

ریاضی و آمار ۱، مفهوم تابع - ۵ سوال

۶۸- در جدول زیر، y تابعی بر حسب x است. چند مقدار قابل قبول برای m وجود دارد؟

x	-۶	۲	۴	۴	m	۸
y	m	۳	m^2+1	$m+۳$	۱۰	۱۲

۱ (۲)

۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

۶۹- از مجموعه A که شامل n عضو است، به مجموعه B که ۴ عضو دارد، ۲۵۶ تابع قابل تعریف است. تعداد اعضای مجموعه A کدام

است؟

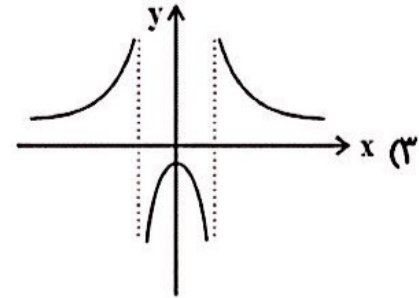
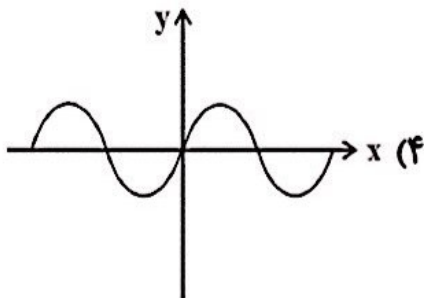
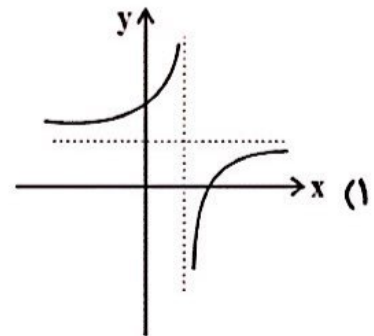
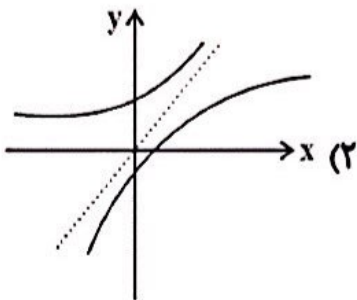
۶ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۸ (۱)

۶۲- کدام نمودار نمایش یک تابع نمی‌باشد؟



۶۳- وزن مطلوب از رابطه «توان دوم یا مربع قد برحسب متر» \times نماتوب = وزن مطلوب برحسب کیلوگرم» به دست می‌آید. در این رابطه،

متغیر مستقل و متغیر وابسته کدام است؟

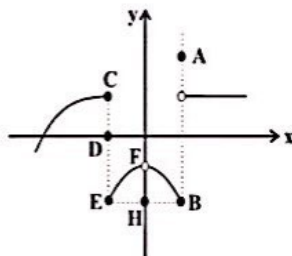
(۱) متغیر مستقل: طول قد / متغیر وابسته: وزن مطلوب

(۲) متغیر مستقل: نماتوب / متغیر وابسته: وزن مطلوب

(۳) متغیر مستقل: طول قد و نماتوب / متغیر وابسته: وزن مطلوب

(۴) متغیر مستقل: طول قد و وزن مطلوب / متغیر وابسته: نماتوب

۶۶- با حذف کدام نقاط، نمودار رابطه روبه‌رو به یک تابع تبدیل می‌شود؟



B, H, D (۲)

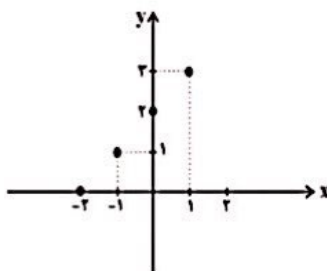
D, A (۱)

H, D, E (۴)

E, D, B (۳)

ریاضی و آمار ۱، ضابطه ی جبری تابع - ۶ سوال -

۶۷- با توجه به نمودار زیر، ضابطه آن کدام است؟



$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = x + 2, A = \{-2 \leq x \leq 1\} \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = x - 2, A = \{-2 \leq x \leq 1\} \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = x + 2, A = \{-2, -1, 0, 1\} \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = x - 2, A = \{-2, -1, 0, 1\} \end{cases} \quad (۴)$$

