**تحقیق درسی در مورد اعداد اول**

**مقدمه :**

اعداد اول اعدادی هستند که فقط به خودشان و عدد یک تقسیم می شوند؛ به عنوان مثال عدد ۷ جزء اعداد اول است. اگر عدد ۷ را به عدد دیگری جز خودش و یک تقسیم کنیم، باقی مانده خواهد داشت و یا جوابش کسری می شود، ولی عدد ۶ اول نیست چون اگر آن را به ۲ تقسیم کنیم جواب ۳ می شود.



یکی از دلایل مهم بودن اعداد اول در تئوری اعداد این است که این اعداد در واقع زیرساخت‌های اعداد طبیعی هستند. قضیه اساسی حساب (نامش اهمیت اساسی بودنش را نشان می‌دهد) بیان می‌کند که هر عدد به عامل‌های اولش بخش پذیر است.۱۲=۲×۲×۳ , ۵۰=۵×۵×۲ , ۶۹=۳×۲۳

 با بیش از هزار سال مطالعه اعداد و سپس اساسا مطالعه خواص اعداد اول هنوز ریاضیدانان در مورد آنها اطلاعات بسیار کمی دارند. یکی از معروف ترین اثبات های اقلیدس نشان می دهد که بی نهایت اعداد اول وجود دارد.

 ایده اصلی برای اثبات این قضیه این است که اگر فقط تعداد متناهی اعداد اول وجود داشته باشد آنگاه می توانیم آنها را در هم ضرب کنیم و با عدد یک جمع کنیم، آن گاه عدد اول جدیدی به وجود می آید که به هیچ عدد اولی بخش پذیر نیست. آن عدد ممکن است خود یک عدد اول شناخته شده باشد یا مقسوم علیه یک عدد اول باشد. در هر صورت ایده متناهی بودن اعداد اول اشتباه بوده و تعداد اعداد اول نامتناهی است.

 در قرن نوزدهم، ریاضیدانان قضیه اعداد اول را اثبات کردند. با توجه به برخی از اعداد بزرگ طبیعی، این تئوری یک برآورد تقریبی از تعداد اعداد اول کوچکتر از آن عدد طبیعی را می‌داد. در این فرمول تقریبی خاص با بزرگ شدن اعداد طبیعی اعداد اول نایاب تر می شدند.

با وجود تمام چیزهایی که ما در مورد اعداد اول می دانیم، فرضیه های ساده فریبنده ای در مورد آنها وجود دارد که نه اثبات و نه رد شده است. در این جا به برخی از آنها اشاره می کنیم.

**اعداد اول دوقلو :**

اعداد اول دوقلو اعدادی هستند که فقط یک عدد با یکدیگر فاصله دارند، مانند : پنج و هفت، یازده و سیزده و بیست ونه وسی و یک. اولین فرضیه درباره آنها این است که تعدادشان بی نهایت است.

 بیشتر ریاضیدانان معتقدند که این فرضیه درست است: همان طور که اعداد اول با بزرگ شدن اعداد کمیاب تر می شوند، تجربه و شهود نظریه پردازان اعداد اول نشان می دهد که این جفت های اول هر چند وقت یک بار خودشان را نشان می دهن. ولی این فرضیه تا به حال نه اثبات و نه رد شده است.

پس از ناکام ماندن این فرضیه برای قرن‌ها، در بهار سال ۲۰۱۳ ییتانگ ژانگ ریاضیدان دانشگاه نیوهمپشایر این مشکل را حل کرد و جایزه “نابغه” مک آرتور در سپتامبر ۲۰۱۴ به او اهدا شد.

در حالی که هنوز فرضیه اعداد اول دوقلو اثبات نشده است، ژانگ با استفاده از یک تکنیک جدید نشان داد که بی نهایت جفت از اعداد اول وجود دارند و بیشترین فاصله شان ۷۰،۰۰۰،۰۰۰ عدد است. این یک عدد بسیار بزرگ است ولی اولین حدود فاصله متناهی میان اعداد اول محسوب می شود که تا به اکنون کشف شده است.

 در پاییز سال ۲۰۱۳، گروه بزرگی از ریاضیدانان روی ایده ژانگ کار کردند و نتایج مشابه و مشترک در فاصله های کوچکتری یافتند و سرانجام اثبات کردند که تعداد جفت های اعداد اول با حداکثر وجود ۲۴۶ عدد بینشان، نامتناهی هستند.

**فرضیه گلدباخ :**

یکی دیگر از این فرضیه های ساده است. فرضیه گلدباخ اذعان دارد که اعداد زوج بزرگتر از ۲ می‌توانند به صورت جمع اعداد اول نوشته شوند. این برای اعداد کوچک صادق است مثلا : ۴=۲+۲ ، ۸= ۵+۳ ، ۲۰=۱۳+۷ ولی هنوز برای تمام اعداد زوج به اثبات نرسیده است.

