

$$\begin{aligned}
 d &> R+R' \\
 d &= R+R' \\
 R-R' &< d < R+R' \\
 d &= R-R' \\
 d &< R-R' \\
 d &= 0
 \end{aligned}$$

بیرون هم
 هم‌خط، بی
 مماس
 مماس درون
 متقاطع
 بیرون هم

و نسبت ۲ زاویه نسبت به هم
 $\infty' = d$
 $C'(O, R')$
 $C(O, R)$

زاویه مرکزی

۲ نقطه A و B روی محیط دایره قرار دارند. زاویه‌ای که حاصلی برخورد ۲ خط
 OA و OB است زاویه مرکزی می‌گویند.



* زاویه مرکزی برابر $\angle$ همان تغییر برابر

له به وسیله دوران ثابت می‌شود.

نکته: چون ۲ همان می‌وی به هم نسبت درجه و به هم نسبت برابر نسبت.

* همان‌ها م‌وی $\angle$ و وتر تغییر برابر

* قطری که بر دایره عمود است $\angle$ همان تغییر را $\frac{1}{2}$ می‌کند.

$$ADO \cong OBD \text{ (مستطیل)}$$

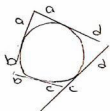
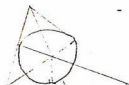
$$AO = BO \text{ (شعاع دایره)} \quad AD = DB \quad \angle ADO = \angle BDO = 90^\circ$$



(۲)

حایره کیلی - چھوٹی نیچر مشین ہا اسے۔

حایره کیلی - چھوٹی نیچر مشین ہا اسے۔



۴ ضلع کیلی $\Leftrightarrow$ مجموعہ اضلاع متساوی ہوں گے

$$a+b+c+d = a+c+a+b$$



۴ ضلع کیلی $\Leftrightarrow$ مجموعہ زاویہ روبرو 180°

$$a+b = \frac{180}{2} = 90$$



برہا خلف کی زوج $\Leftrightarrow$ اگر 180° مشور یا

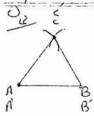
درون حایره یا آغند یا بیرون حایره

ناتہ: اگر ۴ ضلع کیلی قطر راسم لنج، آزادہ روبرو یہ بد ضلع
باع برابر ہوں گے۔



$$x = \alpha$$

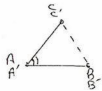




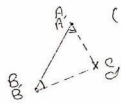
۱- قضی شش (برای برابری ۳ ضلع)

۲- مثلث را روی هم بگذاریم

۲- قضی شش (برای ۲ ضلع و زاویه بینشان)

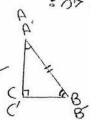


۳- (قضی ۲) (برای ۲ زاویه و ضلع میانی)



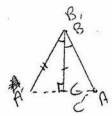
برای مثلث های قائم الزامی ۲ حالت حاصل می شود و وجود دارد:

۱- وتر و زاویه



از طریق قضی ۱

۲- وتر و دو ضلع



از طریق دوران ۲
مثلث ای درست.

تایت (سپلور)

۴ میلی که فقط یکی از طرفین محور منفی است.

* پس از مثبت ۴ میلی ها، سرع دایره رفیع، چرا که دایره را بزرگ کرده

دایره ۱

دایره چیست؟ چگونه نقاشی است که حول یک نقطه (مرکز دایره) به یک زاویه آنده

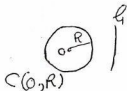
هر دایره یک سرع دارد. اگر چه دایره را برعکس تقسیم کنیم، محیط دایره به یک واحد

$$\frac{2\pi R}{r} = 2\pi$$

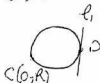
می شود

نکته: از محیط دایره است که بین ۲ نقطه دیگر روی محیط دایره محصور شده است.

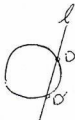
خط و دایره نسبت به هم ۳ حالت دارند



۱- خط بیرون دایره (بدون نقطه مشترک)



۲- خط مماس بر دایره (یک نقطه مشترک)



۳- خط متقاطع (۲ نقطه اشتراک)



SHAHROOZ PUBLICATIONS

اولین اصول: هر دو نقطه را با یک خط مستقیم می‌توانیم وصل کنیم.

اولین اصول

اولین اصل هندسه می‌تواند برای اثبات قضایای هندسه استفاده شود.

می‌توانیم یک خط را از یک نقطه به بی‌نهایت امتداد دهیم.



به ازای هر نقطه خط، داریم یک دایره.

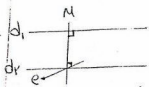
دو زاویه را می‌توانیم مقایسه کنیم.

مقدار زاویه

از هر نقطه خارج از خط، فقط یک خط موازی با آن خط می‌توانیم رسم کنیم.