۶۱- برد تابع $f(x) = 5$ و $A = \mathbb{R}$ کدام است؟

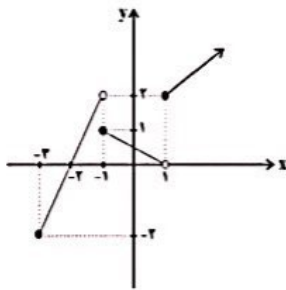
{5} (۲)

\mathbb{R} (۱)

\mathbb{N} (۴)

$\mathbb{R} - \{5\}$ (۳)

۶۴- اگر دامنه و برد تابع مقابل را به ترتیب با D_f و R_f نمایش دهیم، کدام گزینه درست است؟



$R_f = \mathbb{R}$, $D_f = \mathbb{R}$ (۱)

$R_f = \mathbb{R}$, $D_f = \{x \geq -2\}$ (۲)

$R_f = \{y \geq -2\}$, $D_f = \{x \geq -2\}$ (۳)

$R_f = \{-2 \leq y \leq 2\}$, $D_f = \{-2 \leq x \leq 2\}$ (۴)

$f : \{-2, 6\} \rightarrow \mathbb{R}$

۶۵- نمایش تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ به صورت زوج مرتبی، در کدام گزینه آمده است؟

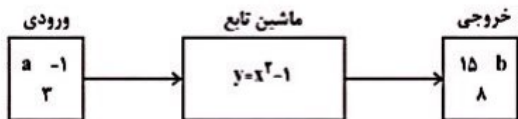
$\left\{ \left(-2, \frac{1}{4}\right), \left(6, \frac{1}{4}\right) \right\}$ (۲)

$\left\{ \left(6, \frac{1}{4}\right), \left(-2, \frac{1}{4}\right) \right\}$ (۱)

$\left\{ \left(-2, -\frac{1}{4}\right), \left(6, -\frac{1}{4}\right) \right\}$ (۴)

$\left\{ \left(\frac{1}{4}, -2\right), \left(\frac{1}{4}, 6\right) \right\}$ (۳)

۷۰- با توجه به شکل زیر حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟



۱۰ (۲)

۲۵ (۱)

۱۵ (۴)

۱۶ (۳)

۷۱- تابع f به هر عدد حقیقی نامنفی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای جذر آن را نسبت می‌دهد، تابع f کدام است؟

$\left\{ \begin{array}{l} f : \{x \geq 0\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = (2x)^3 - \sqrt{x} \end{array} \right.$ (۴)

$\left\{ \begin{array}{l} f : \{x \geq 0\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt[3]{x} - x^2 \end{array} \right.$ (۱)

$\left\{ \begin{array}{l} f : \{x \geq 0\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2x^3 - \sqrt{x} \end{array} \right.$ (۴)

$\left\{ \begin{array}{l} f : \{x \geq 0\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \sqrt[3]{2x} - x^2 \end{array} \right.$ (۳)

۷۲- نمودار یک تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و $f(0/2) - f(-0/2) = 4$ می‌باشد. در این صورت مقدار $f(-1) + f(3)$ کدام است؟

-۴۰ (۴)

۴۰ (۳)

-۲۰ (۲)

۲۰ (۱)

۷۳- در تابع خطی با ضابطه $f(x) = mx + n$ ، اگر $f(-2) = 4$ و $f(1) = -5$ باشند، در این صورت حاصل $m - n$ کدام است؟

۵ (۴)

۱ (۳)

-۵ (۲)

-۱ (۱)

۷۴- ضابطه تابع خطی f را که از نقاط $A(-2, 3)$ و $B(4, -1)$ می‌گذرد، کدام است؟

$y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}$ (۴)

$y = -\frac{3}{2}x + 5$ (۱)

$y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ (۴)

$y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ (۳)

۷۵- اگر در تابع خطی f ، $f(4) = -1$ و $f(3) = 2$ باشند، در این صورت حاصل $f(\frac{1}{3}) - f(3)$ کدام است؟

-۱۲ (۴)

