$2^2=4$

مبنای ۴	مبنای ۲
۰	۰۰
۱	۰۱
۲	۱۰
۳	۱۱

$2^3=8$

هشت هشتی	دودوئی
۰	۰۰۰
۱	۰۰۱
۲	۰۱۰
۳	۰۱۱
۴	۱۰۰
۵	۱۰۱
۶	۱۱۰
۷	۱۱۱

$2^4=16$

شانزده شانزده تایی	دودوئی
۰	۰۰۰۰
۱	۰۰۰۱
۲	۰۰۱۰
۳	۰۰۱۱
۴	۰۱۰۰
۵	۰۱۰۱
۶	۰۱۱۰
۷	۰۱۱۱
۸	۱۰۰۰
۹	۱۰۰۱
A	۱۰۱۰
B	۱۰۱۱
C	۱۱۰۰
D	۱۱۰۱
E	۱۱۱۰
F	۱۱۱۱

* معادل شانزده شانزدهی عدد دودوئی زیر را بنویسید:

$(1/0011/0110/1110/1101)_2 = (136ED)_{16}$

$(10/011/011/011/101/101)_2 \quad (433355)_8$

• تبدیل مبنای یک عدد کمتر از واحد از مبنای غیر ۱۰ به مبنای ۱۰ :

$(18,74)_9 = ($

$a^{-n} = \frac{1}{a^{+n}}$

$(1\times9^1)+(8\times9^0)+(7\times9^{-1})+(4\times9^{-2}) = 9+8+(7\times\frac{1}{9})+(4\times\frac{1}{9^2}) = 17,83$

برای تبدیل مبنای یک عدد اعشاری (از مبنای غیر ۱۰ به مبنای ۱۰) ابتدا ممیز را به عنوان جدا کنندهٔ قسمت های صحیح و اعشاری عدد در نظر گرفته حال از ممیز به سمت چپ به ترتیب از شماره صفر به سمت اعداد صحیح مثبت ارزش گذاری نموده و از ممیز به سمت راست به ترتیب از اولین عدد صحیح منفی (۱-) شروع کرده و به سمت اعداد منفی بزرگتر ارزش گذاری می نماییم.

Subject: Date

* تمرین ؛

$(EA/2B)_{16} =$ $(10110110/001011)_2 =$

$(81/9F)_{16} =$ $(262/146)_8 =$

$$(EA/2B)_{16} = (14\times16^{1}) + (10\times16^{0}) + (2\times16^{-1}) + (11\times16^{-2})$$

$$= 224 + 10 + (2\times\frac{1}{16}) + (11+\frac{1}{16^2}) =$$

$$\frac{234}{1} + \frac{2}{16} + \frac{11}{256} = \frac{59904+32+11}{256} = \frac{59947}{256} = 234/167$$

$$(81/9F)_{16} = (8\times16^{1}) + (1\times16^{0}) + (9\times16^{-1}) + (15\times16^{-2})$$

$$= 128 + 1 + (\frac{9}{1}\times\frac{1}{16}) + (15\times\frac{1}{16^2})$$

$$129 + \frac{9}{16} + \frac{15}{256} = \frac{33024+144+15}{256} = 129/621$$

$$(262/146)_8 = (2\times8^{2}) + (6\times8^{1}) + (2\times8^{0}) + (1\times8^{-1}) + (4\times8^{-2}) + (6\times8^{-3})$$

$$= 128 + 48 + 2 + (1\times\frac{1}{8}) + (4\times\frac{1}{8}) + (6\times\frac{1}{8})$$

$$= 178 + \frac{1}{8} + \frac{4}{64} + \frac{6}{512} = 914/6$$

$(10110110/001011)_2 =$

• تبدیل مبنای یک عدد کمتر از واحد از مبنای ۱۰ به مبنای غیر ۱۰ ؛

برای تبدیل مبنای یک عدد کمتر از واحد از مبنای ۱۰ به مبنای غیر ۱۰ باید برای تبدیل نمودن یک عدد اعشاری که در مبنای ۱۰ نوشته شده است. اگر بخواهیم به مبنای غیر ۱۰ تبدیل نماییم ابتدا عدد را از ممیز به دو قسمت تبدیل می نماییم ، قسمت صحیح را مانند مرحله قبل با استفاده