این اصل در هندسه مقبول است و در دنیای واقعی نیز درست است.

اگر خطی بر یک خط موازی عمود باشد بر دیگری هم عمود است.



$$d_1 \parallel d_2$$

$$M \perp d_1$$

مردم می‌گویند که M بر d2 عمود نیست اما قضیه می‌گوید که M بر d2 عمود است.

$$\left. \begin{matrix} e \perp M \\ M \perp d_1 \end{matrix} \right\} d_1 \parallel e$$

از این قضیه ۲ خط موازی با d1 رسم می‌کنیم که یکی اصل است.

$$d_2 \perp M$$

و اولین این خط موازی است.



زاویه قائمه = به وسیله یک مثلث =



SHAGHAYEGHI

۲. سطح
در حالت ۲ خط موروثی در یک نقطه با هم مشترک اند.

$$d \parallel d' \\ d \cap d' = \{ \emptyset \}$$



نکته: اگر خط ۲ در میس از یک نقطه با هم اشتراک داشته باشند خط ۲ خط موروثی و یک خط کسری می شوند. سه خط ۲

* یک خط و خطی است که از یک طرف بسته باشد.

اگر خط ۲ خط موروثی آغاز مشترک باشد تشکیل یک زاویه می دهند که متر را به نام تقسیم می کنند.



اگر زاویه دارای یک خط موروثی باشد به متر می گویند.

اگر n خط موروثی را در یک نقطه قطع کنند تشکیل n زاویه می دهند به صورت ۲ به ۲ و ۲ و ۲ هم برابر اند.

$$n=3$$

$\Rightarrow$



$$(n \in \mathbb{N}) \\ (n > 1)$$

$$(n=2) \text{ است}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = 180 \\ \alpha + \theta = 180 \end{array} \right\} \beta = \theta$$

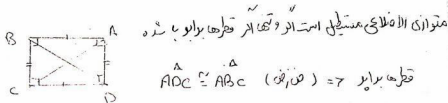


$$\left. \begin{array}{l} \beta + \alpha = 180 \\ \beta + \gamma = 180 \end{array} \right\} \gamma = \alpha$$

این اثبات برای $n < 2$ تقیم می یابد.

۶
مردی

متواری لایه‌ای است با ۴ زاویه برابر



متواری الاضلاعی مستطیل است و آن وقتها قطر ها برابر باشد

$$\triangle ADE \cong \triangle BCE \quad (\text{ض.مخالف}) \Rightarrow \text{قطر ها برابر}$$

$$\triangle BAE \cong \triangle DAE \cong \triangle ADC \cong \triangle ABC \quad (\text{ض.مخالف}) \Rightarrow \text{قطر ها برابر}$$

سریع

متواری (لااضلاعی) که تمام زاویه ها و اضلاع هایش برابر باشد (مستطیلی که نوری است)

خوردن

۴ ضلع ۲ ضلع متواری که ۳ نوع است :

۱- قائم الزاویه

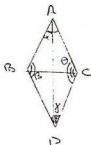
۲- متواری ایضی

۳- غیر ایضی

لوری /
 ۴ ضلعی له هر ۴ ضلعی برابر پاتنه.

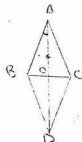
ناتنه = هر لوری متواری الاصلع است و بی برعقل خبر!
 ؟! له ۲ ضلع برابره برابره < متواری الاصلع

۴ ضلعی لوری است او ونگه انی قطرها نیماز زاویه ها پاتنه.



$$\begin{aligned} \triangle ABC &\cong \triangle CDA \quad (\text{ضلعی}) \Rightarrow \text{لوری} \\ \triangle ABC &\cong \triangle CDA \quad (\text{ضلعی}) \Rightarrow \text{لوری} \end{aligned}$$

در لوری قطرها منصف اند.



$$\triangle ABO \cong \triangle ACO \Rightarrow (\text{ضلعی})$$

$$\begin{aligned} BO &= OC \\ BO &\perp AO \end{aligned} \quad \Rightarrow$$

$$\triangle ABO \cong \triangle ACO \quad (\text{ضلعی})$$

متواری الاصلع لوری است او ونگه انی قطرها محصور پاتنه.



۴ ضلعی است



۴ ضلع برابر



لوری



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ = \text{زاویه محصور}$$



۳

زاویه یابی

زاویه که یک رأسش روی یک خط دایره باشد.
(به نقش همان زاویه رویش است.)

زاویه قائمه

زاویه ای که یک ضلع آن عمود بر یک خط دایره است.
(به نقش آن زاویه رویش است.)

