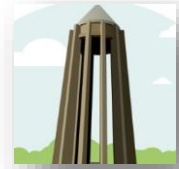


درسنامه و آزمون
ریاضی پایه ششم
فصل دوم



وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان همدان
معاونت آموزش ابتدایی
اداره تکنولوژی و گروه‌های آموزشی



۲
کسر



تعداد دانش‌آموزان ایرانی در سال ۱۳۹۴، حدود ۱۴ میلیون نفر و جمعیت کشورمان در آن سال حدود ۸۰ میلیون نفر بود.
بنابراین نزدیک به $\frac{1}{7}$ جمعیت ایران در سال ۱۳۹۴ را دانش‌آموزان تشکیل می‌دادند.

نگاه کلی به فصل دوم: کسر

این فصل شامل چهار درس است.

درس اول، علاوه بر یادآوری جمع و تفریق کسرها و اعداد مخلوط که دانش آموزان در سال گذشته آموخته اند، آن ها با کوچک ترین مخرج و مضرب مشترک آشنا می شوند.

درس دوم، به ضرب کسرها اختصاص دارد. در این درس ضمن یادآوری ضرب کسرها و اعداد مخلوط، معکوس یک عدد معرفی می شود. همچنین روش دیگری برای یافتن جزء مجهول در تساوی کسرها ارائه می گردد.

درس سوم، به تقسیم کسرها اختصاص یافته است. در سال گذشته دانش آموزان با تقسیم عدد صحیح بر عدد صحیح، عدد صحیح بر کسر و کسر بر عدد صحیح آشنا شده اند.

در این درس ضمن یادآوری این مفاهیم، تقسیم کسر بر کسر؛ ابتدا با کسرهایی با مخرج های مساوی و سپس با مخرج های نامساوی آموزش داده می شود.

درس چهارم، محاسبات با کسر را شامل می شود. در این درس دانش آموزان می آموزند زمانی که بالا و پایین خط کسری دو یا چند عمل جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم باشد، حاصل صورت و مخرج را جداگانه محاسبه نمایند و حاصل صورت را بر مخرج تقسیم نمایند.

در این درس همچنین بر روش های مختلف مقایسه اعداد و استفاده از راهبرد رسم شکل در حل مسائل کسر تأکید شده است.

اهداف درس اول جمع و تفریق کسرها ریاضی ششم

۱ - یادآوری مفهوم واحد، کسر و عدد مخلوط

۲ - یادآوری جمع و تفریق کسرها و اعداد مخلوط در حالات مختلف (مخرج های مساوی، مخرج یک کسر مضربی از مخرج دیگری و مخرج کسرها نسبت به هم اول)

۳ - یافتن کوچک ترین مخرج مشترک در جمع و تفریق کسرهایی که مخرج آنها نسبت به هم اول نیست.

اهداف درس دوم ضرب کسرها ریاضی ششم

۱ - یادآوری ضرب کسرها و اعداد مخلوط

۲ - به دست آوردن معکوس هر عدد غیر صفر

۳ - روش دیگری برای یافتن جزء مجهول در تساوی کسرها بدون ساده کردن آنها

اهداف درس سوم تقسیم کسرها ریاضی ششم

۱ - تقسیم دو کسر با مخرج های مساوی بر هم

۲ - تقسیم دو کسر با مخرج های نامساوی بر هم

اهداف درس چهارم محاسبات با کسر ریاضی ششم

۱ - پیدا کردن حاصل عبارت کسری زمانی که بالا و پایین خط کسری از دو یا چند عمل جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم حاصل شده باشد

۲ - به کارگیری روش های مختلف در مقایسه اعداد

۳ - استفاده از راهبرد رسم شکل در حل مسائل

فصل دوم: کسر

درس اول - جمع و تفریق کسرها

مفهوم کسر

به جزئی یا قسمتی از یک واحد کامل، کسری از آن واحد گفته می شود، بنابراین کسری از کل یعنی جزئی یا

مثال: $3 = \frac{3}{1}$

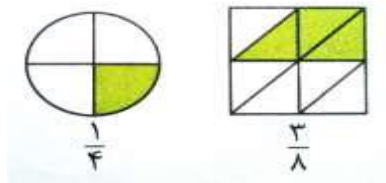
مثال: $\frac{4}{4} = 1$

مثال: $\frac{0}{99} = 0$

قسمتی از آن کل. هر عدد صحیح، برابر با کسری با مخرج یک است.

کسری که صورت و مخرج آن برابر باشد مساوی با یک می شود.

اگر صورت کسری صفر باشد آن کسر برابر صفر است.



در شکل مقابل $\frac{1}{4}$ دایره و $\frac{3}{8}$ مربع رنگ شده است.

$\frac{1}{4}$ یعنی یک قسمت از ۴ قسمت مساوی.

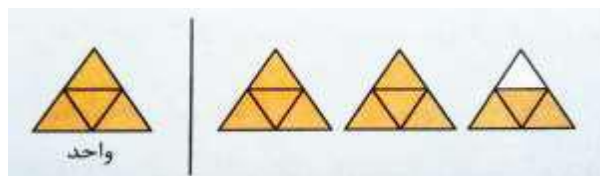
$\frac{3}{8}$ یعنی سه قسمت از ۸ قسمت مساوی.

عدد مخلوط

اگر صورت کسر بزرگ تر از واحدی، بر مخرجش بخش پذیر نباشد، آن کسر را می توان به صورت عدد مخلوط

(ترکیبی از عدد صحیح و کسر) نوشت.

مثال: عدد مخلوط $2\frac{3}{4}$ را به وسیله ی شکل نمایش دهید.



عدد مخلوط $2\frac{3}{4}$ با کسر $\frac{11}{4}$ برابر است.

نکته: شکل درست یک عدد مخلوط، این است که حتما کسر نوشته شده در عدد مخلوط، کوچک تر از واحد باشد.

مثال: شکل درست عدد مخلوط $3\frac{5}{2}$ را بنویسید.

$$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \rightarrow 3\frac{5}{2} = 3 + 2\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$$

کسرهای مساوی

اگر صورت و مخرج کسری را در عدد طبیعی بزرگ تر از ۱ ضرب و یا بر عدد طبیعی بزرگ تر از یک تقسیم کنیم، کسری مساوی کسر اولیه به دست می آید.

Three examples of equivalent fractions with arrows showing multiplication of numerator and denominator by the same factor:

- $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ (multiplied by 2)
- $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ (multiplied by 3)
- $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ (multiplied by 4)

پس کسر $\frac{3}{4}$ با کسر $\frac{15}{20}$ برابر است.

Example of equivalent fractions with arrows showing division of numerator and denominator by the same factor:

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

(divided by 5)

برای هر کسر، بی شمار کسر مساوی می توان نوشت:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{21}{28} = \dots$$

کوچک ترین مخرج مشترک دو یا چند کسر

اگر دو یا چند کسر داشته باشیم و بزرگ ترین مخرج این کسرها، بر بقیه ی مخرج ها بخش پذیر باشد، همان مخرج بزرگ تر، کوچک ترین مخرج مشترک کسرها می شود.

کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ را بنویسید.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18}$$

همان طور که می بینید، عدد ۱۲ کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر است.

روش بهتر برای یافتن کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر، این است که اگر بزرگ ترین مخرج بر دیگر مخرج ها بخش پذیر نبود،

آن را در عدد های ۲، ۳، ۴، ۵، به ترتیب ضرب کنیم تا جایی که بر مخرج یا مخرج های دیگر بخش پذیر شود.

کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر $\frac{4}{15}$ و $\frac{3}{10}$ را بیابید

پاسخ: عدد ۳۰ بر ۱۰ بخش پذیر است، پس کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر $\frac{4}{15}$ و $\frac{3}{10}$ عدد ۳۰ است.

$$15 \times 2 = 30 \rightarrow$$

مقایسه ی کسرها

الف: اگر دو کسر دارای مخرج های مساوی باشند، کسری بزرگ تر است که صورتش بزرگ تر باشد.

$$\frac{5}{7} > \frac{2}{7} \qquad \frac{3}{11} < \frac{9}{11}$$

ب: اگر دو کسر دارای صورت های مساوی باشند، کسری بزرگ تر است که مخرجش کوچک تر باشد.

$$\frac{3}{4} > \frac{3}{5} \qquad \frac{9}{5} < \frac{9}{2}$$

ج: اگر دو کسر، نه صورت های برابر و نه مخرج های برابر داشته باشند، ابتدا دو کسر را هم مخرج و یا هم صورت می کنیم و سپس

آن ها را مقایسه می کنیم.

$$\frac{3}{4} \text{ (دایره صورتی)} \quad \frac{5}{6} \text{ (دایره نارنجی)} \longrightarrow \frac{3 \times 3}{4 \times 3} \text{ (دایره صورتی)} \quad \frac{5 \times 2}{6 \times 2} \text{ (دایره نارنجی)} \longrightarrow \frac{9}{12} < \frac{10}{12}$$

(در این جا دو کسر را هم مخرج کرده ایم.)

