

بخش چهارم:

مشتق، حد، انتگرال و حل معادلات دیفرانسیل

محاسبه ی مشتق

فرم کلی دستور بدین صورت است:

```
>> syms x
```

```
>> f = تابع مورد نظر
```

```
>> diff(f, متغیر مشتق, مرتبه ی مشتق)
```

☞ `syms` از واژه ی `Symbol` به معنای نمادین گرفته شده است و در خط اول، این دستور یک متغیر

نمادین تعریف می کند. (و نه متغیر عددی)

مثال 1:

```
>> syms x
```

```
>> f = sin(x)
```

```
>> diff(f,x,1)
```

```
ans =
```

```
cos(x)
```

مثال 2:

```
>> syms x
>> f = x*exp(x)
>> diff(f,x,5)

ans =
    5*exp(x)+x*exp(x)
```

مثال 3:

```
>> syms x
>> f =
>> diff(f,x,2)

ans =
    -1-cos(x)^2/sin(x)^2
```

تمرین

مشتق توابع زیر را بدست آورید.

1. $f(x) = \log(\sin(x)\sqrt{x+1})$ (مشتق دوم)

2. $f(x) = e^x(\sin(5x) + 3\cos(2x))$ (مشتق اول و سوم)

```
>> syms x
>> f = تابع مورد نظر
>> limit(f, x, a) ≡  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 
```

مثال 1

```
>> syms x
>> f = (1+1/x)^x
>> limit(f, x, inf)
```

```
ans =
    exp(1)
```

مثال 2

```
>> syms x
>> f = (2*x^2+1)/(x^2-1)
>> limit(f, x, inf)
```

```
ans =
    2
```

تمرین

حدود زیر را محاسبه کنید.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{|x| - 2}$$

محاسبه ی انتگرال

```
>> syms x
```

```
>> f = تابع مورد نظر
```

```
>> int(f,x) ≡  $\int f(x)dx$ 
```

✓ برای محاسبه ی انتگرال معین از دستور زیر استفاده می کنیم:

```
>> int(f,x,a,b) ≡  $\int_a^b f(x)dx$ 
```

مثال 1:

```
>> syms x
```

```
>> f=sin(x)*x
```

```
>> int(f,x)
```

```
ans =
```

```
sin(x)-x*cos(x)
```

مثال 2:

```
>> syms x
```

```
>>f = exp(x)*(sin(x)+cos(x))
```

```
>> int(f,x)
```

```
ans =
```

```
-exp(-x)*cos(x)
```

مثال 3:

```
>> syms x
>> f = sin(sqrt(x));
>> int(f,x,-2*pi,2*pi)
```

ans = ?!

تمرین

انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

$$1. \int x \tan(x) dx$$

$$2. \int_0^{2\pi} \cos(x) \cos(2x) dx$$

$$3. \int_0^{2\pi} \sin(x) \exp(x) dx$$

◊ کدامیک از توابع بالا متعامد هستند؟ (راهنمایی: توابع متعامد توابعی هستند که انتگرال حاصلضرب شان

روی یک بازه صفر شود. نکته ی جالب: تبدیل پرکاربرد فوریه: $F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-j\omega t} dt$ که به زبان ساده به

معنی استخراج مولفه های سینوسی از یک سیگنال می باشد، از همین خاصیت کلیدی استفاده می کند.)

✓ برای محاسبه ی مجموع یک دنباله از دستور روبرو استفاده می کنیم:

$$\sum_{n=a}^b f(n) \equiv \text{symsum}(f, n, a, b)$$

taylor(f,b,a)

✓ برای محاسبه ی سری تیلور از دستور روبرو استفاده می کنیم:

🔗 یاد آوری: سری تیلور بسط هر تابع را حول نقطه ی a بدست می دهد:

$$\sum_{n=0}^b (x-a)^n \frac{f^n(a)}{n!}$$

🔗 در دستور بالا اگر a را بکار نبریم سری مک لوران محاسبه می شود.

🔗 با اجرای دستور >> taylortool یک محیط گرافیکی برای محاسبه ی سری تیلور فراخوانی می

شود.

حل معادلات دیفرانسیل

>> dsolve('Dmny = ' , 'شرایط اولیه ' , 'تابع بر حسب متغیرها ')

مثال 1: حل معادله دیفرانسیل $\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$ با شرایط اولیه ی $y(0) = 1$:

>> dsolve('Dy=1+y^2', 'y(0)=1')

ans =

tan(t+1/4*pi)

مثال 2: حل معادله دیفرانسیل $\frac{d^2y}{dx^2} = \cos(2x) - y$ با شرایط اولیه ی $y(0) = 1$ و $\frac{dy(0)}{dx} = 0$:

>> dsolve('D2y = cos(2*x)-y', 'y(0)=1', 'Dy(0)=0', 'x')

```
ans =
(1/2*sin(x)+1/6*sin(3*x))*sin(x)+(1/6*cos(3*x)-
1/2*cos(x))*cos(x)+4/3*cos(x)
```

```
>> simplify(ans)
```

```
ans =
-2/3*cos(x)^2+4/3*cos(x)+1/3
```

چون مشتق بر حسب x است آن را به عنوان آخرین آرگومان در نظر می گیریم.

دستور Simplify برای ساده کردن عبارت حاصل به کار می رود.

مثال 3: حل معادله دیفرانسیل $\frac{d^3y}{d^3x} = y$ با شرایط اولیه $y(0) = 0$ ، $\frac{dy(0)}{dx} = -1$ و $\frac{d^2y(0)}{d^2x} = \pi$:

```
>> dsolve('D3y=y','y(0)', 'Dy(0)=-1', 'D2y(0)=pi')
```

```
ans =
(-1/3+1/3*pi)*exp(t)-1/3*(1+pi)*3^(1/2)*exp(-
1/2*t)*sin(1/2*3^(1/2)*t)+(1/3-1/3*pi)*exp(-
1/2*t)*cos(1/2*3^(1/2)*t)
```