از حاصل تقسیم های متوالی به مبنای داده شده تبدیل می کنیم. اما قسمت اعشاری را بدون در نظر گرفتن قسمت صحیح جدا نموده (رقم صحیح ۰ باشد) و سپس این عدد کمتر از واحد را در مبنای داده شده ضرب می کنیم، دو حالت اتفاق می افتد: آ) قسمت صحیح صفر باشد که دور صفر را خط کشیده و مجدداً عدد بدست آمده اعشاری کمتر از واحد را نوشته و ضرب را در مبنای خواسته شده ادامه می دهیم. ب) قسمت صحیح عدد صفر نباشد در این حالت دور قسمت صحیح را خط کشیده و به قسمت اعشاری نگاه می کنیم. دو حالت اتفاق می افتد: 1. قسمت اعشاری برابر صفر باشد و در این حالت کار تمام است و از اولین تا آخرین رقم از چپ به راست می نویسیم. 2. قسمت اعشاری مخالف صفر باشد و در این حالت حاصلضرب های قسمت اعشاری را آنقدر ادامه می دهیم که مجدداً به یکی از اعداد اعشاری ضرب شده برگردیم.

$0.125 = (0.001)_2$

$0.125 \times 2 = 0.25 \qquad 0.25 \times 2 = 0.5 \qquad 0.5 \times 2 = 1.0$

$0.4 = (0.\overline{0110})_2$

$0.4 \times 2 = 0.8 \qquad 0.8 \times 2 = 1.6 \qquad 0.6 \times 2 = 1.2 \qquad 0.2 \times 2 = 0.4$

$128.375 = (10000000.011)_2$

ابتدا قسمت صحیح را با تقسیم جدا می کنیم:

$128 \div 2 = 64$ (۰) ، $64 \div 2 = 32$ (۰) ، $32 \div 2 = 16$ (۰) ، $16 \div 2 = 8$ (۰) ، $8 \div 2 = 4$ (۰) ، $4 \div 2 = 2$ (۰) ، $2 \div 2 = 1$ (۰)

حالا قسمت اعشاری را ... : ۰٫۳۷۵ × ۲ = ۰٫۷۵۰   ۰٫۷۵۰ × ۲ = ۱٫۵

۰٫۵ × ۲ = ۱٫۰

۷۶۴۸۹۴٫۲۱ = $(10111010101111011110/001101011100001)_2$

۷۶۴۸۹۴ | ۲ → ۳۸۲۴۴۷ (۰) | ۲ → ۱۹۱۲۲۳ (۱) | ۲ → ۹۵۶۱۱ (۱) | ۲ → ۴۷۸۰۵ (۱) | ۲ → ۲۳۹۰۲ (۱) | ۲ → ۱۱۹۵۱ (۰) | ۲ → ۵۹۷۵ (۱) | ۲ → ۲۹۸۷ (۱)

۲۹۸۷ | ۲ → ۱۴۹۳ (۱) | ۲ → ۷۴۶ (۱) | ۲ → ۳۷۳ (۰) | ۲ → ۱۸۶ (۱) | ۲ → ۹۳ (۰) | ۲ → ۴۶ (۱) | ۲ → ۲۳ (۰) | ۲ → ۱۱ (۱) | ۲ → ۵ (۱) | ۲ → ۲ (۱) | ۲ → ۱ (۰)

۰٫۲۱ × ۲ = ۰٫۴۲

۰٫۴۲ × ۲ = ۰٫۸۴   ۰٫۸۴ × ۲ = ۱٫۶۸

۰٫۶۸ × ۲ = ۱٫۳۶   ۰٫۳۶ × ۲ = ۰٫۷۲   ۰٫۷۲ × ۲ = ۱٫۴۴

۰٫۴۴ × ۲ = ~~۰٫۸۸ × ۲ = ۱٫۷۶~~   ۰٫۸۸ × ۲ = ۱٫۷۶   ۰٫۷۶ × ۲ = ۱٫۵۲

۰٫۵۲ × ۲ = ۱٫۰۴   ۰٫۰۴ × ۲ = ۰٫۰۸   ۰٫۰۸ × ۲ = ۰٫۱۶

۰٫۱۶ × ۲ = ۰٫۳۲   ۰٫۳۲ × ۲ = ۰٫۶۴   ۰٫۶۴ × ۲ = ۱٫۲۸

۰٫۲۸ × ۲ = ۰٫۵۶ ...