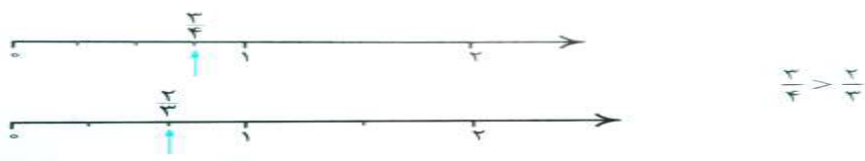
نکته: برای مقایسه ی دو کسر که صورت های آن ها برابر نباشند و مخرج های آن ها نیز برابر نباشند، از روش ساده تری به نام روش ضرب در ی یا طرفین وسطین می توان استفاده کرد.

$$\frac{5}{7} \text{ (دایره صورتی)} \quad \frac{4}{6} \text{ (دایره صورتی)} \longrightarrow \frac{5 \times 6 = 30}{7 \times 6 = 42} > \frac{4 \times 7 = 28}{6 \times 7 = 42} \longrightarrow \frac{5}{7} > \frac{4}{6}$$

مقایسه ی کسرها توسط محور

در این روش دو محور رسم می کنیم که دقیقاً واحدهای هم اندازه داشته باشند و صفرهای دو محور دقیقاً زیر هم قرار گیرند.

کسرهایی $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ را روی محور مقایسه کنید.



$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

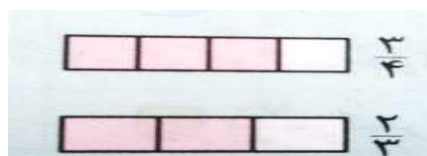
مقایسه ی دو کسر توسط شکل

در این روش دو واحد برابر انتخاب می کنیم و سپس با توجه به مخرج کسرها، آن ها را به قسمت های مساوی

تقسیم کرده و سپس کسرها را روی شکل مشخص و مقایسه می کنیم. مثال: کسرهایی $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ را با شکل مقایسه کنید.

طبق شکل مقابل:

$$\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$



جمع و تفریق کسرها

به طور کلی در جمع و تفریق کسرها، باید مخرج ها مساوی باشند و اگر مخرج ها مساوی نبودند، با استفاده از کوچک ترین مخرج مشترک آن ها، مخرج هایشان را مساوی می کنیم.

مثال: حاصل جمع و تفریق های زیر را حساب کنید.

$\text{الف)} \quad \frac{2}{13} + \frac{4}{13} =$ $\text{ب)} \quad \frac{2}{13} + \frac{4}{13} = \frac{2+4}{13} = \frac{6}{13}$	$\text{ج)} \quad \frac{4}{9} + \frac{2}{9} =$ $\text{د)} \quad \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4+2}{9} = \frac{6}{9}$	$\text{ه)} \quad \frac{6}{11} - \frac{4}{11} =$ $\text{و)} \quad \frac{6}{11} - \frac{4}{11} = \frac{6-4}{11} = \frac{2}{11}$
---	---	---

مثال: حاصل عبارت های زیر را حساب کنید و به ساده ترین صورت بنویسید.

$\text{الف)} \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} =$ $\text{ب)} \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} =$ $\text{ج)} \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ $\text{د)} \quad \frac{4}{9} - \frac{2}{15} = \frac{20}{45} - \frac{6}{45} = \frac{20-6}{45} = \frac{14}{45}$	$\text{ه)} \quad \frac{4}{9} - \frac{2}{15} =$
--	--

کسرهای مساوی

اگر صورت و مخرج کسری را در عددی طبیعی ضرب کنیم، کسری مساوی با آن به دست می آید. به این ترتیب می توانیم بی شمار کسر مساوی با یک کسر بنویسیم.

$$\frac{5}{7} = \frac{10}{14} = \frac{15}{21} = \frac{20}{28} = \dots = \frac{45}{63} = \dots$$

$\xrightarrow{\times 2}$ $\xrightarrow{\times 3}$ $\xrightarrow{\times 4}$ $\xrightarrow{\times 9}$

هم مخرج کردن کسرها با استفاده از نوشتن کسرهای مساوی

در این روش از هم مخرج کردن دو کسر، باید کسرهای مساوی با هر یک از کسرها را بنویسیم، تا جایی که به کسرهای هم مخرج برسیم. مثال: به مثال های زیر توجه کنید.

(الف) $\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{15}{12} + \frac{2}{12} = \frac{15+2}{12} = \frac{17}{12}$

$\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$ $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$

$\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{30}{24} + \frac{4}{24} = \frac{30+4}{24} = \frac{34}{24}$

$\frac{5}{4} = \frac{30}{24}$ $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$

اگر نوشتن کسرهای مساوی را ادامه دهیم، به کسرهای هم مخرج $\frac{4}{24}$ و $\frac{30}{24}$ می رسیم که با جمع این دو کسر و ساده کردن جواب جمع، مجدداً به همان جواب قبلی می رسیم.

در مثال بالا، عددهای ۱۲ و ۲۴ مخرج های مشترک دو کسر $\frac{5}{4}$ و $\frac{1}{6}$ هستند ولی به عدد ۱۲، کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر هم گفته می شود که استفاده از این عدد باعث ساده تر شدن محاسبات می گردد.

(ب) $\frac{7}{12} - \frac{5}{18} = \frac{21}{36} - \frac{10}{36} = \frac{11}{36}$

$\frac{7}{12} = \frac{14}{24} = \frac{21}{36}$ $\frac{5}{18} = \frac{10}{36}$

بنابراین برای انجام جمع و تفریق دو کسر با مخرج های نابرابر، بهتر است ابتدا کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر را بیابیم، سپس جمع یا تفریق را انجام دهیم.

نوشتن مضرب های هر یک از مخرج ها

در این روش ابتدا مضرب های هر یک از مخرج ها را می نویسیم. اولین مضرب مشترک بین آن ها، همان کوچک ترین مخرج مشترک کسرها خواهد شد. مثال: به مثال های زیر دقت کنید.

(الف) $\frac{5}{9} + \frac{7}{6}$

عدد ۱۸ کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر است. \Rightarrow

مضرب های ۹: ۹, ۱۸, ۲۷, ۳۶, ...

مضرب های ۶: ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ...

محاسبه جمع: $\frac{5 \times 2}{9 \times 2} + \frac{7 \times 3}{6 \times 3} = \frac{10}{18} + \frac{21}{18} = \frac{31}{18}$

(ب) $\frac{2}{15} - \frac{3}{25}$

عدد ۷۵ کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر است. \Rightarrow

مضرب های ۱۵: ۱۵, ۳۰, ۴۵, ۶۰, ۷۵, ...

مضرب های ۲۵: ۲۵, ۵۰, ۷۵, ۱۰۰, ...

محاسبه تفریق: $\frac{2 \times 5}{15 \times 5} - \frac{3 \times 3}{25 \times 3} = \frac{10}{75} - \frac{9}{75} = \frac{1}{75}$

جمع و تفریق عددهای مخلوط

برای انجام جمع یا تفریق دو عدد مخلوط، ابتدا قسمت صحیح هر دو عدد را با توجه به علامت بین عددها، با هم جمع، یا از هم کم می کنیم، سپس قسمت های کسری را پس از هم مخرج کردن آن ها، با توجه به علامت بین عددها، با هم جمع، یا از هم کم می کنیم.

مثال: به مثال های زیر دقت کنید.

$$\text{الف) } 2\frac{3}{8} + 3\frac{5}{6} = 5\frac{3 \times 3}{8 \times 3} + \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = 5\frac{9}{24} + \frac{20}{24} = 5\frac{29}{24}$$

مضرب های ۸: ۸, ۱۶, ۲۴, ۳۲, ...

مضرب های ۶: ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ...

کوچک ترین مخرج مشترک بین دو کسر است. \Rightarrow

$$5\frac{29}{24} = 5 + 1\frac{5}{24} = 6\frac{5}{24}$$

نکته: اگر در جمع اعداد مخلوط، قسمت کسری حاصل جمع، عددی بزرگ تر از واحد شود، باید آن کسر را نیز به عدد مخلوط تبدیل، و با قسمت صحیح قبلی جمع کنیم.

$$\text{ب) } 3\frac{1}{24} - 2\frac{3}{16} = 1\frac{1 \times 2}{24 \times 2} - \frac{3 \times 3}{16 \times 3} = 1\frac{2}{48} - \frac{9}{48} = \frac{50}{48} - \frac{9}{48} = \frac{41}{48}$$

تبدیل به کسر

مضرب های ۲۴: ۲۴, ۴۸, ۷۲, ...

مضرب های ۱۶: ۱۶, ۳۲, ۴۸, ...

کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر است. \Rightarrow

همان طور که ملاحظه نمودید، گاهی اوقات در تفریق دو عدد مخلوط، بعد از تفریق قسمت صحیح آن ها، قسمت کسری اولین عدد از قسمت کسری دومین عدد کوچک تر می شود و به این ترتیب، تفریق امکان پذیر نمی باشد.

در چنین مواقعی یک از روش های تفریق این است که مانند مثال بالا، عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم، سپس عملیات تفریق را انجام دهیم.

۱ - با توجه به آنچه از کسر آموخته اید، مثال هایی از کسر در اطراف خود طرح و با دانش آموزان دیگر در این باره گفت و گو کنید. کسری از حیاط دبستان که باغچه است - کسری از لیوان که آب دارد - کسری از کیک که خورده شده است و...

۲ - در جدول زیر کسر یا عدد مخلوط مناسب را بنویسید و شکل های لازم را رسم یا رنگ کنید. آخرین سطر را به دلخواه خودتان کامل کنید.