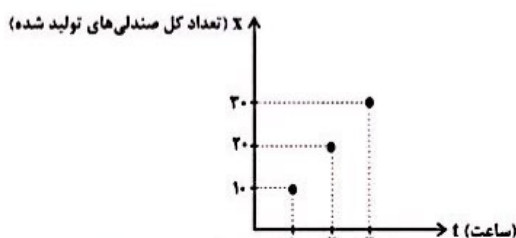
۸ (۳)

۱۲ (۲)

-۸ (۱)

۷۶- نمودار زیر تعداد کل صندلی‌های تولید شده در یک کارگاه نجاری در ساعات کاری طول روز می‌باشد. تعداد کل صندلی‌های تولید شده

در پایان هر ساعت خاص از کدام رابطه به دست می‌آید؟



www.riazisara.ir

$x = 10t - 10$ (۱)

$x = 10t + 10$ (۲)

$x = t + 10$ (۳)

$x = 10t$ (۴)

۷۷- ضابطه تابع محیط مستطیل‌هایی که طول آن‌ها از ۴ برابر عرض آن‌ها ۲ واحد کمتر است، برحسب عرض آن کدام است؟ $P(x)$ محیط و x عرض مستطیل است.

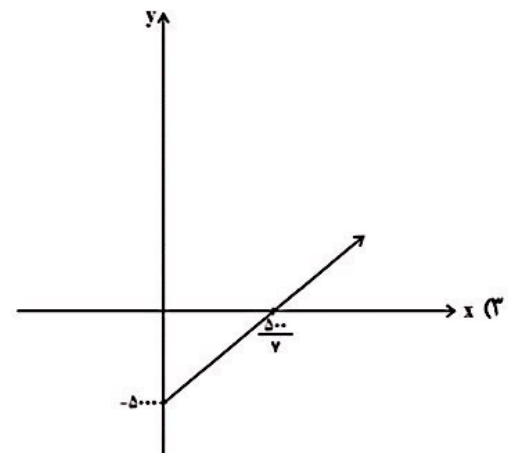
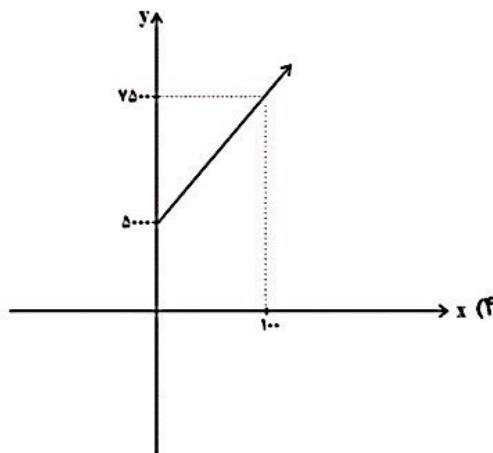
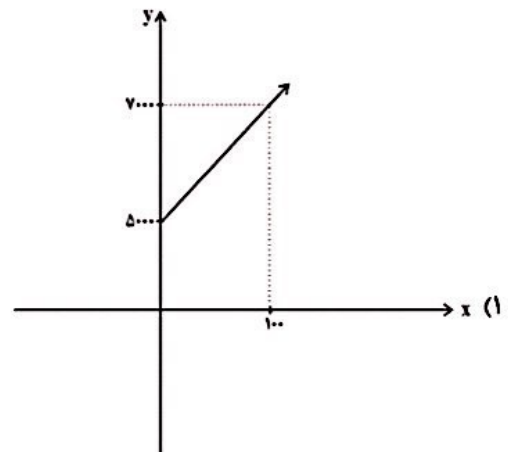
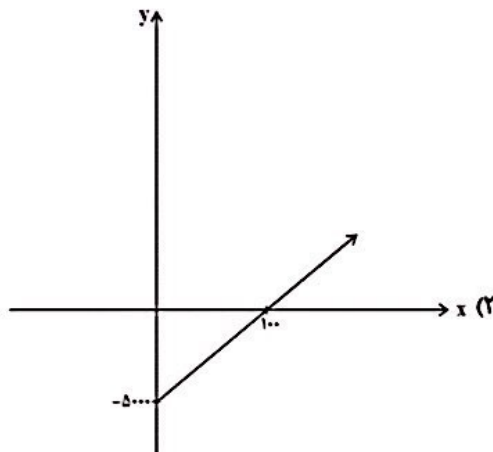
$$P(x) = \frac{10x+2}{4} \quad (۴) \quad P(x) = \frac{5x+2}{4} \quad (۳) \quad P(x) = 10x-4 \quad (۲) \quad P(x) = 5x-2 \quad (۱)$$