زاویه حاده

زاویه ای حاصل برخورد ۲ وتر متقاطع
(مجموع ۲ کمان زاویه زد)

زاویه منفرجه

زاویه ای حاصل امتداد ۲ وتر غیر هموار
(تفاضل ۲ کمان زاویه زد)

بعد از صحبت درباره نحوه تمهیداتی، در موردی، تعیین سروده ها و رسم سرخ در:

ابتدا حقیقت نامه کم : نقشه - اثر به جامانده بر روی نقشه که در آن لفظ واحد اهلی هند است
خط - تسلیل سره از آن نه نیست نقشه در نسبت به رسم
در جهت اشغال (حقیقتی ها) می توانیم به خط را یک ضلع در نظر بگیریم و نقشه را یکی
خط را از آن. باین ترتیب اشغال حقیقتی به وجود می آید.

ممکن است که یک ضلع (خط) صاف نباشد و خمیده باشد؛ بازم سکتی به وجود می آید که
رأس ندارد و کل شکل یک خط خمیده است.



مختار
موجب

برای درک بهتر مطالب اشغال را به آردن تقسیم می کنیم
اشغال مختار - اشغالی اند که حداقل یک جهت نقشه باشد که یاره خط تسلیل سه توسط

حقیقتی مختار



از آن ها بیرون شکل باشد
یک شکل مختار

و بالعکس اشغالی که هیچ آنکه ای درونش نباشد که یاره حداقل کشته آن بیرون
شکل بیفتد را اشغال موجب می نامیم.



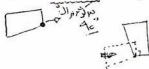
بعد از شروع اشغال سرخ تبدلاتی درم و با شروع آن ها آشنای شویم :

۱. اشغال - می توانیم به رسم حقیقتی مختار در نظر بگیریم که اگر شکل را

صرفاً در یک راستا قرار دهیم، اشغال بیخی می خورده



۲- دوران
در مختصات یک شکل حول نقطه ای مقرر (مرکز دوران) با جریهای ثابت



۳- تقارن
در این روش تعداد نقاط شکل نسبت به یک خط (محور تقارن) یا نقطه (مرکز تقارن) متناظر می باشد



نکته: اهمیت تبدیلات در این است که ما برای به جای بی نهایت تبدیل و ترکیب و توانایی مستقل را به تبدیلات (به صورت سه گانه) به سه گانه حل می کنیم.

بعد از تبدیلات در دوزخ به خطهای پیکر دریم و دقیق تر به این می پردازیم:

هر خط موجود در صفحه می تواند نسبت به هم حرکات مختلف داشته باشد:

۱- موازی

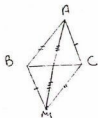
در این حالت هیچ یک از خطها در هیچ نقطه ای با هم اشتراک ندارند:

ندارند:

$$\left. \begin{aligned} d \parallel d' \\ d \cap d' = \emptyset \end{aligned} \right\}$$



SHAHGHAYECHI



حالت حاصل در هم هستند؟

خوبه منم

$$\triangle ACM_1 \sim \triangle BM_2$$



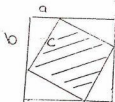
قضیه فیثاغورس

این قضیه به من داده در مثلث قائم الزامی ABC داریم:

$$b^2 + a^2 = c^2$$

در مورد این مسئله اثبات‌های زیادی است که یکی از بهترین‌ها این است که

در آن از تحلیل باز آرای استفاده کردیم.



$$S = c^2$$



$$S = b^2 + a^2$$

$$\Rightarrow b^2 + a^2 = c^2$$



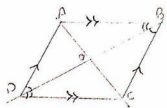
SHAGHAYEGH

پس از مدتی به سرانجام رسید و اولی آن را بزرگترین

اولی سرانجام بزرگترین متوازی الاضلاع می‌رود به این است که هر دو سرانجام بزرگترین متوازی الاضلاع اند.

متوازی الاضلاع
۳ ضلعی ۱ اضلاع ۲ به ۲ متوازی باشند.

خواصی
۱- اضلاع روبه روی ۲ به ۲ برابرند
۲- زوایای روبه روی ۲ به ۲ برابرند
۳- زوایای مجاور مکمل اند
۴- قطرها متقاطع یکدیگرند



ثبات

$$\triangle ABD \cong \triangle CBD \Rightarrow AB = CD, AD = BC$$

$$\hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}$$

نکته: اگر وسطی که هفتین زیر را داشته باشد متوازی الاضلاع است:

۱- اضلاع روبه روی مساوی
۲- اضلاع ۲ به ۲ موازی و برابر
۳- زوایای روبه روی برابر
۴- زوایای مجاور مکمل
۵- قطرها متقاطع