واحد	مقدار رنگ شده	عدد مخلوط	کسر
		$3\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$
		ندارد	$\frac{2}{3}$
		$1\frac{3}{4}$	$\frac{7}{4}$
		$2\frac{4}{5}$	$\frac{14}{5}$
		$3\frac{1}{4}$	$\frac{13}{4}$
		ندارد	$\frac{1}{6}$

۳ - حاصل جمع و تفریق ها را پیدا کنید. هر جا لازم است عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{2}{15}$$

$$7 - 3\frac{1}{4} = \frac{7}{1} - \frac{13}{4} = \frac{28}{4} - \frac{13}{4} = \frac{15}{4}$$

$$3\frac{1}{2} + \frac{5}{7} = \frac{7}{2} + \frac{5}{7} = \frac{49}{14} + \frac{10}{14} = \frac{59}{14}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$5\frac{2}{3} - 1 = \frac{17}{3} - \frac{1}{1} = \frac{17}{3} - \frac{3}{3} = \frac{14}{3}$$

$$2\frac{3}{5} + 4\frac{2}{10} = \frac{13}{5} + \frac{42}{10} = \frac{26}{10} + \frac{42}{10} = \frac{68}{10}$$

فعالیت



ناهید دیروز دیروز $\frac{3}{4}$ و امروز $\frac{5}{6}$ لیتر شیر نوشیده است

او می خواهد بداند در این دو روز روی هم چند لیتر شیر نوشیده است .

راه حل او و دوستش را توضیح دهید . هر جا که لازم است راه حل را کامل کنید.

الف) ناهید ابتدا کسرهای مساوی $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ را با مخرج های برابر پیدا کرد

و بعد پاسخ را به دست آورد:

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24} \quad \frac{5}{6} = \frac{20}{24}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{18}{24} + \frac{20}{24} = \frac{38}{24} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12} \text{ لیتر}$$

ب) مهدیه به روش دیگری عمل کرد . روش او و ناهید را با هم مقایسه کنید.

مهدیه ، مانند ناهید بین دو کسر ، مخرج مشترک پیدا کرده ؛ ولی چون مخرج مشترک مهدیه کوچکتر است ، ساده تر و سریع

تر حل می شود.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12} \text{ لیتر}$$

پ) شما کار مهدیه را ادامه دهید و کسرهای مساوی $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ را بنویسید

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{21}{28} = \frac{24}{32} = \frac{27}{36}$$

کسرهای مساوی چگونه به دست آمده اند؟

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30} = \frac{30}{36}$$

در کسرهای بالا دو کسر دیگر با مخرج های برابر پیدا کنید که با $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ برابر باشند سپس آنها را با هم جمع و نتیجه را با (الف)

و (ب) مقایسه کنید

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{27}{36} + \frac{25}{36} = \frac{52}{36} = \frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$$

پاسخ ها در هر سه روش برابر هستند . ولی با کوچکترین مخرج مشترک ، حل مساله ساده تر و سریع تر است

برای جمع $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ ابتدا دو کسر مساوی با مخرج‌های برابر به دست آوریم. هر یک از اعداد ۱۲، ۲۴ و ۳۶ را یک **مخرج مشترک** دو کسر می‌نامیم.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \begin{cases} \frac{9}{12} + \frac{10}{12} \\ \frac{18}{24} + \frac{20}{24} \\ \frac{27}{36} + \frac{30}{36} \end{cases}$$

عدد ۱۲ **کوچک‌ترین مخرج مشترک** دو کسر است و محاسبات را ساده‌تر می‌کند. برای جمع یا تفریق دو کسر با مخرج‌های نابرابر بهتر است ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر را پیدا کنیم و سپس جمع یا تفریق را انجام دهیم.

کار در کلاس

۱- ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر را مانند نمونه پیدا کنید و سپس جمع یا تفریق را انجام دهید.

$$\frac{5}{18} + \frac{1}{12} = \frac{10}{36} + \frac{3}{36} = \frac{13}{36}$$

با توجه به فعالیت قبل کافی است مضرب‌های ۱۸ و ۱۲ را به دست آوریم:

مضرب‌های ۱۸: ۱۸، ۳۶، ۵۴، ...

مضرب‌های ۱۲: ۱۲، ۲۴، ۳۶، ...

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۳۶ است.

یعنی کوچک‌ترین مخرج مشترک ۱۸ و ۱۲ عدد ۳۶ است.

$$\begin{aligned} \frac{5}{18} + \frac{1}{12} &= \frac{10}{36} + \frac{3}{36} = \frac{13}{36} \\ \frac{3}{10} - \frac{4}{15} &= \frac{9}{30} - \frac{8}{30} = \frac{1}{30} \\ \frac{7}{24} + \frac{5}{16} &= \frac{14}{48} + \frac{15}{48} = \frac{29}{48} \\ \frac{5}{12} - \frac{1}{9} &= \frac{15}{36} - \frac{4}{36} = \frac{11}{36} \end{aligned}$$

۲- حاصل جمع یا تفریق عددهای مخلوط را به دست آورید. اگر لازم است عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید:

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{4} + 1\frac{5}{6} &= \frac{11}{4} + \frac{11}{6} = \frac{33}{12} + \frac{22}{12} = \frac{55}{12} = 4\frac{7}{12} \\ 2\frac{1}{12} - \frac{3}{16} &= \frac{25}{12} - \frac{3}{16} = \frac{100}{48} - \frac{9}{48} = \frac{91}{48} = 1\frac{43}{48} \end{aligned}$$

تمرین

۱ - حاصل جمع یا تفریق های زیر را به دست آورید:

$$\frac{7}{10} + \frac{3}{4} = \frac{14}{20} + \frac{15}{20} = \frac{29}{20} = 1\frac{9}{20}$$

$$\frac{8}{9} - \frac{1}{3} = \frac{8}{9} - \frac{3}{9} = \frac{5}{9}$$

$$7 - 3\frac{1}{5} = \frac{7}{1} - \frac{16}{5} = \frac{35}{5} - \frac{16}{5} = \frac{19}{5} = 3\frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{21} + \frac{5}{6} = \frac{4}{42} + \frac{35}{42} = \frac{39}{42}$$

$$5\frac{11}{12} - 5\frac{4}{9} = \frac{33}{36} - \frac{16}{36} = \frac{17}{36}$$

$$1\frac{1}{18} + 2\frac{1}{8} = 3\frac{4}{72} + \frac{9}{72} = 3\frac{13}{72}$$

۲ - اعداد زیر را از کوچک به بزرگ (و از چپ به راست) مرتب کنید:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, 1, \frac{1}{18}, 5$$

$$\frac{1}{18} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} \quad \frac{5}{6} < 1 < 5$$

۳ - حاصل $\frac{99}{100} + \frac{5}{8}$ به کدام یک از عددهای زیر نزدیک تر است؟

الف) $\frac{9}{9}$

ب) ۵

ج) $\frac{1}{5}$

د) ۱۰

ه) ۳

زیرا، $\frac{99}{100}$ به ۱ و $\frac{5}{8}$ به $\frac{1}{5}$ نزدیک است. راه دیگر: هم مخرج کردن کسرها

۴ - طول یک باغچه ی مستطیل شکل $2\frac{1}{10}$ متر و عرض آن $1\frac{1}{4}$ متر است. محیط و مساحت این باغچه را به دست آورید.



$$\text{طول+عرض} = 2\frac{1}{10} + 1\frac{1}{4} = 3\frac{7}{20}$$

$$\text{محیط} = 3\frac{7}{20} \times 2 = 6\frac{7}{10}$$

$$\text{مساحت} = 2\frac{1}{10} \times 1\frac{1}{4} = 2\frac{5}{8}$$

۵ - کدام یک درست و کدام یک نادرست محاسبه شده است؟ هر جا لازم است راه حل را اصلاح کنید.

درست $\frac{7}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7+3}{5} = \frac{10}{5} = 2$

نادرست $\frac{3}{15} + \frac{3}{20} = \frac{3}{15+20} = \frac{3}{35}$

$\frac{12}{60} + \frac{9}{60} = \frac{21}{60} = \frac{7}{20}$

۶- برای جمع روبه رو یک مسئله بنویسید و آن را حل کنید:

برای تهیه یک پرتقالی به $\frac{5}{12}$ کیلوگرم آرد و برای تهیه کلوچه به $\frac{7}{10}$ کیلوگرم آرد نیاز داریم. روی هم چه مقدار آرد نیاز داریم؟

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{10} = \frac{25}{60} + \frac{42}{60} = 1\frac{7}{60}$$



۷- دو نیکوکار هر کدام $\frac{1}{3}$ دارایی خود را برای ساختن

مدرسه اهدا کردند. آیا به طور قطعی می توان گفت مقدار پول

اهدا شده توسط این دو نفر مساوی است؟ مثال بزنید. از رسم شکل

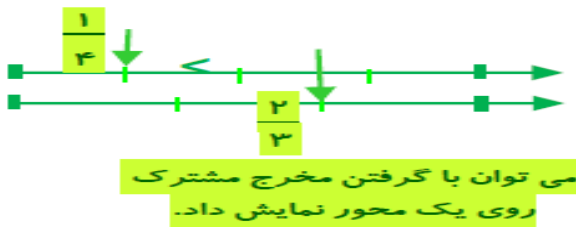
هم می توانید کمک بگیرید. خیر - به شرطی مساوی می شود

که دارایی این دو نفر یکسان باشد.



۸- دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$ را به سه روش مقایسه کنید.

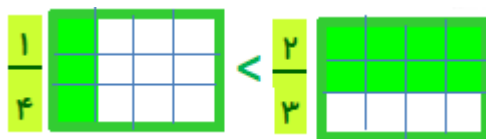
الف) به کمک محور اعداد



ب) با مخرج مشترک گرفتن

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} < \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

پ) با رسم شکل



۹- در جاهای خالی اعدادی بنویسید که رابطه درست باشد.

$$\frac{2}{3} \times \boxed{3} = \frac{1}{4} \times \boxed{8}$$

$$\frac{2}{3} \times \boxed{3} < \frac{1}{4} \times \boxed{9}$$

$$\frac{2}{3} \times \boxed{4} > \frac{1}{4} \times \boxed{8}$$



ضرب کسرها

در ضرب دو یا چند کسر، باید صورت ها را در هم ضرب کنیم و در صورت کسر حاصل ضرب قرار دهیم و مخرج ها را نیز در هم ضرب کنیم و در مخرج کسر حاصل ضرب قرار دهیم.

مثال: حاصل ضرب های زیر را حساب کنید.

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{11} = \frac{4 \times 5}{7 \times 11} = \frac{20}{77}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7} = \frac{48}{105}$$

نکته: در ضرب کسرها، اگر بتوانیم صورت کسرها را با مخرج آن ها ساده کنیم، بهتر است که ابتدا این کار را انجام

دهیم و سپس حاصل ضرب را حساب کنیم. این کار سرعت و دقت محاسبه را افزایش می دهد و نیازی به ساده کردن کسر حاصل نیز نمی باشد.

مثال: حاصل ضرب های زیر را حساب کنید.

$$\frac{12}{15} \times \frac{25}{18} = \frac{2 \times 2}{3 \times 3} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9} = 1 \frac{1}{9}$$

$$\frac{14}{55} \times \frac{22}{35} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

ضرب عددهای مخلوط

برای ضرب اعداد مخلوط از راه محاسبه، ابتدا اعداد مخلوط را به کسر تبدیل می کنیم و سپس کسرها را در هم ضرب می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

$$3 \frac{2}{5} \times 2 \frac{2}{9} = \frac{18}{5} \times \frac{20}{9} = \frac{8}{1} = 8$$

$$2 \frac{3}{4} \times 5 \frac{7}{11} = \frac{11}{2} \times \frac{64}{11} = \frac{31}{2} = 15 \frac{1}{2}$$

هرگاه حاصل ضرب دو عدد مساوی ۱ باشد، آن دو عدد را « معکوس » یکدیگر می گویند. همه ی عددها به جز صفر، معکوس دارند.

برای مشخص کردن معکوس یک کسر، باید جای صورت و مخرج آن را عوض کنیم.

$$\frac{5}{9} \text{ معکوس } \frac{9}{5}$$

$$\frac{3}{4} \text{ معکوس } \frac{4}{3}$$

$$3 = \frac{3}{1} \text{ معکوس } \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{9} \times \frac{9}{5} = 1$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$$

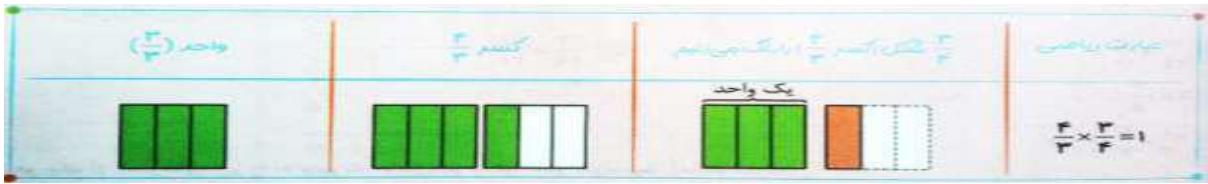
$$3 \times \frac{1}{3} = 1$$

اگر بخواهیم معکوس یک عدد مخلوط را مشخص کنیم، ابتدا باید آن را به شکل کسر در آوریم و سپس کسر را معکوس کنیم.

$$3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4} \text{ معکوس } \frac{4}{13}$$

با استفاده از شکل، تساوی های زیر را کامل کنید.

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = ?$$



نصف یک عدد، یعنی آن عدد ضرب در $\frac{1}{2}$

نصف $\frac{5}{6}$ یعنی

$$\frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

$\frac{2}{3}$ از $\frac{2}{3}$ یعنی $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ که برابر است با: $\frac{1}{3}$

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} = \frac{1}{3}$$

ربع، یعنی آن عدد ضرب در $\frac{1}{4}$

ربع عدد ۸ یعنی:

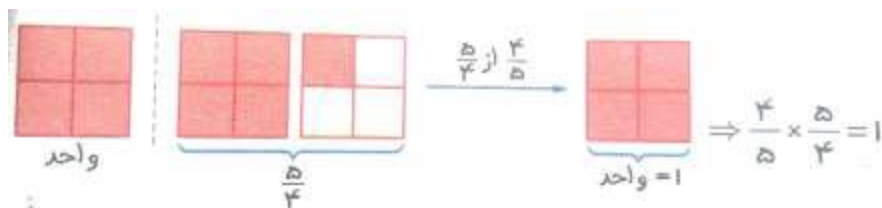
$$8 \times \frac{1}{4} = 2$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$$

$$2 \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = 1$$

$$5 \times \frac{1}{5} = 1$$

مثال ۳: با رسم شکل نشان دهید که $\frac{4}{5}$ و $\frac{5}{4}$ معکوس یک دیگر هستند.



نکته: معکوس معکوس هر عددی برابر خود آن عدد است.

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{5}$$

پیدا کردن مقدار نامعلوم در تساوی ها

به جای علامت سؤال چه عددی باید نوشت؟

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{\square}$$

به عبارت دیگر، اول ۱۵ را بر ۳ تقسیم می کنیم تا بفهمیم که ۳ چند برابر شده است و سپس ۵ را هم در همان عدد ضرب می کنیم، برای حل این گونه سؤالات به روش زیر عمل می کنیم:

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{\square} \rightarrow \square = 5 \times \frac{15}{3} = \frac{5 \times 15}{3} = 25$$

نکته: به طور کلی در تساوی دو کسر مانند $\frac{\triangle}{\square} = \frac{\circ}{\ominus}$ ، برای پیدا کردن مقدار ؟ از رابطه ی زیر استفاده می کنیم.

$$\square = \frac{\triangle \times \ominus}{\circ}$$

مثال ۵: در هر قسمت مقدار ؟ را پیدا کنید.

$$\text{الف) } \frac{15}{45} = \frac{9}{18} \Rightarrow \square = \frac{15 \times 18}{45} = \frac{6}{1} = 6$$

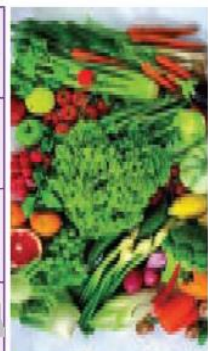
$$\text{ب) } \frac{9}{20} = \frac{21}{35} \Rightarrow \square = \frac{21 \times 20}{35} = \frac{12}{1} = 12$$

ضرب کسرها

فَعَالِیْت

در جدول زیر حل هر مسئله را در سمت چپ بنویسید. در آخرین سطر یک مسئله در مورد ضرب کسرها طرح و آن را حل کنید. مسئله ی خود را با مسئله های دوستانتان مقایسه کنید.

$\frac{2}{3} \times 6 = 4$	بهتر است $\frac{2}{3}$ هر وعده ی غذایی از گیاهان باشد. اگر در خانواده ای در یک وعده ۶ واحد ماده ی غذایی مصرف شود، بهتر است که چه مقدار از گیاهان باشد؟
$2 \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$	برای پختن یک کیک $\frac{3}{4}$ کیلوگرم آرد لازم است. برای پختن ۲ کیک از همان نوع چقدر آرد لازم است؟
$\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$	حدود $\frac{3}{5}$ دانش آموزان ایرانی در دوره ی ابتدایی تحصیل می کنند. اگر $\frac{1}{6}$ آنها در کلاس ششم تحصیل کنند، چه کسری از کل دانش آموزان کلاس ششمی هستند؟
فصل کسر، $\frac{1}{7}$ کتاب ریاضی ششم است. $\frac{1}{4}$ این فصل مربوط به ضرب کسرهاست. چه کسری از کتاب مربوط به ضرب کسرها می باشد؟	



$$\frac{1}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{28}$$

کار در کلاس

حاصل ضرب های زیر را به دست آورید. هر جا امکان دارد پاسخ را ساده کنید.

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{28}{24} = \frac{7}{6} = \frac{1}{6} \times \frac{7}{1} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{10} = 1$$

$$8 \times \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{14} = \frac{10}{42} = \frac{5}{21}$$

$$\frac{3}{5} \times 5 = \frac{15}{5} = 3$$

$$5 \frac{1}{3} \times 3 \frac{1}{8} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

$$6 \frac{3}{4} \times \frac{8}{54} = \frac{2}{9} = \frac{2}{9}$$

فعالیت

در جدول زیر یک عدد از سطر اول و یک عدد از سطر دوم انتخاب کنید؛ به طوری که حاصل ضرب آنها برابر ۱ شود. هر جفت از این اعداد را با یک رنگ، رنگ آمیزی کنید و مانند نمونه ضرب آنها را بنویسید.

