد.

پادشاه هیئرو چند روز قبل از مراسم در حال آماده کردن مقدمات بود که شایعاتی شنید مبنی بر این که زرگر او را فریب داده و مقداری نقره با طلاها مخلوط کرده است او قصد داشت زرگر را مجازات کند اما از آنجا که پادشاه عادلی بود تصمیم گرفت ابتدا به سرعت تا قبل از مراسم حقیقت را بیابد.

هیئرو معتقد بود که تنها یک مرد در سیراکیوز قادر به کشف حقیقت و حل مشکل اوست؛ یکی از خویشاوندان او به نام ارشمیدس. یک مرد جوان ۲۲ ساله که قبلاً برای کارهای خود در ریاضیات مکانیک و فیزیک مشهور شده بود.

[۸] Stevinus
[۹] Galileo
[۱۰] Torricelli
[۱۱] Pascal

ارشمیدس عمیقاً فکر می‌کرد که چگونه مشکل پادشاه را حل کند. یک روز برای حمام به حمام عمومی شهر رفت؛ او به داخل وانی پر از آب رفته و همین‌طور که در آب پایین می‌رفت مقداری آب از وان بیرون می‌ریخت او به دقت به این ماجرا فکر کرد و متوجه شد که راه‌حل مشکل هیئرو را پیدا کرده است او چنان از این موضوع خوشحال و هیجان‌زده شده بود که بدون پوشیدن لباس از حمام خارج شد و در خیابان شروع به دویدن کرد و فریاد زد اوره‌کا یعنی یافتم یافتم.»[۴]

چیزی که او کشف کرده بود چگالی بود که در آن زمان آن را وزن مخصوص نام‌گذاری کرد او توانست با استفاده از اختلاف چگالی طلا و نقره معمای هیئرو را حل کند. او دو ظرف را کاملاً از آب پر کرد و سپس در یکی تاج و در دیگری هم‌وزن تاج طلای خالص انداخت سپس مقدار حجم آب سریز شده هر دو ظرف را اندازه گرفت و متوجه شد که مقدار آب سریز شده توسط طلای خالص کمتر از تاج است بنابراین از آنجایی که می‌دانست چگالی طلا از نقره بیش‌تر است فهمید که زرگر تقلب و مقداری نقره با طلاها مخلوط کرده است.

اما داستان به همین جا ختم نشد او مدت‌ها روی این موضوع تحقیق کرد که نتیجه آن یعنی اصل شناوری یکی از مهم‌ترین کشفیات ارشمیدس و حتی تاریخ بشریت است.

۲-۱-۲- داستان کشتی سیراکیوز:

«در قرن سوم پیش از میلاد هیئرو فرمانروای سیراکیوز ارشمیدس را برای نظارت بر یک پروژهٔ بزرگ مهندسی انتخاب کرد. پادشاه هیئرو سفارش ساخت یک کشتی بادبانی را به اسم سیراکیوز داده بود که پنجاه برابر بزرگ‌تر از کشتی‌های جنگی مرسوم در دوران باستان بود. هیئرو می‌خواست بزرگ‌ترین کشتی تاریخ را بسازد و آن را به عنوان هدیه به فرعون یونانی تبار مصر یعنی بطلمیوس تقدیم کند. اما آیا کشتی‌ای به بزرگی یک قصر می‌توانست روی آب شناور بماند؟

شاه هیئرو حساب زیادی روی مثبت بودن جواب این سؤال کرده بود. صدها کارگر برای سال‌های متمادی در تلاش بودند تا با استفاده از تنه درختان کاج و صنوبر قطع شده از کوهستان اتنا، طناب‌های بافته شده از کنف اسپانیایی و قیر جمع شده از فرانسه کشتی سیراکیوز را بسازند. نمی‌شد چنین کشتی باعظتی ساخته و در همان سفر اول غرق بشود. قطعاً چنین شکستی برای ارشمیدس خوشایند نبود؛ در نتیجه او ذهن خود را مشغول این مسئله کرد که آیا این کشتی می‌تواند روی آب شناور بماند؟