حاصل جمع :

برای جمع نمودن دو عدد در مبنای مخالف ۱۰ ، ابتدا دو عدد را طوری زیر هم می‌نویسیم که اولین رقم از سمت راست دو عدد داده شده دقیقاً زیر یکدیگر قرار گیرد ، سپس این دو رقم از سمت راست را با یکدیگر جمع می‌کنیم ، حاصل بدست آمده دارای دو حالت می‌باشد : ۱. حاصل جمع دو عدد زیرهم از مبنای داده شده کمتر است . در این حالت

2. حاصل جمع دو رقم زیر هم، بزرگتر و یا مساوی با مبنای داده شده است.

در این حالت حاصل جمع بدست آمده را بر مبنای خواسته شده تقسیم می‌نماییم، باقیمانده را در زیر دو رقم می‌نویسیم و خارج قسمت را به دو رقم زیر هم نوشته شده سمت چپ منتقل می‌نماییم. مراحل حاصل جمع را به صورت قبل تا آخرین دو رقم زیر هم نوشته شده پی می‌گیریم.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{5A2} \\ 2F \\ \hline (5D1)_{16} \end{array} \qquad 17 \div 16 = 1,\ \text{remainder } 1$$

$$(11/0111 + 10/1101)_2 =$$

$$\begin{array}{r} 11/0111 \\ +\ 10/1101 \\ \hline (110/0100)_2 \end{array} \qquad 2 \div 2 = 1,\ \text{remainder } 0 \qquad 3 \div 2 = 1,\ \text{remainder } 1$$

حاصل ضرب دو عدد در مبنای غیر ۱۰:

برای اینکه دو عدد را در مبنای غیر ۱۰ در یکدیگر ضرب نماییم ابتدا دو عدد را طوری زیر هم می‌نویسیم که دقیقاً اولین رقم از سمت راست دو عدد زیر یکدیگر قرار گیرد سپس اولین رقم از سمت راست عدد پایینی را در اولین رقم از سمت راست عدد بالایی ضرب می‌کنیم، حاصل بر دو قسم است: ۱. حاصلضرب بدست آمده کمتر از مبنای خواسته شده باشد که همان حاصل را دقیقاً در زیر دو رقم می‌نویسیم.

2. حاصلضرب انجام شده بیشتر یا مساوی با مبنای خواسته شده باشد. در این حالت حاصلضرب بدست آمده را بر مبنای خواسته شده تقسیم می‌کنیم و باقیمانده تقسیم نهایی را دقیقاً زیر دو رقم سمت راست می‌نویسیم، نیز خارج قسمت را نگه می‌داریم، سپس اولین رقم از سمت راست عدد پایینی را در دومین رقم از سمت راست عدد بالایی ضرب می‌کنیم. حال حاصل ضرب بدست آمده را با خارج قسمت تقسیم مرحله قبل جمع نموده و حاصل را به عنوان یک عدد جدید در نظر می‌گیریم، مانند عدد قبل این عدد بر دو قسمت است: 1. کمتر از مبنا که خودش را می‌نویسیم

2. بیشتر مساوی با مبنا که مجدداً بر مبنا تقسیم نموده و مانند حالت قبل عمل می‌کنیم.

اولین رقم که در تمامی ارقام عدد بالایی ضرب شد قسمت اول حاصلضرب به پایان رسیده حال زیر اولین رقم سمت راست عدد ۰ را قرار می‌دهیم و دومین رقم را مانند حالت قبل در تک تک ارقام عدد بالایی ضرب می‌کنیم. در انتها مانند حالت قبل حاصل جمع اعداد بدست آمده از حاصلضرب را در مبنای خواسته شده بدست می‌آوریم.

$(5AC \times 25) = (D1DC)_{16}$

$$\begin{array}{r} 5\ A\ C \\ \times\ \ 2\ 5 \\ \hline 1\ C\ 5\ C \\ +\ B\ 5\ 8\ 0 \\ \hline (D\ 1\ D\ C)_{16} \end{array}$$

A	B	C	D	E	F
۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵

$۵ \times ۱۲ = ۶۰$ ، $۶۰ \div ۱۶$: ۴۸ ، باقیمانده ۱۲ ، خارج قسمت ۳

$۵۰ + ۳ = ۵۳$ ، $۵۳ \div ۱۶$: ۴۸ ، باقیمانده 5 ، خارج قسمت ۳ ، $+۲۵ = ۲۸$

$۲۸ \div ۱۶$: ۱۶ ، باقیمانده ۱۲ ، خارج قسمت ۱

Subject: Data:

$\boxed{۳}$

$$\begin{array}{r} (۵\ ۳\ ۷) \\ \times\ (۲\ ۴)_۸ \\ \hline ۲۵۷۴ \\ +\ ۱۲۷۶۰ \\ \hline (۱۵۵۵۴)_۸ \end{array}$$

$۴ \times ۷ = ۲۸$ ÷ ۸ = ۳، ۲۴، باقیمانده ۴

$$\begin{array}{r} (۱۰۱) \\ \times\ (۱۱)_۲ \\ \hline ۱۰۱ \\ +\ ۱۰۱۰ \\ \hline (۱۱۱۱)_۲ \end{array}$$

اعشاری:

$$\begin{array}{r} (۱۱/۱۱۱۱۰۱) \\ \times\ (۰/۱۱۰۱۱۱)_۲ \\ \hline ۱۱۱۱۱۱۰۱ \\ ۱۱۱۱۱۱۰۱۰ \\ ۱۱۱۱۱۱۰۱۰۰۰ \\ ۱۱۱۱۰۱۰۰۰۰۰ \\ \hline ۰۱۰۰۱۰۱۱۱۱۱ \end{array}$$

۱

۱

$(۵۶۴۳/۲۱۰۳)_{۸ = ۲^۳} = (\qquad)_۲$

فصل ۴ : ترکیبات

برای اینکه بخواهیم چند عمل مختلف را که هرکدام از این اعمال به چندین طریق انجام می‌شود را با یکدیگر ترکیب نماییم از ترکیبات کمک می‌گیریم.

اصل ضرب : فرض کنیم عملی به m طریق متفاوت انجام پذیر باشد و بازای هرکدام از این m طریق عمل دیگری را بتوان به n طریق متفاوت دیگر انجام داد در نتیجه ترکیب این دو عمل به $m \times n$ طریق قابل انجام می‌باشد که به آن اصل ضرب گوییم

تعمیم اصل ضرب : اگر عمل دلخواهی به n_1 طریق و برای هرکدام از این طریق‌ها عمل دومی به n_2 طریق و ... و عمل kامی به n_k طریق امکان پذیر باشد آنگاه این k عمل باهم به $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$ طریق امکان پذیر خواهد بود.

* با حروف کلمه سربسته چند کلمه چهارحرفی می‌توان ساخت به طوری که آ: تکرار حروف جایز نباشد ، ب: تکرار حروف جایز باشد.

آ)

$$\boxed{6} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 360$$

ب)

$$\boxed{6} \times \boxed{6} \times \boxed{6} \times \boxed{6} = 1296$$

* با ارقام ۵، ۷، ۰، ۴ و ۲ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت که تکرار ارقام در آنها جایز نباشد؟

$$\boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 48$$

۰ در خانه اول نمی‌تواند بنشیند.

Subject: Data:

نکته 1 : زمانیکه یک سکه را به هوا پرتاب می‌کنیم دو حالت اتفاق می‌افتد : آ) شیر (H) ب) خط (T)

۳ بار پرتاب همزمان سکه ⟸ $2^3 = 8$

۴ بار پرتاب همزمان سکه ⟸ $2^4 = 16$

نکته 2 : تمامی حالت‌های ممکن یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه آن آزمایش نامیم و با S می‌دهیم.

اصل جمع : فرض کنید پیشامدهای E_1 ، E_2 ، .... ، E_k دنباله‌ای از k پیشامد دلخواه باشند که پیشامد E_1 به n_1 طریق متفاوت رخ دهد ، پیشامد E_2 به n_2 طریق متفاوت رخ دهد و .... و پیشامد E_k به n_k طریق متفاوت رخ دهد آنگاه باشرط اینکه هیچ دو پیشامدی به طور همزمان رخ ندهند، تعداد کل راه‌هایی که این پیشامدها می‌توانند رخ دهند به $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ طریق خواهد بود.