$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	۵	$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{2}{3}$	۲	$\frac{6}{27}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{5}$	۴	$\frac{5}{3}$

$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$

هرگاه حاصل ضرب دو عدد برابر ۱ باشد، آن دو عدد را «معکوس» یکدیگر می نامند. همه ی اعداد به جز صفر معکوس دارند.

کار در کلاس

۱ - معکوس هریک از عددهای زیر را به صورت کسر بنویسید.

$$23 \quad \frac{1}{23}$$

$$\frac{6}{12} \quad \frac{12}{6}$$

$$\frac{18}{3} \quad \frac{3}{18}$$

$$\frac{1}{10} \quad \frac{10}{1}$$

$$1 \quad \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{2}{9} \quad \frac{9}{2}$$

$$\frac{1}{8} \quad \frac{8}{1} = 8$$

$$12 \quad \frac{1}{12}$$

$$0/7 \quad \frac{10}{7}$$

۲ - مانند نمونه بقیه ی جدول را کامل کنید.

واحد	شکل رنگ شده	کسر	عمل جدید	شکل جدید	عبارت ریاضی
		$\frac{2}{3}$	شکل را هاشور بزنید. $\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$
		$\frac{3}{4}$	شکل را هاشور بزنید. $\frac{3}{4}$		$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$
		$\frac{4}{5}$	شکل را هاشور بزنید. $\frac{4}{5}$		$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$

فعالیت

۱- در جاهای خالی عددهای مناسب قرار دهید، طوری که در هر ردیف همه ی کسرها با هم مساوی باشند.

$$\text{الف) } \frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = \frac{20}{5} = \frac{24}{6} = \frac{28}{7}$$

$$\text{ب) } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{14}{21}$$

۲ در جاهای خالی چه عددی را باید نوشت؟

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$$

عدد ۳، ۸، برابر شده است، پس ۲ هم باید ۸ برابر شود.

به عبارت دیگر اول ۲۴ را بر ۳ تقسیم می کنیم تا بفهمیم ۳ چند برابر شده است، و بعد ۲ را در آن عدد ضرب

می کنیم، یعنی

$$\square = 2 \times \frac{24}{3} = \frac{2 \times 24}{\cancel{3}} =$$

کار در کلاس

۱- جاهای خالی را با روشی که در فعالیت ۲ آموختید، پر کنید.

$$\frac{\square}{12} = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{10}{6} = \frac{5 \times 12}{6} \quad \left| \quad \frac{12}{10} = \frac{18}{\square} \rightarrow \frac{15}{12} = \frac{18 \times 10}{12}$$

به طور کلی در تساوی دو کسر مانند $\frac{\triangle}{\square} = \frac{?}{\bigcirc}$ ، از رابطه ی زیر به دست می آید.

$$? = \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square}$$

۲- در تساوی $\frac{12}{\square} = \frac{42}{35}$ جای خالی را به دو روش پر کنید.

$$\frac{12 \times 35}{42} = 10$$

$$\frac{42}{35} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

الف) به روش بالا
ب) ابتدا $\frac{42}{35}$ را ساده کنید.

تمرین

۱ - حاصل ضرب زیر را به دست آورید. هر جا امکان دارد پاسخ را ساده کنید.

$$\frac{3}{5} \times 1\frac{3}{2} = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$$

$$\frac{14}{63} \times \frac{72}{16} = 1$$

۲ - حاصل هریک از ضرب های ردیف اول به کدام یک از اعداد در ردیف دوم نزدیک تر است؟

$\frac{20}{4} = 5$ است که با تقریب $\frac{21}{4}$ حاصل $\frac{1}{4} \times 21 = 5\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5} \times 6 = 2\frac{2}{5}$ $9 \times \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$
 ۲ ← ۳ ← ۵ ← ۶ ← ۷

۳ - جدول روبه رو را کامل کنید.

×	۱۲	۲۰	۶۰	۳ ۲
$\frac{1}{2}$	۶	۱۰	۳۰	$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{3}$	۸	$\frac{40}{3}$	۴۰	۱
$\frac{3}{4}$	۹	۱۵	۴۵	$\frac{9}{8}$

با توجه به الگو $\frac{3}{4}$

۴ - حاصل ضرب $\frac{5}{12} \times \frac{3}{4}$ با حاصل ضرب کدام عبارت های زیر برابر است؟

$$\frac{5}{4} \times \frac{3}{12}$$

$$\frac{5}{8} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{12} \times \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{16} \times \frac{1}{3}$$

۵ - الف) $\frac{1}{5}$ برابر $\frac{3}{4}$ را پیدا کنید.

$$\frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{10} \times \frac{3}{4} = 1\frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{1} = \frac{15}{4}$$

ب) نصف $\frac{3}{4}$ را پیدا کنید

۶- در عبارت زیر سه عدد مثال بزنید که اگر به جای \square قرار دهیم درست باشد

$$\frac{2}{3} \times \square > 1$$

هر کسر یا عددی بیشتر از $\frac{3}{2}$ (مثال ۲ و ۳ و ۴ و ...)

پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.

۷- چهار کارت با شماره های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ داریم. این کارت ها را چگونه در جای خالی قرار دهیم تا حاصل ضرب کسرهایی

به دست آمده بیشترین مقدار ممکن باشد؟

$$\frac{\boxed{4}}{\boxed{1}} \times \frac{\boxed{3}}{\boxed{2}} = \boxed{6} \quad \text{یا} \quad \frac{\boxed{4}}{\boxed{2}} \times \frac{\boxed{3}}{\boxed{1}} = \boxed{6}$$

۸- در مسئله ی ۷ اگر به جای علامت ضرب، علامت جمع باشد، پاسخ چه خواهد بود؟

$$\frac{\boxed{4}}{\boxed{1}} + \frac{\boxed{3}}{\boxed{2}} = \boxed{5\frac{1}{2}}$$

۹- با قرار دادن عددهای مختلف در جاهای خالی کسرهایی بیابید که حاصل ضرب آنها $\frac{8}{15}$ شود

$$\frac{\boxed{4}}{\boxed{3}} \times \frac{\boxed{2}}{\boxed{5}} = \frac{8}{15} \quad \text{یا} \quad \frac{\boxed{16}}{\boxed{15}} \times \frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$$

۱۰- کدام یک از ضرب های زیر درست محاسبه شده است؟

$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} = 2\frac{6}{12}$$

$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{55}{12}$$



تقسیم کسرها

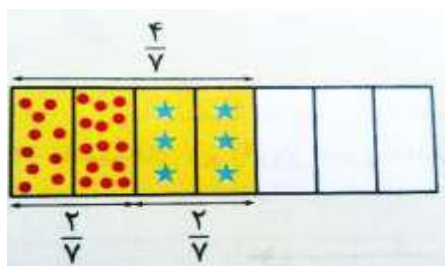
تقسیم کسرها به کمک شکل

می خواهیم حاصل $\frac{4}{7} \div \frac{2}{7}$ را به کمک شکل محاسبه کنیم.

ابتدا یک مستطیل را به عنوان واحد رسم می کنیم و آن را به ۷ قسمت مساوی تقسیم می کنیم ابتدا یک مستطیل را به عنوان

واحد رسم می کنیم و ۴ قسمت آن را رنگ می کنیم. اکنون هر دو قسمت آن را با رنگ های متفاوت مشخص می کنیم. دو تا $\frac{2}{7}$

روی شکل مشخص می شود، پس حاصل می شود ۲؛ یعنی $\frac{4}{7} \div \frac{2}{7} = 2$

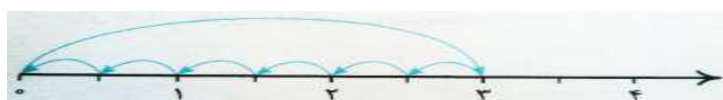


تقسیم کسرها به کمک محور اعداد

می خواهیم حاصل $3 \div \frac{1}{2}$ را به کمک محور حساب کنیم. ابتدا محور را رسم می کنیم و ۳ واحد را روی آن

مشخص می کنیم. چون مخرج کسر ۲ است، هر واحد را به ۲ قسمت تقسیم می کنیم. اکنون باید ببینیم که در

۳ واحد، چندتا $\frac{1}{2}$ هست $3 \div \frac{1}{2} = 6$



اگر بخواهیم چهار کلوچه را بین سه نفر تقسیم کنیم، می توانیم در ابتدا هر کلوچه را به سه قسمت تقسیم کنیم

و سپس به هر نفر ۴ تا $\frac{1}{3}$ کلوچه بدهیم؛ به این ترتیب سهم هر نفر $\frac{4}{3}$ کلوچه می شود.



به عبارت دیگر:

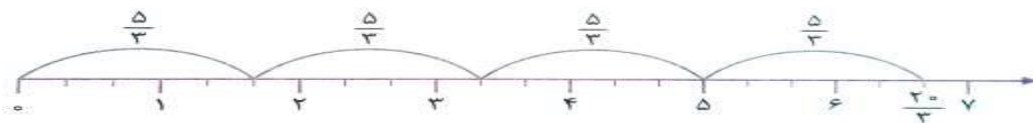
$$4 \div 3 = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

با توجه به عبارت بالا، برای تقسیم دو عدد صحیح برهم، کافی است که اولین عدد را در معکوس دومین عدد ضرب کنیم، سپس

حاصل ضرب را به دست آوریم.

مثال ۱: حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به دست آورید.

الف) $7 \div 4 = 7 \times \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$ ب) $20 \div 9 = 20 \times \frac{1}{9} = \frac{20}{9}$ ج) $25 \div 8 = 25 \times \frac{1}{8} = \frac{25}{8}$



با توجه به عبارت، برای تقسیم دو کسر با مخرج های برابر، کافی است که صورت اولین کسر را بر صورت دومین کسر تقسیم کنیم.

الف) $\frac{20}{7} \div \frac{2}{7} = \frac{20}{2} = 10$ ب) $3\frac{3}{7} \div 2\frac{4}{7} = \frac{24}{7} \div \frac{18}{7} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$ ج) $\frac{8}{9} \div 1\frac{1}{9} = \frac{8}{9} \div \frac{10}{9} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

اگر دو کسر هم مخرج باشند، حاصل تقسیم آن ها به سادگی قابل محاسبه است؛ پس از این خاصیت می توانیم برای تقسیم کسرهایی که مخرج آن ها برابر نمی باشد هم استفاده کنیم، به این ترتیب که ابتدا دو کسر را هم مخرج کنیم و سپس به روش بالا عمل کنیم.

حاصل تقسیم های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{9}{14} \div \frac{1}{2} = \frac{9}{14} \div \frac{1 \times 7}{2 \times 7} = \frac{9}{14} \div \frac{7}{14} = \frac{9}{7}$

ب) $\frac{20}{9} \div \frac{5}{6} = \frac{20 \times 2}{9 \times 2} \div \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{40}{18} \div \frac{15}{18} = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$
 مضرب های ۹: ۹, ۱۸, ۲۷, ۳۶, ...
 مضرب های ۶: ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۰, ...

ج) $2\frac{1}{7} \div 3\frac{1}{2} = \frac{15}{7} \div \frac{7}{2} = \frac{30}{14} \div \frac{49}{14} = \frac{30}{49}$

روش کلی محاسبه ی حاصل تقسیم دو عدد

تقسیم با استفاده از تبدیل تقسیم به ضرب: در این روش کسر اول را نوشته به جای علامت تقسیم، ضرب و کسر دوم را معکوس می کنیم. (به عبارت دیگر کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب می کنیم)
 نکته ۱: اگر در تقسیم عدد صحیح وجود داشته باشد مانند روش بالا عمل می کنیم. نکته ۲: اگر در تقسیم عدد مخلوط وجود داشته باشد، ابتدا آن را به کسر بزرگتر از واحد تبدیل کرده سپس تقسیم را انجام می دهیم.
 تقسیم های زیر را انجام دهید:

الف) $3 \div 8$ ب) $\frac{2}{3} \div \frac{12}{15}$ پ) $2\frac{1}{3} \div 1\frac{3}{15}$

عدد اول را در معکوس عدد دوم ضرب می کنیم، پس:

الف) $3 \div 8 = 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

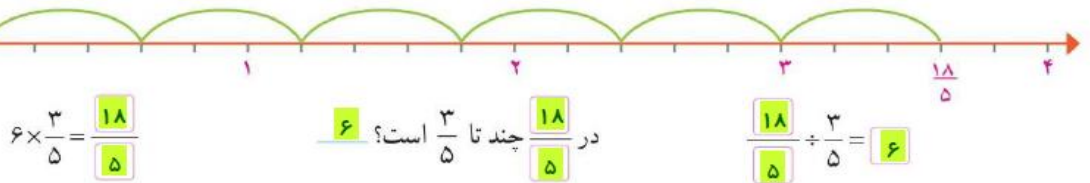
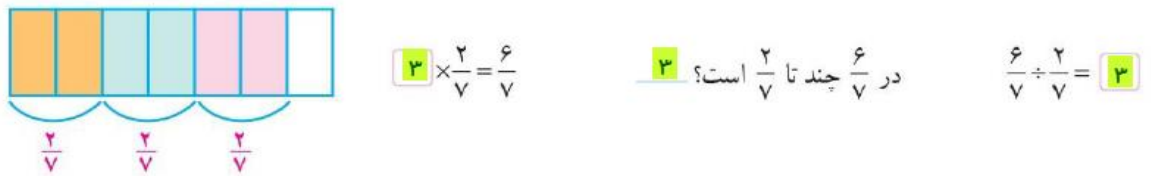
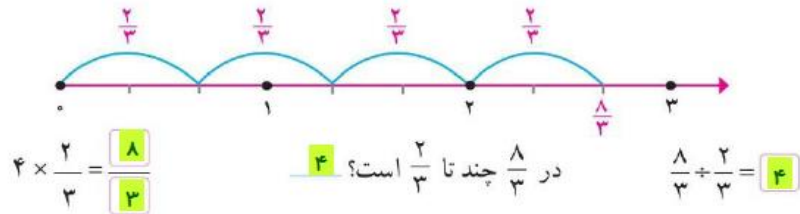
ب) $\frac{2}{3} \div \frac{12}{15} = \frac{2}{3} \times \frac{15}{12} = \frac{2^1 \times 15^0}{3^1 \times 12^0} = \frac{5}{6}$

پ) $2\frac{1}{3} \div 1\frac{3}{15} = \frac{7}{3} \div \frac{18}{15} = \frac{7}{3} \times \frac{15}{18} = \frac{7 \times 15^0}{3^1 \times 18^0} = \frac{35}{18} = 1\frac{17}{18}$

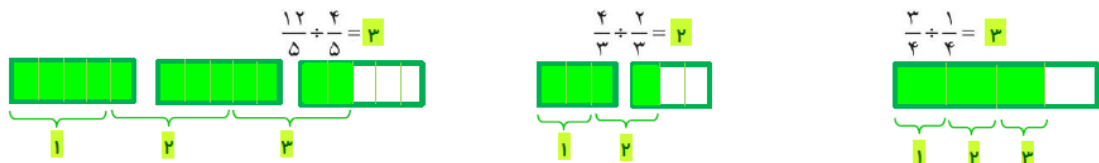
تقسیم کسرها

فعالیت

۱- برای هر شکل یک ضرب و یک تقسیم نوشته شده است. با توجه به شکل جاهای خالی را پر کنید.



۲- به کمک رسم شکل حاصل هر تقسیم را به دست آورید.



برای تقسیم دو کسر با مخارج برای کافی است صورت‌های آنها را بر یکدیگر تقسیم کنیم.

کار در کلاس

مانند نمونه حاصل هر تقسیم را به دست آورید.

$$\frac{18}{5} \div \frac{6}{5} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\frac{20}{17} \div \frac{10}{17} = \frac{20}{10} = 2$$

$$\frac{9}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{6} = \frac{5}{1} = 5$$

فعالیت



۱ - مسئله ی زیر را بخوانید و راه حل های داده شده را کامل

کنید و توضیح دهید.

الف) $4\frac{1}{2}$ کیلوگرم بسته را در بسته‌هایی به وزن $\frac{1}{2}$ کیلوگرم بسته‌بندی کرده‌ایم.

$$4\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{9}{1} = 9$$

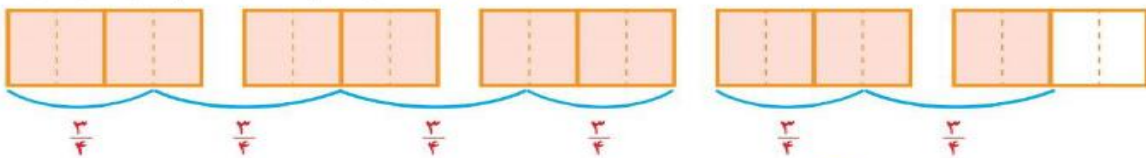
تعداد بسته‌ها چقدر است؟

به کمک شکل تعداد بسته‌ها 9 است.



ب) اگر بخواهیم وزن هر بسته $\frac{3}{4}$ کیلوگرم باشد تعداد بسته‌ها چقدر خواهد بود؟

$$4\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{18}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{18}{3} = 6$$



با توجه به شکل تعداد بسته‌ها 6 خواهد بود.

۲ - در تقسیم‌های زیر مخرج دو کسر متفاوت است. توضیح دهید که چگونه ابتدا مخرج‌ها را برابر کرده‌ایم. راه حل‌ها را

کامل کنید.

$$\frac{6}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{12}{15} \div \frac{2}{15} = \frac{12}{1} \div \frac{2}{1} = 6$$

$$6 \div \frac{2}{3} = \frac{6}{1} \div \frac{2}{3} = \frac{12}{2} \div \frac{2}{2} = \frac{12}{1} \div \frac{2}{1} = 6$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{3}{8} = \frac{20}{24} \div \frac{9}{24} = \frac{20}{9}$$

$$\frac{5}{12} \div \frac{3}{18} = \frac{15}{36} \div \frac{6}{36} = \frac{15}{6} \div \frac{6}{6} = \frac{15}{1} \div \frac{6}{1} = 2$$

کار در کلاس

حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{6}{35} \div \frac{4}{7} = \frac{6}{35} \div \frac{20}{35} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{2}{9} = \frac{6}{9} \div \frac{2}{9} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{1}{6} \div \frac{2}{5} = \frac{5}{30} \div \frac{12}{30} = \frac{5}{12}$$

$$2\frac{1}{9} \div \frac{1}{2} = \frac{19}{9} \div \frac{1}{2} = \frac{38}{18} \div \frac{9}{18} = \frac{38}{9} = 4\frac{2}{9}$$

$$\frac{8}{12} \div \frac{1}{3} = \frac{8}{12} \div \frac{4}{12} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{21}{35} \div \frac{30}{35} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

با روشی که در سال گذشته آموخته اید، می توانید هریک از تقسیم های زیر را ابتدا به ضرب تبدیل کنید و سپس حاصل آن را به دست آورید. راه حل را کامل کنید.

$$\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

$$5 \div \frac{1}{2} = 5 \times \boxed{2} = \boxed{10}$$

$$5 \div \frac{1}{10} = 5 \times 10 = \boxed{50}$$

$$5 \div 3 = 5 \times \frac{\boxed{1}}{\boxed{3}} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{3}}$$

$$1 \div \frac{1}{10} = 1 \times 10 = \boxed{10}$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} =$$

در مورد تقسیم روبه رو چه حدس می زنید؟

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \text{ ?}$$

$$\frac{3}{2}$$

به جای علامت سؤال چه عددی را باید نوشت؟

با دنبال کردن مراحل زیر پاسخ را پیدا می کنید.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$$

تقسیم زیر را با همین روش به ضرب تبدیل کنید:

$$\frac{3}{7} \div \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{7 \times 1} = \frac{3 \times 2}{7 \times 1} = \frac{3}{7} \times \frac{2}{1}$$

برای تقسیم دو کسر کافی است که کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب کنیم.

کار در کلاس

حاصل هر یک از تقسیم های زیر را مانند نمونه به دست آورید:

$$\frac{18}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{18}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{5}$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{9}{4} = \frac{3}{8} \times \frac{4}{9} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{8}{12} \div \frac{6}{7} = \frac{8}{12} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{4}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{35} \div \frac{4}{7} = \frac{6}{35} \times \frac{7}{4} = \frac{3}{10}$$

۱ - حاصل تقسیم های زیر را به دست آورید.

$$\frac{3}{5} \div \frac{9}{10} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{12} \div \frac{5}{8} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{25}{36} \div \frac{15}{48} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{3} = 1$$

$$2 \div \frac{1}{8} = 16$$

$$\frac{3}{4} \div 1 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{9} = \frac{9}{4}$$

$$1\frac{2}{10} \div 2\frac{4}{5} = \frac{3}{7}$$

۲- ۴ کیلو چای را در بسته های $\frac{2}{5}$ کیلوگرمی بسته بندی کرده ایم. تعداد بسته ها چند تا است؟



$$4 \div \frac{2}{5} = 10$$



۴- یک بطری $\frac{9}{10}$ لیتر دوغ دارد. با این بطری دوغ چند لیوان به گنجایش $\frac{15}{100}$ لیتر را می توان پر کرد؟

$$\frac{9}{10} \div \frac{15}{100} = 6$$



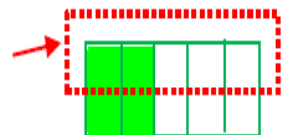
۵- روبانی به طول $\frac{8}{9}$ متر را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده ایم. طول هر قسمت چقدر است؟

$$\frac{8}{9} \div 3 = \frac{8}{27}$$

$$4 \div \frac{1}{2} = 8$$

۶- ۴ لیتر شیر را در بطری های نیم لیتری ریخته ایم. تعداد بطری ها چند تا است؟

۷- حاصل $2 \div \frac{2}{5}$ را به کمک رسم شکل پیدا کنید.



۸- برای تقسیم روبه رو یک مسئله طرح و آن را حل کنید.

نصف نان را بین ۵ نفر تقسیم کردیم. به هر نفر چه کسری از نان می رسد $\frac{1}{2} \div 5$

هر عدد یا کسری کمتر از $\frac{5}{2}$ مثال: ۱ و $\frac{1}{2}$

۹- به جای \square سه عدد بنویسید به طوری که رابطه ی $\square > \frac{5}{2} \div \square$ درست باشد.



محاسبات کسری

گاهی با کسرهایی مواجه می شویم که در صورت و مخرج آنها ترکیبی از جمع، تفریق، ضرب و تقسیم چند کسر یا عدد وجود دارد. برای محاسبه این گونه کسرها ابتدا حاصل صورت و مخرج را به طور جداگانه به دست آورده سپس جواب صورت را بر مخرج تقسیم کرده و در صورت امکان جواب را ساده می کنیم:

$$\frac{3 - \frac{4}{7}}{3\frac{1}{4} \times 1\frac{2}{7}}$$

مثال:

در ابتدا عبارت داده شده را به این صورت می نویسیم:

$$\frac{3 - \frac{4}{7}}{3\frac{1}{4} \times 1\frac{2}{7}} = (3 - \frac{4}{7}) \div (3\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{7})$$

حال عبارت های داخل پرانتز را حساب می کنیم و سپس عمل تقسیم را انجام می دهیم.

$$(3 - \frac{4}{7}) \div (3\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{7}) = (\frac{21}{7} - \frac{4}{7}) \div (\frac{15}{4} \times \frac{8}{7}) = \frac{17}{7} \div \frac{30}{7} = \frac{17}{7} \times \frac{7}{30} = \frac{17}{30}$$

همچنین در تقسیم دو کسر می توانیم از روش دور در دور، نزدیک در نزدیک برای انجام ساده و سریع تر محاسبات استفاده کنیم. در این روش دو کسر بر روی یکدیگر قرار می گیرند کافی است صورت کسر بالا را در مخرج کسر پایین ضرب کرده (دور در دور) و در صورت کسر می نویسیم سپس مخرج کسر بالا را در صورت کسر پایین ضرب کرده (نزدیک در نزدیک) و در مخرج می نویسیم.

تمرین: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{11}{\frac{12}{22} \div \frac{25}{25}}$

ب) $8 - \frac{2\frac{1}{5} \div \frac{33}{40}}{\frac{8}{14} \times \frac{56}{64}}$

(الف)

$$\frac{11}{\frac{12}{22} \div \frac{25}{25}} = \frac{11 \times 25}{12 \times \frac{25}{22}} = \frac{25}{12}$$

ب) ابتدا حاصل صورت و مخرج کسر را جداگانه می یابیم:

$$2\frac{1}{5} \div \frac{33}{40} = \frac{11}{5} \div \frac{33}{40} = \frac{11}{5} \times \frac{40}{33} = \frac{11 \times 40}{5 \times 33} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{8}{14} \times \frac{56}{64} = \frac{8 \times 56}{14 \times 64} = \frac{1}{2}$$

حال با استفاده از راهکار دور در دور و نزدیک در نزدیک حاصل عبارت کسری را یافته و پاسخ را از ۸ کم می کنیم:

$$8 - \frac{8}{\frac{1}{2}} = 8 - \frac{2 \times 8}{3 \times 1} = 8 - \frac{16}{3} = 8 - 5\frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$$

مقایسه ی کسرها

در مقایسه ی کسرها، سه حالت زیر اتفاق می افتد:

حالت اول: در کسرهایی که مخرج آن ها مساوی است، کسری بزرگ تر است که صورت آن بزرگ تر باشد.

$$\frac{3}{7} < \frac{5}{7} \qquad \frac{12}{13} > \frac{9}{13}$$

حالت دوم: در کسرهایی که صورت آن ها مساوی است، کسری بزرگ تر است که مخرج آن کوچک تر باشد.

$$\frac{3}{5} < \frac{3}{2} \qquad \frac{15}{7} > \frac{15}{20}$$

حالت سوم: برای مقایسه ی کسرهایی که نه صورت و نه مخرج های برابر دارند، ابتدا هر دو کسر را هم مخرج یا

هم صورت می کنیم، سپس کسرها را مانند حالت اول یا دوم مقایسه می کنیم.

$$\begin{array}{l} \text{الف) } \frac{25}{18} \circ \frac{17}{12} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{25 \times 2}{18 \times 2} \circ \frac{17 \times 2}{12 \times 2} \rightarrow \frac{50}{36} < \frac{51}{36} \\ \text{مضرب های 18: } 18, 36, 54, \dots \qquad \text{مضرب های 12: } 12, 24, 36, 48, \dots \\ \text{ب) } \frac{6}{17} \circ \frac{4}{13} \xrightarrow{\text{صورت مشترک}} \frac{6 \times 2}{17 \times 2} \circ \frac{4 \times 2}{13 \times 2} \rightarrow \frac{12}{34} > \frac{12}{39} \end{array}$$

در این مثال، صورت مشترک گیری ساده تر از مخرج مشترک گیری است، لذا با نوشتن مضرب های ۶ و ۴ کوچک ترین مضرب مشترک آن ها را تعیین می کنیم و بین دو کسر، صورت مشترک می گیریم.