۷۸- رابطه بین درجه دما برحسب سانتی‌گراد (C) و فارنهایت (F) به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک جسم ۲۰ درجه سانتی‌گراد

کاهش یافته است. دما برحسب فارنهایت چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ۲۰ درجه افزایش یافته است.
 (۲) ۲۰ درجه کاهش یافته است.
 (۳) ۳۶ درجه افزایش یافته است.
 (۴) ۳۶ درجه کاهش یافته است.

۷۹- یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 20x + 5000$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۷۰ تومان می‌فروشد. نمودار تابع سود آن کدام است؟



۸۰- اگر $f(x) = 3x - 1 + 2f(1)$ باشد، حاصل $f(2) + f(4)$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

۶۸-

(امیر زرانروز، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

در جدول داده شده، عدد ۴ در ردیف x ها دو بار تکرار شده پس y مربوط به آن‌ها باید با هم مساوی باشند:

$$m^2 + 1 = m + 3 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 & \text{ق ق} \\ m = -1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

جواب $m = 2$ به این علت رد می‌شود که با جای‌گذاری آن در جدول، تابع نخواهیم داشت.

x	-۶	۲	۴	۴	۲	۸
y	۲	۳	۵	۵	۱۰	۱۲

ولی اگر $m = -1$ را در جدول جای‌گذاری کنیم به یک تابع می‌رسیم.

x	-۶	۲	۴	۴	-۱	۸
y	-۱	۳	۲	۲	۱۰	۱۲

۴

۳

۲

۱

۶۹-

(فرزاد روشنی، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

تعداد تابع‌های قابل تعریف از مجموعه A دارای n عضو به مجموعه B دارای m عضو برابر است با m^n ، لذا داریم:

$$4^n = 256 \Rightarrow 4^n = 4^4 \Rightarrow n = 4$$

۴

۳

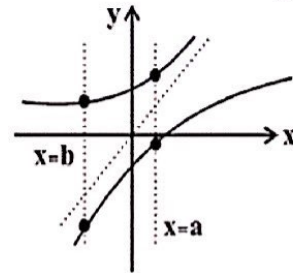
۲

۱

۶۲-

(مهری ملا، مضانی، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۶۰ تا ۶۵)

نمودار رابطه‌ای تابع می‌باشد که هر خط موازی محور y ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند، که با توجه به نمودارها، نمودار مربوط به گزینه «۲» تابع نمی‌باشد زیرا به‌عنوان مثال خطوط $x = a$ و $x = b$ نمودار تابع را در دو نقطه قطع کرده‌اند که شرط تابع بودن را نقض می‌کنند.



۳

۳

۲

۱

۶۳-

(ممدی پشیرایی، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

طبق رابطه وزن مطلوب، طول قد و نماتوب متغیرهایی هستند که وزن مطلوب وابسته به این دو متغیر است، لذا طول قد و نماتوب متغیرهای مستقل و وزن مطلوب متغیر وابسته می‌باشد.

۳

۳

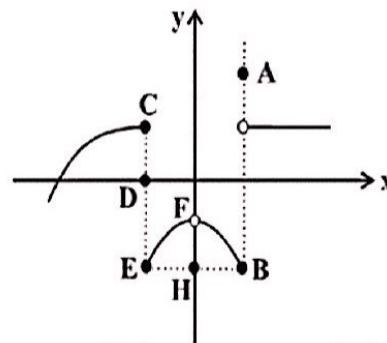
۲

۱

۶۴-

(فردرار روشنی، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

برای اینکه نمودار رابطه تابع باشد، می‌بایست هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند، لذا با توجه به نمودار چون نقاط C ، D و E روی یک خط قرار دارند، حداقل باید ۲ تا از آن‌ها حذف شود و از بین دو نقطه A و B که روی خطی دیگر قرار دارند حداقل باید یک نقطه حذف شود که با توجه به گزینه‌ها گزینه «۳» صحیح است.