* از میان ۳۸ نفر دانشجوی IT و ۳۳ نفر دانشجوی حسابداری می‌خواهیم یک نماینده انتخاب نماییم. این کار به چند طریق است؟ $38 + 33 = 71$

تبدیل : تعداد حالاتی که بتوان n شیء متمایز را در کنار یکدیگر طوری قرار داد که ترتیب قرار گرفتن این n شیء متمایز اهمیت داشته باشد را تبدیل یا جایگشت این n شیء نامیده و با $P(n)$ نمایش می‌دهیم. و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$P(n) = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$

* به چند طریق ۵ نفر می‌توانند در یک ردیف ۵ صندلی را اشغال نمایند؟

$\boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} = 120$

Subject: Date

قانون ۱: از این به بعد بجای نوشتن $p(n)$ از نماد $n!$ استفاده می‌کنیم و تعریف می‌کنیم:

$0! = 1$

قانون 2: $(n+1)! = (n+1)\times \underbrace{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times 2\times 1}_{p(n)=n!} = (n+1)n!$

* حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{8!}{5!\times 3!} = \frac{\cancel{5!}\times 6\times 7\times 8}{\cancel{5!}\times 3\times 2\times 1} = 56$$

$$\frac{(n+2)!}{n!} = \frac{(n+2)\times(n+1)\times \overbrace{n\times(n-1)\times\cdots\times 2\times 1}^{n!}}{n!} = \frac{(n+2)(n+1)\cancel{n!}}{\cancel{n!}} = (n+2)(n+1)$$

تعریف: تعداد جایگشت های n شیء متمایز زمانی که بخواهیم از این n شیء، r شیء آن کنار هم قرار گیرند از رابطه مقابل بدست می‌آید: $\boxed{(n-r+1)!\times r!}$ $\Rightarrow$

* به چند طریق می‌توان ۷ نفر که سه نفر از آنها فامیل می‌باشند را در کنار یکدیگر قرار داد به طوری که سه نفر فامیل کنار هم بنشینند؟

$n=7 \quad r=3$

$(n-r+1)!\times r! = (7-3+1)!\times 3! = 5!\times 3! = 120\times 6 = 720$

نکته: هرگاه بخواهیم n شیء متمایز را دور یک میز گرد قرار دهیم آنگاه تعداد حالات ممکن برابر است با $(n-1)!$.

تعداد حالات ممکن برای اینکه بخواهیم n شیء متمایز از یک دسته را با n شیء متمایز از دسته دیگر طوری دور یک میز بچینیم که این به صورت یک در میان در کنار یکدیگر قرار گیرند از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$(n-1)!\times(n-1)!\times n = n!\times(n-1)!$

Subject: Data:

* به چند طریق می‌توان شش صندلی چوبی و شش صندلی فلزی را به صورت یک در میان دور یک میز قرار داد؟

$n! \times (n-1)!$

$6! \times (6-1)! = 720 \times 120 =$

مثال ص ۸۳ کتاب درسی

۷. با فرض اینکه تکرار ارقام مجاز نباشد با رقم‌های ۲، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹:

آ) چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت؟ $\boxed{6}\ \boxed{5}\ \boxed{4}$, $6 \times 5 \times 4 = 120$

ب) چون اعداد باید کوچکتر از ۴۰۰ باشند لذا مربع سمت چپ می‌تواند توسط اعداد ۲ و ۳ پر شود بنابراین مربع سمت چپ به ۲ طریق پر می‌شود، مربع میانی به ۵ طریق و مربع سمت راست به ۴ طریق.

$\boxed{2}\ \boxed{5}\ \boxed{4}$, $2 \times 5 \times 4 = 40$

پ) چند عدد سه رقمی زوج می‌توان نوشت؟ $\boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{2}$, $4 \times 5 \times 2 = 40$

ت) چند عدد سه رقمی فرد می‌توان نوشت؟ $\boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{4}$, $4 \times 5 \times 4 = 80$

ث) چند عدد سه رقمی مضرب ۵ می‌توان نوشت؟ $\boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{1}$, $4 \times 5 \times 1 = 20$

۸. چند عدد سه رقمی با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ می‌توان نوشت به طوری که:

آ) تکرار ارقام جایز باشد. 5^3 $\boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{5}$, $5 \times 5 \times 5 = 125$

ب) ارقام تکرار نشوند. $\boxed{5}\ \boxed{4}\ \boxed{3}$, $5 \times 4 \times 3 = 60$

پ) در حالت ب چند عدد زوج و چند عدد فرد هستند؟ $\boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{2} = 24$ زوج $\leftarrow$

فرد $\rightarrow 60 - 24 = 36$

Subject: تمرین صفحه ۸۵ کتاب Date ______

۲) با ارقام ۵، ۰، ۱، ۷، ۳ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت به طوری که تکرار ارقام جایز نباشد.

$\boxed{۴}\ \boxed{۴}\ \boxed{۳}$, ۴×۴×۳ = ۴۸

۴) به چند طریق می‌توان به ۵ سوال تستی ۴ گزینه‌ای پاسخ داد؟

$\boxed{۴}\ \boxed{۴}\ \boxed{۴}\ \boxed{۴}\ \boxed{۴}$, $۴×۴×۴×۴×۴ = ۴^{۵} = ۱۰۲۴$

۵) با حروف کلمه ارومیه چند کلمه سه حرفی می‌توان نوشت به طوری که حروف تکرار نشوند؟

$\boxed{۶}\ \boxed{۵}\ \boxed{۴}$, ۶×۵×۴ = ۱۲۰

۶) با ارقام ۰، ۳، ۵، ۸، ۶ چند عدد دو رقمی می‌توان ساخت به طوری که ارقام تکراری نباشند؟ ۱۶ تا

$\boxed{۴}\ \boxed{۴}$ = ۱۶

۷) با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد سه رقمی قابل قسمت بر ۵ می‌توان نوشت به طوری که ارقام تکراری نباشند؟ عددی مضرب ۵ است که رقم سمت راست آن ۰ و یا ۵.
۳۶.

$\boxed{۳}\ \boxed{۵}\ \boxed{۲}$

۸) با ارقام ۹، ۸، ۷، ۶، ۰ چند عدد سه رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟
۳۰.

$\boxed{۵}\ \boxed{۲}\ \boxed{۳}$

۹) با ارقام ۴، ۵، ۶ چند عدد دو رقمی می‌توان نوشت؟

$\boxed{۳}\ \boxed{۲}$ ۳×۲ = ۶

$\boxed{۱}\ \boxed{۲}$ ۱×۲ = ۲ چند عدد دو رقمی زوج می‌توان نوشت؟

 ۶−۲ = ۴ 〃 〃 〃 فرد 〃 〃 ؟

Subject: Data:

۱۰) چند عدد سه رقمی از ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ می توان نوشت به طوری که:

آ) تکرار ارقام جایز باشد. $\boxed{5}\,\boxed{5}\,\boxed{5}\ ,\ 5\times5\times5=5^3=125$

ب) ارقام تکرار نشوند. $\boxed{5}\,\boxed{4}\,\boxed{3}\ ,\ 5\times4\times3=60$

پ) در حالت ب چند عدد زوج و چند عدد فرد هستند؟

$\boxed{3}\,\boxed{4}\,\boxed{2}\quad 3\times4\times2=24$ زوج

$60-24=36$ فرد

ترتیب: تعداد حالت های ممکن انتخاب r شیء متمایز از n شیء را جایگشت یا ترتیب r شیء از n شیء گفته و با $P(n,r)$ نمایش می دهیم که به صورت زیر تعریف می شود:

$$P\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!}\qquad P\binom{6}{4}=\frac{6!}{(6-4)!}=\frac{2!\times3\times4\times5\times6}{2!}=360$$

هرگاه از تکرار نبودن ارقام، حروف و اعداد صحبت می کنیم

MICRO

Subject :　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　Date

$P(n,6) = 6P(n,4)$

$$\frac{n}{(n-6)!} = 6\,\frac{n!}{(n-4)!}$$

$$\frac{n\times(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)\cancel{(n-6)!}}{\cancel{(n-6)!}} = \frac{6n\times(n-1)(n-2)(n-3)\cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}}$$

$(n-4)(n-5) = 6 \Rightarrow n^2-9n+20=6 \Rightarrow n^2-9n+14=0$

$\Rightarrow$ از روش Δ $\begin{cases} x_1=7 & \text{ق ق} \\ x_2=2 & \text{غ ق ق} \end{cases}$

جای n عدد ۷ می‌گذاریم

$$\frac{7!}{(7-6)!} = 6\,\frac{7!}{(7-4)!} \Rightarrow 7! = 6\times\frac{\overset{3\times2\times1}{\cancel{3!}}\times4\times5\times6\times7}{\cancel{3!}}$$

$7! = 7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 \Rightarrow 7!=7!$ ✓

$P(7,4) = nP(4,2)$　　　　$n=?$　　　　تمرین

$$\frac{7!}{(7-4)!} = n\,\frac{4!}{(4-2)!}$$

$$\frac{\cancel{3!}\times4\times5\times\cancel{6}\times7}{\cancel{3!}} = n\times\frac{\cancel{2!}\times3\times4}{\cancel{2!}} \Rightarrow 70=n$$

ترکیب: اگر در انتخاب r شیء از n شیء $(r\leq n)$، ترتیب انتخاب‌ها مهم نباشد آنگاه این نوع انتخاب را ترکیب نامیده و با $\binom{n}{r}=C(n,r)$ نمایش می‌دهیم. بر این اساس هنگامی که جایگشت های r تایی از n شیء متمایز موجود باشند آنگاه ترکیب آنها عبارتست از

$$C(n,r)=\binom{n}{r}=\frac{P(n,r)}{r!}=\frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{\frac{r!}{1}}=\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

MICRO

* از یک گروه متشکل از ۵ پزشک و ۴ پرستار چند کمیته ۳ نفره می‌توان تشکیل داد؟

$n = 4 + 5 = 9 \qquad r = 3 \quad (r \leq n)$

$$C(9,3) = \frac{9!}{(9-3)! \times 3!} = \frac{\cancel{6!} \times 7 \times 8 \times 9}{\cancel{6!} \times 3 \times 2 \times 1} = 84$$

* در مثال قبل اگر کمیته ۳ نفری متشکل از ۲ پزشک و یک پرستار باشد آنگاه چند کمیته می‌توان انتخاب نمود؟

$$\left.\begin{array}{l} D = 5 \\ N = 4 \end{array}\right\} r = 3 \rightarrow \begin{array}{l} D_1 = 2 \\ N_1 = 1 \end{array}$$

$$\binom{5}{2}\binom{4}{1} = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!} \times \frac{4!}{(4-1)! \times 1!} = \frac{\cancel{3!} \times 4 \times 5}{\cancel{3!} \times 2} \times \frac{3! \times 4}{3! \times 1} = 40$$

* در یک کارگاه شیرینی پزی ۹ کارگر مشغول به کار هستند که ۵ نفر از آنها مرد بوده و بقیه زن می‌باشند. به چند طریق می‌توان یک گروه ۴ نفری از میان کارگران انتخاب نمود که حداقل ۲ نفر از آنها زن باشند.

$n = 9 \qquad$ مرد $= 5$

$r = 4 \qquad$ زن $= 5 - 9 = 4 \qquad$ حداقل ۲ زن

$$\binom{4}{2}\binom{5}{2} + \binom{4}{3}\binom{5}{1} + \binom{4}{4}\binom{5}{0} = \left(\frac{4!}{(4-2)! \times 2!} \times \frac{5!}{(5-2)! \times 2!}\right) + \left(\frac{4!}{(4-3)! \times 3!} \times \frac{5}{(5-1)! \times 1!}\right)$$

$$+ \left(\frac{4!}{(4-4)! \times 4!} \times \frac{5!}{(5-0)! \times 0!}\right) = \left(\frac{2! \times 3 \times 4}{2! \times 2} \times \frac{3! \times 4 \times 5}{3! \times 2}\right) + \left(\frac{3! \times 4}{1! \times 3!} \times \frac{4! \times 5}{4! \times 1!}\right)$$

$$+ \left(\frac{4!}{0! \times 4!} \times \frac{5!}{5! \times 0!}\right) = 60 + 20 + 1 = 81$$

Subject: Date

حداکثر ۲ زن:

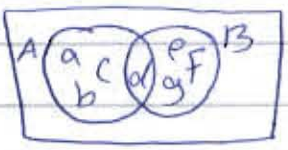
$$\binom{4}{2}\binom{5}{2}+\binom{4}{1}\binom{5}{3}+\binom{4}{0}\binom{5}{4}$$

$$=\left(\frac{4!}{(4-2)!\times2!}\times\frac{5!}{(5-2)!\times2!}\right)+\left(\frac{4!}{(4-1)!\times1!}\times\frac{5!}{(5-3)!\times3!}\right)+\left(\frac{4!}{(4-0)!\times0!}\times\frac{5!}{(5-4)!\times4!}\right)$$

$$=\left(\frac{4\times3\times2!}{2!\times2!}\times\frac{3!\times4\times5}{3!\times2!}\right)+\left(\frac{3!\times4}{3!\times1!}\times\frac{3!\times4\times5}{2!\times3!}\right)+\left(\frac{4!}{4!\,0!}\times\frac{4!\times5}{1!\times4!}\right)$$

$$=(3\times2\times2\times5)+(4\times2\times5)+(5)=60+40+5=105$$

اصل شمول وطرد:



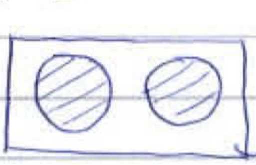
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$
$$=4+4-1=7$$

فرض کنید مجموعه های A و B با یکدیگر اشتراک داشته باشند. آنگاه چون عناصر مشترک بین مجموعه های A و B دوبار در شمارش درنظر گرفته می‌شود (شامل می‌شود) بنابه اینکه تکرار در تعداد اعضای مجموعه هیچ تأثیری روی اجتماع مجموعه ها ندارد یک مرتبه از عناصر مشترک را حذف می‌کنیم (طرد می‌کنیم).

فرض کنید U و n یک مجموعه مرجع و مجموعه های متناهی و دلخواه A و B موجود باشند. آنگاه

با شرط اینکه این دو مجموعه با یکدیگر هیچ اشتراکی نداشته باشند آنگاه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه

به صورت زیر خواهد بود.



$A\cap B=\varnothing$

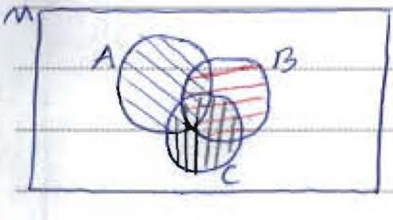
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$$

اصل شمول وطرد برای سه مجموعه دلخواه A و B و C :

فرض کنیم M (U) مجموعه جهانی بوده و مجموعه های A، B و C دلخواه باشند. حال با شرط

اینکه این سه مجموعه با یکدیگر اشتراک داشته باشند آنگاه اصل شمول وطرد برای این

Subject: Data:



سه مجموعه به صورت زیر خواهد بود.

$n(A\cup B\cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A\cap B) - n(B\cap C) - n(A\cap C) + n(A\cap B\cap C)$

* با فرض اینکه مجموعه‌های دلخواه A، B و C به ترتیب دارای ۹، ۵ و ۸ عضو باشند

و نیز داشته باشیم $n(A\cap B)=3$ ، $n(A\cap C)=6$ ، $n(B\cap C)=2$ ، $n(A)=9$ ، $n(B)=5$ ، $n(C)=8$ و $n(A\cup B\cup C)=12$ آنگاه تعداد اعضای اشتراک این سه مجموعه را بدست آورید.

بنابر اصل شمول و طرد داریم:

$$n(A\cup B\cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A\cap B) - n(A\cap C) - n(B\cap C) + n(A\cap B\cap C) \Rightarrow 12 = 9 + 5 + 8 - 3 - 6 - 2 + n(A\cap B\cap C)$$

$$\Rightarrow n(A\cap B\cap C) = 12 - 11 = 1$$

* فرض کنید مجموعه $X=\{1,2,\ldots,600\}$ را داشته باشیم، آنگاه تعداد اعداد متعلق به مجموعه X را طوری بیابید که بر اعداد ۳ یا ۵ یا ۷ بخش پذیر نیستند.

$n(X) = 600$

$n(A) = \left[\frac{600}{3}\right] = 200$

$n(B) = \left[\frac{600}{5}\right] = 120$

$n(C) = \left[\frac{600}{7}\right] = 85$

$n(A\cap B) = \left[\frac{600}{3\times 5}\right] = \left[\frac{600}{15}\right] = 40$

$n(A\cap C) = \left[\frac{600}{3\times 7}\right] = \left[\frac{600}{21}\right] = 28$

$n(B\cap C) = \left[\frac{600}{5\times 7}\right] = \left[\frac{600}{35}\right] = 17$

$n(A\cap B\cap C) = \left[\frac{600}{3\times 5\times 7}\right] = \left[\frac{600}{105}\right] = 5$

Subject: Date

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C)$$
$$+ n(A \cap B \cap C) = \text{۲۰۰} + \text{۱۲۰} + \text{۸۵} - \text{۴۰} - \text{۱۷} - \text{۲۸} + \text{۵} = \text{۳۲۵}$$

$$(n(A \cup B \cup C))' = n(X) - n(A \cup B \cup C) = \text{۶۰۰} - \text{۳۲۵} = \text{۲۷۵}$$