شاید یک روز در حالی که او در حمام نشته و به این فکر می‌کرده است که چگونه یک وان سنگی می‌تواند روی آب شناور بماند پاسخ را پیدا کرده است. هر جسم شناور در یک سیال توسط نیرویی برابر با وزن سیال جابه‌جا شده توسط جسم، شناور نگه داشته می‌شود؛ به عبارتی دیگر اگر کشتی ۲۰۰۰ تنی سیراکیوز دقیقاً

۲۰۰۰ تن آب دریا را جابه‌جا می‌کرد به زحمت روی آب شناور می‌ماند ولی اگر ۴۰۰۰ تن آب را جابه‌جا می‌کرد بدون مشکل روی آب شناور می‌ماند. این اصل شناوری یا اصل ارشمیدس است و دانشمندان هنوز به آن اصل ارشمیدس می‌گویند.»[۵]

۳-۱-۲- بررسی داستان‌ها:

«داستان تاج زرین در کتابی به نام ده کتاب معماری[۲] که توسط معماری رومی به نام مارکوس ویترویوس پولیو[۳] که در قرن اول پیش از میلاد می‌زیسته یافت شده است.»[۴] در حالی که داستان تاج زرین نسبت به کشتی سیراکیوز عمومیت بیش‌تری دارد اما اخیراً دانشمندان با اشکالاتی که به داستان تاج گرفته‌اند اعتبار داستان کشتی سیراکیوز را افزایش داده‌اند.

«هر چند روشی که ویترویوس می‌گوید ارشمیدس مورد استفاده قرار داده است. به طور نظری درست است اما توسط دانشمندان مورد انتقاد قرار گرفته است زیرا در یک تاج کوچک تفاوت حجم طلا و نقره و تفاوت ناشی از آن در مقدار آب جایگزین بسیار کم و اندازه‌گیری‌ای با این دقت برای ارشمیدس مقدور نبوده است.

بیش از هزار و هشتصد سال پس از آن‌که گفته شده است که ارشمیدس به پادشاه هیئرو کمک کرده است تا تقلب زرگر را شناسایی کند، یک مرد جوان ۲۲ ساله دیگر در آن زمان، همین مشکل را در نظر گرفت. این مرد جوان گالیلو گالیله[۴]، ریاضی‌دان، فیزیک‌دان و ستاره‌شناس ایتالیایی بود. گالیله در سال ۱۵۸۶ رسالهٔ کوتاهی به نام la bilancetta نوشت که او در آن شک و تردید خود را از داستان ویترویوس ابراز کرد و نظریه خود دربارهٔ این‌که چگونه ارشمیدس تقلب زرگر را شناسایی کرده است اعلام کرد. نظریه او بر اساس اصل ارشمیدس و کار ارشمیدس بر روی اهرم‌ها است. به احتمال زیاد ارشمیدس تلقب زرگر را با روشی مشابه با آنچه گالیله توصیف کرده است شناسایی کرد.

احتمالاً ارشمیدس به جای غوطه‌ور کردن تاج و وزن یکسان طلا در ظرف پر از آب، آن‌ها را به دو سر یک ترازو وصل کرده و صبر نموده تا به حالت تعادل برسند؛ سپس آنها در یک ظرف پر از آب فرو برده است از آنجایی که حجم تاج به دلیل وجود نقره در آن بیش‌تر از توده طلا بوده است بنا به اصل ارشمیدس بالاتر از توده طلا قرار می‌گرفته است و ارشمیدس می‌توانسته به آسانی و بدون آسیب رساندن به تاج آگاه شود که آیا زرگر پادشاه را فریب داده است یا نه؟»[۴]

---

[2] De Architectyra

[3] Marcos Vitruvius Pollio

[4] Galileo Galilei

در هر صورت این دو داستان، داستان‌های تاریخی هستند و احتمالاً در طول تاریخ تغییر کرده‌اند. مثلاً «داستان اول در مورد یک تاج یا به زبان لاتین کورونا[۵]است و هسته اصلی داستان کشتی را ستون فقرات این کشتی تشکیل می‌دهد چیزی که در یونان به آن کورون[۶]گفته می‌شود ممکن است این دو کلمه در طول تاریخ با هم اشتباه گرفته شده باشند.»[۵]

۳- فصل ۲:

۳-۱- کتاب‌های شناوری:

ارشمیدس قانون خود را در دو کتاب شناوری شرح داد. در کتاب اول آن را اثبات و در کتاب دوم به جزئیاتش پرداخت. روش او برای اثبات گزاره‌ها برهان خلف بود.