 محققان به وسیله کامپیوترهای قرن۲۱ و برنامه‌های پیشرفته توانسته اند این تئوری را تا عدد 4000000000000000000 تایید کنند. این شواهد خوبی برای این فرضیه است ولی در ریاضی این که بگوییم این نظریه برای اعداد کوچکتر از این عدد خاص درست است کافی نیست تا بتوان آن را به کل اعداد تعمیم داد.

**اعداد اول پالیندرومیک :**

پالیندرومیک ها در انگلیسی کلمات یا جملاتی هستند که از هر دو طرف یکسان خوانده می شوند مثلا کلمه : radar یا عبارت : “A man, a plan, a canal: Panama” به همین ترتیب اعداد اول پالیندروماتیک اعدادی هستند که از سمت راست و چپ به یک شکل خوانده می شوند مثل : ۱۱، ۱۰۱ و ۱۶۵۶۱.

عدد اول مورد علاقه من عدد اول بلفگر است : ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۶۶۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱ که اول و آخر آن یک است و بینشان عدد ۶۶۶ که در دو طرفش ۱۳ صفر وجود دارد. عدد ۶۶۶ تعداد چهارپایان وحشی است و عدد ۱۳ در خرافات عدد نحسی محسوب می‌شود، این بدشانس‌ترین عدد اول ممکن در سیستم عدد ده‌دهی است.

 مانند اعداد اول دوقلو، نامتناهی بودن اعداد پالیندروماتیک نیز نامشخص است. البته این اعداد بر خلاف اعداد اول دوقلو زیاد مورد توجه محققان ریاضی نیستند.

نظریه‌هایی مانند گلدباخ و اعداد اول دوقلو تنها بر ساختار و توزیع اعداد اول تاکید دارند ولی نظریه اعداد اول پالیندرومیک به سیستم عددی خاصی که انتخاب می شود بستگی دارد: پالیندروم‌های دوتایی کاملا با پالیندروم های ده دهی متفاوت هستند. عدد اول ۳۱ در سیستم ده‌دهی به صورت ۱۱۱۱۱ در سیستم دوتایی نوشته می شود که در سیستم دوتایی این عدد پالیندروم است اما در ده دهی خیر.

 درحالی که ریاضیدانان بر روی اعداد اول پالیندرومیک مطالعه می کنند به این نتیجه رسیدند که چنین اعدادی نادر هستند و با صرف نظر از سیستم عددی مورد استفاده، بیشتر تلاش تئوری اعداد به مسائلی اختصاص داده شده که به خواص اعداد اول می پردازند نه نحوه نمایش آنها.

**فرضیه ریمان :**

این یکی از مشکلات مهم و حل نشده هزارساله ریاضی است که برای حل آن جایزه ۱،۰۰۰،۰۰۰دلاری در نظر گرفته شده است. نظریه ریمان درباره بسط تئوری اعداد اول است که در بالا به آن اشاره شد. آن تئوری فرمولی برای تعداد تقریبی اعداد اول کوچکتر از یک عدد بزرگ را می داد، اما تئوری ریمان نتیجه دقیق تری را ارائه می دهد و با استفاده از فرمولی نشان می دهد که این برآورد چقدر دقیق است.

 برنارد ریمان ریاضیدان بزرگ قرن نوزدهم آن کران دقیق را با یک تابع خاص به اعداد مختلط ارتباط داد. فرضیه واقعی ریمان بیان می کند که همه اعداد مختلطی که در آن تابع صفر می شوند همه دارای رفتاری مشابه هستند و آن کران دقیق صحت دارد.

 با وجود تمامی مشکلات، شواهد عددی خوبی برای فرضیه ریمان وجود دارد که بیشتر ریاضیدانان آن را قبول دارند. آنها میلیاردها تابع صفر را امتحان کردند و همه آنها رفتاری مشابه داشتند.

مانند دیگر مسائل، هنوز اثبات کامل این تئوری بدست نیامده است. در هر کدام از این تئوری‌ها، بیشتر ریاضیدانان بر درستی آن‌ها معتقدند و شواهد محدود تجربی درستی برایشان وجود دارند و تحقیق در این زمینه همچنان ادامه دارد.

 این رفتار به ظاهر وسواسی از ریاضیدانان تا حدودی برای اثبات دقیق مسائل است که یکی از اهداف اصلی ریاضی است و اثبات هر کدام از این تئوری ها نیازمند تکنیک ها و بینش های جدید ریاضی می باشد که منجر به کشف راه ها و ایده های کاملا جدیدی در تحقیقات می شود.