۳

۳

۲

۱

-۶۷

(ممد بری، ضابطه جبری تابع، صفحه ۶۶ تا ۷۱)

با توجه به نمودار که تنها از چهار نقطه تشکیل شده است، دامنه تابع تنها شامل چهار عضو $\{-۲, -۱, ۰, ۱\}$ می‌باشد و این نقاط روی خطی با ضابطه $y = x + ۲$ قرار دارند، لذا گزینه «۳» صحیح می‌باشد.

۴

۳

۲

۱

-۶۱

(موری ملارمسانی، ضابطه جبری تابع، صفحه ۶۶ تا ۷۱)

با توجه به ضابطه تابع، مقدار تابع به ازای هر مقدار دامنه همواره مقدار ثابت ۵ است، لذا برد تابع تنها شامل یک عضو است و برد تابع، مجموعه $\{۵\}$ می‌باشد.

۴

۳

۲

۱

-۶۴

(امیر زرانروز، ضابطه جبری تابع، صفحه ۶۶ تا ۷۱)

می‌دانیم دامنه تابع، همان محدوده تغییرات x است که در حقیقت تصویر نقاط نمودار روی محور x هاست و برد تابع همان محدوده تغییرات y است که تصویر نقاط نمودار روی محور y هاست که با توجه به نمودار داده شده می‌توان گفت:

$$D_f = \{x \geq -۳\} \text{ و } R_f = \{y \geq -۲\}$$

۴

۳

۲

۱

-۶۵

(امیر زرانروز، ضابطه جبری تابع، صفحه ۶۶ تا ۷۱)

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \quad \begin{array}{l} x=-2 \rightarrow f(-2) = \frac{-2+1}{-2-2} = \frac{1}{-4} \\ x=6 \rightarrow f(6) = \frac{6+1}{6-2} = \frac{7}{4} \end{array}$$

پس تابع f از دو زوج مرتب $(-۲, \frac{1}{4})$ و $(6, \frac{7}{4})$ تشکیل شده است.

۴

۳

۲

۱

با توجه به ضابطه جبری ماشین تابع داریم:

x	$y = x^2 - 1$	y	$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - 1 = 15 \Rightarrow a^2 = 16 \\ b = 0 \Rightarrow b^2 = 0 \\ \lambda = 8 \end{cases}$
a	$y = a^2 - 1$	۱۵	
-۱	$y = (-1)^2 - 1 = 0$	b	
۳	$y = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$	۸	

پس $a^2 + b^2 = 16 + 0 = 16$ می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر عدد حقیقی نامنفی را با x نشان دهیم، دو برابر مکعب آن معادل $2x^3$ و جذر

آن معادل \sqrt{x} می‌باشد، لذا ضابطه آن به صورت $f(x) = 2x^3 - \sqrt{x}$ می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نمودار یک تابع خطی که از مبدأ می‌گذرد، ضابطه آن به صورت $f(x) = ax$ می‌باشد،

دقت کنید چون نمودار از مبدأ می‌گذرد، عرض از مبدأ آن صفر است. لذا داریم:

$$f(-0/2) - f(0/2) = 4 \Rightarrow -0/2a - 0/2a = 4$$

$$\Rightarrow -0/4a = 4 \Rightarrow a = -10$$

پس ضابطه تابع $f(x) = -10x$ می‌باشد، حال داریم:

$$f(-1) + f(3) = -10 \times (-1) + (-10) \times 3 = 10 - 30 = -20$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرداد روشنی، نمودار تابع خطی، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۸)

طبق رابطه تابع خطی که به فرم $f(x) = mx + n$ می‌باشد، داریم:

$$f(x) = mx + n \Rightarrow \begin{cases} f(4) = -1 \Rightarrow -1 = 4m + n & (1) \\ f(3) = 2 \Rightarrow 2 = 3m + n & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} -1-2 = 4m+n-(3m+n) \Rightarrow m = -3$$

$$\xrightarrow{(1)} -1 = 4 \times (-3) + n \Rightarrow n = 11$$

$$f(x) = -3x + 11$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) - f(3) = -3 \times \left(\frac{1}{3}\right) + 11 - (-3 \times 3 + 11) = -1 + 9 = 8$$

(فرداد روشنی، نمودار تابع خطی، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۸)

با توجه به نمودار، چون در هر ساعت تعداد ۱۰ صندلی تولید می‌شود، پس بعد از t ساعت تعداد کل صندلی‌ها از رابطه $10t$ بدست می‌آید، پس ضابطه تابع به فرم $f(t) = 10t$ می‌باشد.