درختی که ۲ خواهر و ۱ برادر دارد تسلیل ۸ زاویه ی دهره



$$\hat{y} = 100 - \hat{1}$$

$$\Rightarrow \hat{y} = \hat{x} = \hat{y} = \hat{1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{1} = \hat{2} \\ \hat{2} = \hat{3} \\ \hat{3} = \hat{4} \\ \hat{4} = \hat{5} \\ \hat{5} = \hat{6} \\ \hat{6} = \hat{7} \\ \hat{7} = \hat{8} \\ \hat{8} = \hat{9} \end{array} \right\} \hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = \hat{4} = \hat{5} = \hat{6} = \hat{7} = \hat{8} = \hat{9}$$

برای تعداد بیشتر تعمیم می دهیم

که یک سطح مشابه بالا نیز صحیح است

تعداد روایی هر n صلی $= 100(n-2)$
چون که هر n صلی تسلیل $n-2$ مثلثی دهره چون هر
رأس به $n-2$ رأس می تواند وصل شود.
 $n=2 \Rightarrow$ 

تعداد روایی خارجی هر n صلی $= 340$
 $100n - 100(n-2) = 100(n-n+2) = 200$
 $\nabla \nabla$

سی از این بک به طور دقیق به بررسی مثلث ها و هم هستی آنها می پردازیم:

هم هستی = یعنی ۲ مثلث (۲ یا چند) طوری بهم برآورد باشند که اضرای متناظر آن
۲ به ۲ برابر باشند

هم هستی مثلث ۳ روئی اصلی دارد

هر دایره صغری (بی نهایت نشانه) را به ۳ بخش افراز می کنند:

$$OD_1 > R$$

۱- بیرون دایره D_1

$$OD_2 = R$$

۲- روی دایره D_2

$$OD_3 < R$$

۳- درون دایره D_3

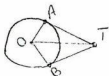
خطی قطب دایره

* شعاع در نقطه تماس عمود است بر مماس است.

چرا که برهمین خطی است و اگر نباشد یعنی خطی مثل OH عمود است و دو نقطه مشترک فاصله از مرکز است.



عمود است. $\Rightarrow$



* اگر از یک نقطه ۲ مماس رسم کنیم، با هم برابر است.

$$\triangle OAT \cong \triangle OBT \quad (\text{ر.و.})$$

$$\Rightarrow AT = BT$$

* دایره ای از ۲ نقطه A و B می گذرد اگر و تنها اگر از محور متنی آنها بگذرد.



از آنوقت خطی از این می گذرد. P (به طور کلی هر دو خط خطی باشد)

همچنین محور متنی ها است و خطی است.

۲. سطح
 در حالت ۲ خواص و ویژگی در یک نقطه یا مشترک اند.

$$d \parallel d'$$

$$d \cap d' = \{M\}$$



نکته: اگر خط در بیش از یک نقطه یا یک اشتراک داشته باشد در یک خط یا خط نیست و یک خط کسری می شود. خط راست



* هیچ خطی خطی است که از یک طرف بسته باشد.

اگر ۲ خط در یک نقطه یا اغراض مشترک باشد تشکیل یک زاویه می دهند که همه را به ۲ آن ها تقسیم می کند.



اگر زاویه دارای یک خط مشترک باشد: مختار نامیده می شوند.

اگر n خط هم خط را در یک نقطه قطع کند تشکیل n زاویه می دهند به صورت ۲ به ۲ روی هم برابر اند.

$$n=3$$

$\Rightarrow$



$$(n \in \mathbb{N})$$

$$(n > 1)$$

(برای $n=2$)

$$\left. \begin{aligned} \alpha + \beta &= 180^\circ \\ \alpha + \theta &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \beta = \theta$$



$$\left. \begin{aligned} \beta + \alpha &= 180^\circ \\ \beta + \gamma &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \alpha = \gamma$$

این اثبات برای $n < 2$ قیاس می یابد.

علی قاضی هم درست است :

اگر مثلث $\triangle ABC$ را با $\triangle CBA$ مقایسه کنیم، خواهیم دید که الزاماً $\triangle ABC \cong \triangle CBA$ است.



این را می‌توانیم بگوییم



یا

a

* این قضیه هم درست است، اما ما برای اثبات آن ۳ مورد (۳ مقوله) داریم: A و B و C برابرند از راه جابجایی:

$$\begin{array}{ll} A=B & B=A \\ A=C & C=A \\ B=C & C=B \end{array}$$

راه اول $\Rightarrow$



راه دوم $\Rightarrow$

این قضیه هم درست است، اما ما برای اثبات آن ۳ مورد (۳ مقوله) داریم: A و B و C برابرند از راه جابجایی:

این قضیه هم درست است، اما ما برای اثبات آن ۳ مورد (۳ مقوله) داریم: A و B و C برابرند از راه جابجایی:

