

خودتان را برای یک مبارزه علمی و  
عملی بزرگ تا رسیدن به اهداف عالی  
انقلاب اسلامی آماده کنید.  
امام خمینی (ره)



موسسه آموزش عالی آزاد

با مجوز رسمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

آزمون کارشناسی ارشد سراسری ۱۳۹۲

مجموعه مهندسی برق

گرایش (الکترونیک، قدرت، مخابرات، کنترل، میکاترونیک)

کد ( ۱۲۵۱ )

103

A

نام:

نام خانوادگی:

محل امضاء:

مواد امتحانی مجموعه مهندسی برق و تعداد سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضیات (معادلات دیفرانسیل، ریاضیات مهندسی، آمار و احتمالات)	۱۲	۳۱	۴۲
۳	مدارهای الکتریکی ۱ و ۲	۱۲	۴۳	۵۴

بهمن ماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

**Part a: vocabulary**

**Directions:** Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

1. We can .....the power of the wind to generate electricity.  
1) harness                      2) justify                      3) engender                      4) obey
2. The discovery of DNA's double-helix structure by James D.Waston and Francis H. Crick reduced genetics to chemistry and laid the .....for the next half a century of biology.  
1) resources                      2) spheres                      3) distributions                      3) foundations
3. Does some fine madness plague great artists? Several studies show that creativity and mood.....are linked.  
1) distinctions                      2) disorders                      3) encounters                      4) violations
4. The teacher told Ted's mother that her son did not .....as much interest in math as was expected of him.  
1) fascinate                      2) emphasize                      3) manifest                      4) incline
5. Blood vessels snake through our bodies, literally .....our life's blood, their courses visible through our skin only as faint bluish tracks or ropy cords.  
1) revive                      2) eroding                      3) revolving                      4) conveying
6. The remarkable physical transformation children undergo as they grow up is matched only by the .....of their minds.  
1) metamorphosis                      2) illustration                      3) presumption                      4) reversion
7. The third basic theory of moral development puts the emphasis on intellectual growth, arguing that .....and vice are ultimately a matter of conscious choice.  
1) incentive                      2) virtue                      3) elegy                      4) diagnosis
8. The court will require clear, .....evidence before its decision can be changed.  
1) widespread                      2) eventual                      3) flexible                      4) cogent

9. They accused that European countries of .....in their country's internal affairs.  
 1) exploiting                      2) meddling                      3) persisting                      4) culminating
10. The first meeting will be in the City Hall, but all .....meetings will be held in the school.  
 1) sufficient                      2) former                      3) subsequent                      4) incipient

### B: Cloze Test

**Directions:** Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3) or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

How long can humans stay awake? The quick answer is 264 hours, or 11 days. In 1965 Randy Gardner, a (11)....., set this apparent world record as a science-fair project. Several other research subjects have remained awake for eight to 10 days in (12)..... None experienced serious medical or psychiatric problems, but all showed progressive and significant deficits in concentration, motivation, (13).....and other higher mental processes. (14)....., all returned to relative normalcy after one or two nights of sleep. Other anecdotal reports describe soldiers (15).....awake for four days in battle and unmedicated patients with mania going without sleep for three to four days.

11. .  
 1) high school 17-year-old student                      2) 17-year-old high school student  
 3) student of high school aging 17                      4) student in a 17-years-old high school
12. .  
 1) carefully monitored experiments                      2) monitored careful experiments  
 3) experiments with monitoring carefully                      4) carefully monitoring experiments
13. .  
 1) the way to perceive                      2) perceiving                      3) perception                      4) to perceive
14. .  
 1) Conversely                      2) Accordingly                      3) Nevertheless                      4) Whereas
15. .  
 1) staying                      2) stayed                      3) whose staying                      4) those staying

### Part C: Reading Comprehension.

**Directions:** Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space, and then mark the answer on your answer sheet.

#### Passage 1 Smart Grid

The United States (US) is going to secure 25% of the country's electricity from clean, renewable resources by 2025. Yet, renewable sources other than hydropower still provide only about 5% of the electricity supply for the US grid. What is holding the US back?

The grid is partly to blame. The physical reality is that the wind, solar, and geothermal resources are usually located in remote places, while much of the power demand is in urban

areas. Like the interstate highway system, we need an electric superhighway that provides infrastructure for electricity to get from North Dakota to New York City easily and efficiently.

Geography issues aside, the current grid has difficulty accommodating variable sources of power like wind and solar energy, the fastest-growing sources of renewable power on the grid. As these resources begin to supply increasing percentages of power to the grid, integrating them into grid operations will become increasingly difficult.

A "Smart Grid" will be able to make better use of these energy resources. It will give grid operators new tools to reduce power demand quickly when wind or solar power dips, and it will have more energy storage capabilities to absorb excess wind and solar power when it is not needed, then to release that energy when the wind and solar power dips. In effect, energy storage will help to smooth out the variability in wind and solar resources, making them easier to use.

Building an electric superhighway can also help solve the problem, as it will help to ship the power to where it is needed. Studies have shown that connecting wind resources from a diversity of geographic locations helps to balance out fluctuations in wind power. In other words, when the wind is not blowing in Iowa, it may be blowing in North Dakota or Wyoming. Having such geographically diverse wind resources on a single electric superhighway will result in a more steady supply of wind power to the US power grid, making it easier for grid operators to make full use of this resource.

16. What does "grid" refer to?

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1) Infrastructure for electricity delivery | 2) Interstate highway system     |
| 3) Network                                 | 4) Vertical and horizontal lines |

17. According to the passage,

- 1) Hydropower provides 5% of the electricity supply
- 2) 25% of electricity will be provided by hydropower by 2025
- 3) Renewable sources provide a large percentage of the electricity supply at present
- 4) Renewable sources other than hydropower provide a small fraction of the electricity supply

18. Which one of the following actions is not done by a Smart Grid to make better use of energy resources?

- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| 1) Releasing energy when supplies dip | 2) Providing more energy storage capabilities |
| 3) Reducing power demand quickly      | 4) Increasing different energy types          |

19. What is the meaning of "remote" in the second paragraph?

- |            |        |          |          |
|------------|--------|----------|----------|
| 1) Control | 2) Far | 3) Rural | 4) Urban |
|------------|--------|----------|----------|

20. Which is not a main limitation of the current grid?

- |   |                                |
|---|--------------------------------|
| 1) Geography issues                       | 2) Energy storage capabilities |
| 3) Accommodating different energy sources | 4) Accommodating excess energy |

## Passage 2

Radio frequency (RF) engineering is a subset of electrical engineering that deals with devices that are designed to operate in the Radio Frequency spectrum. These devices operate within the range of about 3 k.Hz up to 300 GHz. RF engineering is incorporated into almost everything that transmits or receives a radio wave, which includes, but is not limited to, Mobile

Phones, Radios, WiFi, and walkie talkies. RF engineering is a highly specialized field falling typically in one of two areas; 1) providing or controlling coverage with some kind of antenna/transmission system and 2) generating or receiving signals to or from that transmission system to other communications electronics or controls.

To produce quality results, an in-depth knowledge of mathematics, physics, general electronics theory as well as specialized training in areas such as wave propagation, impedance transformations, filters, microstrip circuit board design, etc. may be required. Because of the many ways RF is conducted both through typical conductors as well as through space, an initial design of an RF circuit usually bears very little resemblance to the final optimized physical circuit. Revisions to the design are often required to achieve intended results.

RF engineers are specialists in their respective field and can take on many different roles, such as design, installation, and maintenance. RF engineers require many years of extensive experience in the area of study. This type of engineer has experience with transmission systems, device design, and placement of antennas for optimum performance.

In addition, an RF design engineer must be able to understand electronic hardware design. circuit board material, antenna radiation, and the effect of interfering frequencies that prevent optimum performance within the piece of equipment being developed,

21. Why do we need to revise when an RF circuits is designed

- 1) Because RF engineering is a highly specialized field.
- 2) Because of the different ways RF is conducted.
- 3) Because these circuits operate within the range of about 3 Hz up to 300 GHz.
- 4) Because an initial design of an RF circuit usually bears resemblance.

22. What does "deal with" mean in the first sentence?

- 1) agree with
- 2) discuss
- 3) cope with
- 4) design

23. According to the text, which of the following statement is false?

- 1) An RF design engineer must be able to understand the effect of interfering frequencies.
- 2) RF engineers are specialists in their respective field such as design, installation, and maintenance.
- 3) RF engineering is connected with everything that transmits or receives a radio wave, for examples: Mobile Phones and WiFi.
- 4) RF devices don't operate within a limited range.

24. Which word is close to the "propagation" meaning?

- 1) conduction
- 2) dissemination
- 3) transmission
- 4) transition

25. It is not necessary that an RF design engineer knows about:

- 1) antenna radiation
- 2) electronic hardware design
- 3) microstrip circuit board design
- 4) software programming

### Passage 3

A signal as referred to in communication systems, signal processing, and electrical engineering is a function that conveys information about the behavior or attributes of some phenomenon. In the physical world, any quantity exhibiting variation in time or variation in space (such as an image) is potentially a signal that might provide information on the status of a physical system, or convey a message between observers, among other possibilities.

The term "signal" includes, among others, audio, video, speech, image, communication, geophysical, sonar, radar, medical and musical signals.

A signal is physical quantity which varies with respect to time, space and contains information from source to destination.

Other examples of signals are the output of a thermocouple, which conveys temperature information, and the output of a pH meter which conveys acidity information. Typically, electrical signals are often provided by a sensor. Transducer is a device which converts a form of energy to another form of energy but sensor only converts a form of energy to electrical parameters. For example, a microphone is a sensor and converts an acoustic signal to a voltage waveform, and a speaker does the reverse but it is not a type of sensor. The formal study of the information content of signals is the field of information theory. The information in a signal is usually accompanied by noise. The term noise usually means an undesirable random disturbance, but is often extended to include unwanted signals conflicting with the desired signal (such as crosstalk). The prevention of noise is covered in part under the heading of signal integrity. The separation of desired signals from a background is the field of signal recovery, one branch of which is estimation theory, a probabilistic approach to suppressing random disturbances

26. A speaker converts.....

- 1) a voltage form to an acoustic signal form.
- 2) an acoustic signal to a voltage form.
- 3) a voltage form to another amplified voltage.
- 4) a low level acoustic signal to high level acoustic signal.

27. According to the text, which of the following statement is valid?

- 1) A signal is physical quality which varies with respect to time and space.
- 2) Noise is unwanted signal conflicting with the desired signal.
- 3) Information theory field discusses about transducers.
- 4) Image is not a type of signal information.

28. What does the word "conveys" mean in the second line?

- 1) analyses
- 2) shows
- 3) carries
- 4) collects

29. Which definition is right for "Transducer"? Transducer converts.....

- 1) an acoustic signal to voltage waveform.
- 2) a voltage waveform to another form of energy.
- 3) a form of energy to voltage waveform.
- 4) a form of energy to another form of energy.

30. What does the sentence "The prevention of noise is covered in part under the heading of signal integrity" mean?

- 1) By "signal integrity" we could prevent of noise.
- 2) 'Signal integrity' is covered by noise.
- 3) Noise is a type of cover which is under the 'signal integrity'
- 4) Noise covers the signals and we couldn't prevent it.

۳۱. جواب عمومی معادله‌ی دیفرانسیل  $\sin y \frac{dy}{dx} = \cos y (1 - x \cos y)$  ، کدام است؟

$$\frac{1}{\cos y} = x + 1 + ce^{-x} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\cos y} = x + 2 + ce^{-x} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\cos y} = x + 1 + ce^{+x} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{\cos y} = x - 1 + ce^{+x} \quad (۳)$$

۳۲. دو جواب مستقل خطی معادله‌ی دیفرانسیل  $x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{9}{4}\right)y = 0$  ، کدام است؟

$$y_2(x) = J_{-\frac{3}{2}}(x) \quad , \quad y_1(x) = J_{\frac{3}{2}}(x) \quad (۱)$$

$$y_2(x) = -y_1(x) \ln|x| + J_{-\frac{3}{2}}(x) \quad , \quad y_1(x) = J_{\frac{3}{2}}(x) \quad (۲)$$

$$y_2(x) = y_1(x) \ln|x| + |x|^{-\frac{3}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n \quad , \quad y_1(x) = J_{\frac{3}{2}}(x) \quad (۳)$$

$$y_2(x) = y_1(x) \ln|x| + J_{\frac{3}{2}}(x) \quad , \quad y_1(x) = J_{\frac{3}{2}}(x) \quad (۴)$$

۳۳. کدام یک جواب خصوصی  $y_p(x)$  معادله‌ی دیفرانسیل  $x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = 2x^4$  نیست؟

$$\frac{1}{15}x^4 + 2x^{-1} \quad (۴) \quad \frac{1}{15}x^4 + x^{-2} \quad (۳) \quad \frac{1}{15}x^4 + 7x^2 \quad (۲) \quad \frac{1}{15}x^4 + 4x \quad (۱)$$

۳۴. جواب معادله‌ی  $y'' + \frac{1}{x}y' = \frac{\sin x}{x}$  ، با شرایط  $y(0) = 1$  و  $y'(0) = 0$  ، کدام است؟

$$y = 1 + \frac{x^2}{2 \times 2!} - \frac{x^4}{4 \times 4!} + \dots \quad (۲)$$

$$y = 1 - \frac{x^2}{2 \times 2!} + \frac{x^4}{4 \times 4!} - \dots \quad (۱)$$

$$y = 1 + \frac{x^2}{2 \times 2!} + \frac{x^4}{4 \times 4!} + \dots \quad (۴)$$

$$y = 1 - \frac{x^2}{2 \times 2!} - \frac{x^4}{4 \times 4!} - \dots \quad (۳)$$

۳۵. اگر تابع  $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{3x}{2} + \sin^2 \frac{5x}{2}$  باشد، مقدار انتگرال  $A = \int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx$  کدام است؟

(۱)  $6\pi$  (۲)  $\frac{21}{4}\pi$  (۳)  $\frac{21}{8}\pi$  (۴)  $\frac{21}{4}\pi$

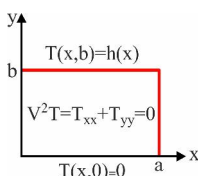
۳۶. درجه حرارت  $u(x, t)$  میله‌ای به طول  $\pi$  که دو طرف آن، در مخلوط آب و یخ قرار گرفته و دمای اولیه آن

$u(x, 0) = \sin x$  است و در معادله  $u_t - u_{xx} = 0$  صدق می‌کند، کدام است؟

(۱)  $e^{-t} \sin 2x$  (۲)  $e^{-t} \sin x$  (۳)  $e^t \sin x$  (۴)  $e^{2t} \sin x$

۳۷. پایهای متعامد مورد نیاز برای استفاده در حل مسئله مقدار مرزی داده شده از طریق جداسازی متغیرها، کدام

است؟  $h(x)$  تابعی تکه‌ای هموار و معلوم است)



شرایط مرزی روی دو ضلع راست و چپ:

$$T(0, y) = T(a, y)$$

$$T_x(0, y) = T_x(a, y)$$

$$\frac{1}{2}, \sin \frac{2\pi x}{a}, \cos \frac{2\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{2n\pi x}{a}, \cos \frac{2n\pi x}{a}, \dots \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2}, \sin \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{n\pi x}{a}, \cos \frac{n\pi x}{a}, \dots \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2}, \sin \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{(2n-1)\pi x}{a}, \cos \frac{(2n-1)\pi x}{a}, \dots \quad (۳)$$

$$\sin \frac{2\pi x}{a}, \cos \frac{2\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{2n\pi x}{a}, \cos \frac{2n\pi x}{a}, \dots \quad (۴)$$

۳۸. در مورد تابع مختلط  $f(z) = \begin{cases} \frac{(\bar{z})^2}{z} & , z \neq 0 \\ 0 & , z = 0 \end{cases}$ ، گزینه‌ی صحیح کدام است؟

(۱) در مبدأ  $(0, 0)$  روابط کشی - ریمان برقرار نیستند.

(۲) در نقطه‌ی  $z = 0$  مشتق پذیر است.

(۳) مشتقات جزئی مرتبه اول توابع حقیقی  $\operatorname{Re} f(z)$  و  $\operatorname{Im} f(z)$  در  $(0, 0)$  پیوسته نیستند.

(۴) در نقطه‌ی  $z = 0$  مشتق پذیر نیست چون روابط کشی - ریمان در مبدأ برقرار نیست.

۳۹. دایره‌ای به مرکز نقطه  $z_0$  و به شعاع  $\rho_0$  به قسمی که  $\rho_0 = |z_0|$ ، در صفحه  $z$ ، مفروض است. در اثر تبدیل

$w = \frac{1}{z}$ ، معادله این دایره به کدام رابطه در صفحه‌ی  $w$  تبدیل می‌شود؟

(۱)  $1 + 2\operatorname{Re}(\bar{z}_0 \bar{w}) = 0$  (۲)  $1 - 2\operatorname{Re}(z_0 w) = 0$

(۳)  $1 + 2\operatorname{Re}(z_0 w) = 0$  (۴)  $1 - 2\operatorname{Re}(\bar{z}_0 w) = 0$



۴۰. C. مرز ساده بسته‌ای پیموده شده در جهت مثلثاتی است، که به ازای هر نقطه‌ی  $z$  روی آن داریم  $|z| > 1$ ، در این

صورت مقدار انتگرال  $\oint_c \frac{dz}{(z^n + 1)}$  (  $n > 1$  عدد طبیعی) کدام است؟

(۱)  $\frac{-2\pi i}{n}$  (۲)  $-2\pi i$  (۳) 0 (۴)  $2\pi i$

۴۱.  $X_1, X_2$  و  $X_3$  سه متغیر تصادفی پواسن مستقل از هم با پارامترهای به ترتیب  $\lambda_1 = 4$ ،  $\lambda_2 = 2$  و  $\lambda_3 = 1$

می‌باشند. اگر  $Y = X_1 + 2X_2 + 4X_3$  باشد آنگاه احتمال  $P(Y < 2)$  برابر کدام است؟

(۱)  $1 - e^{-7}$  (۲)  $8e^{-7}$  (۳)  $1 - e^{-12}$  (۴)  $13e^{-12}$

۴۲. تابع چگالی احتمال توأم  $X$  و  $Y$  به صورت زیر داده شده است.

$$f(x, y) = \begin{cases} ce^{-x-y}, & 0 < x, \quad 0 < y \\ 0 & \text{در غیر این صورت،} \end{cases}$$

تابع چگالی احتمال  $f_{\frac{X}{Y}}(a)$  متغیر تصادفی  $\frac{X}{Y}$ ، کدام است؟

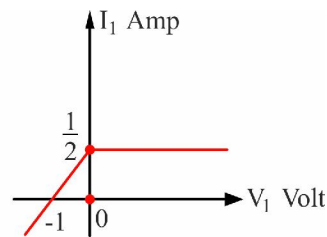
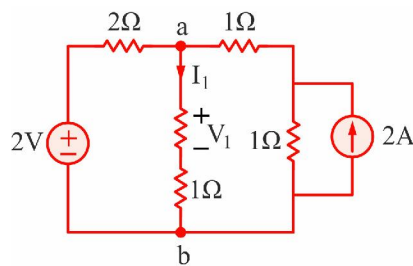
(۱)  $\frac{1}{(a+1)^2}$ ،  $\forall a > 0$  (۲)  $\frac{a}{a+1}$ ،  $\forall a > 0$   
 (۳)  $\frac{a}{(a+1)^2}$ ،  $\forall a > 0$  (۴)  $\frac{a^2}{(a+1)^2}$ ،  $\forall a > 0$

## مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)

۴۳. گراف مداری پنج گره و نه شاخه دارد. تعداد ولتاژهای مستقل از هم مدار برابر کدام است؟

- (۱) تعداد معادلات KCL مستقل از هم مدار  
(۲) تعداد جریان‌های مستقل از هم مدار  
(۳) تعداد معادلات KVL مستقل از هم مدار  
(۴)  $\frac{5}{4}$  تعداد معادلات KVL مستقل از هم مدار

۴۴. ولتاژ  $V_{ab}$  در مدار زیر، چند ولت است؟

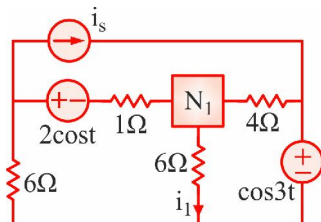


مشخصه  $V_1 - I_1$  مقاومت غیر خطی

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲) 2  
(۳)  $\frac{3}{2}$   
(۴)  $\frac{5}{2}$

۴۵. در مدار مقاومتی خطی با جواب یگانه‌ی زیر، اگر  $i_s = 5 \sin 2t + 4$  آمپر باشد، در جریان  $i_1$  یکی از جملات برابر

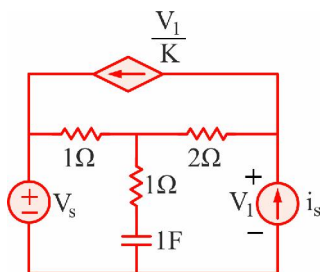
است. جمله‌ی ثابت در  $i_1$  کدام است؟ ( $N_1$  بدون منابع مستقل است.)



- (۱) -6  
(۲) -2.4  
(۳) -0.4  
(۴) 4

۴۶. فرکانس طبیعی مدار زیر، برابر  $-\frac{1}{3}$  است. وقتی خازن اتصال باز است، چه مقاومتی از دو سر منبع جریان

مستقل دیده می‌شود؟ (k ثابت)



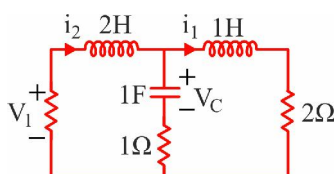
(۱)  $-4\Omega$

(۲)  $3\Omega$

(۳)  $8\Omega$

(۴)  $12\Omega$

۴۷. در مدار زیر اگر  $i_1(0^-) = i_2(0^-) = 1$  آمپر و  $v_c(0^-) = 1$  ولت باشد، مقدار  $v_1'(0^+)$  برابر کدام است؟



(۱) 3

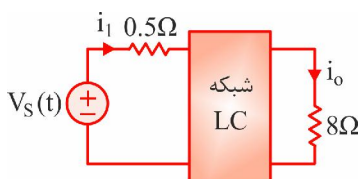
(۲) 6

(۳) 9

(۴) 12

۴۸. در مدار روبه‌رو، که در وضعیت دائمی سینوسی قرار دارد، اگر  $v_s(t) = \cos \omega t$  ولت و  $i_1(t) = \frac{1}{2} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{3} \right)$

آمپر باشد، دامنه‌ی جریان  $i_o(t)$  چند آمپر است؟



(۲)  $\frac{1}{40}$

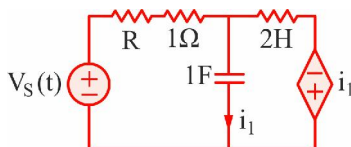
(۱)  $\frac{1}{8}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{4}$

۴۹. وقتی در وضعیت دائمی سینوسی با فرکانس  $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ، بیشترین توان متوسط مقاومت R برابر  $2\sqrt{5}$  وات

است، مجموع توان‌های متوسط منابع ولتاژ چند وات است؟



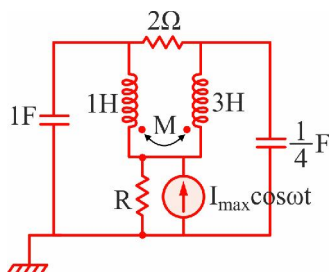
(۲)  $-2\sqrt{5}$

(۱)  $-2(\sqrt{5}+1)$

(۴)  $3\sqrt{5}$

(۳)  $+2(\sqrt{5}+1)$

۵۰. در مدار زیر، وضعیت دائمی سینوسی جریان مقاومت  $2\Omega$  صفر است، مقدار M چند هانری است؟



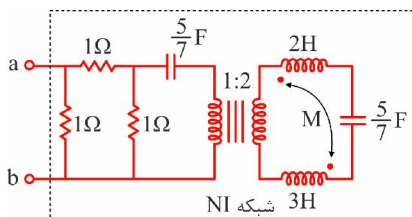
(۲)  $\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{1}{6}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

۵۱. ضریب تزویج متقابل  $M$  را به نحوی تعیین کنید که ضریب توان حقیقی  $N_1$  در فرکانس  $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$  برابر یک باشد؟



$$M = \frac{1}{3}H \quad (۱)$$

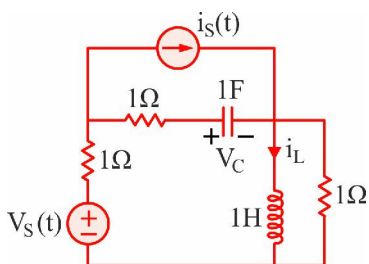
$$M = \frac{1}{2}H \quad (۲)$$

$$M = 2H \quad (۳)$$

$$M = 1H \quad (۴)$$

۵۲. در مدار زیر، با انتخاب  $\underline{X} = \begin{bmatrix} v_c \\ i_L \end{bmatrix}$  به عنوان بردار حالت، ماتریس  $A$  در معادلات حالت برابر کدام است؟

$$\left( \dot{\underline{X}} = \underline{A}\underline{X} + \underline{B}\underline{W} \right)$$



$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad (۲) \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (۴) \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad (۳)$$

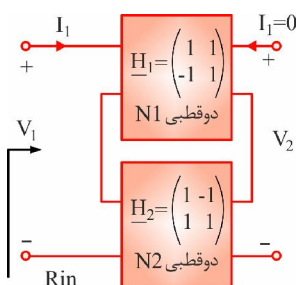
۵۳. در مدار مرتبه سوم  $A$ ، تابع انتقال  $\frac{V_o}{V_s} = \frac{10}{(s+1)(s+2)}$  و در مدار مرتبه‌ی سوم  $B$  تابع انتقال

را داریم. در کدام مدار با  $v_s = \cos t$  حتماً  $v_o(t)$  را داریم و با کدام دامنه‌ی سینوسی؟

$$\frac{1}{4} \quad (۲) \text{ در مدار } A \text{ با دامنه‌ی } \quad (۱) \text{ در مدار } B \text{ با دامنه‌ی } \frac{1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (۴) \text{ در مدار } B \text{ با دامنه‌ی } \quad (۳) \text{ در مدار } A \text{ با دامنه‌ی } \sqrt{10}$$

۵۴. در اتصال دو تا دوقطبی روبه‌رو، مقاومت ورودی کل با  $I_2 = 0$  چند اهم است؟ ( $H_1$  و  $H_2$  ماتریس‌های هایبرید هستند و بعد از اتصال دوقطبی‌ها تغییر نمی‌کنند).



$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$4 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۴)$$



خودتان را برای یک مبارزه علمی و  
عملی بزرگ تا رسیدن به اهداف عالی  
انقلاب اسلامی آماده کنید.  
امام خمینی (ره)

## موسسه آموزش عالی آزاد

با مجوز رسمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

### آزمون کارشناسی ارشد سراسری ۱۳۹۲

#### مجموعه مهندسی برق

گرایش (الکترونیک، قدرت، مخابرات، کنترل، میکاترونیک)

کد ( ۱۲۵۱ )

103

C

نام:

نام خانوادگی:

محل امضاء:

#### مواد امتحانی مجموعه مهندسی برق و تعداد سوالات

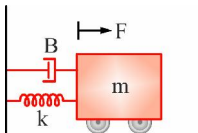
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	سیستم‌های کنترل خطی	۱۲	۵۵	۶۶
۲	تجزیه و تحلیل سیستم‌ها	۱۲	۶۷	۷۸
۳	بررسی سیستم‌های قدرت	۱۲	۷۹	۹۰
۴	مدار منطقی و ریزپردازنده‌ها	۱۲	۹۱	۱۰۲
۵	الکترونیک ۲و۱	۱۲	۱۰۳	۱۱۴
۶	ماشین‌های الکتریکی ۲و۱	۱۲	۱۱۵	۱۲۶
۷	الکترومغناطیس	۱۲	۱۲۷	۱۳۸

بهمن‌ماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

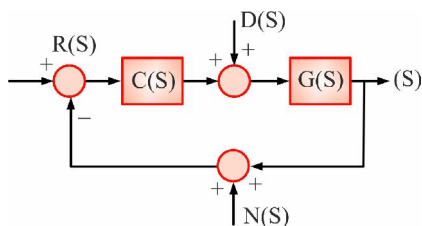
## سیستم‌های کنترل خطی

۵۵. در شکل زیر، هدف آن است که پس از اعمال نیروی  $F=1\text{N}$  در زمان  $t=0$ ، جرم در فاصله یک متری از نقطه‌ی اولیه متوقف شود، با فرض این که ضریب اصطکاک جرم با سطح زمین قابل صرف نظر باشد، به ازای جرم  $1\text{kg}$  مقادیر  $K$  و  $B$  را به گونه‌ای به دست آورید، تا مسافت طی شده توسط جرم برای رسیدن به نقطه‌ی هدف مینیمم باشد؟

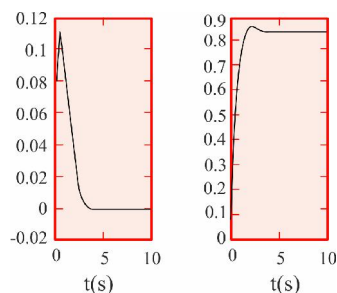


- (۱)  $K=1, B>2$       (۲)  $K=1, B\geq 2$   
 (۳)  $K=1, -2<B<2$       (۴)  $B=2$  بستگی به  $K$  ندارد.

۵۶. سیستم حلقه بسته‌ی زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید پاسخ پله‌ی واحد  $y(s)$  به ازاء  $\left(D(s)=\frac{1}{s}, R(s)=N(s)=0\right)$  و  $y_d$  و پاسخ آن به ازاء  $\left(D(s)=\frac{1}{s}, R(s)=N(s)=0\right)$  باشد. اگر  $y_r$  و  $y_d$  به صورت شکل زیر باشند، کدام گزینه در مورد کران سیگنال‌ها، به ازای  $R(s)=N(s)=\frac{1}{s}$  و  $D(s)=0$  درست است؟

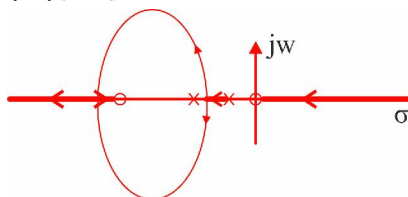
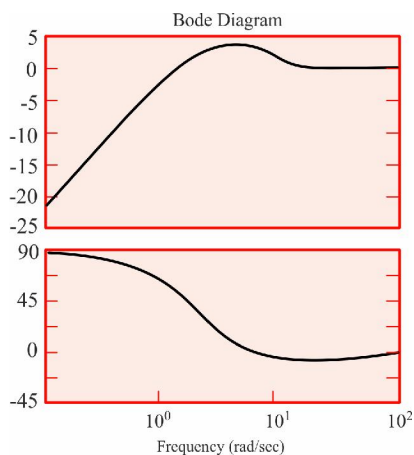


- (۲) سیگنال  $y(t)$  نامحدود و  $u(t)$  نامحدود  
 (۴) سیگنال  $y(t)$  محدود و  $u(t)$  محدود

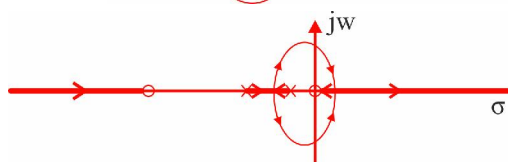


- (۱) سیگنال  $u(t)$  محدود و  $y(t)$  نامحدود  
 (۳) سیگنال  $u(t)$  نامحدود و  $y(t)$  محدود

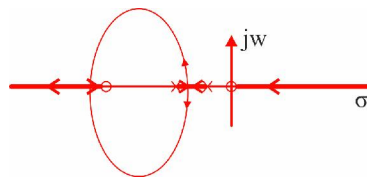
۵۷. سیستم فیدبک واحد با تابع مسیر پیشروی  $G(s)$ ، که پاسخ فرکانسی آن در شکل نشان داده شده است را در نظر بگیرید. مکان هندسی ریشه‌های سیستم ( $k < 0$ ) و وضعیت قطب‌ها به ازاء  $k = -1$  چگونه است؟



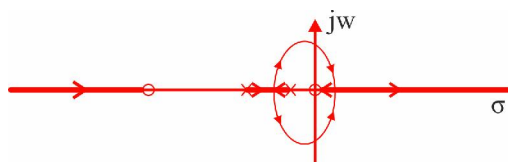
(۱) با دو ریشه در LHP



(۲) با دو ریشه در RHP



(۳) یک ریشه در  $\infty$ ، یک ریشه در LHP



(۴) یک ریشه در  $\infty$ ، یک ریشه در RHP

۵۸. گزینه‌ی نادرست، کدام است؟

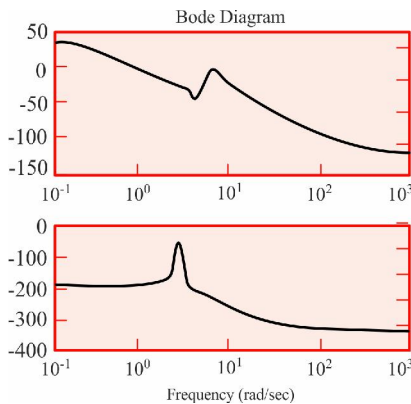
(۱) تأخیر زمانی، فرکانس گذر فاز را کاهش می‌دهد.

(۲) زمان نشست تابع تبدیل  $\frac{4}{s^2 + 2.8s + 4}$  با معیار 5 درصد با  $\frac{3}{1.14}$  برابر است.

(۳) سیستم با صفر نزدیک به مبدأ، دارای بالازدگی نزدیک به بی‌نهایت در پاسخ پله می‌باشد.

(۴) اگر منحنی فاز و اندازه نزولی باشند و سیستم مینیمم فاز باشد، در صورتی که فرکانس گذر فاز کوچک‌تر از فرکانس گذر بهره باشد، سیستم ناپایدار است.

۵۹. پاسخ فرکانسی  $G(s)$  داده شده است، تابع تبدیل کدام است؟



$$G(s) = \frac{(s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1}s + \omega_{n1}^2)(1 - \alpha s)}{s^2(s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)(1 + \alpha s)}$$

$\zeta_1 \cong \zeta_2$   
 $\alpha > 0$   
 $\omega_{n1} < \omega_{n2}$

$$G(s) = \frac{(s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1}s + \omega_{n1}^2)(s - \alpha)}{s^2(s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)(s + \alpha)}$$

$\alpha > 0$   
 $\omega_{n1} < \omega_{n2}$   
 $\zeta_1 \cong \zeta_2$

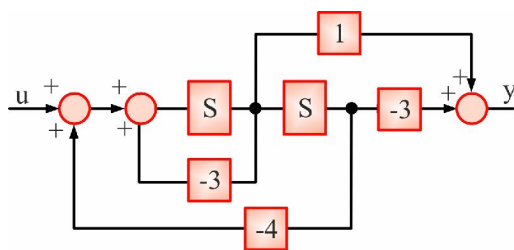
$$G(s) = \frac{(s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1}s + \omega_{n1}^2)(1 - \alpha s)}{s^2(s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)(1 + \alpha s)}$$

$\alpha > 0$   
 $\omega_{n1} < \omega_{n2}$   
 $\zeta_1 \gg \zeta_2$

$$G(s) = \frac{(s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1}s + \omega_{n1}^2)(1 - \alpha s)}{s^2(s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)(1 + \alpha s)}$$

$\alpha > 0$   
 $\omega_{n1} > \omega_{n2}$   
 $\zeta_1 \cong \zeta_2$

۶۰. بلوک دیاگرام حالت سیستمی به شکل زیر است. اگر  $u = -y$  در نظر گرفته شود، پاسخ سیستم کدام است؟



(۱) پایدار و نوسانی میرا شونده

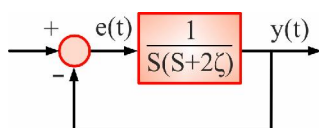
(۲) نوسانی نامیرا

(۳) ناپایدار

(۴) پایدار و میرای بحرانی

۶۱. در سیستم کنترل زیر،  $\zeta \geq 1$  و  $y(t)$  پاسخ پله‌ی سیستم می‌باشد. اگر  $e(t) = 1 - y(t)$  بیانگر خطای پاسخ پله

سیستم باشد، در این صورت مقدار شاخص  $\int_0^\infty t|\dot{e}(t)|dt$ ، کدام است؟



(۱)  $2\zeta$

(۲)  $\zeta$

(۳) ۱

(۴) ۲



## ۶۲. گزینه‌ی صحیح کدام است؟

- (۱) با دور شدن قطب‌های سیستم حلقه بسته از محور موهومی، سرعت پاسخ زمانی افزایش می‌یابد.  
 (۲) با دور شدن قطب‌های سیستم حلقه‌ی بسته از محور موهومی، ممکن است بالا زدگی پاسخ پله افزایش یابد.  
 (۳) افزودن فیدبک سرعت به سیستم کنترل وضعیت، باعث کاهش خطای حالت دائمی به ورودی شیب می‌گردد.  
 (۴) در سیستم مرتبه دو استاندارد، افزایش ضریب مشتق‌گیر در کنترل کننده‌ی PD، باعث افزایش خطای حالت دائمی به ورودی شیب می‌شود.

۶۳. در سیستم روبه‌رو، تحت چه شرایطی  $y(s) \equiv 0$  می‌شود.

$$R(S) \rightarrow \boxed{\frac{S-1}{S+1}} \rightarrow y(t)$$

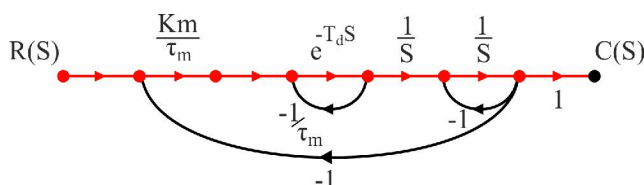
(۱)  $R(t) = e^{+t}$  و  $y(0) = 1$   
 (۲)  $R(t) = e^{-t}$  و  $y(0) = 1$  آزاد  
 (۳)  $R(t) = e^{+t}$  و  $y(0) = -1$   
 (۴)  $R(t) = e^{-t}$  و  $y(0) = 0$

## ۶۴. معادله‌ی مشخصه‌ی زیر را در نظر بگیرید:

$$Q(s) = s^5 + 3s^3 + s^2 + 2s + 2$$

تعداد ریشه‌های  $Q(s)$  در LHP, RHP و روی محور  $j\omega$  کدام است؟

- (۱) صفر ریشه در RHP، دو ریشه  $j\omega$  و سه ریشه در LHP  
 (۲) دو ریشه در RHP، دو ریشه  $j\omega$  و یک ریشه در LHP  
 (۳) دو ریشه در RHP و سه ریشه در LHP  
 (۴) یک ریشه در RHP، دو ریشه  $j\omega$  و یک ریشه در LHP
۶۵. اگر  $G(s)$  تابع تبدیل مسیر پیشرو در سیستم فیدبک واحد زیر باشد، حساسیت سیستم حلقه باز و سیستم

حلقه بسته نسبت به تغییرات  $(S_{T_d}^T, S_{T_d}^G) T_d$  کدام است؟

$$S_{T_d}^T = \frac{-T_d s(1 + \tau_m s)(s+1)}{(\tau_m s + 1)(s+1) + K_m e^{-T_d s}} \text{ و } S_{T_d}^G = \frac{-K_m s e^{-T_d s}}{(\tau_m s + 1)(s+1)} \quad (۱)$$

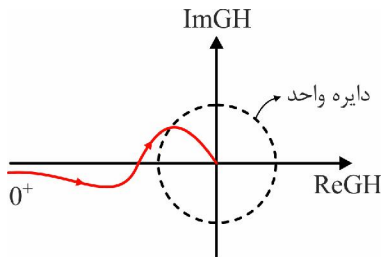
$$S_{T_d}^T = \frac{-T_d s(1 + \tau_m s)(s+1)}{(\tau_m s + 1)(s+1) + K_m e^{-T_d s}} \text{ و } S_{T_d}^G = T_d s \quad (۲)$$

$$S_{T_d}^T = \frac{-T_d s}{(\tau_m s + 1)(s+1) + K_m e^{-T_d s}} \text{ و } S_{T_d}^G = -T_d s \quad (۳)$$

$$S_{T_d}^T = \frac{K_m s e^{-T_d s}}{(\tau_m s + 1)(s+1) + K_m e^{-T_d s}} \text{ و } S_{T_d}^G = \frac{-K_m s e^{-T_d s}}{(\tau_m s + 1)(s+1)} \quad (۴)$$

۶۶. نمودار قطبی مربوط به یک سیستم کنترلی مینیمم فاز، با فیدبک واحد منفی ترسیم شده است. جهت دستیابی

به خطای حالت ماندگار صفر به ورودی شیب، ساده‌ترین جبران‌ساز سری کدام است؟



(۱) تناسبی

(۲) PID

(۳) PI

(۴) PD

۶۷. اگر  $x_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \cos\left(\frac{t}{3}\right) \delta(t - k\pi)$  و  $x_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \cos(\pi t^2) \delta(t - k)$  و  $x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$  باشد در

این صورت:

(۱)  $x_1(t)$  و  $x_2(t)$  متناوب و  $x_3(t)$  نامتناوب است.

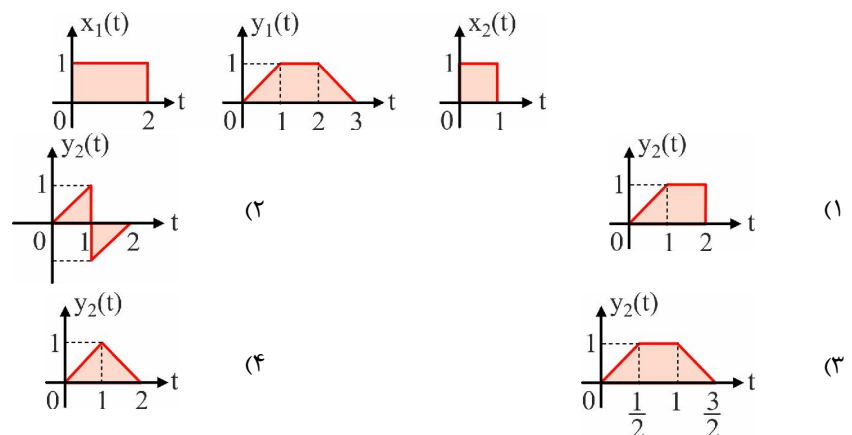
(۲) هر سه سیگنال متناوب هستند.

(۳)  $x_1(t)$  متناوب و  $x_2(t)$  و  $x_3(t)$  نامتناوب نمی‌باشند.

(۴) هیچ کدام متناوب نیستند.

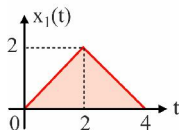
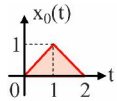
۶۸. با اعمال  $x_1(t)$  به ورودی یک سیستم LTI، خروجی  $y_1(t)$  حاصل می‌شود. اگر  $x_2(t)$  به ورودی همین

سیستم اعمال گردد، خروجی  $y_2(t)$  به کدام است؟



۶۹. اگر  $y_0(t)$  پاسخ یک سیستم LTI پایدار به ورودی  $x_0(t)$  بوده و بدانیم  $\int_{-\infty}^{+\infty} y_0(t) dt = \pi$  می‌باشد، آن‌گاه

در مورد  $y_1(t)$  که پاسخ همان سیستم به ورودی  $x_1(t)$  است، چه می‌توان گفت؟



$$\int_{-\infty}^{+\infty} y_1(t) dt = -4\pi \quad (۲) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} y_1(t) dt = 2\pi \quad (۱)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y_1(t) dt = 0 \quad (۴) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} y_1(t) dt = +4\pi \quad (۳)$$

۷۰. اگر تابع سیستم یک سیستم خطی نامتغیر با زمان برابر  $H(s) = \frac{1}{(s-a)(s-b)(s-c)}$  باشد، به طوری که  $a$  و

$b$  و  $c$  اعداد حقیقی و  $a < b < 0 < c$  و ناحیه همگرایی آن  $b < \text{Re}\{s\} < c$  باشد، آن‌گاه در مورد علی بودن و

پایداری آن چه می‌توان گفت؟

(۲) سیستم غیرعلی و ناپایدار است.

(۱) سیستم علی و پایدار است.

(۴) سیستم غیرعلی و پایدار است.

(۳) سیستم علی و ناپایدار است.

۷۱. برای سیگنال مختلط  $\tilde{x}[n]$  با دوره‌ی متناوب ۴ داریم:

$\tilde{x}[0] = 1 - j$ ,  $\tilde{x}[1] = 1 + j$ ,  $\tilde{x}[3] = 1 - j3$  اگر ضریب سری فوریه‌ی این سیگنال را  $\tilde{a}_k$  بنامیم، و  $\tilde{y}[n]$  را به صورت

سیگنالی تعریف کنیم، که ضرایب سری فوریه‌ی آن برابر با  $\tilde{b}_k = \text{Re}\{\tilde{a}_k\}$ ،  $\forall k \in \mathbb{Z}$  است. در این صورت،  $\tilde{y}[1]$

برابر کدام است؟

(۴)  $1 - j$

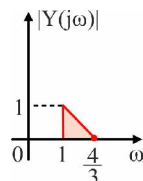
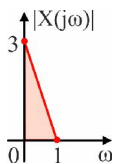
(۳)  $1$

(۲)  $2$

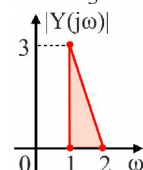
(۱)  $1 + j2$

۷۲. اندازه‌ی تبدیل فوریه‌ی سیگنال  $x(t)$  در شکل زیر نشان داده شده است. اندازه‌ی تبدیل فوریه

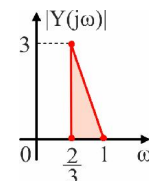
$y(t) = x(3t - 2)e^{jt}$ ، کدام است؟



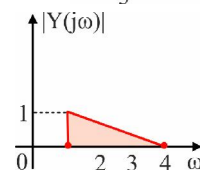
(۲)



(۴)



(۱)



(۳)

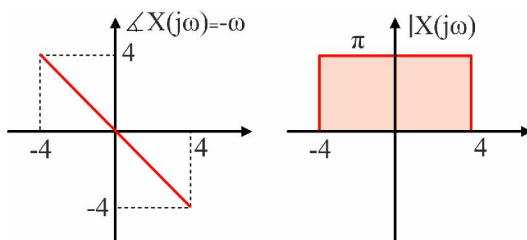
۷۳. اگر سیگنال  $x(t)$  دارای تبدیل لاپلاس  $x(s) = \frac{3s+7}{s^3+6s^2+11s+6}$  باشد و  $y(t) = x(2t)$  و بدانیم  $x(t)$

برای  $t < 0$  صفر است. مقدار حد  $A = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{dy(t)}{dt}$ ، برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۳ (۴)  $\frac{7}{6}$

۷۴. در صورتی که اندازه و فاز تبدیل فوری سیگنال  $x(t)$  به صورت شکل زیر باشد، فاز تبدیل فوری سیگنال

$y(t) = |x(t)|^2$  کدام مورد خواهد بود؟



(۱) برابر با صفر خواهد بود.

(۲) برابر با فاز تبدیل فوری سیگنال  $x(t)$  یعنی  $\angle x(j\omega) = -\omega$  خواهد بود.

(۳) برابر با  $\angle y(j\omega) = -4\omega$  خواهد بود.

(۴) برابر با  $\angle y(j\omega) = -2\omega$  خواهد بود.

۷۵. فرض کنید  $X(z)$  تبدیل  $z$  سیگنال گسسته  $x[n]$  است. صفرهای  $X(z)$  در  $z = \pm 4$  و دو قطب در  $z = 0$

می‌باشد. اگر  $y[n] = x^2[n]$  باشد، صفرهای تابع  $y(z)$  کدام است؟

(۱)  $z = \pm j8$  (۲)  $z = \pm 4$

(۳)  $z = \pm 4$ ، به صورت مضاعف (۴)  $z = \pm j16$

۷۶. فرض کنید سیگنال  $x(t)$  به صورت زیر تعریف شده باشد،  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{sinc}(t-k)$  که  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$

در این صورت مقدار  $x\left(\frac{1}{4}\right) + x\left(\frac{3}{4}\right)$  برابر است با:

- (۱) ۱ (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{6}{4}$

۷۷. سیستم LTI با پاسخ ضربه  $h[n] = \delta[n] - \left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$  را در نظر بگیرید. کدام گزینه، می‌تواند پاسخ ضربه‌ی

سیستم معکوس پایدار سیستم فوق باشد؟

(۱)  $h_1[n] = 2^{5n} u[n]$  (۲)  $h_1[n] = -2^{-5n} u[-n-1]$

(۳)  $h_1[n] = \begin{cases} -2^n u[n] & n = 5r \\ 0 & n \neq 5r \end{cases}$  (۴)  $h_1[n] = \begin{cases} -2^n u\left[-\frac{n}{5}-1\right] & n = 5r \\ 0 & n \neq 5r \end{cases}$  برای  $r \in \mathbb{Z}$

۷۸. در یک سیستم LTI پایداری علی با پاسخ ضربه  $h[n]$ ، پاسخ سیستم به ورودی  $x[n] = 1 + \cos\left[2\pi f_0 n + \frac{\pi}{3}\right]$

به صورت  $y[n] = j - e^{j2\pi f_0 n}$  به دست آمده است. مقدار  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{Re}\{h[n] \sin(2\pi f_0 n)\}$  در این سیستم برابر

کدام است؟

$$\sum_n \text{Re}\{h[n]\} \sin(2\pi f_0 n) = -1 \quad (۱)$$

$$\sum_n \text{Re}\{h[n]\} \sin(2\pi f_0 n) = \sum_n \text{Re}\{h[n]\} \cos(2\pi f_0 n) \quad (۲)$$

$$\sum_n \text{Re}\{h[n]\} \sin(2\pi f_0 n) = \sin \frac{\pi}{3} \quad (۳)$$

$$\sum_n \text{Re}\{h[n]\} \sin(2\pi f_0 n) = -1 \quad (۴)$$

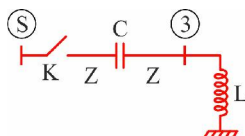
۷۹. ثابت‌های یک خط انتقال به شرح زیر است:

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} \angle 5^\circ, B = 100 \angle 50^\circ \Omega, D = \frac{\sqrt{2}}{2} \angle 5^\circ, C = 0.001 \angle 91^\circ S$$

اندازه‌ی ولتاژ خط به خط در ابتدای خط 400kV می‌باشد، در انتهای خط توان اکتیو 3 فاز 800MW با ضریب قدرت 0.8 پیش‌فاز مصرف می‌شود. اگر بخواهیم ولتاژ خط به خط انتهای خط نیز 400kV باشد، مقدار توان راکتیو مصرفی یا تولیدی که باید به انتهای خط اضافه شود، کدام ویژگی را باید داشته باشد؟

- (۱) 200MVar، توان راکتیو تولیدی  
(۲) 200MVar، توان راکتیو مصرفی  
(۳) 600MVar، توان راکتیو مصرفی  
(۴) 600MVar، توان راکتیو تولیدی

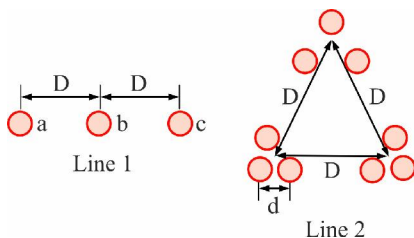
۸۰. خط انتقال طویل زیر، توسط خازن سری (C) جبران شده است. همچنین جهت کاهش اثر فرانتی، راکتور (L) در انتهای خط نصب شده است. بعد از بستن کلید k یک موج سیار پله‌ای ( $u_f = u_0$ ) در خط منتشر می‌شود. حداکثر دامنه‌ی ولتاژ در انتهای خط در لحظه‌ی رسیدن موج پله به انتهای خط (از انعکاسات از ابتدای خط صرف‌نظر می‌شود). چند ولت است؟



- (۱) صفر  
(۲)  $2u_0$   
(۳)  $u_0$   
(۴)  $-\frac{u_0}{2}$

۸۱. در خطوط انتقال سه فاز 1 و 2، شعاع مؤثر هر هادی  $D_s$  می‌باشد. مقدار d چقدر باشد، تا اندوکتانس خطوط

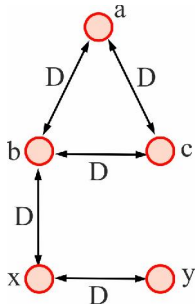
برابر شوند؟



- (۱)  $\frac{D_s}{\sqrt{2}}$   
(۲)  $2D_s$   
(۳)  $\sqrt{2}D_s$

(۴) برابری اندوکتانس این دو خط ممکن نیست.

۸۲. در پایین خط انتقال سه فاز  $a-b-c$  خط تلفن  $x-y$  قرار گرفته است. (شکل زیر)  $V_x - V_y$  ناشی از القای الکترواستاتیک خط انتقال بر خط تلفن، چند ولت است؟ قطر تمامی هادی‌ها را برابر  $r$  فرض کنید.



$$\frac{\text{Ln}\sqrt{2}}{\text{Ln}\frac{D}{r}}(V_b - V_c) \quad (2) \quad \frac{\text{Ln}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\text{Ln}\frac{D}{r}}(V_c - V_b) \quad (1)$$

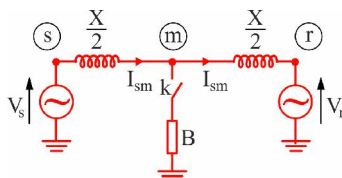
$$\frac{\text{Ln}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\text{Ln}\frac{D}{r}}(V_b - V_c) \quad (4) \quad \frac{\text{Ln}\sqrt{2}}{\text{Ln}\frac{D}{r}}(V_c - V_b) \quad (3)$$

۸۳. یک خط توزیع، باری با ضریب قدرت واحد را تغذیه می‌کند. این خط دارای مقاومت  $R$  و راکتانس  $X$  است و از ظرفیت خازنی آن صرف‌نظر می‌شود. اگر ولتاژ انتهای خط برابر  $\bar{V}_R = V_R \angle 0$  و ولتاژ ابتدای آن  $\bar{V}_s = V_s \angle \delta$  باشد، تنظیم ولتاژ خط انتقال ( $VR$ ) بر حسب  $\delta$ ، کدام است؟

$$VR = \frac{1 + \cos \delta - \frac{R}{X} \sin \delta}{\frac{R}{X} \sin \delta - \cos \delta} \quad (2) \quad VR = \frac{\frac{R}{X} \sin \delta - \cos \delta}{1 + \cos \delta - \frac{R}{X} \sin \delta} \quad (1)$$

$$VR = \frac{\cos \delta - \frac{R}{X} \sin \delta}{1 + \frac{R}{X} \sin \delta - \cos \delta} \quad (4) \quad VR = \frac{1 + \frac{R}{X} \sin \delta - \cos \delta}{\cos \delta - \frac{R}{X} \sin \delta} \quad (3)$$

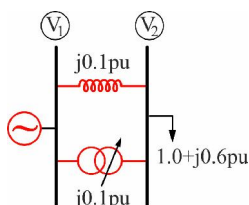
۸۴. در سیستم قدرت زیر، داریم:  $V_r = V \angle -\frac{\delta}{2}$  و  $V_s = V \angle +\frac{\delta}{2}$  در حالی که کلید  $K$  باز است توان انتقالی از خط برابر است با  $P_0$ . بعد از بستن کلید  $K$  سوسپتانس  $B$  وارد مدار می‌شود. در این حالت توان عبوری از خط با همان زوایای ماشین‌ها برابر با  $P_1$  است. مقدار  $\frac{P_0}{P_1}$  برابر کدام گزینه است؟



$$XB \quad (2) \quad \left(1 - \frac{XB}{4}\right) \quad (1)$$

$$(1 - XB) \quad (4) \quad \frac{XB}{4} \quad (3)$$

۸۵. در سیستم تغذیه‌ی بار زیر، اندازه‌ی ولتاژ  $V_2$  برابر  $1.02 \text{ pu}$  است. میزان توان راکتیوی که از طریق ترانسفورماتور تپ چنجدار به بار منتقل می‌شود، چند پرونیت است؟



$$0.2 \quad (1)$$

$$0.6 \quad (2)$$

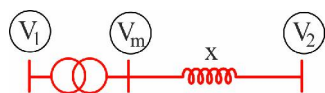
$$0.4 \quad (3)$$

$$0.3 \quad (4)$$



۸۶. در شکل زیر، ترانسفورماتور به گونه‌ای عمل می‌کند، که  $\frac{V_m}{V_1} = e^{j\alpha}$  در صورتی که داشته باشیم:

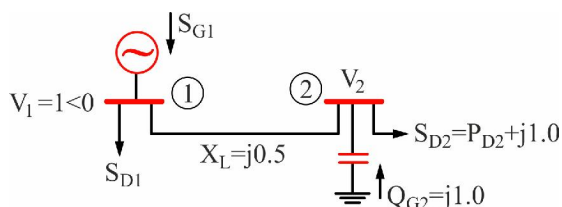
$V_2 = V \angle -\frac{\delta}{2}$ ,  $V_1 = V \angle \frac{\delta}{2}$  توان عبوری از خط انتقال با راکتانس  $X$  با کدام رابطه محاسبه می‌شود؟



$$P = \frac{V^2}{X} \sin \delta \quad (2) \quad P = \frac{V^2}{X} (\sin \delta + \sin \alpha) \quad (1)$$

$$P = \frac{V^2}{X} \sin(\delta + \alpha) \quad (4) \quad P = \frac{V^2}{X} \left( \frac{\sin \delta}{\sin \alpha} \right) \quad (3)$$

۸۷. در مدار زیر، مقدار  $P_{D2}$  بر حسب زاویه ولتاژ شین ۲، برابر کدام است؟



$$-\sin 2\delta_2 \quad (1)$$

$$\cos \delta_2 \quad (2)$$

$$\sin \delta_2 \quad (3)$$

$$\sin 2\delta_2 \quad (4)$$

۸۸. در سیستم قدرت زیر، داریم:  $V_r = V_0 \angle -\frac{\delta}{2}$ ,  $V_s = V \angle \frac{\delta}{2}$  باز است، توان عبوری از خط برابر  $P_0$  بوده است. زمانی که کلید  $K$  را می‌بندیم، منبع ولتاژ  $V_m$  با دامنه‌ی  $V$  وارد مدار می‌شود. در این

حالت توان عبوری از خط با همان زاویه ماشین‌ها برابر  $P_1$  شده است. نسبت  $P_1$  به  $P_0$  کدام است؟



$$\cos \frac{\delta}{2} \quad (2) \quad \sin \delta \quad (1)$$

20kV	150MVA	176.33km
300MVA	20kV/230kV	$X=1 \frac{\Omega}{km}$
$X_s=20\%$	$X=0.1Pu$	

$$\sin \frac{\delta}{2} \quad (4) \quad \cos \delta \quad (3)$$

۸۹. در دیاگرام تک خطی شکل زیر، یک ژنراتور سنکرون از طریق یک ترانسفورماتور به یک خط انتقال بی‌بار

متصل شده است. سیستم سه فاز متعادل است. راکتانس مدار معادل تونن به صورت پریونیتی از دید انتهای خط،

کدام است؟ مقادیر نامی ژنراتور را به عنوان مقادیر مبنا در نظر بگیرید.



$$0.9 \quad (1)$$

$$1.2 \quad (2)$$

$$1.3 \quad (3)$$

$$1.4 \quad (4)$$

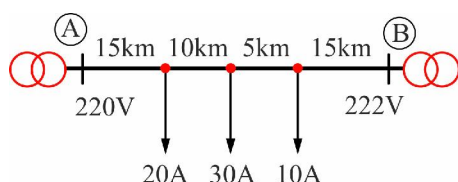
20kV	150MVA	176.33km
300MVA	20kV/230kV	$X=1 \frac{\Omega}{km}$
$X_s=20\%$	$X=0.1Pu$	

۹۰. در شکل زیر اگر جریان تزریقی از طریق پست  $A$   $i$  آمپر و مقاومت هر کیلومتر از خط توزیع  $0.001\Omega$  باشد،

جریان عبوری از  $i$  چند آمپر است؟

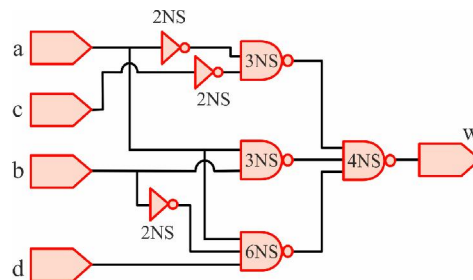
$$-14.4 \quad (2) \quad -8.73 \quad (1)$$

$$8.73 \quad (4) \quad 14.4 \quad (3)$$



## مدار منطقی و ریزپردازنده‌ها

۹۱. در مدار زیر کدام عبارت صحیح است؟



(۱) پنج نانو ثانیه پس از اینکه ورودی abcd از 1111 به 1011 عوض می‌شود، یک پالس کوتاه منفی به طول 7 نانو ثانیه بر روی خروجی دیده می‌شود.

(۲) هفت نانو ثانیه پس از اینکه ورودی abcd از 1111 به 1011 عوض می‌شود، یک پالس کوتاه منفی به طول 5 نانو ثانیه بر روی خروجی دیده می‌شود.

(۳) هفت نانو ثانیه پس از اینکه ورودی abcd از 1011 به 1111 عوض می‌شود، یک پالس کوتاه منفی به طول 5 نانو ثانیه بر روی خروجی دیده می‌شود.

(۴) شش نانو ثانیه پس از اینکه ورودی abcd از 1111 به 0111 عوض می‌شود، یک پالس کوتاه منفی به طول 4 نانو ثانیه بر روی خروجی دیده می‌شود.

۹۲. تابع:

$$F(a, b, c, d) = \sum m(0, 2, 4, 5, 9, 11, 13, 15), d(10)$$

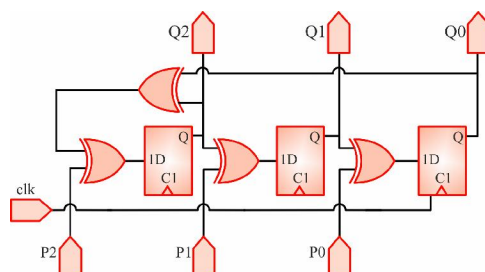
(۱) 011X جزو Prime Implicant می‌باشد.

(۲) این تابع هیچ Essential Prime Implicant ندارد.

(۳) X11X جزو Essential Prime Implicant این فانکشن می‌باشد.

(۴) تنها Essential Prime Implicant این تابع 1XX1 می‌باشد.

۹۳. مقدار  $P[2:0]$  برابر با 001 می‌باشد. در صورتی که مدار زیر، از حالت‌های داده شده آغاز به کار کند، در سه پالس کلاک پس از آن، کدام یک از عبارتهای زیر اتفاق می‌افتد؟



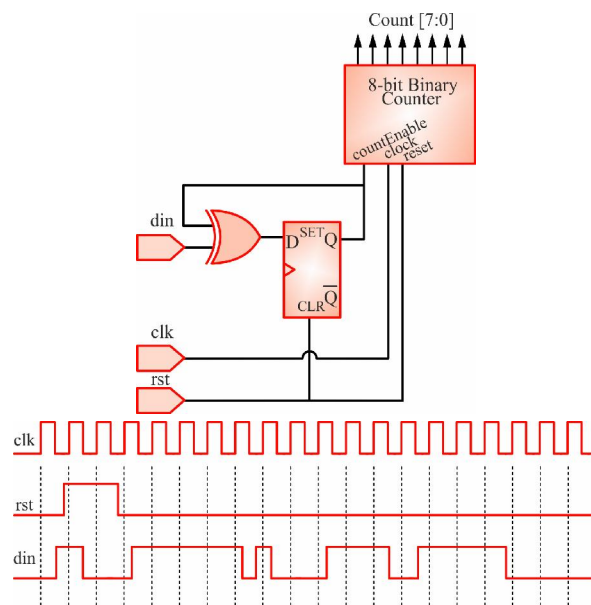
$$Q[2:0] = 000 \rightarrow 101 \rightarrow 010 \rightarrow 001 \quad (۲)$$

$$Q[2:0] = 011 \rightarrow 100 \rightarrow 000 \rightarrow 111 \quad (۱)$$

$$Q[2:0] = 000 \rightarrow 001 \rightarrow 101 \rightarrow 011 \quad (۴)$$

$$Q[2:0] = 011 \rightarrow 000 \rightarrow 100 \rightarrow 100 \quad (۳)$$

۹۴. شکل موج‌های داده شده به مدار زیر اعمال می‌شود. خروجی  $\text{Count}[7:0]$  در پایان چه خواهد شد؟



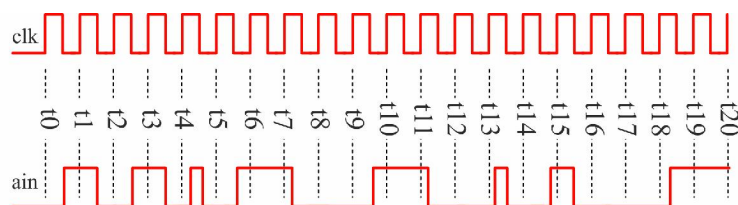
$$\text{Count}[7:0] = 00000101 \quad (۲)$$

$$\text{Count}[7:0] = 00000110 \quad (۱)$$

$$\text{Count}[7:0] = 00001010 \quad (۴)$$

$$\text{Count}[7:0] = 00001000 \quad (۳)$$

۹۵. شکل موج زیر به ورودی ain یک مدار Mealy که رشته 1001 را می‌یابد داده شده است. در چه زمان‌هایی خروجی مدار یک می‌شود؟



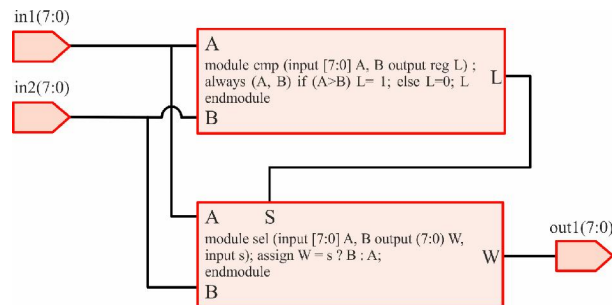
$$(۲) \text{ در زمان‌های } t13 \text{ و } t15$$

$$(۱) \text{ در زمان } t10$$

$$(۴) \text{ در زمان‌های } t10 \text{ و } t6$$

$$(۳) \text{ در زمان‌های } t7 \text{ و } t11$$

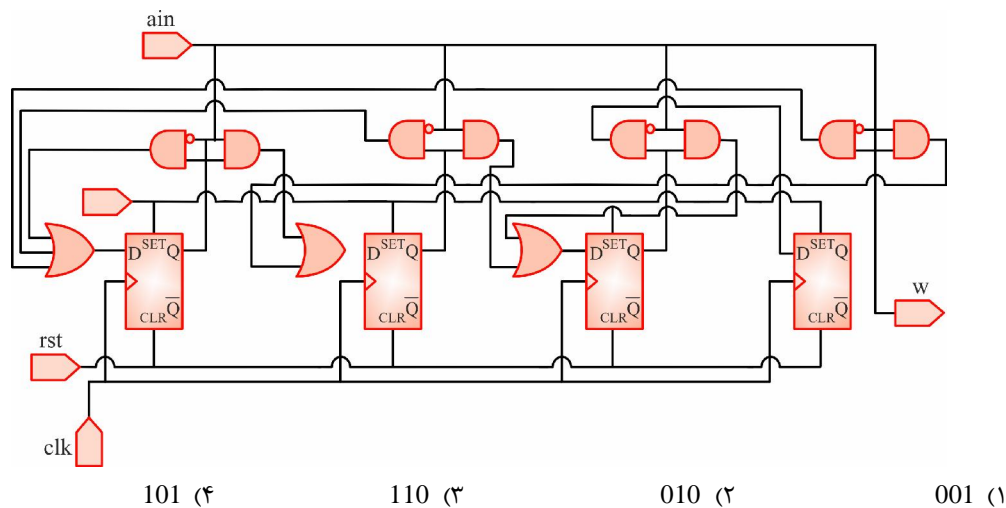
۹۶. در مدار زیر مقدار  $Out1$  چه خواهد بود؟  $In1 = 10001100$  و  $In2 = 11001101$



(۱)  $Out1 = 11001101$  (۲)  $Out1 = 10001101$  (۳)  $Out1 = 10001100$  (۴)  $Out1 = 11001000$

۹۷. مدار زیر کدامیک از رشته بیت‌های زیر را در ورودی  $ain$  که از چپ به راست وارد می‌شوند ردیابی کرده و

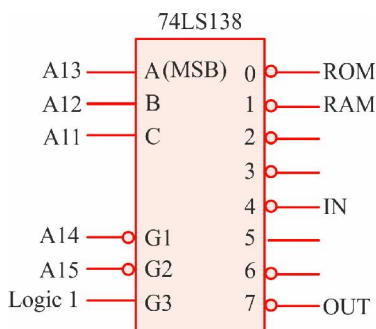
خروجی  $w$  را یک می‌کند؟



۹۸. در یک سیستم میکروپروسسوری با پالس آدرس ۱۶ بیتی ( $A0$  تا  $A15$ ) از دیکودر ۷۴LS۱۳۸ (دیکودر ۳ به ۸)

برای آدرس‌دهی ROM و RAM یک کیلوبایتی و پورت‌های ورودی و خروجی استفاده شده است (طبق

شکل). آدرس‌های ROM و RAM و همچنین آدرس پورت‌های ورودی و خروجی عبارتند از:



$03FFH$  تا  $0800H$  = ROM و  $0BFFH$  تا  $3800H$  = RAM

(۱) پورت ورودی:  $2000H$  و پورت خروجی:  $3800H$

$01FFFH$  تا  $0000H$  = ROM و  $0FFFH$  تا  $0800H$  = RAM

(۲) پورت ورودی:  $2000H$  و پورت خروجی:  $3800H$

$01FFFH$  تا  $0400H$  = ROM و  $0FFFH$  تا  $0C00H$  = RAM

(۳) پورت ورودی:  $2400H$  و پورت خروجی:  $3C00H$

$0BFFH$  تا  $0400H$  = ROM و  $0100H$  تا  $13FFH$  = RAM

(۴) پورت ورودی:  $2400H$  و پورت خروجی:  $3C00H$

۹۹. اگر ۵ عدد گیت اینورتر را پشت سر هم قرار دهیم و خروجی گیت آخر را به ورودی گیت اول متصل کنیم با

فرض آنکه تأخیر انتشار گیت ۲۰ نانوثانیه باشد، چه اتفاقی خواهد افتاد؟

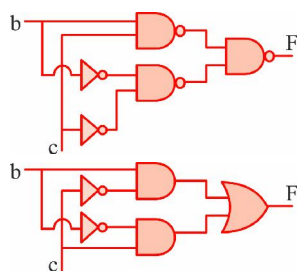
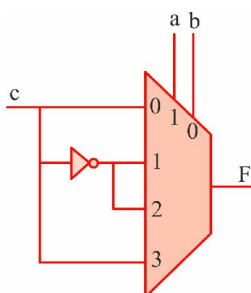
(۱) در خروجی گیت‌ها نوسانگر پالس با فرکانس ۵۰ مگاهرتز خواهیم داشت.

(۲) خروجی‌ها ثابت‌اند با لاجیک صفر یا ۱ و مدار به صورت latch عمل می‌کند.

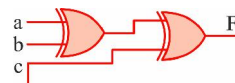
(۳) در خروجی گیت‌ها نوسانگر پالس با فرکانس ۲۵ مگاهرتز خواهیم داشت.

(۴) همه خروجی‌ها در لاجیک نامعین (وسط L و H) گیر خواهند کرد.

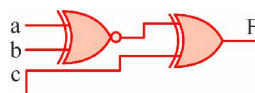
۱۰۰. کدامیک از مدارهای زیر معادل مدار نشان داده شده برای تولید خروجی تابع F است؟



(۲)



(۱)



(۳)

(۴)

۱۰۱. یک ریزپردازنده همه منظوره دارای گذرگاه آدرس ۲۰ بیتی و گذرگاه داده ۱۶ بیتی است. همچنین آدرس‌دهی

IO آن به صورت Memory Mapped است. کدامیک از سیستم‌های زیر را می‌توان با استفاده از این پردازنده

طراحی نمود؟

(۱) سیستمی که دارای ۱MB حافظه RAM، ۱MB حافظه ROM و ۶۴ وسیله جانبی است.

(۲) سیستمی که دارای ۲MB حافظه RAM، ۵۱۲MB حافظه ROM و ۳۲ وسیله جانبی است.

(۳) سیستمی که دارای ۵۱۲KB حافظه RAM، ۱MB حافظه ROM و ۲۵۶ وسیله جانبی است.

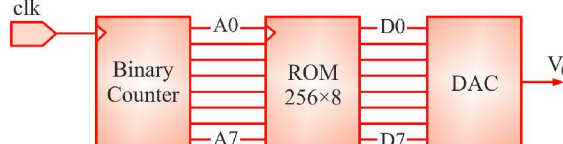
(۴) سیستمی که دارای ۱.۵MB حافظه RAM، ۵۱۲MB حافظه ROM و ۶۴ وسیله جانبی است.

۱۰۲. شکل زیر خروجی یک شمارنده دودویی ۸ بیتی را به خطوط آدرس یک ROM از نوع  $256 \times 8$  متصل کرده

است. در داخل ROM یک دوره تناوب یک موج سینوسی در محدوده ۱۲۷ تا ۱۲۸- مقداردهی شده است.

خروجی ROM نیز به ورودی یک مبدل DAC با رابطه خروجی  $V_o = KN$  که K ضریب تناسب و N عدد

ورودی DAC است وصل شده است. گزینه‌ی صحیح در این مورد، کدام است؟



(۱) در داخل ROM امکان ذخیره‌سازی اعداد منفی وجود ندارد.

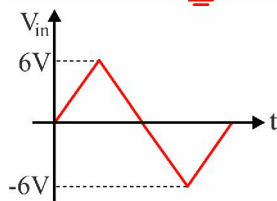
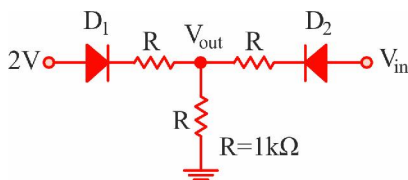
(۲) خروجی  $V_o$  یک موج سینوسی با فرکانسی برابر با  $f_{clk}/256$  می‌باشد.

(۳) مقادیر حاصله از تابع سینوسی در یک دوره تناوب اعشاری بوده و نمی‌توان آن را در داخل ROM ذخیره‌سازی کرد.

(۴) خروجی  $V_o$  یک موج سینوسی با فرکانس برابر با  $f_{clk} \times 256$  می‌باشد.

۱۰۳. در مدار شکل زیر دیودها ایده آل بوده و شکل موج ورودی  $V_{in}$  داده شده است. حداقل و حداکثر مقدار ولتاژ

$V_{out}$  بر حسب ولت چقدر است؟



(۱) ۲، ۴

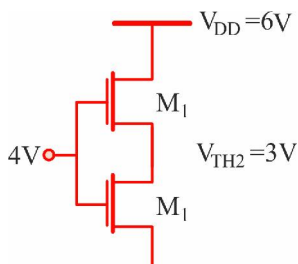
(۲) ۱، ۳

(۳) ۲، ۳

(۴) ۱، ۴

۱۰۴. در مدار شکل زیر نسبت  $(W/L)$  ترانزیستورهای  $M_1$  و  $M_2$  با هم ولتاژ ترشلد ترانزیستور  $M_1$  بر حسب

ولت باید چقدر باشد تا ترانزیستور  $M_2$  در مرز ناحیه اشباع خطی بایاس گردد؟



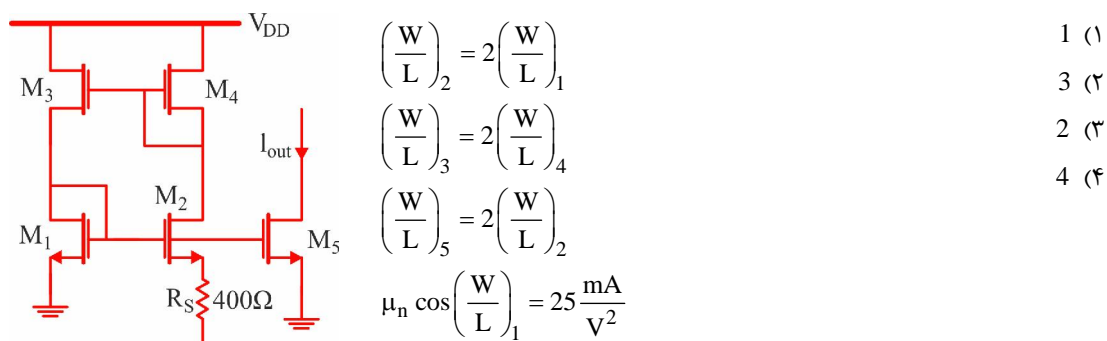
(۱) ۴

(۲) ۳

(۳)  $\sqrt{2}$

(۴) ۲

۱۰۵. در مدار شکل زیر همه ترانزیستورها در ناحیه اشباع بایاس شده‌اند. مقدار جریان  $I_{out}$  چند میلی آمپر است؟ از اثر بدنه و مدولاسیون طول کانال ترانزیستورها صرف نظر کنید.



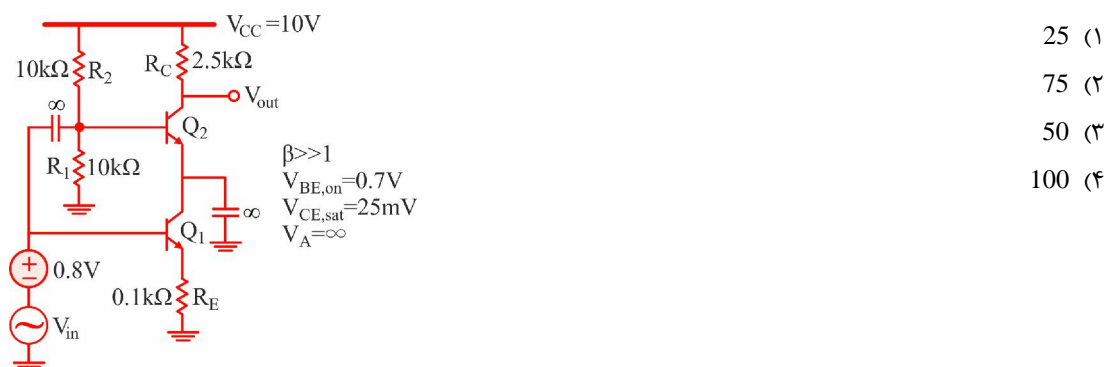
۱۰۶. در مدار شکل زیر تقویت کننده عملیاتی ایده آل است. نسبت  $\frac{I_L}{V_m}$  کدام است؟



۱۰۷. در مدار تقویت کننده شکل زیر حداکثر دامنه سوئیچینگ متقارن ولتاژ خروجی  $V_{out}$  تقریباً چند ولت است؟

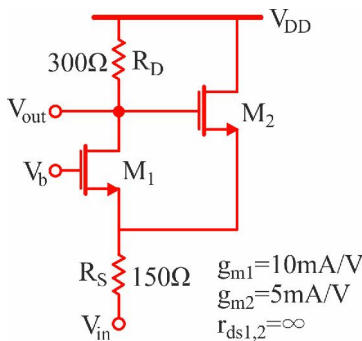


۱۰۸. مقدار بهره ولتاژ سیگنال کوچک  $A_v = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|$  مدار تقویت کننده شکل زیر چقدر است؟



۱۰۹. در مدار شکل زیر همه ترانزیستورها در ناحیه اشباع بایاس شده‌اند. مقدار بهره ولتاژ سیگنال کوچک

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} \text{ آن برابر است با:}$$



1.5 (۱)

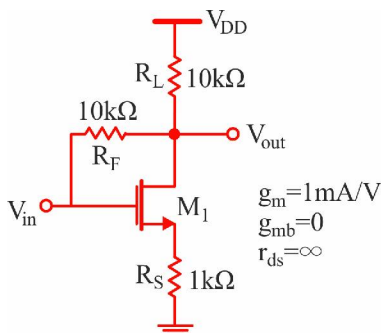
2 (۲)

3 (۳)

4.5 (۴)

۱۱۰. در مدار شکل زیر ترانزیستور  $M_1$  در ناحیه اشباع بایاس شده است. مقدار بهره ولتاژ سیگنال کوچک

$$A_v = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \text{ آن برابر است با:}$$



2 (۱)

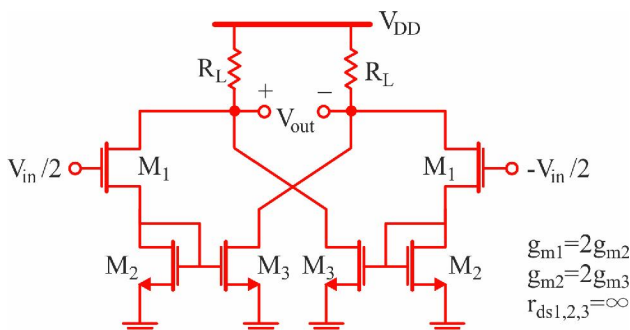
4 (۲)

2.5 (۳)

5 (۴)

۱۱۱. در مدار شکل زیر همه ترانزیستورها در ناحیه اشباع بایاس شده‌اند. مقدار بهره ولتاژ سیگنال کوچک

$$A_v = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \text{ آن برابر است با:}$$



$\frac{1}{8} g_{m1} R_L$  (۱)

$\frac{1}{4} g_{m1} R_L$  (۲)

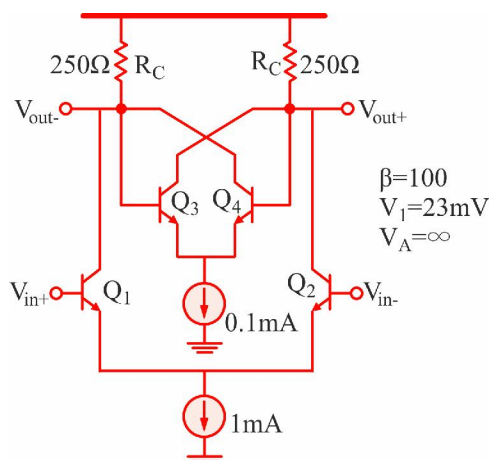
$\frac{1}{6} g_{m1} R_L$  (۳)

$\frac{1}{2} g_{m1} R_L$  (۴)



۱۱۲. در مدار شکل زیر همه ترانزیستورهای متناظر با هم یکسان بوده و در ناحیه فعال بایاس شده‌اند. مقدار بهره

ولتاژ تفاضلی  $A_d = \frac{V_{out+} - V_{out-}}{V_{in+} - V_{in-}}$  آن تقریباً برابر است با:



(۱) 4.5

(۲) 10

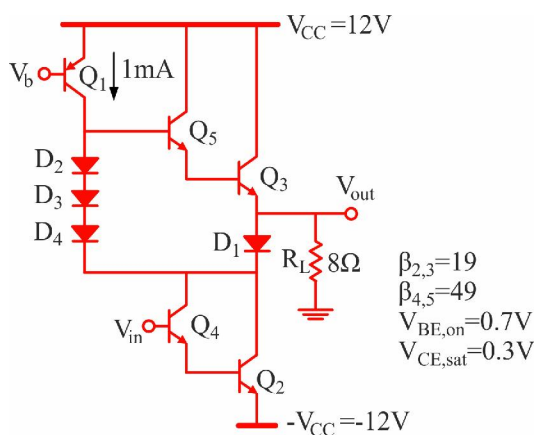
(۳) 5.5

(۴) 11

۱۱۳. در مدار شکل زیر مقدار ولتاژ بایاس  $V_b$  و DC ورودی  $V_{in}$  به نحوی تنظیم شده‌اند که مقدار جریان کلکتور

ترانزیستور  $Q_1$  برابر با 1 میلی آمپر و ولتاژ DC خروجی برابر با صفر هستند. ماکزیمم و مینیمم مقدار ولتاژ

خروجی  $V_{out}$  برحسب ولت برابر با کدام گزینه است؟



(۱) 8, -8

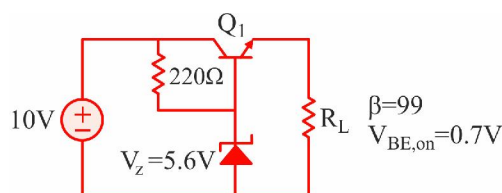
(۲) 10.3, -8

(۳) 10.3, -10.3

(۴) 8, -10.3

۱۱۴. در رگولاتور شکل زیر حداقل مقاومت بار برای آن که ولتاژ دو سر آن تنظیم شده باشد، برحسب اهم چقدر

است؟ دیود زener را با ولتاژ شکست 5.6 ولت و ایده‌آل در نظر بگیرید.



(۱) 2.5

(۲) 250

(۳) 3.1

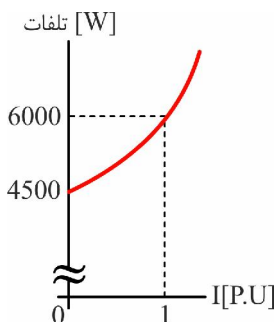
(۴) 310

## ماشین‌های الکتریکی (۱ و ۲)

۱۱۵. در یک ترانسفورماتور تک فاز 100kVA، امپدانس شاخه سری برحسب پریونیت برابر  $z = 0.01 + j0.04$  است. ضریب توان بی‌باری این ترانسفورماتور، تحت ولتاژ و فرکانس نامی برابر 0.2 است. راندمان ماکزیمم آن در بار نامی رخ می‌دهد. جریان بی‌بار نامی ترانسفورماتور، چند درصد جریان نامی آن است؟

- (۱) 5 (۲) 10 (۳) 7.5 (۴) 12.5

۱۱۶. تغییرات تلفات یک ترانسفورماتور تک فاز به قدرت 300kVA با جریان بار در شکل زیر داده شده است. تنظیم ولتاژ تقریبی این ترانس در یک بار خاص و ضریب قدرت 0.8 برابر صفر است. راکتانس این ترانس، کدام است؟



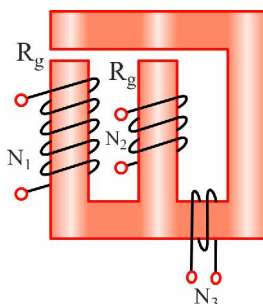
- (۱) 0.0022 pu  
(۲) 0.0067 pu  
(۳) 0.0050 pu  
(۴) 0.00267 pu

۱۱۷. ولتاژ اعمال شده به یک ترانسفورماتور تک فاز به صورت:  $V = 200 \sin \omega t + 50 \sin 3\omega t$  است. اگر جریان بی‌باری ترانسفورماتور به صورت:  $i = 0.4 \sin(\omega t - 60^\circ) + 0.08 \sin(3\omega - 30^\circ)$  باشد، با چشم‌پوشی از مقاومت

سیم‌پیچ اولیه، تلفات هسته‌ی ترانسفورماتور چند وات است؟

- (۱) 10.86 (۲) 34.64 (۳) 21.73 (۴) 43.46

۱۱۸. در مدار مغناطیسی زیر، هسته ایده‌آل بوده و مقاومت مغناطیسی هریک از فواصل هوایی  $R_g$  فرض می‌شود. مقادیر  $L_{12}$  اندوکتانس متقابل دو سیم‌پیچی ۱ و ۲ و نیز  $L_{13}$  اندوکتانس متقابل دو سیم‌پیچی ۱ و ۳ برحسب پارامترهای  $R_g$  و تعداد دور سیم‌پیچی‌ها برابر کدام است؟



$$L_{13} = \frac{N_1 N_3}{2R_g}, L_{12} = \frac{N_1 N_2}{2R_g} \quad (۱)$$

$$L_{13} = \frac{N_1 N_3}{2R_g}, L_{12} = 0 \quad (۲)$$

$$L_{13} = \frac{N_1 N_3}{R_g}, L_{12} = \frac{N_1 N_2}{R_g} \quad (۳)$$

$$L_{13} = \frac{N_1 N_3}{R_g}, L_{12} = 0 \quad (۴)$$

۱۱۹. انرژی یک مبدل الکترومکانیکی فرضی برحسب فلوی پیوندی  $\lambda$  و تغییر مکان  $x$  به صورت

$$W_f(\lambda, x) = \frac{\lambda^3}{0.1 - x}$$

است. اندازه‌های  $\lambda$  و نیرو در حالتی که  $i = 3A$  و  $x = 0.02m$  باشد، کدام است؟

$$(۱) \quad 0.141 \text{ وبر} - \text{دور و } 1.76 \text{ نیوتن} \quad (۲) \quad 1.41 \text{ وبر} - \text{دور و } 3.53 \text{ نیوتن}$$

$$(۳) \quad 0.282 \text{ وبر} - \text{دور و } 1.76 \text{ نیوتن} \quad (۴) \quad 0.282 \text{ وبر} - \text{دور و } 3.53 \text{ نیوتن}$$

۱۲۰. یک ژنراتور تحریک جداگانه در حالت بی‌بار با سرعت  $n_0$  چرخانده می‌شود و نیروی محرکه‌ی آن  $E_0$  است.

مقاومت میدان طوری تنظیم شده است که جریان میدان ۲ آمپر باشد. اگر جریان میدان به ۳A و سرعت به  $1.5n_0$  افزایش داده شود، نیروی محرکه‌ی تولید شده چند برابر  $E_0$  می‌شود؟ نقاطی از مشخصه‌ی مغناطیسی

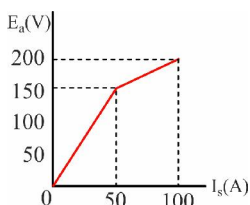
ماشین در یک سرعت غیرمشخص به صورت جدول مقابل است؟

$I_{sh}$	$E_a$	
0	10	(۱) 1.5
1	50	(۲) 2.25
2	90	(۳) 2
3	120	(۴) تغییر نمی‌کند.
4	140	

۱۲۱. یک موتور سری با مشخصه‌ی مغناطیسی شکل زیر مفروض است. وقتی که موتور در بار کامل کار می‌کند،

جریان آرمیچر ۴۰ آمپر و گشتاور تولید شده ۲۴ نیوتن - متر است. جریان راه‌اندازی موتور ۱۰۰ آمپر است.

گشتاور راه‌اندازی موتور چند نیوتن - متر است؟ از عکس‌العمل آرمیچر چشم‌پوشی می‌شود.



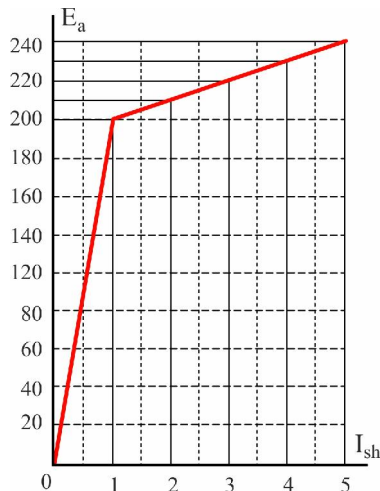
$$(۱) \quad 60$$

$$(۲) \quad 67$$

$$(۳) \quad 100$$

$$(۴) \quad 150$$

۱۲۲. مشخصه بی‌باری یک موتور DC شنت در سرعت 1800 rpm داده شده است. این موتور با ولتاژ 120V تغذیه می‌شود. مقاومت میدان شنت چند اهم باشد، تا موتور با جریان آرمیچر 75 A و سرعت 1000 rpm کار کند. مقاومت آرمیچر 0.1 اهم است و عکس‌العمل آرمیچر فلوی میدان را به اندازه ۱۰٪ کاهش می‌دهد.



(۱) 18.46

(۲) 39.23

(۳) 34.28

(۴) 64.28

۱۲۳. یک موتور DC شنت 200V، 12A و 1940 rpm دارای مقاومت آرمیچر 0.5 اهم است. اگر ولتاژ اعمال شده به موتور به 150V کاهش داده شود، سرعت چند دو ربر دقیقه خواهد شد؟ گشتاور بار ثابت می‌ماند و مدار مغناطیسی ماشین خطی فرض می‌شود.

(۴) 1065

(۳) 1983.9

(۲) 1940

(۱) 1893.3

۱۲۴. یک موتور القایی چهار قطبی با روتور سیم‌پیچی شده مفروض است. ولتاژ دو سر هر فاز روتور در حالت سکون برابر 90V است. اگر روتور در جهت عکس میدان دوار با سرعت 720 r.p.m چرخانده شود، ولتاژ القا شده در هر فاز روتور چند ولت خواهد شد؟ فرکانس ولتاژ استاتور 60Hz است.

(۴) 126

(۳) 108

(۲) 72

(۱) 54

۱۲۵. در یک موتور القایی سه فاز، تلفات اهمی روتور در گشتاور ماکزیمم، 4 برابر تلفات اهمی روتور در گشتاور بار کامل است. در این موتور، گشتاور ماکزیمم چند برابر گشتاور نامی است؟ از امپدانس استاتور صرف‌نظر کنید.

(۴)  $\frac{6}{\sqrt{7}}$ (۳)  $\frac{2}{\sqrt{7}}$ (۲)  $\frac{4}{\sqrt{7}}$ (۱)  $\frac{1}{\sqrt{7}}$ 

۱۲۶. سه موتور القایی از هر لحاظ مشابه‌اند و فقط مقاومت روتورهای آن‌ها متفاوت است. این سه موتور از یک منبع تغذیه می‌شوند. مشخصه‌های  $T(n)$  بارهای هر سه موتور نیز مشابه‌اند. با کاهش ولتاژ تغذیه، سرعت موتورهای به تدریج کاسته می‌شود، تا به ازای یک ولتاژ خاص هر سه موتور هم زمان از حالت پایدار خارج شده و به حالت سکون سوق داده می‌شوند. مشخصه‌ی بار این موتورهای به کدام صورت است؟ n سرعت چرخش است.

(۴)  $T_{load} = an^2 + bn + c$ (۳)  $T_{load} = bn + c$ (۲)  $T_{load} = c$ (۱)  $T_{load} = an^2 + c$

۱۲۷. صفحه‌ی  $z=0$  شامل بار سطحی غیریکنواخت  $\rho_s = ay^2 \left( \frac{C}{m^2} \right)$  می‌باشد. کل باری که در کره‌ای به شعاع

یک متر و به مرکز  $(0,0,0.5)$  واقع شده، کدام است؟

$$Q = \frac{9\pi a}{64} \quad (۴) \quad Q = \frac{3\pi a}{64} \quad (۳) \quad Q = \frac{3\pi a}{32} \quad (۲) \quad Q = \frac{9\pi a}{32} \quad (۱)$$

۱۲۸. بارهای نقطه‌ای مثبت  $Q_i$  در نقاط  $(0,0,z_i)$  قرار گرفته‌اند. با فرض  $Q_i = \frac{1}{3^i} (C)$  و  $z_i = 3^i (m)$ ،

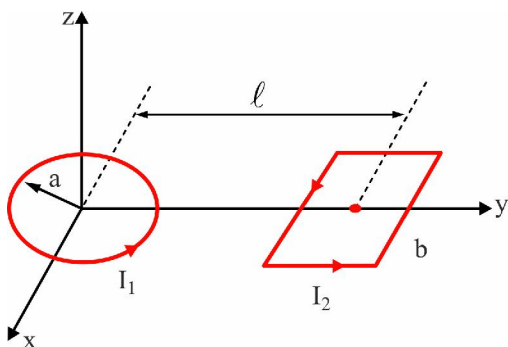
$i=0,1,2,\dots$  مقدار پتانسیل در مبدأ مختصات کدام است؟ فرض کنید پتانسیل در بی‌نهایت برابر صفر باشد.

$$V = \frac{3}{32\pi\epsilon_0} \quad (۴) \quad V = \frac{9}{32\pi\epsilon_0} \quad (۳) \quad V = \frac{9}{16\pi\epsilon_0} \quad (۲) \quad V = \frac{3}{16\pi\epsilon_0} \quad (۱)$$

۱۲۹. در شکل زیر، در یک حلقه‌ی دایره‌ای کوچک به شعاع  $a$  جریان  $I_1$  جاری است؛ و حلقه‌ی مربعی کوچک به

ضلع  $b$  با جریان  $I_2$  در فاصله‌ی  $\ell$  از آن قرار دارد؛ به طوری که  $a, b \ll \ell$  هستند و می‌توان میدان‌های حلقه‌ها

را روی یکدیگر ثابت فرض نمود، گشتاور مغناطیسی وارد بر حلقه‌ی مربعی، کدام است؟



$$-\frac{\mu_0 \pi a^2 b^2 I_1 I_2}{4 \ell^3} \hat{a}_x \quad (۱)$$

$$-\frac{\mu_0 a^2 b^2 I_1 I_2}{4 \ell^3} \hat{a}_x \quad (۲)$$

$$-\frac{\mu_0 \pi a^2 b^2 I_1 I_2}{2 \ell^2} \hat{a}_x \quad (۳)$$

$$-\frac{\mu_0 \pi a^2 b^2 I_1 I_2}{2 \ell} \hat{a}_x \quad (۴)$$

۱۳۰. بین دو پوسته‌ی کروی رسانا ( $a < r < b$ ) از ماده‌ای با رسانایی  $\sigma(r) = \frac{\sigma_0}{r^2}$  پر شده است، که در آن شعاع

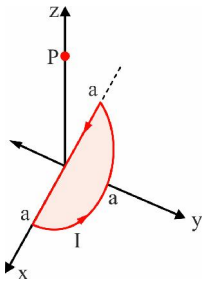
دستگاه کروی و  $b, a$  و  $\sigma_0$  مقادیر ثابتی هستند. اگر سطح  $r = a$  در پتانسیل صفر و سطح  $r = b$  در پتانسیل  $V_0$  باشد، چگالی جریان در این ناحیه کدام است؟

$$\vec{J} = \frac{-\sigma_0 V_0}{r(b-a)} \hat{a}_r \quad (۴) \quad \vec{J} = \frac{-\sigma_0 V_0}{r^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \hat{a}_r \quad (۳) \quad \vec{J} = \frac{-\sigma_0 V_0}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \hat{a}_r \quad (۲) \quad \vec{J} = \frac{-\sigma_0 V_0}{r^2 (b-a)} \hat{a}_r \quad (۱)$$

۱۳۱. حلقه‌ی جریان شامل یک نیم دایره به مرکز مبدأ مختصات و شعاع  $a$  و یک پاره‌خط به طول  $2a$  هر دو، روی

صفحه‌ی  $xy$  مطابق شکل زیر داده شده است. اگر بدانیم  $\int \frac{d\alpha}{\cos \alpha} = \ln\left(\frac{1+\sin \alpha}{\cos \alpha}\right)$  است؛ پتانسیل مغناطیسی

بردار در نقطه‌ی  $P(0,0,a)$  کدام است؟



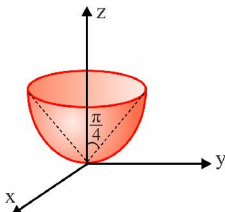
$$\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \ln \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} - \sqrt{2} \right] \hat{a}_x \quad (۲) \quad \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ 2 \ln \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} \right] \hat{a}_x \quad (۱)$$

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \ln \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} + \sqrt{2} \right] \hat{a}_x \quad (۴) \quad \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \ln \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \right] \hat{a}_x \quad (۳)$$

۱۳۲. مطابق شکل زیر، حفره‌ای به شکل مخروط با زاویه‌ی بازشدگی  $\frac{\pi}{4}$  از نیم کره‌ای با چگالی حجمی یکنواخت

$\rho_0$  از بار الکتریکی، به شعاع  $a$  و مرکز منطبق بر  $z = a$  خارج شده است. میدان الکتریکی در مبدأ مختصات

برابر کدام است؟



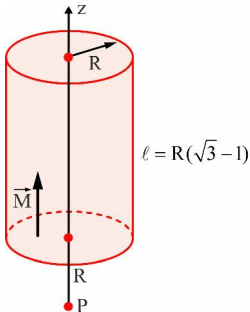
$$-\frac{\rho_0 a}{8\epsilon_0} \hat{a}_z \quad (۲) \quad -\frac{\rho_0 a}{12\epsilon_0} \hat{a}_z \quad (۱)$$

$$-\frac{\rho_0 a\sqrt{2}}{8\epsilon_0} \hat{a}_z \quad (۴) \quad -\frac{\rho_0 a\sqrt{2}}{12\epsilon_0} \hat{a}_z \quad (۳)$$

۱۳۳. یک استوانه به شعاع  $R$  و طول  $\ell = R(\sqrt{3}-1)$  از جنس ماده‌ی مغناطیسی Magnetization یکنواخت و

$\vec{M} = M_0 \hat{a}_z$  مطابق شکل زیر وجود دارد. مقدار  $\vec{B}$  (بردار اندکسیون مغناطیسی) در نقطه‌ی  $P$  روی محور

استوانه به اندازه‌ی  $R$  پایین‌تر از آن، چقدر است؟



$$B_z = \frac{\mu_0 M_0}{4} (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad (۱)$$

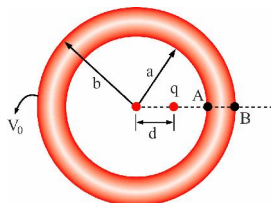
$$B_z = \frac{\mu_0 M_0}{4} (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \quad (۲)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 M_0}{2} (\sqrt{3} - 1) \quad (۳)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 M_0}{2} (\sqrt{3} + 1) \quad (۴)$$

۱۳۴. یک پوسته‌ی رسانای کروی به شعاع داخلی  $a$  و خارجی  $b$ ، مطابق شکل، در پتانسیل  $V_0$  نگهداشته شده است. بار نقطه‌ای  $q$  در فاصله‌ی  $d$  ( $d < a$ ) از مرکز پوسته‌های کروی واقع است. چگالی بار سطحی در نقاط  $A$

و  $B$  به ترتیب کدام است؟



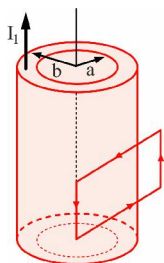
$$\frac{2\varepsilon_0 V_0}{a+b}, \frac{-q}{4\pi b(b-d)} \quad (۲)$$

$$\frac{2\varepsilon_0 V_0}{a+b}, \frac{-q}{4\pi a(a-d)} \quad (۱)$$

$$\frac{\varepsilon_0 V_0}{b}, \frac{-q(a+d)}{4\pi a(a-d)^2} \quad (۴)$$

$$\frac{\varepsilon_0 V_0}{a+b}, \frac{-q(b+d)}{4\pi b(b-d)} \quad (۳)$$

۱۳۵. در ناحیه استوانه‌ای بی‌نهایت طول  $a < r < b$  و  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ، جریان  $I_1$  با توزیع یکنواخت در جهت موازی محور  $z$  مطابق شکل جاری است. در حلقه‌ی مربعی به ضلع  $2b$  جریان  $I_2$  جاری است؛ و یک ضلع مربع روی محور استوانه قرار دارد. نیروی وارد بر این قاب مربعی کدام است؟



$$\frac{I_1 I_2}{2\pi} \quad (۲)$$

$$\frac{I_1 I_2}{2\pi b} \quad (۱)$$

$$\frac{I_1 I_2}{4\pi b} \quad (۴)$$

$$\frac{I_1 I_2}{\pi b} \quad (۳)$$

۱۳۶. در مختصات کروی، چگالی جریان الکتریکی به صورت  $\vec{J}$  در یک محیط هادی مفروض است:

$$\vec{J} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \hat{a}_r - \frac{1}{r^2} \hat{a}_\varphi \left( \frac{A}{m^2} \right)$$

کل جریانی که در جهت  $\hat{a}_z$  از یک دیسک دایره‌ای به شعاع  $R$  به مرکز محور  $z$  و مستقر در  $z = h$  می‌گذرد، کدام است؟ فرض کنید  $h \gg R$  باشد.

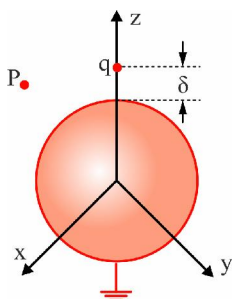
$$I = \frac{4\pi R}{h} \quad (۴)$$

$$I = \frac{2\pi R^2}{h^2} \quad (۳)$$

$$I = \frac{4\pi R^2}{h^2} \quad (۲)$$

$$I = \frac{2\pi R}{h} \quad (۱)$$

۱۳۷. مطابق شکل، بار نقطه‌ای  $q$  [c] در فاصله‌ی ناچیز  $\delta$  بالای یک کره‌ی هادی به شعاع  $a$  زمین شده، قرار دارد. با فرض این که  $a \ll 1m$ ،  $\delta \ll a$ ،  $\theta = 60^\circ$ ،  $\phi = 0$  با مختصات  $P$  در نقطه‌ی  $r = 1m$ ، کدام است؟



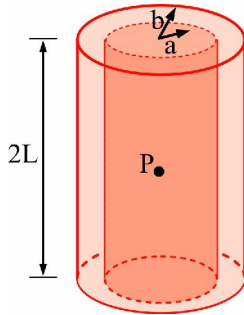
$$\frac{q\delta}{8\varepsilon_0} \left[ 3\sqrt{3} \hat{a}_x + (2 - \sqrt{3}) \hat{a}_z \right] \quad (۱)$$

$$\frac{q\delta}{8\varepsilon_0} \left[ 3\sqrt{3} \hat{a}_x - \hat{a}_z \right] \quad (۲)$$

$$\frac{q\delta}{16\pi\varepsilon_0} \left[ 3\sqrt{3} \hat{a}_x + (2 - \sqrt{3}) \hat{a}_z \right] \quad (۳)$$

$$\frac{q\delta}{16\pi\varepsilon_0} \left[ (2\sqrt{3} + 1) \hat{a}_x + (\sqrt{3} - 1) \hat{a}_z \right] \quad (۴)$$

۱۳۸. یک پوسته استوانه‌ای از ماده‌ی مغناطیسی به طول  $2L$  و شعاع‌های داخلی و خارجی  $a$  و  $b$  دارای بردار مغناطیس شدگی غیر یکنواخت  $\vec{M} = M_0 \sin^2 \phi \hat{a}_z$  داده شده است. شدت میدان مغناطیسی  $\vec{H}$  در نقطه‌ی  $P$  واقع در مرکز جسم کدام است؟



$$M_0 L \left( \frac{1}{\sqrt{b^2 + L^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + L^2}} \right) \hat{a}_z \quad (۱)$$

$$\frac{M_0 L}{4} \left( \frac{1}{\sqrt{b^2 + L^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + L^2}} \right) \hat{a}_z \quad (۲)$$

$$\frac{M_0 L}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{b^2 + L^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + L^2}} \right) \hat{a}_z \quad (۳)$$

$$\frac{M_0 L}{8} \left( \frac{1}{\sqrt{b^2 + L^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + L^2}} \right) \hat{a}_z \quad (۴)$$





# پاسخنامه

## پاسخ تشریحی توسط: امیرحسین البرزی

۱. گزینه ۱ درست است.

مهار کردن

۲. گزینه ۴ درست است.

پایه - اساس - بنیاد - شالوده

۳. گزینه ۲ درست است.

اختلالات

۴. گزینه ۳ درست است.

بروز دادن - نشان دادن

۵. گزینه ۴ درست است.

هدایت کردن - رساندن

۶. گزینه ۱ درست است.

تغییر شکل - دگرگونی

۷. گزینه ۲ درست است.

فضیلت

۸. گزینه ۴ درست است.

موجه - قانع کننده

۹. گزینه ۲ درست است.

مداخله

۱۰. گزینه ۳ درست است.

بعدی

۱۱. گزینه ۲ درست است.

۱۲. گزینه ۱ درست است.

۱۳. گزینه ۳ درست است.

۱۴. گزینه ۳ درست است.

با این وجود

۱۵. گزینه ۱ درست است.

## پاسخ تشریحی توسط: مریم حاجیا

۱۶. گزینه ۳ درست است.

در پاراگراف دوم آمده است که با توجه به اینکه شبکه (grid) مشکل دارد یک infrastructure for electric delivery مشابه interstate highway (بزرگراه‌های بین ایالتی) نیاز داریم. لذا گزینه‌های ۱ و ۲ غلط می‌باشد. گزینه ۲ چون هیچ ارتباطی به شبکه برق ندارد و گزینه ۲ زیرا چیزی است که نویسنده لازم می‌داند، به شبکه برق اضافه شود یا تغییر کند. گزینه چهارم خطوط عمودی و افقی، پاسخ کاملی نیست چون شبکه توزیع برق تنها از خطوط برق تشکیل نشده و شامل تمام تجهیزات سیستم‌های کنترلی و غیره که در توزیع برق نقش دارند می‌باشد. گزینه ۳ پاسخ کاملتری است. (کلید سازمان سنجش گزینه ۱ می‌باشد اما به دلیل گفته شده اشتباه است).

۱۷. گزینه ۴ درست است.

با توجه به پاراگراف اول آمریکا تا سال ۲۰۲۵ می‌خواهد ۲۵٪ از برق خود را از طریق انرژی‌های قابل بازیافت تامین کند و در حال حاضر انرژی‌های قابل بازیافت غیر از نیروگاه‌های آبی تنها ۵٪ از برق مورد نیاز آمریکا را تامین می‌کند. از آنجا که صحبتی از میزان برق تامین شده توسط نیروگاه آبی نشده است، گزینه ۱ غلط می‌باشد. منابع قابل بازیافت برای تولید برق می‌تواند نیروی آب، خورشید، باد یا ... باشد نه تنها نیروی آب لذا گزینه ۲ نیز غلط می‌باشد. با توجه به جمله دوم پاراگراف اول (در حال حاضر انرژی‌های قابل بازیافت غیر از نیروگاه‌های آبی تنها ۵٪ از برق مورد نیاز آمریکا را تامین می‌کند) گزینه سوم نیز غلط است.

۱۸. گزینه ۴ درست است.

گزینه ۳ در پاراگراف چهارم، خط دوم آمده است. گزینه ۱ در همین پاراگراف در خط چهارم آمده. گزینه ۲ نیز در خط سوم ذکر شده است. گزینه چهارم از اثرات Smart Grid نمی‌باشد زیرا هر چند که ممکن است در توزیع، انتقال و هماهنگی برق تولید شده توسط منابع بازیافت مؤثر باشد بر میزان خود این منابع بی‌اثر است.

۱۹. گزینه ۳ درست است.

Remote در لغت به معنای دور افتاده می‌باشد. (گزینه ۲) اما در متن در مقابل عبارت شهری به کار برده شده. منابع قابل بازیافت انرژی در مناطق remote می‌باشد در حالی که بیشتر نیاز برق در مناطق شهری می‌باشد. اگر اینجا remote را به معنای دور افتاده ترجمه کنیم، مناطق دور افتاده شامل شهرهای دور هم خواهد شد، در حالی که منظور مناطقی است که سکونت کمتری در آنها وجود دارد. لذا گزینه ۳ صحیح می‌باشد. (کلید سازمان سنجش گزینه ۲ می‌باشد که معنای لغوی آن را در نظر گرفته است).

**۲۰. گزینه ۴ درست است.**

گزینه‌های ۱ و ۳ با توجه به پاراگرافهای دوم و سوم صحیح می‌باشد. با توجه به دو خط آخر پاراگراف سوم زمانی که تولید انرژی توسط منابع انرژی قابل بازیافت زیاد شود شبکه برای هماهنگ کردن آن مشکل خواهد داشت. هرچند که قابلیت ذخیره انرژی به عنوان محاسن smart grid ذکر شده جزء معایب شبکه فعلی نیز بیان نشده، لذا گزینه ۴ پاسخ می‌باشد.

**۲۱. گزینه ۲ درست است.**

با توجه به ۳ خط آخر پاراگراف دوم گزینه ۲ صحیح می‌باشد. گزینه ۱ و ۳ هرچند که صحیح می‌باشند، با توجه به موارد ذکر شده در متن دلیل نیاز مدار RF به بازنگری نیستند. گزینه چهارم عکس جمله متن می‌باشد.

**۲۲. گزینه ۴ درست است.**

Deal with به معنی معامله کردن، سر و کار داشتن با ... یا رسیدگی کردن به ... معنی می‌دهد که در کاربردهای مختلف می‌تواند هرکدام از گزینه‌های ۲ تا ۴ را معنی بدهد. جمله اول پاراگراف اول چنین ترجمه خواهد شد: "مهندسی RF شاخه‌ای از مهندسی برق است که با تجهیزاتی سر و کار دارد که برای عمل کردن در محدوده فرکانس رادیویی طراحی شده‌اند." گزینه یک در اینجا کاربرد ندارد. Cope with بیشتر به معنای تحمل کردن یا رو به رو شدن با مشکلات می‌باشد لذا صحیح نیست. Discuss به معنی بحث کردن در مورد یک موضوع می‌باشد. هرچند که می‌تواند گزینه صحیح باشد، اما design پاسخ دقیقتری می‌باشد. (کلید سازمان سنجش گزینه ۳ می‌باشد).

**۲۳. گزینه ۳ درست است.**

گزینه ۲ در جمله اول پاراگراف سوم و گزینه اول در پاراگراف چهارم آمده است. در پاراگراف اول گفته شده تجهیزات مرتبط با شاخه RF در محدوده فرکانس 3kHz~300GHz عمل می‌کند، لذا حوزه عملکرد محدودی دارد پس گزینه چهار نیز صحیح می‌باشد. در خط سوم در پاراگراف اول گفته شده "RF engineering is incorporated into almost everything that transmits or receives a radio wave..." Almost از قلم افتاده لذا گزینه ۳ غلط می‌باشد.

**۲۴. گزینه ۲ درست است.**

Propagation به معنی پخش یا انتشار می‌باشد، در حالی که Conduction به معنی هدایت و Transition به معنی گذر از یک حالت به حالت دیگر می‌باشد. Transmission به نظر صحیح می‌رسد اما درواقع به معنی انتقال است نه انتشار. Dissemination به معنی پخش و انتشار می‌باشد.

**۲۵. گزینه ۴ درست است.**

گزینه‌های ۱ و ۲ در آخرین پاراگراف قید شده‌اند. گزینه ۳ در پاراگراف دوم، خط سوم ذکر شده. به گزینه چهار در متن هیچ اشاره‌ای نشده است.

**۲۶. گزینه ۱ درست است.**

در پاراگراف آخر خط پنجم و ششم بیان شده که "میکروفن یک سنسور است که سیگنال صوتی را به ولتاژ تبدیل می‌کند و بلندگو دقیقاً عکس این کار را انجام می‌دهد..." بنابراین بلندگو ولتاژ را به سیگنال صوتی تبدیل می‌کند همانطور که در گزینه اول آمده است.

**۲۷. گزینه ۲ درست است.**

گزینه ۲ در خط نهم از پاراگراف آخر بیان شده است. بر اساس پاراگراف دوم Quality در گزینه اول غلط است و باید به Quantity تغییر کند. بر اساس پاراگراف آخر شاخه information theory محتوای اطلاعات سیگنال‌ها را بررسی می‌کند در حالی که Transducer تجهیزاتی است که یک شکل از انرژی را به شکل دیگر تبدیل می‌کند و ممکن است الزاماً سروکاری با سیگنال نداشته باشد. به گزینه ۴ اشاره‌ای در متن نشده و علاوه بر آن بر اساس تعریف سیگنال تصویر یک سیگنال است.

**۲۸. گزینه ۳ درست است.**

Convey در لغت به معنای انتقال خصوصا انتقال مفهوم، اطلاعات یا منظور می‌باشد. با این تعریف گزینه های ۱ و ۴ غلط می‌باشند. اگر کلمه Convey برای همه انواع سیگنال الکتریکی، فیزیکی و ... به کار رفته بود گزینه ۲ نمایش دادن هم می‌توانست صحیح باشد، اما با توجه به اینکه در جمله اشاره شده (جمله اول پاراگراف اول) منظور صرفا سیگنال‌های الکتریکی و مخابراتی می‌باشد، گزینه ۳ صحیح است، زیرا سیگنال‌های الکتریکی بیش از آن که وظیفه نمایش (show) اطلاعات را داشته باشند اطلاعات را منتقل (carry) می‌کنند.

**۲۹. گزینه ۴ درست است.**

گزینه چهارم در خط سوم و چهارم پاراگراف آخر صراحتا ذکر شده.

**۳۰. گزینه ۱ درست است.**

ترجمه جمله چنین می‌باشد: "جلوگیری از noise در سرفصل signal integrity پوشش داده می‌شود" یعنی در علم signal integrity در خصوص جلوگیری از noise بحث می‌شود. گزینه ۲: signal integrity توسط noise پوشش داده می‌شود. گزینه ۳: noise یک نوع پوشش است که زیر signal integrity است! گزینه ۴: noise سیگنال‌ها را پوشش می‌دهد و ما برای جلوگیری از آن کاری نمی‌توانیم بکنیم. گزینه ۱: ما می‌توانیم به وسیله signal integrity جلوی noise را بگیریم.

### پاسخ تشریحی توسط: محمد صادق معتقدی

۳۱. گزینه ۴ درست است.

با فرض  $u = \cos y$  داریم  $u' = -y' \sin y$  و به این ترتیب که معادله موردنظر چنین خواهد شد:

$$-u' = u(1 - xu) \rightarrow u' + u = xu^2$$

که از نوع برنولی به ازاء  $n = 2$  بوده و با جانشینی  $v = u^{1-2} = u^{-1}$  که نتیجه می‌دهد  $v' = -u^{-2}u'$  با تقسیم معادله حاصل برای  $u$  بر  $u^2$  می‌توان نوشت:

$$\frac{u'}{u^2} + \frac{u}{u^2} = x \rightarrow u'u^{-2} + u^{-1} = x \rightarrow$$

$$-v' + v = x \rightarrow v' - v = -x$$

با حل معادله مرتبه اول فوق به دست می‌آید:

$$v = e^{-\int -1 dx} \left\{ \int -xe^{\int -1 dx} dx + c \right\}$$

$$= e^x \left\{ \int -xe^{-x} dx + c \right\} = e^x (xe^{-x} + e^{-x} + c) \Rightarrow$$

$$u^{-1} = x + 1 + ce^x \rightarrow \frac{1}{\cos y} = x + 1 + ce^x$$

۳۲. گزینه ۱ درست است.

معادله از نوع بسل به ازاء  $x = \frac{3}{2}$  بوده که عددی غیرصحیح است و پایه‌ها جواب آن  $y_1 = J_{\frac{3}{2}}(x)$ ,  $y_2 = J_{-\frac{3}{2}}(x)$  خواهد بود.

دقت داریم  $x = 0$  نقطه غیرعادی منظم برای معادله است و داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} xP(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{x}{x^2} = 1 = A \\ \lim_{x \rightarrow 0} x^2 Q(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \frac{x^2 - \frac{9}{4}}{x^2} = -\frac{9}{4} = B \end{cases}$$

معادله مشخصه روش فروبینیوس چنین می‌باشد:

$$r^2 + (A-1)r + B = 0 \rightarrow$$

$$r^2 - \frac{9}{4} = 0 \rightarrow r = \pm \frac{3}{2}$$

لذا چون تفاضل دو ریشه عدد صحیح شده، انتظار داریم پایه‌های جواب به شکل زیر باشد:

$$y_1 = \sum_0^{\infty} a_n x^{n+\frac{3}{2}}$$

$$y_2 = ky_1 \ln x + \sum_0^{\infty} b_n x^{n-\frac{3}{2}}$$

که تکلیف k باید معلوم شود.

**۳۳. گزینه ۳ درست است.**

معادله از نوع کوشی غیرهمگن است:

$$\lambda(\lambda-1)(\lambda-2) + \lambda(\lambda-1) \frac{-2\lambda+2}{-2(\lambda-1)} = 0 \rightarrow$$

$$(\lambda-1)\{\lambda(\lambda-2) + \lambda-2\} = 0 \rightarrow$$

$$(\lambda-1)(\lambda^2 - \lambda - 2) = 0 \rightarrow \lambda = 1, -1, 2$$

پس پایه‌های جواب معادله همگن عبارتند از  $x^1, x^{-1}, x^2$  با تغییر متغیر  $t = \ln x$  معادله کوشی غیرهمگن داده شده تبدیل به معادله با ضرایب ثابت غیرهمگن زیر می‌شود.

$$(D-1)(D^2 - D - 2)y = 2e^{4t} \rightarrow$$

$$y_p = \frac{1}{(D-1)(D^2 - D - 2)}(2e^{4t}) \xrightarrow{D \rightarrow 4}$$

$$y_p = \frac{1}{(4-1)(16-4-2)}(2e^{4t}) = \frac{1}{15}e^{4t} = \frac{1}{15}x^4$$

لذا جواب عمومی مسأله اصلی چنین می‌باشد:

$$y = Ax + Bx^{-1} + Cx^2 + \frac{1}{15}x^4$$

که به ازاء A و B و Cهای دلخواه هیچگاه به گزینه سوم منجر نمی‌شود.

توجه داریم بعد از یافتن پایه‌های جواب، بدون نیاز به یافتن جواب خصوصی هم می‌توان گزینه تست را انتخاب کرد.

**۳۴. گزینه ۲ درست است.**

$$y'' + \frac{1}{x}y' = \frac{\sin x}{x} \rightarrow$$



$$xy'' + y' = \sin x \rightarrow \frac{d}{dx}(xy') = \sin x \xrightarrow{\int}$$

$$xy' = -\cos x + C \rightarrow$$

$$y' = \frac{C - \cos x}{x}$$

اگر بخواهیم  $y'(0) = 0$  باید  $C = 1$  (زیرا مخرج  $y'$  در  $x = 0$  صفر می‌شود و لازم است در  $x = 0$  صورت  $y'$  نیز صفر باشد).

$$y' = \frac{1 - \cos x}{x}$$

$$(\lim_{x \rightarrow 0} y' = 0 \text{ واقع})$$

حال با قرار دادن بسط مک لوران  $\cos x$  به دست می‌آید:

$$y' = \frac{1 - \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots\right)}{x} \rightarrow$$

$$y' = \frac{x}{2!} - \frac{x^3}{4!} \dots \xrightarrow{\int}$$

$$y = \frac{x^2}{2 \times 2!} - \frac{x^4}{4 \times 4!} \dots + k$$

و از شرط  $y(0) = 1$  نتیجه می‌شود  $k = 1$  و لذا گزینه دوم صحیح است.

**۳۵. گزینه ۴ درست است.**

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{3x}{2} + \sin^2 \frac{5x}{2} \\ &= \frac{1 - \cos x}{2} + \frac{1 - \cos 3x}{2} + \frac{1 - \cos 5x}{2} \\ &= \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{2} \cos 3x - \frac{1}{2} \cos 5x \end{aligned}$$

در واقع این عبارت همان سری فوریه تابع است و نشان می‌دهد  $f$  متناوب با دوره تناوب  $2\pi$  بوده و اینک طبق تساوی پارسوال داریم:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)^2 dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) \rightarrow$$

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)^2 dx &= \pi \left\{ \frac{(3)^2}{2} + \left\{ \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right\} \right\} \\ &= \pi \left( \frac{9}{2} + \frac{3}{4} \right) = \frac{21\pi}{4} \end{aligned}$$

**۳۶. گزینه ۲ درست است.**

دو طرف میله به طول  $\pi$  در مخلوط آب و یخ قرار گرفته و این یعنی شرایط مرزی مسأله چنین است:

$$\begin{cases} u(0, t) = 0 \\ u(\pi, t) = 0 \end{cases}$$

البته این دو شرط مرزی در همه گزینه‌ها ارضا می‌شوند.

همچنین شرط اولیه داده شده یعنی  $u(x, 0) = 0$  در گزینه‌های اول و دوم و سوم ارضا می‌شود ولی گزینه چهارم را مردود می‌کند.

برای کراندار ماندن جواب در  $t \rightarrow +\infty$  گزینه‌های اول و سوم مردود می‌شوند و لذا باید گزینه دوم صحیح باشد.

همچنین توجه داریم در بین گزینه‌های داده شده فقط گزینه دوم ارضاکننده معادله  $u_t - u_{xx} = 0$  می‌باشند.

مثلاً در گزینه سوم یعنی  $u = e^t \sin x$  داریم:

$$\begin{cases} u_t = e^t \sin x \\ u_{xx} = -e^t \sin x \\ u_t - u_{xx} \neq 0 \end{cases}$$

### ۳۷. گزینه ۱ درست است.

گزینه‌ای صحیح است که دو شرط مرزی همگن

$$\begin{cases} T(0, y) = T(a, y) \\ T_x(0, y) = T_x(a, y) \end{cases}$$

را ارضا کند و البته کامل‌ترین گزینه پاسخ تست خواهد بود.

توابع  $\sin \frac{2n\pi x}{a}$  و  $\cos \frac{2n\pi x}{a}$  و  $\frac{1}{2}$  دارای شرایط موردنظر هستند چرا که در همگی آنها:

۱. حاصل کار در  $x = a$  و  $x = 0$  یکسان است.

۲. مشتق حاصل کار نسبت به  $x$  در  $x = a$  و  $x = 0$  یکسان است.

دقت داریم گزینه چهارم به خاطر نداشتن عدد ثابت  $\frac{1}{2}$  مردود می‌شود.

گزینه دوم به خاطر مثلاً جمله  $\cos \frac{n\pi x}{a}$  که  $x = a$  و  $x = 0$  حاصل یکسان ندارد مردود می‌شود.

گزینه سوم به خاطر مثلاً جمله  $\cos \frac{(2n-1)\pi x}{a}$  که در  $x = a$  و  $x = 0$  حاصل یکسان ندارد مردود می‌شود.

### ۳۸. گزینه ۳ درست است.

برای  $z \neq 0$  داریم:

$$f(z) = \frac{(\bar{z})^2}{z} = \frac{(re^{-i\theta})^2}{re^{i\theta}} = re^{-3i\theta} = r(\cos 3\theta - i \sin 3\theta) \Rightarrow \begin{cases} u = r \cos 3\theta \\ v = -r \sin 3\theta \end{cases}$$

طبق تعریف مشتق در یک نقطه می‌توان نوشت:

$$f'(0) = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{f(z) - f(0)}{z - 0} = \lim_{\substack{v \rightarrow 0 \\ \forall \theta}} \frac{re^{-3i\theta} - 0}{re^{i\theta}} = e^{-4i\theta} \quad (\theta \text{ وابسته به } v)$$

پس حد فوق که مبین  $f'(0)$  می‌باشد موجود نیست و تابع  $f$  در  $z = 0$  مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

اما معادلات کوشی ریمان یعنی  $\begin{cases} ru_r = v_\theta \\ -u_\theta = rv_r \end{cases}$  در مبدأ یعنی  $z = 0$  برقرارند چرا که:

$$\left. \begin{aligned} ru_r &= r(\cos 3\theta) \\ v_\theta &= -3r \cos 3\theta \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{در } z = 0 \text{ که متناظر } r = 0 \text{ می‌باشد با هم برابرند.}$$

$$\left. \begin{aligned} -u_{\theta} &= 3r \sin 3\theta \\ rv_r &= r(-\sin 3\theta) \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{در } z=0 \text{ که متناظر } r=0 \text{ می‌باشد با هم برابرند.}$$

بنابراین گزینه سوم صحیح است.

دقت داریم مثلاً  $u_r = \cos 3\theta$  که در  $(0,0)$  پیوسته نیست زیرا بسته به آن که با چه  $\theta$  ای به  $(0,0)$  نزدیک شویم  $\cos 3\theta$  مقادیر متفاوتی خواهد داشت.

**۳۹. گزینه ۲ درست است.**

معادله دایره اولیه به صورت  $|z - z_0| = |z_0|$  می‌باشد.

با تبدیل  $w = \frac{1}{z}$  داریم  $z = \frac{1}{w}$  لذا برای  $|z - z_0| = |z_0|$  خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{w} - z_0 \right| &= |z_0| \Rightarrow \left| \frac{1 - wz_0}{w} \right| = |z_0| \rightarrow \\ |1 - wz_0| &= |wz_0| \rightarrow |wz_0 - 1| = |wz_0| \rightarrow \\ |wz_0 - 1|^2 &= |wz_0|^2 \rightarrow \\ (wz_0 - 1)(\overline{wz_0 - 1}) &= (wz_0)(\overline{wz_0}) \rightarrow \\ (wz_0 - 1)(\overline{wz_0} - 1) &= (wz_0)(\overline{wz_0}) \rightarrow \\ 1 - wz_0 - \overline{wz_0} &= 0 \rightarrow \\ 1 - 2\operatorname{Re}(wz_0) &= 0 \end{aligned}$$

**۴۰. گزینه ۳ درست است.**

در واقع مسیر  $C$  به گونه‌ای است فاصله هر نقطه آن تا مبدأ مختصات بزرگ‌تر از ۱ می‌باشد.

حال از آنجا که نقاط تکین تابع  $\frac{1}{z^n + 1}$  عبارتند از:

$$z^n + 1 = 0 \rightarrow z = \sqrt[n]{-1}$$

و  $n$  جواب به دست آمده از معادله فوق همگی در فاصله  $\sqrt[n]{|-1|}$  یعنی در فاصله ۱ تا مبدأ مختصات هستند، لذا تمام تکین‌های تابع مذکور در داخل مسیر  $C$  بوده و داریم:

(مجموع مانده‌های تابع در تمام تکین‌هایش)  $= 2\pi i \times$  حاصل انتگرال

و چون در تابع  $\frac{1}{z^n + 1}$  با فرض  $n > 1$  درجه صورت لااقل دو واحد از درجه مخرج کمتر است، مجموع تمام مانده‌های این تابع صفر خواهد بود و طبعاً حاصل انتگرال موردنظر نیز صفر می‌باشد.

## پاسخ تشریحی توسط: محسن طورانی

۴۱. گزینه ۴ درست است.

ترکیب خطی هر تعداد متغیر تصادفی پواسن دارای توزیع پواسن است فقط کافی است میانگین آن را محاسبه کنیم تا مقدار  $\lambda$  در آن محاسبه شود.  
یادآوری:

$$\begin{cases} f(y) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!} \\ y = 0, 1, 2, \dots \\ \mu_y = \lambda, \sigma_y^2 = \lambda \end{cases}$$

در این سوال داریم:

$$\begin{aligned} \mu(y) = \lambda &= \mu(x_1) + 2\mu(x_2) + 4\mu(x_3) \\ &= \cancel{\lambda_1^4} + 2\cancel{\lambda_2^2} + 4\cancel{\lambda_3^1} = 12 \end{aligned}$$

بنابراین احتمال موردنظر به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} P(y < 2) &= P(y = 0) + P(y = 1) \\ &= \frac{e^{-12} 12^0}{0!} + \frac{e^{-12} 12^1}{1!} = 13e^{-12} \end{aligned}$$

۴۲. گزینه ۱ درست است.

ابتدا مقدار  $c$  را محاسبه می کنیم.

$$\int_0^\infty \int_0^\infty f(x, y) dx dy = 1 \rightarrow \int_0^\infty \int_0^\infty c e^{-x-y} dx dy = 1, \quad c = 1$$

دقت کنید: با توجه به وضعیت گزینه‌ها نیازی به محاسبه  $c$  وجود ندارد. چرا که یک ضریب  $c$  در هر کدام وجود خواهد داشت.

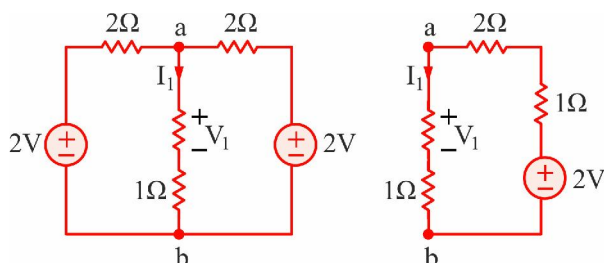
حال اگر  $a = \frac{x}{y}$  آنگاه داریم:

$$\begin{aligned} f_{\frac{x}{y}}(a) &= \int |y| f(ay, y) dy \\ &= \int_0^{\infty} y e^{-ay-y} dy \\ &= \int_0^{\infty} y e^{-y(a+1)} dy = \frac{1}{(a+1)^2} \end{aligned}$$

### پاسخ تشریحی توسط: معصومه حسام

۴۳. گزینه ۱ درست است.

۴۴. گزینه ۳ درست است.

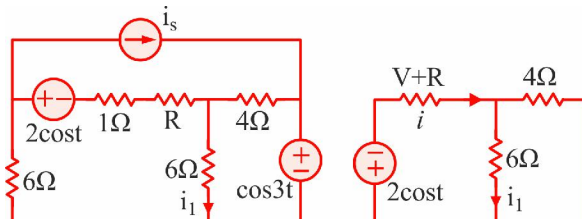


$$2 = V_1 + 2I_1$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \text{ A} \quad V_1 = 1 \text{ V} \quad V_{ab} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ V}$$

۴۵. گزینه ۲ درست است.

برای محاسبه R فقط منبع  $2 \cos t$  را در مدار نگه داشته و بقیه منابع را صفر می‌کنیم.



$$i_1 = i \times \frac{4}{4+6}$$

$$i = \frac{10}{4} i_1 = -\frac{1}{5} \times \frac{10}{4} \cos t = -\frac{1}{2} \cos t$$

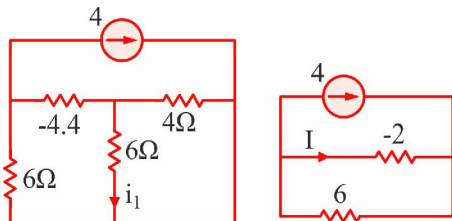
$$-2 \cos t + (V + R)i + 6i_1 = 0$$

$$(V + R)i = -2 \cos t - 6 \times 0/4 \times \left(-\frac{1}{2} \cos t\right)$$

$$(V + R)i = -2 \cos t + 1.2 \cos t = -0.8 \cos t$$

$$V + R = -\frac{0.8 \cos t}{-0.5 \cos t} = 1.6$$

$$R = -5.4$$



$$I = \frac{6}{6-2} \times -4 = -6$$

$$i_1 = -6 \times \frac{4}{6+4} = -2.4$$

۴۶. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{V' - V_s}{1} + \frac{V'}{1 + \frac{1}{s}} + \frac{V' - V_1}{2} = 0$$

$$V' \left( \frac{3}{2} + \frac{s}{s+1} \right) + \left( -\frac{1}{2} \right) V_1 = V_s$$

$$\frac{V_1 - V'}{2} = i_s - \frac{V_1}{k}$$

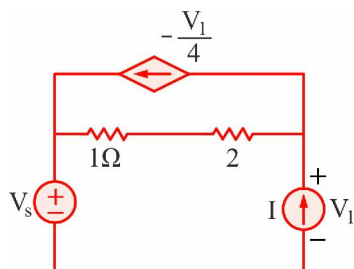
$$V' \left( -\frac{1}{2} \right) + V_1 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{k} \right) = i_s$$

$$\left( \frac{3}{2} + \frac{s}{s+1} \right) = \frac{1}{4} \times \frac{2k}{k+2} = \frac{k}{k+2}$$

$$\frac{s}{s+1} = \frac{-k-3}{k+2}$$

$$s = -\frac{1}{3}$$

$$k = -4$$



$$I = \frac{V_1}{3} - \frac{V_1}{4} = \frac{V_1}{12}$$

$$\frac{V_1}{I} = z = 12$$

۴۷. گزینه ۲ درست است.

$$i_2(o^+) = i_1(o^+) = 1^A$$

$$V_c(o^+) = 1V$$

$$V_1 = -3i_2$$

$$V_1'(o^+) = -3i_2'(o^+)$$

$$2i_2'(o^+) + 3i_2(o^+) + V_c(o^+) = 0$$

$$i_2'(o^+) = -2$$

$$V_1'(o^+) = -3 \times -2 = 6$$

۴۸. گزینه ۱ درست است.

توان حقیقی مقاومت + توان حقیقی مقاومت = توان حقیقی منبع ولتاژ

$$0.5\Omega + 8\Omega$$

$$\frac{1}{2} \times V_m I_m \cos \varphi = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 8 \times \frac{1}{2} \times (i_o)^2$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{16} + 4i_o^2$$

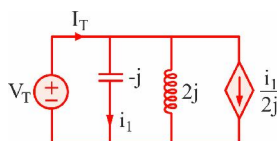
$$\frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16} = 4i_o^2$$

$$i_o^2 = \frac{1}{16 \times 4}$$

$$i_o = \frac{1}{8}$$

۴۹. گزینه ۱ درست است.

برای محاسبه مقاومت از دو سر مقاومت R:



$$I_T = i_1 + \frac{V_T}{2j} + \frac{i_1}{2j}$$

$$V_T = -ji_1$$

$$i_1 = jV_T$$

$$I_T = \frac{V_T}{j} \left( -1 - \frac{1}{2j} + \frac{1}{2} \right) = \frac{V_T}{j} \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{2j} \right) = -\frac{V_T}{j} \left( \frac{j+1}{2j} \right)$$

$$\frac{V_T}{I_T} = \frac{2}{j+1}$$

$$z = \frac{2}{j+1} + 1 = \frac{3+j}{j+1}$$

شرط انتقال ماکزیمم:

$$R = |z| = \sqrt{5}$$

$$P_R = \frac{1}{2} R I^2 = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times I^2 = 2\sqrt{5}$$

$$I = 2A$$



توان متوسط منابع همان توان حقیقی مدار (توان مقاومت) است.

$$P = \frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1) \times (2)^2 = 2(\sqrt{5} + 1)$$

توان منابع منفی است بنابراین گزینه ۱ درست است.

۵۰. گزینه ۲ درست است.

$$SI_1 + MSI_2 = 3SI_2 + MSI_1$$

$$(M-3)I_2 = (M-1)I_1$$

$$I_1 = \frac{V}{\frac{1}{S}}$$

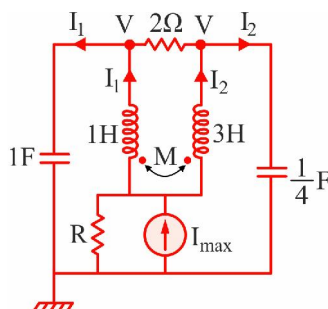
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{SV}{\frac{SV}{4}} = 4 = \frac{M-3}{M-1}$$

$$I_2 = \frac{V}{\frac{4}{S}}$$

$$4M-4 = M-3$$

$$3M = 1$$

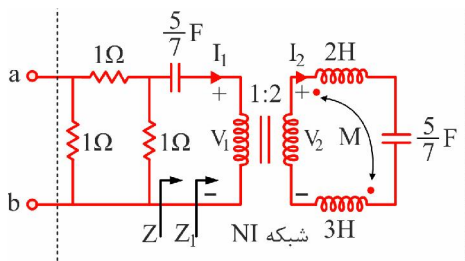
$$M = \frac{1}{3}$$



۵۱. گزینه ۴ درست است.

یعنی  $I_{ab}$  و  $V_{ab}$  هم‌فاز هستند و  $\cos \phi = 1$

این بدان معناست که مقاومت دیده شده از سر ab مقاومتی است.



$$z_1 = \frac{1}{4}z_2$$

$$V_2 = 2SI_2 + MSI_2 + \frac{1}{\frac{5}{7}S}I_2 + 3SI_2 + MSI_2$$

$$V_2 = (5+2M)SI_2 + \frac{V}{5S}I_2$$

$$S = j\omega = j$$

$$\frac{V_2}{I_2} = z_2 = (5+2M)j - \frac{7}{5}j$$

$$z = z_1 + \frac{1}{\frac{5}{7}j}$$

$$z = \left( (5+2M)j - \frac{7}{5}j \right) \times \frac{1}{4} - \frac{7}{5}j$$

باید  $z = 0$  باشد:

$$\left(5 + 2M - \frac{7}{5}\right) \frac{1}{4} - \frac{7}{5} = 0$$

$$\left(2M + \frac{18}{5}\right) \frac{1}{4} - \frac{7}{5} = 0$$

$$\frac{M}{2} + \frac{9}{10} - \frac{7}{5} = 0$$

$$\frac{M}{2} = \frac{7}{5} - \frac{9}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow M = 1$$

۵۲. گزینه ۳ درست است.

$$i_s + \dot{V}_c = i_L + \dot{i}_L$$

$$V_s = i_s + \dot{V}_c + \dot{V}_c + V_c + \dot{i}_L$$

$$2\dot{V}_c + i_s + V_c + \dot{i}_L = V_s$$

$$\begin{cases} 2\dot{V}_c + \dot{i}_L = V_s - V_c - i_s \\ \dot{V}_c - \dot{i}_L = i_L - i_s \end{cases}$$

$$\dot{V}_c = -\frac{1}{3}V_c + \frac{1}{3}i_L - \frac{2}{3}i_s + \frac{1}{3}V_s$$

$$\dot{i}_L = -\frac{1}{3}V_c - \frac{2}{3}i_L + \frac{i_s}{3} + \frac{V_s}{3}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_c \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ V_s \end{bmatrix}$$

۵۳. گزینه ۴ درست است.

$$V_o = \frac{5}{(j+1)^2(j+2)}, \quad |V_o| = \frac{5}{\sqrt{5} \times 2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\omega = 1$$

$$s = j$$

$$V_s = 1$$

۵۴. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

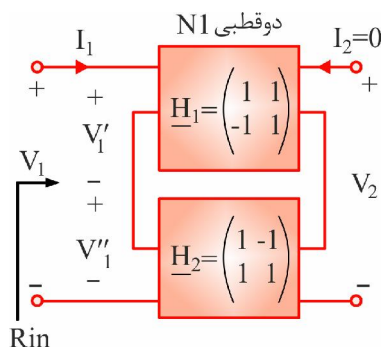
$$V_1 = V'_1 + V'_2$$

$$\begin{pmatrix} V'_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V'_2 \end{pmatrix}$$

$$V'_1 = I_1 + V'_2$$

$$V'_1 = 2I_1$$

$$V'_2 = I_1$$



$$\begin{pmatrix} V_1'' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2'' \end{pmatrix}$$

$$V_1'' = I_1 - V_2'' \quad , \quad V_2'' = -I_1$$

$$V_1'' = 2I_1$$

$$V_1 = 2I_1 + 2I_1$$

$$V_1 = 4I_1$$

$$z = 4$$

### پاسخ تشریحی توسط: نسیم رضائاد

۵۵. گزینه ۲ درست است.

از آنجاکه هدف مساله مینیمم کردن مسافت طی شده است از اینرو باید قطب‌های سیستم روی محور حقیقی باشد. از روی معادله سیستم داریم.

$$\left. \frac{X}{F} = \frac{1}{S^2 + BS + K} \right\}_{F=1} \Rightarrow X = \frac{1}{S^2 + BS + K}$$

$$B^2 - 4K \geq 0 \rightarrow K = 1, B \geq 2$$

۵۶. بدلیل مشخص نبوده  $u(t)$  سوال حذف خواهد شد.

۵۷. گزینه ۴ درست است.

دیگرام بود یک سیستم مرتبه دوم سره است که تابع تبدیل آن به طور تقریبی  $\frac{S(S+1)}{(S+0.4)(S+0.5)}$  خواهد بود. در  $K=1$

سیستم یک حالت خالص دارد که مکان هندسی آن جهش خواهد داشت پس همان‌طور که در گزینه‌ها پیداست فقط گزینه ۴ می‌توان صحیح باشد چون یک ریشه در بی نهایت دارد.

۵۸. گزینه ۲ درست است.

$$T_S = \frac{3}{\xi\omega_n} \Rightarrow 2\xi\omega_n = 2.8 \rightarrow \xi\omega_n = 1.4 \rightarrow T_S = \frac{3}{1.4}$$

۵۹. گزینه ۱ درست است.

۶۰. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3+S}{S^2+3S+4}$$

معادله مشخصه سیستم به صورت  $S^2 + 3S + 4 = 0$  است که دو ریشه سمت چپ محور موهومی و مختلط دارد لذا پایدار و نوسانی میراشونده است.

۶۱. گزینه ۱ درست است.

$$\dot{e}(t) = \frac{de}{dt}$$

$\xi \geq 1 \rightarrow$  جهش در پاسخ پله نداریم.  
خط با افزایش  $t$  کاهش می‌یابد.

$$\frac{de}{dt} > 0 \Rightarrow \dot{e}(t) < 0 \rightarrow |\dot{e}(t)| = -\dot{e}(t)$$

$$J = \int_0^{\infty} t\dot{e}(t) dt$$

$$J(S) = L\{t\dot{e}(t)\} = -\frac{d}{dS} L\{\dot{e}(t)\} = -\frac{d}{dS} [SE(S) - e(0)]$$

$$\rightarrow \int_0^{\infty} t\dot{e}(t) dt = \lim_{s \rightarrow 0} J(S) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{dS} [SE(S)] = -\lim_{s \rightarrow 0} \left[ E(S) + S \frac{dE(S)}{dS} \right]$$

اگر  $e(t) = r(t) - y(t)$  باشد.

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{1}{S^2 + 2\xi S + 1} \rightarrow E(S) = \frac{S + 2\xi}{S^2 + 2\xi + 1}$$

$$\Rightarrow \int t\dot{e}(t) dt = -\lim_{s \rightarrow 0} \left[ \frac{S + 2\xi}{S^2 + 2\xi + 1} + \dots \right] \rightarrow \int t\dot{e}(t) dt = -2\xi$$

۶۲. گزینه ۱ درست است.

هرچه قطب از محور موهومی دور شود پاسخ زمانی سریعتر می‌شود.

۶۳. گزینه ۳ درست است.

سوال بیشتر سوال معادلات دیفرانسیل است که به راحتی گزینه ۳ بدست می‌آید.

۶۴. گزینه ۲ درست است.

با تشکیل جدول راث خواهیم داشت:

$$S^5 + 3S^3 + S^2 + 2S + 2$$

با توجه به صفر شدن درایه اول در  $S^4$  آن را برابر  $(\varepsilon > 0)$  در نظر می‌گیریم.

$$\begin{array}{l|lll} S^5 & 1 & 3 & 2 \\ S^4 & 0 & 1 & 2 \\ S^3 & -1 & -2 & \\ S^2 & 1 & 2 & \rightarrow S^2 + 2 = 0 \rightarrow S = j \pm \sqrt{2} \\ S^1 & 0 & & \\ S & 2 & & \end{array}$$

با توجه به اینکه ۲ تغییر علامت داریم دو ریشه سمت راست، ۲ ریشه روی محور موهومی و یک ریشه در سمت چپ داریم.

۶۵. گزینه ۲ درست است.

$$G(S) = \frac{K_m e^{-T_d S}}{\tau_m S^2}$$

تابع تبدیل مسیر پیش‌رو

$$S_{T_d}^G = \frac{\partial G}{\partial T_d} \frac{T_d}{G} = \frac{K_m (-S) e^{-T_d S}}{\tau_m S^2} \frac{T_d \tau_m S^2}{K_m e^{-T_d S}}$$

گزینه ۲ با ۳ صحیح می‌باشد.  $\Rightarrow -T_d S$

$$T(S) = \frac{\frac{K_m e^{-T_d S}}{\tau_m S^2}}{1 + \frac{K_m e^{-T_d S}}{\tau_m S^2} + \frac{1}{\tau_m S} + \frac{1}{S} + \frac{1}{\tau_m S^2}} = \frac{K_m e^{-T_d S}}{\tau_m S^2 + (1 + \tau_m)S + K_m e^{-T_d S} + 1}$$

$$S_{T_d}^T = \frac{\partial T}{\partial T_d} \frac{T_d}{T} = \frac{-T_d S(1 + \tau_m S)(1 + S)}{(\tau_m S + 1)(S + 1) + K_m e^{-T_d S}}$$

گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

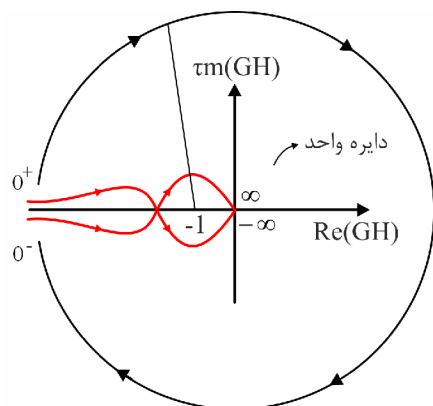
۶۶. گزینه ۴ درست است.

سیستم نوع ۲  $\Leftarrow N = 2$

سیستم مینیمم فاز  $\Leftarrow P = 0$

$$N = Z - P$$

$$Z = N + P = 2$$



سیستم دو قطب ناپایدار دارد. جهت بهبود پایداری سیستم، ساده‌ترین کنترل کننده‌ای که می‌توان استفاده کرد کنترلر PD (گزینه ۴) می‌باشد.

اگر سیستم پایدار شود خطای ماندگار آن به ورودی شیب برابر صفر خواهد شد زیرا سیستم نوع ۲ است. (البته PD نیز می‌تواند صحیح باشد که در گزینه ۱ آمده است).

## پاسخ تشریحی توسط: معصومه حسام

۶۷. گزینه ۱ درست است.

$$x_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) \delta(t - k\pi)$$

$$\cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{2k\pi}{6}\right)$$

$N = 6$  دوره متناوب سیگنال  $\cos\left(\frac{k\pi}{3}\right)$  می‌باشد. بنابراین دوره تناوب سیگنال  $x_1(t)$ ،  $T = 6\pi$  می‌باشد.

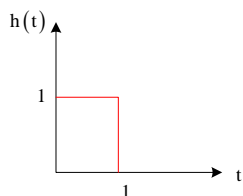
$$x_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \cos(\pi k^2) \delta(t - k)$$

دوره تناوب این سیگنال  $T = 2$  می‌باشد.

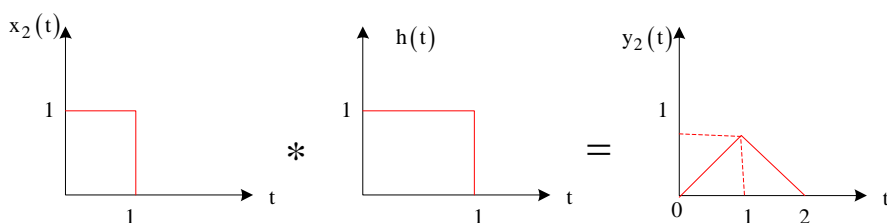
سیگنال  $x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$  غیر متناوب است چرا که دوره تناوب سیگنال‌های  $x_1(t)$ ،  $x_2(t)$  ک. م. م. ندارند.

۶۸. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم که حاصل کانولوشن دوپالس با عرض‌های غیریکسان یک ذوزنقه می‌شود. بنابراین پاسخ ضربه سیستم LTI یک پالس به شکل مقابل است.



حال کانولوشن  $x_2(t)$  را با  $h(t)$  به دست می‌آوریم.



۶۹. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned}
 y_0(t) &= \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x_0(\tau) h(t-\tau) d\tau \\
 \int_{-\infty}^{+\infty} y_0(t) dt &= \int_{t=-\infty}^{+\infty} \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x_0(\tau) h(t-\tau) d\tau dt = \pi \\
 &= \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x_0(\tau) \underbrace{\int_{t=-\infty}^{+\infty} h(t-\tau) dt}_{u} d\tau \\
 &= u \times \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x_0(\tau) d\tau = u \times 1 = \pi \quad u = \pi \\
 \int_{-\infty}^{+\infty} y_1(t) dt &= u \times \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x_1(\tau) d\tau = u \times 4 = 4\pi
 \end{aligned}$$

۷۰. گزینه ۴ درست است.

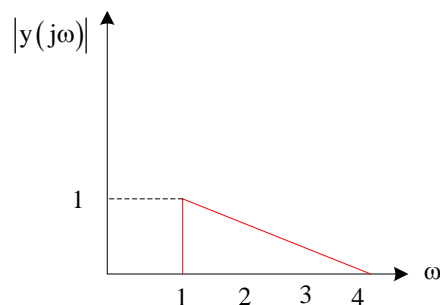
با توجه به ناحیه همگرایی سیستم غیر علی و پایدار است.

۷۱. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{aligned}
 b_k &= \operatorname{Re}\{a_k\} = \frac{1}{\sqrt{2}} a_k + \frac{1}{\sqrt{2}} a_k^* \rightarrow y[n] = \frac{1}{\sqrt{2}} x[n] + \frac{1}{\sqrt{2}} x^*[-n] \\
 y[1] &= \frac{1}{\sqrt{2}} x[1] + \frac{1}{\sqrt{2}} x^*[-1] = \frac{1}{\sqrt{2}} x[1] + \frac{1}{\sqrt{2}} x^*[3] = 1 + j2
 \end{aligned}$$

۷۲. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned}
 x(t) &\leftrightarrow x(j\omega) \\
 x(t-2) &\leftrightarrow x(j\omega) e^{-j2\omega} \\
 x(3t-2) &\leftrightarrow \frac{1}{3} x\left(j\frac{\omega}{3}\right) e^{-j\frac{2\omega}{3}} \\
 x(3t-2)e^{it} &\leftrightarrow \frac{1}{3} \times \left(j\frac{(\omega-1)}{3}\right) e^{-j\frac{2(\omega-1)}{3}} \\
 |y(j\omega)| &= \frac{1}{3} \left| x\left(j\frac{(\omega-1)}{3}\right) \right|
 \end{aligned}$$



۷۳. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned}
 y(t) = x(2t) &\leftrightarrow \frac{1}{2} x\left(\frac{s}{2}\right) \\
 z(t) = \frac{dy(t)}{dt} &\leftrightarrow z(s) = s y(s) = \frac{1}{2} s x\left(\frac{s}{2}\right) \\
 \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{dy(t)}{dt} &= \lim_{s \rightarrow \infty} z(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{2} s^2 x\left(\frac{s}{2}\right) \\
 &= \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{2} s^2 \times \frac{3\frac{s}{2} + V}{\left(\frac{s}{2}\right)^3 + 6\left(\frac{s}{2}\right)^2 + 11\left(\frac{s}{2}\right) + 6} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}} = 6
 \end{aligned}$$



۷۴. گزینه ۲ درست است.

$$x(t) \leftrightarrow x(j\omega) = e^{-j\omega} |x(j\omega)|$$

$$z(t) = x(t+1) \leftrightarrow x(j\omega) e^{j\omega} = |x(j\omega)| = z(j\omega)$$

با توجه به تبدیل فوریه سیگنال  $z(t)$  این سیگنال حقیقی و زوج است.

$$|z(t)|^2 = |x(t+1)|^2 \leftrightarrow |x(j\omega)| * |x(j\omega)|$$

$$y(t) = |x(t)|^2 \leftrightarrow e^{-j\omega} \underbrace{|x(j\omega)| * |x(j\omega)|}_{\text{اندازه}} \underbrace{1}_{\text{ز}}$$

بنابراین فاز  $y(t) = -\omega$  می باشد.

۷۵. گزینه ۴ درست است.

$$x(z) = \frac{z^2 - 16}{z^2} = 1 - 16z^{-2}$$

$$x[n] = \delta[n] - 16\delta[n-2]$$

$$y[n] = \delta[n] + 16\delta[n-2]$$

$$y(z) = 1 + 16z^{-2} = \frac{z^2 + 16}{z^2}$$

صفرهای  $Y(z)$  برابر با  $\pm j16$  می باشد.

۷۶. گزینه ۳ درست است.

$x(t)$  یک سیگنال متناوب است با دوره تناوب  $\omega_0 = 2\pi$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{j2\pi kt} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{2K\pi}{2\pi}\right) e^{j2K\pi t} = 1$$

بنابراین  $x\left(\frac{1}{4}\right) + x\left(\frac{3}{4}\right) = 2$  می باشد.

۷۷. گزینه ۴ درست است.

$$H(z) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} z^{-5} = 1 - 2^5 z^{-5}$$

با توجه به صورت سوال ناحیه همگرایی سیستم  $H_I(z) = \frac{1}{1 - 2^5 z^{-5}}$  معکوس پایدار  $|z| < 2^5$  می باشد.

برای محاسبه  $h_I[n]$  از عکس تبدیل  $z$  سیستم  $\frac{1}{1 - 2^5 z^{-1}}$  استفاده می کنیم:

$$-(2^5)^n u[-n-1] \leftrightarrow \frac{1}{1 - 2^5 z^{-1}}$$

و با توجه به انبساط زمانی در تبدیل  $z$

$$x(z^5) \leftrightarrow x_{(5)}[n] = \begin{cases} x[r] & n = r\omega \\ 0 & n \neq r\omega \end{cases}$$

$$h_I[n] = \begin{cases} -2^{5\left(\frac{n}{5}\right)} u\left[-\frac{n}{5} - 1\right] & n = 5r \\ 0 & n \neq 5r \end{cases}$$

۷۸. گزینه ؟ درست است.

جواب سوال در گزینه ها نیست و سوال حذف خواهد شد.

## پاسخ تشریحی توسط: حسین مهریاری

۷۹. گزینه ۱ درست است.

توالی انتقال به مصرف‌کننده برابر است با:

$$P_R = \frac{|V_S||V_R|}{|B|} \cos(\theta_B - \delta) - \frac{|A||V_R|^2}{|B|} \cos(\theta_B - \theta_A)$$

با توجه به صورت سوال  $P_R = 800 \text{ MW}$

$$\Rightarrow 800 = \frac{400 \times 400}{100} \cos(50 - \delta) - \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times 400^2}{100} \cos(50 - 5)$$

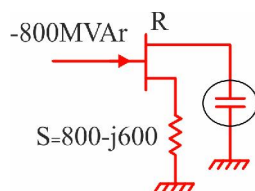
$$\rightarrow \delta = 50^\circ$$

توان راکتیو برابر است با:

$$Q_R = \frac{|V_S||V_R|}{|B|} \sin(\theta_B - \delta) - \frac{|A||V_R|^2}{|B|} \sin(\theta_B - \theta_A)$$

$$Q_R = \frac{400 \times 400}{100} \sin(50 - 50) - \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times 400^2}{100} \sin(50 - 5) = -800 \text{ MVar}$$

بار انتها به صورت  $\delta = 800 - j600$  بوده است.



$$Q_C = 800 - 600 = 200 \text{ MVar} \quad \text{تولیدی}$$

۸۰. گزینه ۲ درست است.

با توجه به حل مسئله در حالت گذرا، خازن خط را می‌توان به صورت اتصال کوتاه و سلف را مدار باز در نظر گرفت در نتیجه ولتاژ رسیده به انتهای خط  $2u_0$  می‌شود.

$$u_t = \frac{2(SL)}{(SL) + Z} u_0$$

$S \rightarrow \infty$  (در حوزه لاپلاس)

۸۱. گزینه ۴ درست است.

اندوکتانس را برای خطوط ۱ و ۲ با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$L_1 = L_2$$

$$\rightarrow 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[3]{2D}}{D_s} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt[3]{D_s d^2}} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{2}}{D_s} = \frac{1}{\sqrt[3]{D_s d^2}} \rightarrow d = \frac{D_s}{\sqrt{2}}$$

$$D_s = e^{\frac{1}{4}} r \rightarrow d = 0.55r$$

اما می‌دانیم  $d > 2r$  در نتیجه برابری اندوکتانس این ۲ خط ممکن نیست.

۸۲. گزینه ۲ درست است.

ابتدا ولتاژ القایی روی هریک از خطوط  $x$  و  $y$  را می‌نویسیم:

$$V_x = j\omega 2 \times 10^{-7} \left( I_a \ln \frac{1}{D_{ax}} + I_b \ln \frac{1}{D_{bx}} + I_c \ln \frac{1}{D_{cx}} \right)$$

$$V_y = j\omega 2 \times 10^{-7} \left( I_a \ln \frac{1}{D_{ay}} + I_b \ln \frac{1}{D_{by}} + I_c \ln \frac{1}{D_{cy}} \right)$$

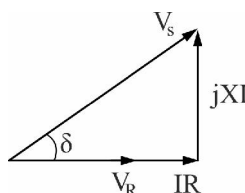
$$D_{ax} = D_{ay}$$

$$V_x - V_y = j\omega 2 \times 10^{-7} \left( I_a \ln \frac{D_{by}}{D_{bx}} + I_c \ln \frac{D_{cy}}{D_{cx}} \right) = j\omega 2 \times 10^{-7} (I_b - I_c) \ln \sqrt{2}$$

$$\left. \begin{aligned} V_b &= j\omega 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r} I_b = j\omega 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r} I_b \\ V_c &= j\omega 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r} I_c = j\omega 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r} I_c \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_b - V_c = 2 \times 10^{-4} j\omega (I_b - I_c) \ln \frac{D}{r}$$

$$\rightarrow V_x - V_y = \frac{\ln \sqrt{2}}{\ln \frac{D}{r}} (V_b - V_c)$$

۸۳. گزینه ۳ درست است.



$$VR = \frac{|V_S| - |V_R|}{|V_R|}$$

$$V_S \angle \delta = (V_R + IR) + jXI \rightarrow V_S (\cos \delta + j \sin \delta) = (V_R + IR) + jIX$$

$$V_S \cos \delta = V_R + IR \quad (I)$$

$$V_S \sin \delta = IX \rightarrow I = \frac{V_S}{X} \sin \delta \quad (II)$$

با جایگذاری معادله II در I داریم:

$$V_S \cos \delta = V_R + V_S \sin \delta \frac{R}{X}$$

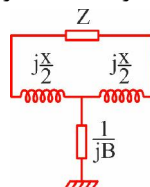
$$V_S \left( \cos \delta - \frac{R}{X} \sin \delta \right) = V_R$$

$$\rightarrow VR = \frac{V_S \left( 1 - \cos \delta + \frac{R}{X} \sin \delta \right)}{V_S \left( \cos \delta - \frac{R}{X} \sin \delta \right)} = \frac{1 - \cos \delta + \frac{R}{X} \sin \delta}{\cos \delta - \frac{R}{X} \sin \delta}$$

۸۴. گزینه ۱ درست است.

$$P_0 = \frac{V \times V}{X} \sin \delta = \frac{V^2}{X} \sin \delta$$

در صورت بسته بودن کلید K با در نظر گرفتن تبدیل ستاره به مثلث داریم:



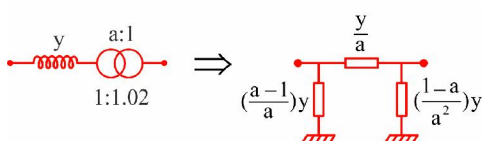
$$Z = \frac{\left( j\frac{X}{2} \right) \left( j\frac{X}{2} \right) + \left( j\frac{X}{2} \right) \left( \frac{1}{jB} \right) + \left( j\frac{X}{2} \right) \left( \frac{1}{jB} \right)}{\frac{1}{jB}} = jX \left( 1 - \frac{XB}{4} \right)$$

$$P_1 = \frac{V^2}{Z} \sin \delta = \frac{V^2}{X \left( 1 - \frac{XB}{4} \right)} \sin \delta$$

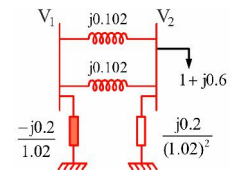
$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{Z}{X} = 1 - \frac{XB}{4}$$

۸۵. گزینه ۳ درست است.

اگر ترانس تپ چنجدار به صورت مدل  $\pi$ ، مدل کنیم داریم:



$$y = -j10 \\ a = 1.02 \Rightarrow$$



$$\left. \begin{aligned} Q_1 + 2Q &= 0.6 \\ Q_1 &= BV^2 = \frac{(0.2)}{(1.02)^2} \times (1.02)^2 = 0.2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q = 0.2$$

$$Q \text{ ترانس} = Q = 0.2 + 0.2 = 0.4$$

۸۶. گزینه ۴ درست است.

$$V_m = V_1 e^{j\alpha} = V \angle \left( \frac{\delta}{2} + \alpha \right) \\ V_2 = V \angle -\frac{\delta}{2} \rightarrow P = \frac{V^2}{X} \sin \left( \frac{\delta}{2} + \alpha + \frac{\delta}{2} \right) = \frac{V^2}{X} \sin (\delta + \alpha)$$

۸۷. گزینه ۱ درست است.

توان راکتیو انتقالی از شین ۲ برابر است با:

$$Q_g = Q_t + Q_D \\ 1 = Q_t + 1 \rightarrow Q_t = 0 = \frac{V_2}{X} (V_2 - V_1 \cos \delta) \\ \Rightarrow V_2 - \cos \delta = 0 \Rightarrow V_2 = \cos \delta \\ P_{D_2} = \frac{V_1 V_2}{X} \sin (0 - \delta) = -2 V_2 \sin \delta = -2 \cos \delta \sin \delta = -\sin 2\delta_2$$

۸۸. گزینه ۲ درست است.

چون جبران کننده ایده آل، در وسط خط انتقال نصب شده با توجه به تغییر یکنواخت زاویه از ابتدا تا انتهای خط زاویه ولتاژ برابر صفر درجه خواهد بود.

$$P_0 = \frac{V^2}{X} \sin \delta \\ P_1 = \frac{V^2}{X} \sin \frac{\delta}{2} \\ \frac{P_0}{P_1} = \frac{\sin \delta}{2 \sin \frac{\delta}{2}} = \cos \frac{\delta}{2}$$

۸۹. گزینه ۴ درست است.

$$V_b = 20 \text{ kV} \\ V_b (\text{خط}) = 230 \text{ kV} \\ S_b = 300 \text{ MVA}$$

$$X^{(\text{new})} \text{ ترانس} = 0.1 \times \left( \frac{300}{150} \right) \left( \frac{20}{20} \right)^2 = 0.2$$

$$\text{خط } X = 176.33 \Omega$$

$$Z^b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{230^2}{300} = 176.33 \rightarrow X_{pu} = 1 \text{ pu}$$

$$1 + 0.2 + 0.2 = 1.4 \text{ pu}$$

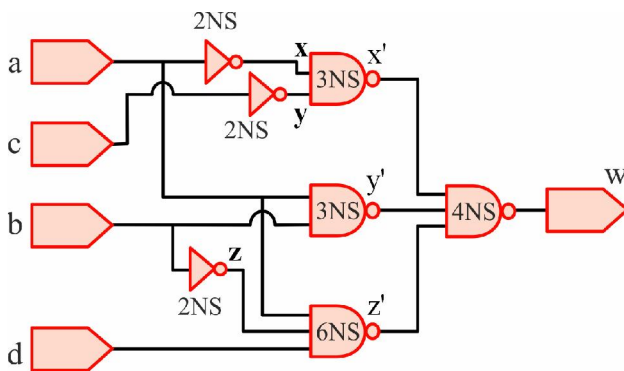
۹۰. گزینه ۲ درست است.

$$V_a - V_b = R(\ell_1 i + \ell_2(i - 20) + \ell_3(i - 50) + \ell_4(i - 60))$$

$$-2 = 0.001(45i - 1350) \rightarrow -2 = -1.35 + 0.045i \rightarrow i = -14.4$$

## پاسخ تشریحی توسط: حمید طاهرپور

۹۱. گزینه ۲ درست است.



قبل از شروع به کار مدار مقدار زیر در مدار وجود دارد:

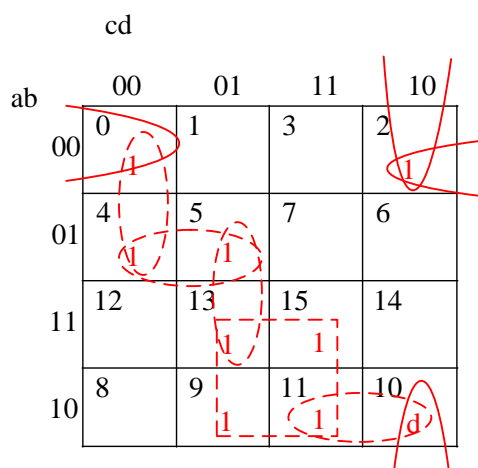
a	b	c	d	x	y	z	x'	y'	z'	w
1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1

با تغییر ورودی از 1111 به 1011، پس از دو نانو ثانیه  $z = 1$  خواهد شد. پس از سه نانو ثانیه  $y' = 1$  می‌شود این تغییر پس از چهار نانو ثانیه خروجی  $w$  را 0 خواهد کرد.

پنج نانو ثانیه پس از تغییر ورودی‌ها، فقط  $x' = 1$  می‌شود که این تغییر، تأثیری در خروجی ندارد. اما در زمان 8 نانو ثانیه پس از تغییر ورودی‌ها،  $z' = 0$  شده و این تغییر پس از چهار نانو ثانیه یعنی در زمان 12، خروجی  $w$  را مجدداً 1 می‌کند. در نتیجه یک بازه زمانی پنج نانو ثانیه‌ای (از زمان 7 تا 12) داریم که خروجی از 1 به 0 به صورت ناخواسته تغییر کرده است.

۹۲. گزینه ۴ درست است.

$$F = \sum m(0, 2, 4, 5, 9, 11, 13, 15) + d(10)$$



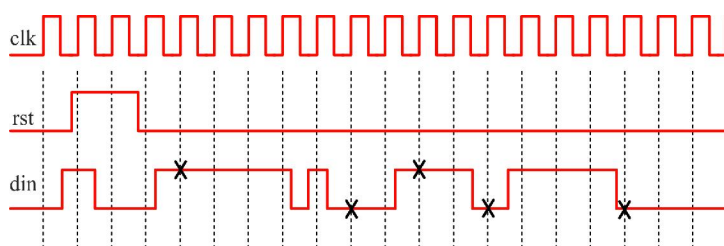
همان‌طور که مشاهده می‌شود خانه‌های 9 و 15 از دسته‌ی ad فقط در همین دسته آمده‌اند. پس تنها EPI این تابع همین دسته خواهد بود.

۹۳. گزینه ۴ درست است.

$P_2$	$P_1$	$P_0$	$D_2 = P_2 \oplus q_2 \oplus q_0$	$D_1 = P_1 \oplus P_2$	$D_0 = P_0 \oplus q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_0$
0	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1	1

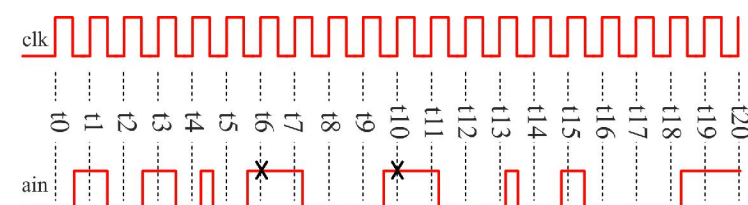
$\Rightarrow 000 \rightarrow 001 \rightarrow 101 \rightarrow 011$

۹۴. گزینه ۱ درست است.



طبق نقاطی که روی شکل مربع مشخص شده است؛ این مدار شش مرتبه افزایش را خواهد داشت. پس خروجی که در ابتدای کار reset شده است؛  $Gant[7,0] = 0000000$  برابر عدد شش  $Gant[7,0] = 00000110$  می‌شود.

۹۵. گزینه ۴ درست است.



طبق شکل نقاطی که دنباله 1001 دیده شده نقاط  $t_6$  و  $t_{10}$  هستند. دقت کنید که در بین  $t_4$  و  $t_5$  با این که ورودی به یک تغییر پیدا کرده است ولی کلاک در آن لحظه نداریم. پس تأثیری در خروجی ندارد.



۹۶. گزینه ۳ درست است.

اگر اعداد را بدون علامت در نظر بگیریم؛ چون  $A < B$  است پس  $L = 0$  خواهد بود. یعنی  $S = 0$  است و در نتیجه خروجی مدار مقدار  $W = A$  خواهد بود.

۹۷. گزینه ؟ درست است.

روابط مربوط به تحریک ورودی این فلیپ فلاپها به صورت زیر است:

$$D_1 = \bar{a}q_1 + \bar{a}q_2 + \bar{a}q_3$$

$$D_2 = aq_1 + aq_4$$

$$D_3 = (aq_2 + aq_3)$$

$$D_4 = \bar{a}q_3$$

ولی با توجه به این که حالت اولیه مدار مشخص نیست، پس نمی توان پیمایش درست حالات را بررسی نمود. به عنوان مثال با توجه به این که خروجی  $W = 1$  مد نظر است، پس به نظر حالت اولیه را باید  $q_1q_2q_3q_4 = 0000$  در نظر گرفت که در این حالت هم هیچ تغییر در مدار نخواهیم داشت. هر چند گزینه صحیح، گزینه ۳ اعلام شده است.

۹۸. گزینه ۱ درست است.

۹۹. گزینه ۳ درست است.

۱۰۰. گزینه ۱ درست است.

$$F = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + abc$$

$$= c(ab + \bar{a}\bar{b}) + \bar{c}(\bar{a}b + a\bar{b})$$

$$= c(\overline{a \oplus b}) + \bar{c}(a \oplus b)$$

$$= a \oplus b \oplus c$$

۱۰۱. گزینه ۳ درست است.

۱۰۲. گزینه ۲ درست است.

### پاسخ تشریحی توسط: رویا کوچک‌خان

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

$$U_{in} = 6 \rightarrow \begin{matrix} D_2 \text{ (on)} \\ D_1 \text{ (off)} \end{matrix} \Rightarrow U_o = \frac{1}{2} U_{in} \rightarrow \underbrace{U_o = 3^v}_{\max}$$

$$U_{in} = -6 \rightarrow \begin{matrix} D_2 \text{ (off)} \\ D_1 \text{ (on)} \end{matrix} \Rightarrow U_o = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \rightarrow \underbrace{U_o = 1^v}_{\min}$$

۱۰۴. گزینه ۴ درست است.

$$I_{D_1} = I_{D_2}$$

$$\frac{I_{D_1}}{I_{D_2}} = \frac{K(V_{GS_1} - V_{th_1})}{K(V_{GS_2} - V_{th_2})} = \frac{V_{GS_1} - V_{th_1}}{4 - 3} \Rightarrow V_{GS_1} - V_{th_1} = 1$$

$$\begin{cases} V_{G_1} = 4 & V_{G_1} - V_{S_1} - V_{th_1} = 1 \\ V_{S_1} = V_{D_2} & 4 - V_{D_2} - V_{th_1} = 1 \Rightarrow V_{D_2} = 3 - V_{th_1} \end{cases}$$

مرز اشباع و خطی

$$\downarrow$$

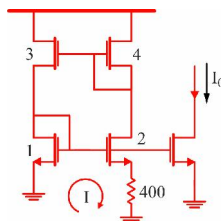
$$V_{DS_2} = V_{GS_2} - V_{th_2}$$

$$V_{D_2} - \cancel{V_{S_2}} = V_{G_2} - \cancel{V_{S_2}} + V_{th_2}$$

$$\downarrow$$

$$3 - V_{th_1} = 4 - 3 = 1 \Rightarrow V_{th_1} = 2^v$$

۱۰۵. گزینه ۳ درست است.



$$\begin{cases} I_{D_4} = I_{D_2} \\ I_{D_3} = I_{D_1} \\ I_{D_3} = 2I_{D_4} \end{cases} \Rightarrow I_{D_1} = 2I_{D_2}$$

$$\frac{2I_{D_2}}{I_{D_1}} = \frac{\frac{1}{2}\mu C_a \left(\frac{W}{L}\right)_1 (V_{GS} - V_t)^2}{\frac{1}{2}\mu C_a \left(\frac{W}{L}\right)_2 (V_{GS_2} - V_t)^2} \Rightarrow (V_{GS_1} - V_t) = 2(V_{GS_2} - V_t)$$

$$\downarrow \left(\frac{W}{L}\right)_1 = 2\left(\frac{W}{L}\right)_2$$

I KVL در حلقه I:  $V_{GS_1} = V_{GS_2} + I_2 \times 400$

$$V_{GS_1} - V_t = V_{GS_2} - V_t + 400I_2$$

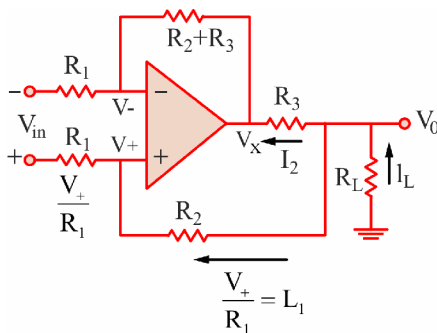
$$\begin{cases} V_{GS_2} - V_t = 400I_2 \\ I_2 = \frac{1}{2}\mu C_{ox} \times 2\left(\frac{W}{L}\right)_1 (V_{GS_2} - V_t)^2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{4} \text{mA} \end{cases}$$

$$I_1 = 2I_2 = \frac{1}{2} \text{mA}$$

$$I_o = 4I_1 \rightarrow I_o = 2 \text{mA}$$

۱۰۶. گزینه ۴ درست است.

آپ امپ ایده‌آل:  $V_+ = V_-$



$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_+ \Rightarrow V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o$$

KCL در قطب منحنی:  $\frac{V_+ - V_i}{R_1} + \frac{V_+ - V_x}{R_2 + R_3} = 0 \Rightarrow V_x = \left(1 + \frac{R_2 + R_3}{R_1}\right) V_+ - \frac{R_2 + R_3}{R_1} V_i$

$$I_2 = \frac{V_o - V_x}{R_3} \Rightarrow I_L = I_1 + I_2 = \left(\frac{1}{R_3} - \left(1 + \frac{R_2 + R_3}{R_1}\right) \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \frac{1}{R_3}\right) V_o + \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_3} V_{in}$$

$$I_1 = \frac{V_+}{R_1}$$

$$\Rightarrow \frac{I_L}{V_i} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_3}$$

۱۰۷. گزینه ۱ درست است.

$$V_{B_2} = 4.5 \text{V} \rightarrow V_{E_2} = 3.8 \text{V} \Rightarrow V_{CE_2} = 6 - 3.8 = 2.2 \text{V}$$

$$V_{B_1} = 2.7 \text{V} \rightarrow V_{E_1} = 2 \text{V} \Rightarrow I_{CQ} = 1 \text{mA} = I_{C_2} \Rightarrow V_{CG_1} = 1.8 \text{V}$$

$$\hat{V}_{o^+} = I_{CQ} \cdot R_L = 4^k \times 1^m = 4^v$$

$$Q_2 \text{ اشباع } \hat{V}_{o^-} = \frac{2.2 - 0.2}{R_{ac}} \cdot R_L = 2^v \Rightarrow \hat{V}_o = 2^v$$

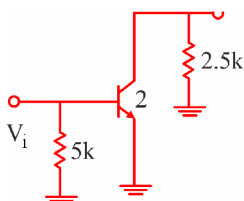
مقارن

$$Q_1 \text{ اشباع } \hat{V}_{o-} = \frac{2.2}{V_{CE2}} + \frac{0.2}{S_{at}} = 2.4 \text{ V}$$

۱۰۸. گزینه ۴ درست است.

$$I_{C1} = \frac{0.8 - V_{BE}}{R_E} = \frac{0.8 - 0.7}{0.1K} = 1mA \Rightarrow I_{C1} = I_{C2}$$

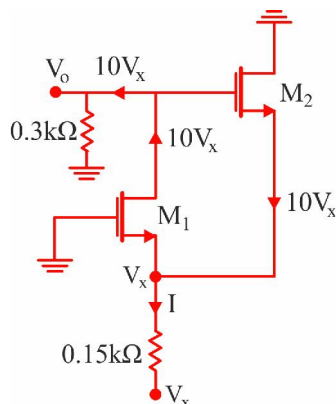
$$r_{e2} = \frac{V_T}{I_C} = 25\Omega$$



در حالت Q, ac نقشی در ایجاد بهره ندارد:

$$|A_V| = g_m \cdot R_L = \frac{2.5^k}{25} = 100$$

۱۰۹. گزینه ۳ درست است.



$$g_{m1} = 10 \frac{mA}{V}$$

$$g_{m2} = 5 \frac{mA}{V}$$

$$V_{gs1} = -V_x$$

$$g_{m1} V_{gs1} = -10 V_x = i_{M1}$$

$$V_{gs2} = 3V_x - V_x = 2V_x$$

$$i_2 = g_{m2} V_{gs2} = 5 \times 2V_x = 10 V_x$$

$$kcl(V_x): 10V_x - 10V_x = I = 0 \rightarrow V_x = V_{in} \rightarrow V_o = 10 \times 0.3 V_x$$

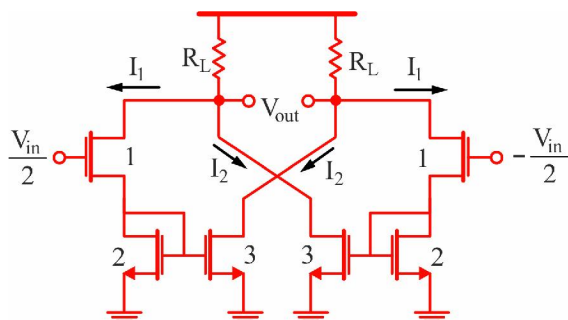
$$V_o = 3 V_{in} \rightarrow \boxed{\frac{V_o}{V_{in}} = 3}$$

۱۱۰. گزینه ۱ درست است.

$$\text{KCL در گره خروجی: } \frac{v_o}{10^k} + \frac{v_o - v_i}{10^k} + \frac{v_i}{\frac{1}{g_m} + R_s} = 0$$

$$\frac{2v_o}{10^k} - \frac{v_i}{10^k} + \frac{v_i}{2^k} = 0 \Rightarrow 2v_o = (1-5)v_i \Rightarrow \left| \frac{v_o}{v_i} \right| = 2$$

۱۱۱. گزینه ۳ درست است.



$$g_{m2} = 2g_{m3} \Rightarrow k_2 = 2k_3$$

$$\Downarrow$$

$$I_2 = 2I_3$$

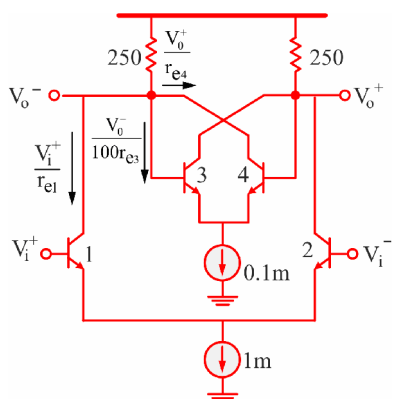
$$I_1 = \frac{\frac{v_i}{2}}{\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}}} = \frac{\frac{v_i}{2}}{\frac{1}{g_{m1}} + \frac{2}{g_{m1}}} = \frac{1}{6} g_{m1} V_i$$

$$I_2 = -\frac{1}{12} v_i g_{m1}$$

$$V_o = R_L (I_1 + I_2) = R_L \left( \frac{1}{6} g_{m1} - \frac{1}{12} g_{m1} \right) V_i = \frac{1}{12} R_L g_{m1} V_i$$

$$A_d = \frac{V_o}{V_i} = 2 \times \frac{1}{12} g_{m1} R_L = \frac{1}{6} R_L g_{m1}$$

۱۱۲. گزینه ۲ درست است.



$$\begin{cases} I_{C1} = I_{C2} = 0.5\text{mA} \\ r_{e1} = r_{e2} = 25\Omega \\ I_{C3} = I_{C4} = 0.05\text{mA} \\ r_{e3} = r_{e4} = 500\Omega \end{cases}$$

$$V_{o-} \text{ در گره } V_{o-}: \frac{V_{o-}}{250} + \frac{V_{o-}}{100 \times r_{e3}} + \frac{V_{o+}}{r_{e4}} + \frac{V_{i+}}{r_{e1}} = 0$$

$$V_{o+} \text{ در گره } V_{o+}: \frac{V_{o+}}{250} + \frac{V_{o+}}{100 \times r_{e4}} + \frac{V_{o-}}{r_{e3}} + \frac{V_{i-}}{r_{e2}} = 0$$

$$(-1) \times \begin{cases} \frac{V_{o-}}{5} + \frac{V_{o+}}{10} = -V_{i+} \\ \frac{V_{o+}}{5} + \frac{V_{o-}}{10} = -V_{i-} \end{cases} \Rightarrow V_{i+} - V_{i-} = \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right) V_{o+} - V_{o-} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right)$$

$$V_{i+} - V_{i-} = \frac{1}{10} (V_{o+} - V_{o-})$$

$$\frac{V_{o+} - V_{o-}}{V_{i+} - V_{i-}} = 10$$

۱۱۳. گزینه ۴ درست است.

$$i_{b5} (\text{max}) = 1\text{mA}$$

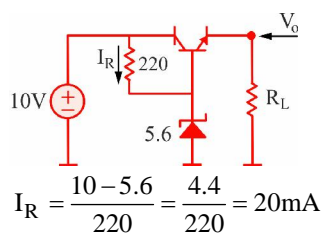
$$i_{b3}(\max) = (1 + \beta_5) \times 1 \text{ mA}$$

$$i_{CQ_3}(\max) = i_{b3}(\max) \times (1 + \beta_3) = (1 + \beta_5)(1 + \beta_3) \times 1 \text{ mA} = 50 \times 20 \times 1 = 1 \text{ A}$$

$$V_{\text{out}}^+(\max) = 1 \text{ A} \times 8 = 8 \text{ V}$$

$$V_{\text{out}}^- = 0.7 + 0.3 + 0.7 - 12 = -10.3$$

۱۱۴. گزینه ۱ درست است.



$$V_o = V_z - V_{BE} = 5 \text{ V}$$

$$I_R = \frac{10 - 5.6}{220} = \frac{4.4}{220} = 20 \text{ mA}$$

دیود زنر ایده‌آل در نظر گرفتیم  $\Rightarrow$  از جریانش صرف‌نظر می‌کنیم.

$$I_B = I_R$$

$$I_L = \beta I_B = 100 \times 20 = 2 \text{ A} \Rightarrow R_L = \frac{V_o}{I_L} = \frac{5}{2} = 2.5 \Omega$$

## پاسخ تشریحی توسط: محمد عادل‌پور

۱۱۵. گزینه ۱ درست است.

مقاومت شاخه سری بر حسب پریونیت برابر تلفات مسی در بار کامل است بنابراین:

$$P_{\text{cuf}} = 0.01 \text{ pu}$$

در حالت راندمان حداکثر داریم:

$$P_{\text{cu}} = P_{\text{core}}$$

بنابر این چون در حالت بار کامل راندمان حداکثر اتفاق می‌افتد داریم:

$$P_{\text{core}} = P_{\text{cuf}} = 0.01 \text{ pu}$$

تلفات هسته برابر با توان بی‌باری است بنابراین:

$$P_{\text{core}} = P_{\text{nl}} = 0.01 \text{ pu}$$

در نتیجه جریان بی‌باری برابر است با:

$$I_{\text{nl}} = \frac{P_{\text{nl}}}{PF_{\text{nl}}} = \frac{0.01}{0.2} = 0.05 \text{ pu}$$

بنابر این جریان بی‌باری ۵٪

جریان نامی است و گزینه ۱ صحیح است.

۱۱۶. گزینه ۲ درست است.

مطابق نمودار تلفات اهمی در بار کامل برابر ۱۵۰۰ وات است. بنابراین مقاومت شاخه سری ترانسفورماتور برابر است با:

$$R_{\text{eq}} = P_{\text{cuf}} = \frac{1500}{300^2} = 0.005 \text{ pu}$$

(توجه شود که توان مینا برابر ۳۰۰ کیلوولت آمپر است)

در حالت تنظیم ولتاژ صفر داریم:

$$\tan \theta = \frac{R_{\text{eq}}}{X_{\text{eq}}}$$

در نتیجه:

$$\cos \theta = 0.8 \rightarrow \tan \theta = 0.75$$

و داریم:

$$0.75 = \frac{R_{eq}}{X_{eq}} = \frac{0.005}{X_{eq}} \rightarrow X_{eq} = 0.0067 \text{ pu}$$

۱۱۷. گزینه ۳ درست است.

نکته: هر هارمونیک جریان تنها با هارمونیک هم مرتبه از ولتاژ توان اکتیو تشکیل می‌دهد.

بر طبق نکته فوق داریم:

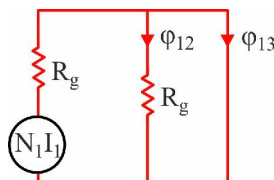
$$P_1 = V_{I_{rms}} I_{I_{rms}} \cos \theta_1 = \frac{200}{\sqrt{2}} \times \frac{0.4}{\sqrt{2}} \times \cos 60 = 20 \text{ W}$$

$$P_3 = V_{3_{rms}} I_{3_{rms}} \cos \theta_3 = \frac{50}{\sqrt{2}} \times \frac{0.08}{\sqrt{2}} \times \cos 30 = 1.73 \text{ W}$$

$$P_{cors} = 21.73$$

۱۱۸. گزینه ۴ درست است.

برای به دست آوردن اندوکتانس متقابل سیم پیچ‌ها ۲ و ۳ با سیم پیچ ۱ جریان سیم‌های ۲ و ۳ را صفر قرار می‌دهیم. مدار معادل در این صورت به صورت زیر است:



طبق مدار معادل داریم:

$$\phi_{13} = \frac{N_1 I_1}{R_g}$$

$$\phi_{12} = 0$$

در نتیجه  $L_{12}$  برابر با صفر است و

$$L_{13} = \frac{\lambda_{13}}{I_1} = \frac{N_3 \phi_{13}}{I_1} = \frac{N_3 N_1 I_1}{I_1 R_g} = \frac{N_3 N_1}{R_g}$$

۱۱۹. گزینه ۴ درست است.

داریم:

$$i = \frac{\partial W_f}{\partial \lambda} = \frac{3\lambda^2}{0.1 - x}$$

برای جریان سه آمپر و فاصله 0.02 متر داریم:

$$3\lambda^2 = 3 \times (0.1 - 0.02) \rightarrow \lambda = 0.282$$

برای به دست آوردن نیرو به دلیل ثابت بودن جریان باید از انرژی همزاد استفاده شود:

$$W'_f = \int \lambda dt = \int \frac{\sqrt{0.1-x}}{\sqrt{3}} i^{0.5} dt = \frac{\sqrt{0.1-x}}{1.5 \times \sqrt{3}} i^{1.5}$$

$$f = \frac{\partial W'_f}{\partial x} = \frac{i^{1.5}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{0.1-x}}$$



برای جریان سه آمپر و فاصله 0.02 متر داریم :

$$f = \frac{3^{1.5}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{0.1-0.02}} = 3.53$$

۱۲۰. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2 \phi_2}{n_1 \phi_1}$$

طبق جدول منحنی مغناطیسی ماشین داریم:

$$\frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{E_a(3)}{E_a(2)} = \frac{120}{90}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2 \phi_2}{n_1 \phi_1} = 1.5 \times \frac{120}{90} = 2$$

۱۲۱. گزینه ۳ درست است.

گشتاور موتور متناسب است با  $I_a \phi$

با توجه به منحنی مغناطیسی ماشین در جریان 40 آمپر داریم

$$E_a = 120v$$

در جریان 100 آمپری داریم :

$$E_a = 200v$$

پس گشتاور راه اندازی برابر است با:

$$\frac{T_s}{T_{fl}} = \frac{I_s \phi_s}{I_{fl} \phi_{fl}} = \frac{100 \times 200}{40 \times 120} = 4.17 \rightarrow T_s = 4.17 \times 24 = 100N.m$$

۱۲۲. گزینه ۳ درست است.

$$V = RI_a + (E_a - E_{\text{عکس العمل}})$$

بر اساس اطلاعات مسئله داریم:

$$120 = 0.1 \times 75 + 0.9E_a$$

$$E_a = \frac{120 - 7.5}{0.9} = 125$$

چون سرعت 1000 است و مشخصه مغناطیسی در سرعت 1800 داده شده است، این ولتاژ را به معادل آن در سرعت 1800 تبدیل می‌نماییم:

$$E'_a = 125 \times \frac{1800}{1000} = 225v$$

با استفاده از مشخصه مغناطیسی جریان شنت برابر 3.5 آمپر به دست می‌آید.

$$R_{sh} = \frac{120}{3.5} = 34.28$$

۱۲۳. گزینه ۱ درست است.

گشتاور موتور متناسب است با  $I_a \phi$ .

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{I_2 \phi_2}{I_1 \phi_1} = 1$$

به دلیل خطی بودن مشخصه مغناطیسی و با توجه به این که در موتور شنت، شار با ولتاژ ورودی نسبت مستقیم دارد:

$$\frac{I_2 V_2}{I_1 V_1} = 1 \rightarrow I_2 = \frac{200 \times 12}{150} = 16A$$

$$V = RI_a + E_a$$

$$200 = 12 \times 0.5 + E_{a1} \rightarrow E_{a1} = 194$$

$$150 = 16 \times 0.5 + E_{a1} \rightarrow E_{a1} = 142$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2 \Phi_2}{n_1 \Phi_1} \rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{E_2 \Phi_1}{E_1 \Phi_2}$$

برای موتور شنت:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{E_2 V_1}{E_1 V_2} \rightarrow n_2 = \frac{E_2 V_1}{E_1 V_2} \times n_1$$

$$n_2 = \frac{142 \times 200}{194 \times 150} \times 1940 = 1893.3$$

**۱۲۴. گزینه ۴ درست است.**

در حالت سکون لغزش برابر 1 است.

اگر روتور را در جهت عکس میدان دوار با سرعت 720 بچرخانیم داریم:

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s}$$

$$n_s = \frac{120f_s}{p} = \frac{120 \times 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$s = \frac{1800 - (-720)}{1800} = 1.4$$

در موتور القایی ولتاژ روتور متناسب است با لغزش. بنابر این ولتاژ القایی در روتور 1.4 برابر خواهد شد یعنی

$$V_r = 1.4 \times 90 = 126$$

**۱۲۵. گزینه ۲ درست است.**

تلفات اهمی متناسب با توان دوم جریان است. بنابر این چون تلفات اهمی در گشتاور ماکزیمم 4 برابر تلفات اهمی در بار کامل است، جریان در گشتاور ماکزیمم 2 برابر جریان در بار کامل است.

به دلیل صرف نظر از امپدانس استاتور داریم:

$$I = \frac{V}{\sqrt{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X'_r)^2}}$$

$$\frac{I_{T \max}}{I_{fl}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{R'_r}{S_{fl}}\right)^2 + (X'_r)^2}}{\sqrt{\left(\frac{R'_r}{S_{\max}}\right)^2 + (X'_r)^2}} \rightarrow 4 = \frac{\left(\frac{R'_r}{S_{fl}}\right)^2 + (X'_r)^2}{\left(\frac{R'_r}{S_{\max}}\right)^2 + (X'_r)^2}$$

با صرف نظر از امپدانس استاتور داریم:

$$S_{\max} = \frac{R'_r}{X'_r}$$

در نتیجه با جایگذاری داریم:

$$4 = \frac{\left(\frac{R'_r}{S_{fl}}\right)^2 + (X'_r)^2}{2(X'_r)^2} \rightarrow S_{fl} = \frac{R'_r}{\sqrt{7} X'_r}$$

در موتور القایی با صرف نظر از امپدانس استاتور:

$$\frac{T_{fl}}{T_{\max}} = \frac{2}{\frac{S_{\max}}{S_{fl}} + \frac{S_{fl}}{S_{\max}}}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{T_{\max}}{T_{fl}} = \frac{\sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}}}{2} = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

**۱۲۶. گزینه ۲ درست است.**

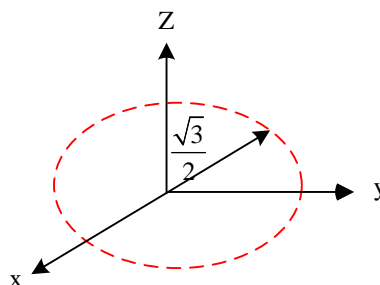
با تغییر مقاومت روتور تنها لغزش متناظر با گشتاور ماکزیمم تغییر می کند و مقدار گشتاور ماکزیمم ثابت می ماند. همچنین با گشتاور در موتور القایی با مجذور ولتاژ متناسب است. با توجه به اینکه تمام موتورهای در ولتاژ یکسانی به ناپایداری می رسند بنابر این گشتاور بار آنها در لغزش متناظر با گشتاور ماکزیمم برابر است. این یعنی آن که بار در سرعت های مختلف گشتاور یکسانی دارد و گزینه ۲ صحیح است.

## پاسخ تشریحی توسط: ولی الله مشایخی

۱۲۷. گزینه ۴ درست است.

$$\text{کره : فرمول } x^2 + y^2 + (z - 0.5)^2 = 1$$

$$\text{at } z = 0: x^2 + y^2 + 0.5^2 = 1 \rightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$



$$\begin{cases} \rho_s = ay^2 \left( \frac{c}{m^2} \right) \\ y = r \sin \varphi \end{cases} \rightarrow \rho_s = ar^2 \sin^2 \varphi \left( \frac{c}{m^2} \right)$$

$$ds = r dr d\varphi$$

$$Q = \int_{s'} \rho_s ds = \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \int_0^{2\pi} ar^2 \sin^2 \varphi \times r dr d\varphi$$

$$Q = \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \int_0^{2\pi} ar^3 \left( \frac{1 - \cos 2\varphi}{2} \right) dr d\varphi = \frac{ar^4}{4} \bigg|_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \frac{1}{2} \times 2\pi$$

$$Q = \frac{a\pi}{4} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^4 \Rightarrow Q = \frac{9\pi a}{64} (c)$$

۱۲۸. گزینه ۳ درست است.

$$V = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 R_i}$$

$$\begin{cases} R_i = z_i = \frac{1}{3^i} \text{ (m)} \\ Q_i = \frac{1}{3^i} \text{ (c)} \end{cases} \rightarrow V = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\frac{1}{3^i}}{4\pi\epsilon_0 \frac{1}{3^i}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3^i}\right)^2$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{9}\right)^i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{9}}$$

$$V = \frac{9}{32\pi\epsilon_0} \text{ (v)}$$

۱۲۹. گزینه ۱ درست است.

چون  $a \gg \ell$  است، پس می‌توان حلقه دایروی را به سان یک دو قطبی مغناطیسی فرض کرد.

$$\bar{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1 \pi a^2}{4\pi R^3} (2 \cos \theta \hat{a}_r + \sin \theta \hat{a}_\theta)$$

در محل حلقه دوم  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,  $|\bar{R}| = \ell$

$$\bar{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1 \pi a^2}{4\pi \ell^3} (\hat{a}_\theta)$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 \pi a^2}{4\pi \ell^3} (\cos \theta \cos \varphi \hat{a}_x + \cos \theta \sin \varphi \hat{a}_y - \sin \theta \hat{a}_z)$$

$$\bar{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1 \pi a^2}{4\pi \ell^3} (0 + 0 - \hat{a}_z) = \frac{-\mu_0 I_1 \pi a^2}{4\pi \ell^3} \hat{a}_z$$

$$\bar{T} = \bar{M}_2 \times \bar{B}_1 \rightarrow T = b^2 I_2 \hat{a}_y \times \left( \frac{-M_0 I_1 \pi a^2}{4\pi \ell^3} \hat{a}_z \right)$$

$$\bar{M}_2 = b^2 I_2 \hat{a}_y$$

$$T = -\hat{a}_x \frac{\mu_0 \pi I_1 I_2 a^2 b^2}{4\ell^3}$$

۱۳۰. گزینه ۱ درست است.

طبق تقارن،  $\bar{J}$  تنها مولفه شعاعی خواهد داشت و تابع  $\theta$  و  $\varphi$  نیست لذا:

$$\bar{J} = J_r(r) \hat{a}_r$$

$$\nabla \cdot \bar{J} = 0 \rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 J_r) = 0 \rightarrow r^2 J_r = I_0 = \text{cte}$$

$$J_r = \frac{I_0}{r^2}$$

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} \rightarrow \frac{I_0}{r^2} = \frac{\sigma_0}{r^2} E_r \rightarrow E_r = \frac{I_0}{\sigma_0}$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = V_0 \rightarrow - \int_{r=a}^{r=b} E dr = V_0 \rightarrow - \frac{I_0}{\sigma_0} (b-a) = V_0$$

$$I_0 = \frac{-V_0 \sigma_0}{b-a} \rightarrow \vec{J} = \frac{-V_0 \sigma_0}{(b-a)r^2} \hat{a}_r$$

۱۳۱. گزینه ۲ درست است.

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{\ell}'}{R}$$

$$\vec{A}_1 : \vec{A}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{\ell}'}{R}$$

$$d\vec{\ell}' = dx' \hat{a}_x$$

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' = a\hat{a}_z - x\hat{a}_x$$

$$|\vec{R}| = (a^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\vec{A}_1 : \frac{\mu_0}{4\pi} I \hat{a}_x \int_{-a}^a \frac{dx'}{(x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} = \hat{a}_x \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \ln \left( x + (x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \right) \right) \Big|_{-a}^a$$

$$\vec{A}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} I \hat{a}_x \left( \ln \frac{a + a\sqrt{2}}{-a + a\sqrt{2}} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \hat{a}_x$$

$$\vec{A}_2 : d\vec{\ell}' = a d\phi' \hat{a}_{\phi'}$$

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' = a\hat{a}_z - a\hat{a}_{r'} \rightarrow |\vec{R}| = a\sqrt{2}$$

$$\vec{A}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^\pi \frac{I a d\phi' \hat{a}_{\phi'}}{a\sqrt{2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_0^\pi \frac{(-\sin \phi' \hat{a}_x + \cos \phi' \hat{a}_y)}{\sqrt{2}} d\phi'$$

$$\vec{A}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\sqrt{2}}{2} \times (\cos \phi' \hat{a}_x + \sin \phi' \hat{a}_y) \Big|_0^\pi = -\frac{\mu_0}{4\pi} I \sqrt{2} \hat{a}_x$$

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} I \left[ \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \sqrt{2} \right]$$

۱۳۲. گزینه ۳ درست است.

$$dQ = \rho_0 R^2 \sin \theta dR d\theta d\phi$$

$$\vec{R} = -R\vec{a}_R$$

$$\vec{E} = \int \frac{dQ \vec{R}}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R}|^3} = \int \frac{(\rho_0 R^2 \sin \theta dR d\theta d\phi)(-R\vec{a}_R)}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

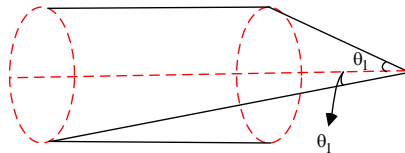
$$= \frac{-\rho_0 (2\pi)}{4\pi\epsilon_0} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2a \cos \theta} dR (\sin \theta \cos \theta d\theta) \vec{a}_z = -\frac{\rho_0 a}{\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{3} \cos^3 \theta \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \vec{a}_z = -\frac{\rho_0 a \sqrt{2}}{12\epsilon_0} \vec{a}_z$$

۱۳۳. گزینه ۱ درست است.

$$\vec{M} = M_0 \hat{a}_z$$

$$\vec{J}_{m.v} = \vec{V} \times \vec{M} = 0$$

$$\vec{J}_{ms} = \vec{M} \times \hat{a}_x = M_0 \hat{a}_z \times \hat{a}_\rho = M_0 \hat{a}_\phi$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

در این مسأله  $N I_0 = M_0$  و

$$\begin{cases} \cos \theta_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos \theta_2 = \frac{R+L}{\sqrt{R^2 + (R+L)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \rightarrow B_z = \frac{\mu_0}{2} M_0 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 M_0}{4} (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

۱۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$V_0 = \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b} \rightarrow Q_b = 4\pi\epsilon_0 b V_0$$

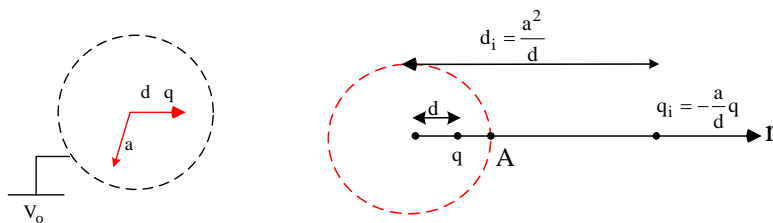
$$\rho_{sb} = \frac{Q_b}{4\pi b^2} = \frac{4\pi\epsilon_0 b V_0}{4\pi b^2} = \frac{\epsilon_0 V_0}{b}$$

چون تمام نقاط یک هادی هم پتانسیل است بنابراین سطح کره داخلی نیز  $V_0$  است، پس مساله به صورت زیر ساده می شود.

طبق قضیه تصاویر می توان بار تصویری، میزان  $-q \frac{a}{d}$  در فاصله  $\frac{a^2}{d}$  قرار داد، این بار تصویر سبب صفر شدن پتانسیل کره می شود.

حال باری با چگالی سطحی یکنواخت روی کره قرار می دهیم تا پتانسیل  $V_0$  را تأمین کند.

این بار یکنواخت هیچ میدانی درون کره تولید نمی کند.

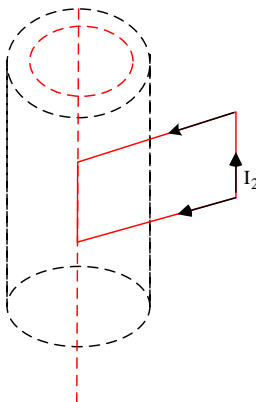


$$\vec{E}_A = \frac{q \hat{a}_r}{4\pi\epsilon_0 (a-d)^2} + \frac{\frac{a}{d} q \hat{a}_r}{4\pi\epsilon_0 \left( \frac{a^2}{d} - a \right)^2} \rightarrow \rho_A = E_A \epsilon_0$$

$$\rho_A = \frac{-q}{4\pi} \left( \frac{1}{(a-d)^2} + \frac{\frac{a}{d}}{4\pi \left( \frac{a^2}{d} - a \right)^2} \right) = \frac{-q(a+d)}{4\pi a(a-d)^2}$$

۱۳۵. گزینه ۲ درست است.

نیروی وارد بر این دو تکه سیم قرینه یکدیگرند. پس تنها نیروی وارد به قسمت هم راستای محور Z محاسبه می گردد.



$$\bar{B}_1 = \begin{cases} \frac{\mu_0 \bar{I}_1 (r^2 - a^2)}{2\pi(b^2 - a^2)r} & a < r < b \\ \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} & r > b \\ 0 & r < a \end{cases}$$

$$F = I_2 L B_1 \quad , \quad L = 2b \quad , \quad B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \quad , \quad r = 2b$$

$$F = I_2 \times 2b \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \times 2b} \rightarrow F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}$$

۱۳۶. گزینه ۱ درست است.

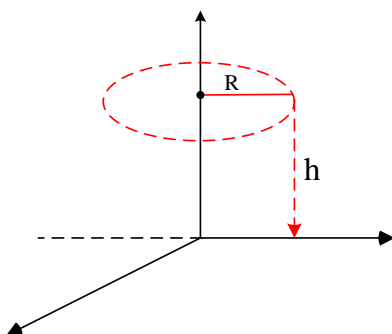
$$\bar{J} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \hat{a}_r - \frac{1}{r^2} \hat{a}_\phi$$

$$dS = \rho d\rho d\phi \hat{a}_z \quad \text{at} \quad z = h, \quad 0 < \rho < R, \quad 0 < \phi < 2\pi$$

$$I = \int_S \bar{J} \cdot d\bar{S} = \iint \left( \frac{1}{r^2 \sin \theta} \right) \underbrace{\hat{a}_r \cdot \hat{a}_z}_{\cos \theta} - \frac{1}{r^2} \hat{a}_\phi \cdot \hat{a}_z \int_0^{2\pi} (\hat{a}_z) \rho d\rho d\phi$$

$$I = \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{r^2 \sin \theta} \rho d\rho d\phi = 2\pi \int_0^R \frac{\cos \theta}{r^2 \sin \theta} \rho d\rho$$





$$\begin{cases} r \sin \theta = \rho \\ r \cos \theta = h \end{cases} \rightarrow I = 2\pi \int_0^R \frac{h}{r^2} d\rho$$

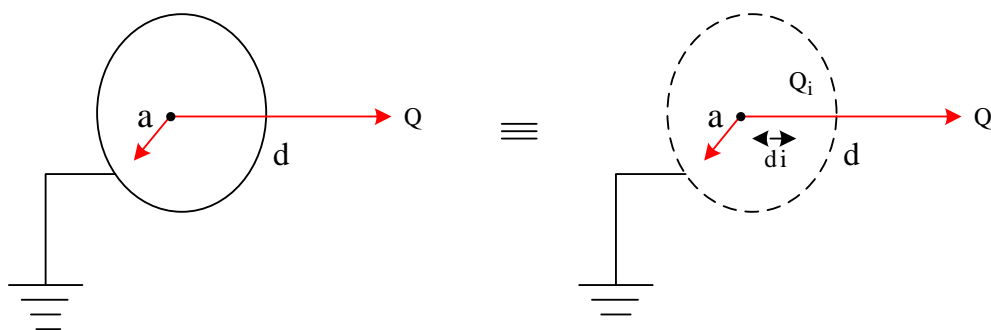
$$r^2 = \rho^2 + h^2 \rightarrow I = 2\pi \int_0^R \frac{h}{h^2 + \rho^2} d\rho = 2\pi h \int_0^R \frac{d\rho}{h^2 + \rho^2}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} \rightarrow I = 2\pi h \times \frac{1}{h} \tan^{-1} \frac{\rho}{h} \Big|_0^R$$

$$I = 2\pi \tan^{-1} \frac{R}{h}$$

$$h \gg R \rightarrow \frac{R}{h} \ll 1 \rightarrow \tan^{-1} \frac{R}{h} \approx \frac{R}{h} \rightarrow I = \frac{2\pi R}{h}$$

۱۳۷. گزینه ۲ درست است.



$$\text{طبق قضیه تصاویر: } Q_i = -\frac{a}{d}Q, \quad d_i = \frac{a^2}{d}$$

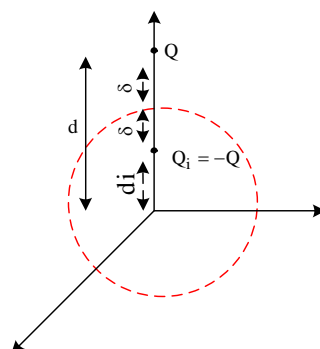
$$\text{در این سوال: } d = a + \delta \begin{cases} d_i = \frac{a^2}{a + \delta} \xrightarrow{\delta \ll a} d_i \approx a - \delta \\ Q_i = -\frac{a}{a + \delta}Q \approx -Q \end{cases}$$

چون  $a \ll 1$  است، بنابراین می‌توان بار و تصویرش را به عنوان یک دو قطبی الکتریکی در مبدأ مختصات در نظر گرفت و میدان دو قطبی عبارت است از:

$$\vec{E} = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 R^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}) \quad , \quad \varphi = 0 \quad , \quad \theta = 60^\circ \quad , \quad r = 1\text{m}$$

$$P = Q(2\delta)$$

$$\begin{cases} \vec{a}_r = \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{a}_x + \frac{1}{2} \hat{a}_z \\ \hat{a}_\theta = \frac{1}{2} \hat{a}_x - \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{a}_z \end{cases} \rightarrow \vec{E} = \frac{2Q\delta}{4\pi\epsilon_0} \left( 2 \times \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{a}_x + \frac{1}{2} \hat{a}_z \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{1}{2} \hat{a}_x - \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{a}_z \right) \right)$$



$$\vec{E} = \frac{2Q\delta}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{a}_x + \frac{1}{2} \hat{a}_z + \frac{\sqrt{3}}{4} \hat{a}_x - \frac{3}{4} \hat{a}_z \right)$$

$$\vec{E} = \frac{Q\delta}{8\pi\epsilon_0} (3\sqrt{3} \hat{a}_x - \hat{a}_z)$$

۱۳۸. گزینه ۳ درست است.

$$\vec{J}_{mv} = \nabla \times \vec{M} = \nabla \times (M_0 \sin^2 \varphi \hat{a}_z)$$

$$= \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \hat{a}_r & r\hat{a}_\varphi & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & M_0 \sin^2 \varphi \end{vmatrix} = \frac{1}{r} [\hat{a}_r (2M_0 \sin \varphi \cos \varphi)]$$

$\vec{J}_{mv} = \frac{1}{r} 2M_0 \sin \varphi \hat{a}_r \rightarrow$  جریان شعاعی هیچ میدان در راستای خود تولید نمی‌کند.

$$\vec{J}_{ms} = \begin{cases} \vec{M} \times \vec{a}_r & \text{for } r = b \\ \vec{M} \times (-\vec{a}_r) & \text{for } r = a \end{cases} = \begin{cases} M_0 \sin^2 \varphi \hat{a}_z \times \hat{a}_r = M_0 \sin^2 \varphi \hat{a}_\varphi & r = b \\ M_0 \sin^2 \varphi \hat{a}_z \times (-\hat{a}_r) = -M_0 \sin^2 \varphi \hat{a}_\varphi & r = a \end{cases}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{\vec{J}_s \times \vec{R} ds'}{R^3}$$

$$\text{for } r = a: ds' = a d\varphi' dz', \quad \vec{R} = 0 - a\hat{a}_r' - z'\hat{a}_z \quad R^3 = (a^2 + z'^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_a &= \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{-M_0 \sin^2 \varphi' \hat{a}_\varphi \times (-a\hat{a}_r' - z'\hat{a}_z)}{(a^2 + z'^2)^{\frac{3}{2}}} a d\varphi' dz' \\ &= \frac{\mu_0 M_0}{4\pi} a \int_{-L}^L \int_0^{2\pi} \frac{-a \sin^2 \varphi' \hat{a}_z + z' \sin^2 \varphi' \hat{a}_r'}{(a^2 + z'^2)^{\frac{3}{2}}} d\varphi' dz' = \hat{a}_z \frac{\mu_0 M_0 a^2}{4\pi} \times (-\pi) \int_{-L}^L \frac{dz'}{(a^2 + z'^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

$$\frac{2L}{a^2 \sqrt{a^2 + L^2}}$$

$$\begin{cases} \bar{B}_a = \frac{-\hat{a}_z \mu_0 M_0 L}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{a^2 + L^2}} \right) \\ \bar{B}_b = \frac{\hat{a}_z \mu_0 M_0 L}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{b^2 + L^2}} \right) \end{cases} \rightarrow \bar{H} = \frac{M_0 L}{2} \hat{a}_z \left( \frac{1}{\sqrt{b^2 + L^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + L^2}} \right)$$