کتاب اول شامل نه گزاره است. این کتاب به دو بخش تقسیم شده است: بخش اول شامل یک اصل و هفت گزاره و بخش دوم شامل یک اصل و دو گزاره می‌باشد.

کتاب دوم که در آن بیش‌تر به جزئیات پرداخته شده است شامل ۱۰ گزاره است که اکثراً شامل اشکال سهمی‌گون هستند.

۳-۲- کتاب اول شناوری (بخش اول):

«فرض می‌کنیم سیال سرشتی با اجزای یکنواخت و پیوسته داشته باشد، به طوری که اگر قسمتی از آن کم‌تر فشرده شود، با قسمتی که بیش‌تر فشرده شده، رانده شود و در صورتی که در داخل چیز دیگری غرق و یا متراکم شود، هر یک از قسمت‌های آن با سیال بالایی‌اش در امتدادهای عمودی فشرده شوند.

۳-۲-۱- گزاره ۱:

گزاره: اگر یک سطح با صفحه‌ای که همواره از یک نقطه ثابت می‌گذرد قطع شود و اگر مقطع برش همواره محیط دایره‌ای به مرکز نقطهٔ مذکور باشد، آن‌گاه آن سطح، سطح یک کره است.

اثبات: زیرا در غیر این صورت می‌توان از آن نقطه تا سطح، دو خط رسم کرد که با هم مساوی نباشند.

فرض می‌کنیم O آن نقطه ثابت، و A و B دو نقطهٔ واقع بر سطح باشند، به طوری که $OA \neq OB$. گیریم سطح با صفحه‌ای مشتمل بر OA و OB بریده شود. در این حال، مقطع برش دایره‌ای به مرکز O، و در نتیجه $OA=OB$، خواهد بود که خلاف فرض است، بنابراین سطح نمی‌تواند یک کره باشد. ■

---

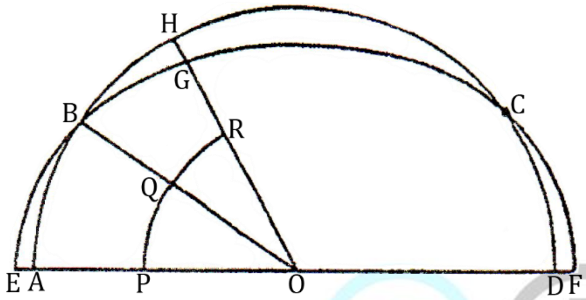
[۵] Corona

[۶] Korōnē

۲-۲-۳- گزاره ۲:

گزاره: سطح هر سیال ساکن، سطح کره‌ای به مرکز زمین است.

اثبات: فرض می‌کنیم سطح سیال با صفحه‌ای که از مرکز زمین یا نقطه O می‌گذرد بریده شود و منحنی ABCD را پدید آورد. در این صورت، ABCD محیط یک دایره خواهد بود.



شکل ۱

زیرا در غیر این صورت بعضی از خطوطی که مرکز را به منحنی وصل می‌کنند، نامساوی خواهند بود. یکی از آن‌ها مانند OB را که بزرگ‌تر از تعدادی و کوچک‌تر از تعدادی دیگر است اختیار کرده و دایره‌ای به شعاع OB رسم می‌کنیم. گیریم این دایره EBF باشد که به ناچار قسمتی از آن در زیر سطح سیال و قسمتی از آن در بیرون سطح سیال خواهد بود.

خط OGH را طوری رسم می‌کنیم که با OB زاویه مساوی با EOB بسازد و سطح سیال را در H و دایره را در G قطع کند. همچنین در همان صفحه کمان دایروی PQR را در زیر سطح سیال رسم می‌کنیم.