(مهمرب بیرایی، نمودار تابع خطی، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۸)

با توجه به شکل زیر فرض می‌کنیم عرض مستطیل x و طول آن y باشد، حال طبق فرض سؤال طول مستطیل از چهار برابر عرض آن ۲ واحد کمتر است، لذا داریم:

$$\begin{array}{c} y \\ \boxed{} \\ x \end{array} \Rightarrow y = 4x - 2 \quad (1)$$

$$\text{محیط مستطیل} = 2(\text{عرض} + \text{طول}) \Rightarrow P(x) = 2(y + x) \xrightarrow{(1)}$$

$$P(x) = 2(4x - 2 + x) = 2(5x - 2) = 10x - 4$$

-۷۸

(هاری پلورر، نمودار تابع خطی، صفحه ۷۲ تا ۷۸)

با توجه به شیب تابع خطی رابطه بین دما برحسب فارنهایت و درجه سانتی گراد نتیجه می‌گیریم اگر دما برحسب درجه سانتی گراد ۱ واحد تغییر کند، دما برحسب فارنهایت $\frac{9}{5}$ واحد تغییر می‌کند، لذا با توجه به اینکه دما برحسب درجه سانتی گراد ۲۰ درجه کاهش یافته است، لذا دما برحسب فارنهایت $\frac{9}{5} \times (20) = 36$ درجه کاهش یافته است.

۴

۳

۲

۱

-۷۹

(ممیر زرین‌کفش، نمودار تابع خطی، صفحه ۷۲ تا ۷۸)

ابتدا تابع درآمد شرکت را به دست می‌آوریم:

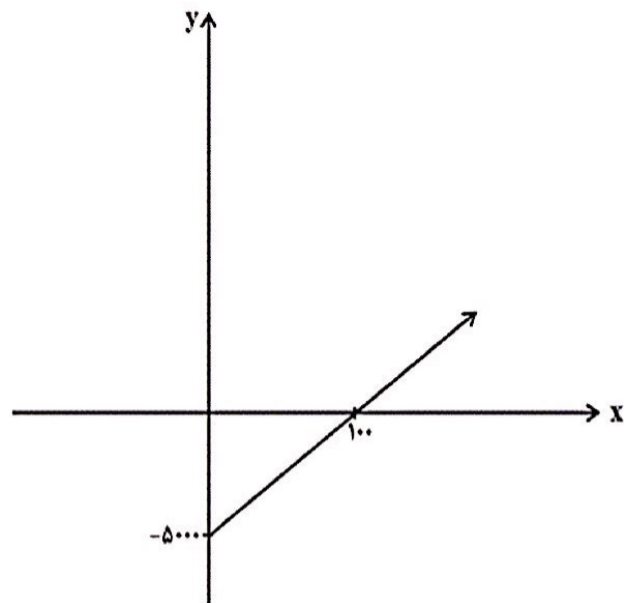
$$R(x) = 70x \Rightarrow \text{تعداد کالا} \times \text{قیمت هر کالا} = \text{تابع درآمد}$$

حال تابع سود برابر اختلاف تابع هزینه و درآمد می‌باشد:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 70x - (20x + 5000) = 50x - 5000$$

حال نمودار تابع سود را با توجه به جدول زیر رسم می‌کنیم:

x	۰	۱۰۰
P(x)	-۵۰۰۰	۰



۴

۳

۲

۱

تابع داده شده در صورت سؤال، خود تابعی از مقدار $f(1)$ است. برای به دست آوردن ضابطه

تابع $f(x)$ در ضابطه، $x=1$ را قرار می‌دهیم:

$$f(1) = 3 \times 1 - 1 + 2f(1) \Rightarrow -f(1) = 3 - 1 \Rightarrow -f(1) = 2 \Rightarrow f(1) = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x - 1 + 2 \times (-2) = 3x - 1 - 4 \Rightarrow f(x) = 3x - 5$$

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = 3 \times 2 - 5 = 6 - 5 = 1 \\ f(4) = 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow f(2) + f(4) = 1 + 7 = 8$$

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