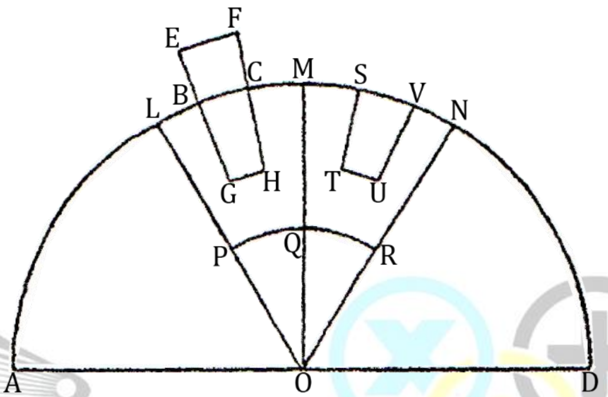
در این صورت اجزای سیال که در امتداد PQR یکنواخت و پیوسته‌اند، در طرف PQ با سیال واقع در بین PQ و AB، و در طرف QR با سیال واقع در بین QR و BH فشرده می‌شوند.

بنابراین قسمت‌هایی که در امتداد PQ و QR قرار دارند به طور نامساوی فشرده خواهند شد و لذا قسمتی که کمتر فشرده می‌شود از طرف قسمتی که بیشتر فشرده می‌شود، وادار به حرکت می‌گردد؛ در این صورت، سیال دیگر ساکن نخواهد بود که مخالف فرض است.

در نتیجه مقطع سطح سیال یک دایره به مرکز O خواهد بود و همچنین تمام مقاطع صفحاتی که از O می‌گذرند نیز چنین خواهند بود. بنابراین سطح سیال، سطح کره‌ای به مرکز O است.■

۳-۲-۳- گزاره ۳:

گزاره: اگر اجسامی به هر اندازه با سیال دلخواهی هم‌وزن[۱۷] باشند و در داخل سیال رها شوند، چنان در آن فرو می‌روند که نه بیرون از سطح آن می‌مانند و نه به داخلش غوطه‌ور می‌شوند.



شکل ۲

اثبات: در صورت امکان فرض می‌کنیم جسم EFHG که با سیالی با حجم مساوی هم‌وزن است، طوری در سیال فرو رود که قسمت EBCF آن، در بالا سطح سیال قرار گیرد.

از نقطه O یا مرکز زمین و از میان جسم، صفحه‌ای را می‌گذرانیم که سطح سیال را در دایره ABCD قطع کند.

فرض می‌کنیم هرمی که رأس آن O و قاعده‌اش متوازی‌الاضلاعی بر سطح سیال است، شامل قسمت غوطه‌ور شده جسم در سیال باشد و این هرم را صفحه ABCD در OL و OM بریده باشد. همچنین گیریم کره‌ای به مرکز O در داخل سیال و در زیر GH رسم شود و صفحه ABCD این کره را در PQR قطع کند.

هرم دیگری به رأس O، چسپیده به هرم اولی، مساوی و متشابه با آن را در نظر می‌گیریم که با صفحه ABCD در OM و ON قطع شود.

بلاخره گیریم STUV قسمتی از سیال درون هرم دوم، مساوی و متشابه با قسمت BGHC از جسم باشد و SV بر سطح سیال قرار گیرد.

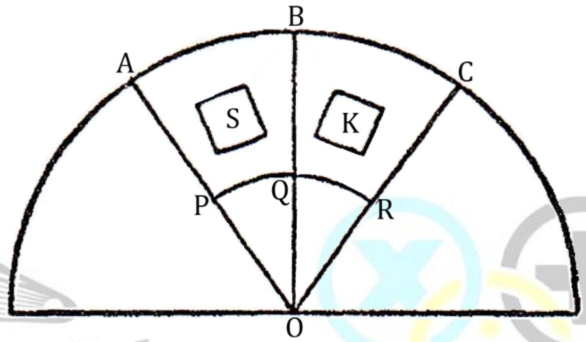
در این صورت، فشارهای وارده بر PQ و QR نامساوی و فشار وارد بر PQ بیش‌تر است. درنتیجه، قطعه QR را PQ به حرکت درمی‌آورد و سیال ساکن نخواهد بود که مخالف فرض است.

[۱۷] در اینجا منظور از وزن مقدار وزن سیال جابه‌جا شده توسط جسم است.

بنابراین جسم نمی‌تواند در بالای سطح سیال قرار گیرد، و همچنین چون تمام قسمت‌های سیال در فشار مساوی هستند نمی‌تواند بیش‌تر فرو رود.■

۴-۲-۳- گزاره ۴:

گزاره: در صورتی‌که جسمی سبک‌تر از یک سیال در آن فرو برده شود، کاملاً در آن غرق نمی‌شود، بلکه قسمتی از آن در بالای سطح سیال می‌ماند.



شکل ۳

اثبات: به شیوهٔ گزارهٔ قبل در این مورد فرض می‌کنیم که در صورت امکان جسم کاملاً در داخل سیال ساکن غوطه‌ور باشد و:

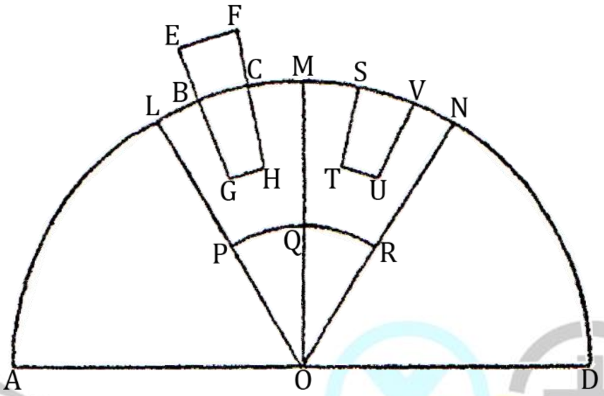
۱. هرمی به رأس O واقع در مرکز زمین شامل جسم باشد،
۲. هرم دیگری به همان رأس O مساوی، متشابه و چسبیده به آن رسم شود،
۳. کره‌ای به مرکز O که سطح آن در زیر سیال غوطه‌ور در هرم اول و قسمت متناظر آن در هرم دوم است رسم شود. فرض می‌کنیم صفحه‌ای از مرکز O بگذرد و سطح سیال را در دایره ABC، جسم را در S، هرم اول را در OA و OB، هرم دوم را در OB و OC، قسمتی از سیال در هرم دوم و متناظر با جسم در هرم اول را در K، و کره داخلی را در PQR قطع کند.

در این صورت، چون S سبک‌تر از K است، فشارهای وارده بر قسمت PQ و QR در سیال نامساوی‌اند و درنتیجه سیال ساکن نخواهد بود که مخالف فرض است.

بنابراین جسم S نمی‌توان در شرایطی که سیال ساکن است، کاملاً در آن غوطه‌ور باشد.■

۵-۲-۳- گزاره ۵:

گزاره: اگر جسمی سبک‌تر از یک سیال در آن قرار گیرد، جسم آن‌قدر در سیال فرو می‌رود که وزن جسم با وزن سیال جابه‌جا شده مساوی شود.



شکل ۴

اثبات: زیرا گیریم EGHF جسم مورد نظر و BGHC قسمت غوطه‌ور آن در سیال ساکن باشند. همانند گزارهٔ ۳ هرمی به رأس O مشتمل بر جسم و هرم دیگری به همان رأس، چسبیده به هرم قبلی و متشابه و مساوی با آن در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم قسمت STUV واقع در قاعدهٔ هرم دوم متشابه و مساوی با قسمت غرق‌شدهٔ جسم باشد و گیریم ساختمان هندسی مشابه با گزاره ۳ باشد.

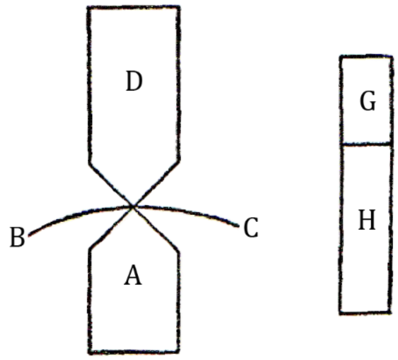
در این صورت چون شرط سکون سیال ایجاب می‌کند که فشار وارد بر قسمت‌های PQ و QR سیال مساوی باشد، لذا باید وزن قسمت STUV سیال، با وزن جسم EGHF برابر باشد. اما STUV با وزن سیال جابه‌جا شده بر اثر غرق شدن قسمت BGHC از جسم نیز مساوی است.■

۶-۲-۳- گزاره ۶:

گزاره: اگر جسمی سبک‌تر از یک سیال به زور در آن فرو برده شود، آنگاه نیرویی[18]جسم را به سمت بالا می‌راند.

اثبات: گیریم جسم A کاملاً در سیال غرق شود و G نماد وزن A، و (G+H) نماد وزن یک حجم مساوی از سیال باشند. جسم D را که وزن آن برابر با H است در نظر می‌گیریم و آن را به A اضافه می‌کنیم. در این صورت وزن (A+D) کم‌تر از وزن حجم مساوی‌ای از سیال است، و اگر (A+D) در سیال غرق شود، چنان قرار خواهد گرفت که وزنش با وزن سیال جابه‌جا شده مساوی باشد. اما وزن آن مساوی (G+H) است.

[18] به اندازه اختلاف وزن جسم و سیال جابه‌جا شده.



شکل ۵

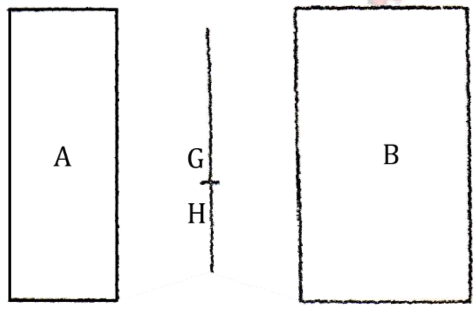
بنابراین وزن سیال جابه‌جا شده برابر (G+H) است و لذا حجم سیال جابه‌جا شده به اندازهٔ حجم جسم است و در نتیجه A غرق در سیال و D بر روی سطح قرار می‌گیرد. بنابراین وزن D نیروی رو به بالای وارده از سوی سیال بر جسم A را متعادل می‌کند و بنابراین نیروی اخیر مساوی با H، یا اختلاف بین وزن جسم A با وزن سیال جابه‌جا شده توسط A، است.■

۷-۲-۳- گزاره ۷:

گزاره: اگر جسمی سنگین‌تر از سیال در آن قرار گیرد، به انتهای سیال سقوط خواهد کرد و چنان‌چه در داخل سیال توزین شود، به اندازهٔ وزن سیال جابه‌جاشده از وزن واقعی‌اش سبک‌تر خواهد بود.

اثبات:(۱) قسمت اول گزاره واضح است، چراکه آن قسمت از سیال که در زیر جسم قرار دارد زیر فشار بیش‌تری قرار می‌گیرد و بنابراین قسمت‌های دیگر به آن راه می‌دهند تا این‌که جسم به انتهای سیال برسد.

(۲) گیریم A جسمی سنگین‌تر از سیال هم‌حجمش باشد و (G+H) وزن آن، و G وزن سیال هم‌حجمش را نشان دهد.



شکل ۶

جسم B را سبک‌تر از سیال هم‌حجمش اختیار می‌کنیم، به‌طوری‌که وزن B برابر با G و وزن همان حجم از سیال (G+H) باشد.

گیریم A و B به یکدیگر بپیوندند، جسمی تشکیل دهند و در سیال غوطه‌ور شوند. آن‌گاه چون وزن (A+B) با وزن سیال هم‌حجمش مساوی است، مجموعه هر دو وزنه با G+(G+H) مساوی است و لذا (A+B) در داخل سیال ساکن می‌ماند.

بنابراین نیرویی که سبب می‌شود تا A به خودی خود در سیال غرق شود باید با نیروی رو به بالایی که سیال بر B وارد می‌کند برابر باشد. نیروی اخیر بنا بر گزاره ۶ با اختلاف (G+H) و G مساوی است. درنتیجه A با نیرویی مساوی با H به سمت پایین فشرده می‌شود یا به عبارت دیگر وزن آن در سیال برابر H، یا اختلاف بین (G+H) و G است.■»[۲]

۳-۳- کتاب اول شناوری (بخش دوم):

«فرض می‌کنیم در یک سیال نیروی رو به بالایی که بر اجسام وارد می‌شود، عمود بر سطح سیال و مار بر مرکز گرانی باشد.

۱-۳-۳- گزاره ۸:

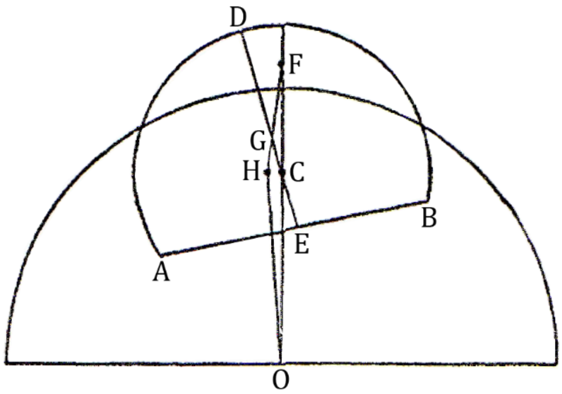
گزاره: اگر جسمی به شکل قطعه‌ای از کره که از ماده‌ای سبک‌تر از سیال ساخته شده است طوری در آن فرو رود که قاعده‌اش با سطح سیال تماس نیابد، جسم در چنان وضعیتی قرار خواهد گرفت که محورش بر سطح سیال عمود باشد. و اگر جسم به زور طوری قرار داده شود که قاعده‌اش از یک طرف با سطح سیال تماس یابد و سپس به حال خود رها شود، در آن وضعیت نمی‌ماند و به وضعیت متقارن باز می‌گردد.

۲-۳-۳- گزاره ۹:

گزاره: اگر جسمی به شکل قطعه‌ای از یک کره و ساخته‌شده از ماده‌ای سبک‌تر از سیال، طوری در آن فرو رود که قاعده‌اش کاملاً در زیر سطح سیال قرار گیرد، قطعه در وضعیتی که محورش عمود بر سطح سیال است به حال سکون خواهد ماند.[۱۹]

اثبات: ابتدا فرض می‌کنیم که قطعه بزرگ‌تر از نیم‌کره باشد. گیریم قطعه را صفحه‌ای مار بر محورش و مرکز زمین ببرد، و در صورت امکان در موقعیت نشان‌داده‌شده در شکل ساکن باشد، که در آن AB محل تقاطع

[۱۹] اثبات این گزاره به صورت ناقص باقی‌مانده است که در آن تنها به یک مورد از سه حالت قابل تشخیص می‌پردازد؛ یعنی حالتی که قطعه بزرگ‌تر از یک نیم‌کره باشد...



شکل ۷

صفحه با قاعدهٔ قطعه، DE محورش، C مرکز کره‌ای که قطعه مورد نظر بخشی از آن است و O مرکز زمین‌اند. مرکز گرانی قسمتی از قطعه که در بیرون قطعه قرار دارد نقطه‌ای مانند F است که بر امتداد OC یا محورش،که از نقطه‌ی C می‌گذرد، قرار دارد.

گیریم G مرکز گرانی قطعه باشد. FG را وصل می‌کنیم و آن را تا H طوری امتداد می‌دهیم که:

(حجم بقیه جسم) : (حجم قسمت غوطه‌ور شدهٔ جسم) = FG : GH

و OH را وصل می‌کنیم.

در این صورت وزن قسمتی از جسم که در بیرون سیال قرار دارد در امتداد FO، و فشار سیال بر قسمت غوطه‌ور در امتداد OH وارد می‌شوند، در حالی که وزن قسمت غوطه‌ور در امتداد HO اثر می‌کند که بنا به فرض کم‌تر از فشاری است که از طرف سیال در امتداد OH وارد می‌شود.

بنابراین در این حالت تعادلی برقرار نخواهد بود و طرف A در قطعه صعود و طرف B سقوط خواهند کرد تا وقتی DE در موقعیت عمود بر سطح سیال قرار گیرد.■»[۲]

منابع:

۱- جوناس، آرتر، ۱۳۵۷، کشفهای شگفت‌انگیز ارشمیدس، پوران صلح کل،کتاب‌های طلایی
۲- لیتل هیث، تامس، ۱۳۹۷، مجموعه آثار ارشمیدس، بهنام شیخ باقری، نشر نی
3- F. M. S Lima, Using surface integrals for checking the Archimedes' law of buoyancy, European J Physics, 33 (1) (2011)
4- www.longlongtimeago.com