نکته: در مقایسه ی عددهای مخلوط، ابتدا قسمت های صحیح، سپس قسمت های کسری که کوچک تر از واحد

هستند را با هم مقایسه می کنیم.

$$3\frac{4}{5} > 3\frac{3}{5} \qquad 2\frac{7}{10} < 3\frac{1}{10} \qquad 7\frac{3}{8} < 7\frac{3}{4}$$



محاسبات با کسر

فعالیت

عماد و دوستانش برای جشن مبعث پیامبر (ص) شربت آبلیمو درست کردند. در جدول زیر موادی که آنها استفاده کرده اند و مقدار آن داده شده است اگر این مقدار 1 کیلوگرم شربت جا می شود، این مقدار شربت را در لیوان هایی بریزیم که در هر کدام $\frac{1}{5}$ شربت برای پر کردن چند لیوان کافی است؟ (راه حل را کامل کنید).



مواد لازم	شکر	آبلیمو	آب
میزان	۴ پیمانه	۲ پیمانه	۱۵ پیمانه
وزن معادل	۱ کیلوگرم	$\frac{1}{2}$ کیلوگرم	$۳\frac{3}{5}$ کیلوگرم

$$\frac{1 + \frac{1}{2} + ۳\frac{3}{5}}{\frac{1}{5}}$$

توضیح دهید که چرا برای به دست آوردن پاسخ باید حاصل عبارت مقابل را به دست آوریم.

$$1 + \frac{1}{2} + ۳\frac{3}{5} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{۱۸}{۵} = \frac{۱۰}{۱۰} + \frac{۵}{۱۰} + \frac{۳۶}{۱۰} = \frac{۵۱}{۱۰}$$

مقدار شربت

$$\frac{۵۱}{۱۰} \div \frac{1}{5} = \frac{۵۱}{۱۰} \times ۵ = \frac{۵۱}{۲} = ۲۵\frac{1}{۲}$$

بنابراین، این مقدار شربت برای حدود ۲۵ لیوان کافی است.

مقدار مواد لازم را برای ۱۰۰ لیوان پیدا کنید. به صورت تقریبی می توان گفت ۴ برابر باید بشود.

کاردرکلاس

مانند نمونه حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\frac{\frac{1}{6} - \frac{5}{9}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{۷}{۶} - \frac{۵}{۹}}{\frac{۳}{۶} + \frac{۲}{۶}} = \frac{\frac{۲۱}{۱۸} - \frac{۱۰}{۱۸}}{\frac{۵}{۶}} = \frac{\frac{۱۱}{۱۸}}{\frac{۵}{۶}} = \frac{۱۱}{۱۸} \div \frac{۵}{۶} = \frac{۱۱}{۱۸} \times \frac{۶}{۵} = \frac{۱۱}{۱۵}$$

$$\frac{۳ - \frac{۲}{۳}}{\frac{۴}{۲} \times \frac{1}{۳}} = \frac{\frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۳}}{\frac{۹}{۲} \times \frac{۴}{۳}} = \frac{\frac{۳}{۳}}{\frac{۱۲}{۲}} = \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۶} \div \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۶} \times \frac{۶}{۶} = \frac{۱}{۶}$$

$$\frac{\frac{۲۲}{۳} \div \frac{1}{۱۲}}{\frac{۲۵}{۳۶} \div \frac{۱۵}{۴۸}} = \frac{\frac{۸}{۳} \times \frac{۱۲}{۱}}{\frac{۲۵}{۳۶} \times \frac{۴۸}{۱۵}} = \frac{\frac{۳۲}{۳}}{\frac{۲۰}{۹}} = \frac{۳۲}{۳} \div \frac{۲۰}{۹} = \frac{۳۲}{۳} \times \frac{۹}{۲۰} = ۱۴\frac{۲}{۵}$$

فعالیت

اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. در مورد روش های مختلف آن در کلاس گفت و گو کنید.

$$1, \frac{1}{2}, \frac{11}{5}, \frac{7}{4}, 5, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{8}, 2, \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2} < 1 < \frac{3}{2} < \frac{7}{4} < 2 < \frac{11}{5} < \frac{9}{2} < 5$$

مراحل زیر یکی از روش های حل این مسئله را نشان می دهد.

$$\frac{11}{5} > \frac{9}{2} > 5$$

$$\frac{3}{2} > \frac{7}{4}$$

$$\frac{1}{3} > \frac{3}{8} > \frac{1}{2}$$

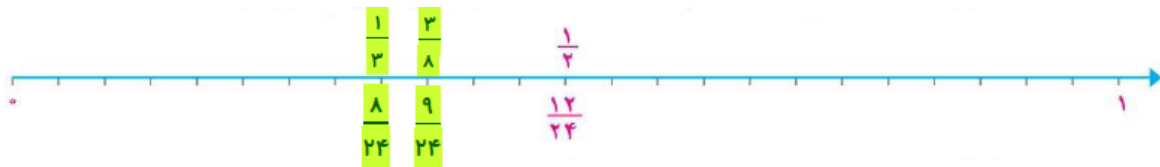
الف) بزرگ ترین عدد کدام است؟ ۵

ب) چه اعدادی از ۲ بیشتر هستند؟

پ) چه اعدادی از ۱ بیشتر و از ۲ کمترند؟

ت) اعداد کمتر از ۱ کدام اند؟

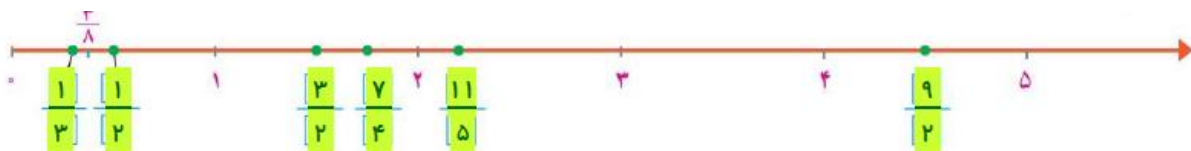
برای مقایسه ی این سه عدد مخرج های آنها را برابر کنید. این سه عدد را روی محور هم نشان دهید.



ث) اکنون با پرکردن جاهای خالی همه ی این ۱۰ عدد را مرتب کنید.

$$\frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2} < 1 < \frac{3}{2} < \frac{7}{4} < 2 < \frac{11}{5} < \frac{9}{2} < 5$$

ج) اعدادی بالا را روی محور نشان داده ایم. چهار عدد نوشته شده است. بقیه را شما بنویسید.



آیا شما می توانید فعالیت بالا را به روش دیگری انجام دهید؟ رسم شکل - برابر کردن همه مخرج ها و مقایسه صورتها و...

کاردرکلاس

هر دسته از اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{25} \quad \frac{1}{100} < \frac{1}{25} < \frac{1}{10}$$

$$\frac{2}{9}, \frac{8}{5}, \frac{5}{8}, \frac{1}{2} \quad \frac{2}{9} < \frac{1}{2} < \frac{5}{8} < \frac{8}{5}$$

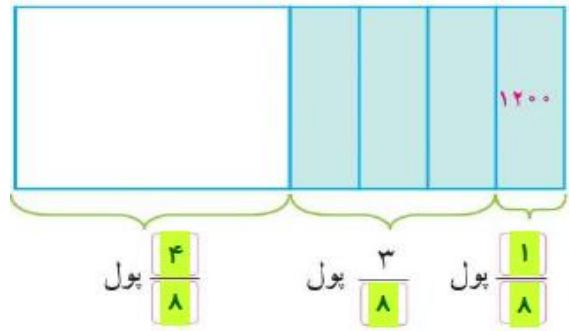
$$\frac{3}{7}, \frac{3}{9}, \frac{3}{20} \quad \frac{3}{20} < \frac{3}{9} < \frac{3}{7}$$

$$\frac{7}{5}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{12}{3} \quad \frac{4}{3} < \frac{7}{5} < \frac{3}{2} < \frac{12}{3}$$

فعالیت

راحله با نصف پول خود یک کتاب خرید و با $\frac{3}{4}$ باقیمانده ی پولش یک دفتر خرید. اگر پس از خرید کتاب و دفتر ۱۲۰۰ تومان برای راحله باقی مانده باشد، پول راحله چقدر بوده است؟ راه حل را کامل کنید و آن را توضیح دهید.

با توجه به شکل کافی است که حاصل ضرب ۱۲۰۰×۸ را پیدا کنیم.



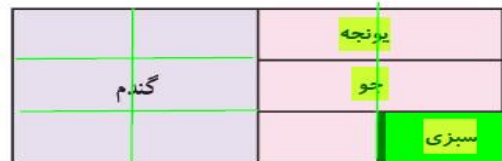
آیا روش دیگری برای حل مسئله ی بالا می دانید؟ دارای راه حل های مختلف - عبارت نویسی ریاضی (معادله)

کار در کلاس

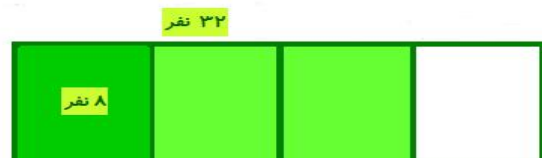
۱ - کشاورزی نیمی از زمین خود را گندم کاشت، او نیم دیگر را سه قسمت کرد و در یک قسمت آن جو و در یک قسمت دیگر یونجه کاشت. سپس قسمت سوم را هم نصف کرد و در یک قسمت آن سبزیجات کاشت، او چه کسری از زمین خود را سبزیجات کاشته است؟ از شکل استفاده کنید.



$$\frac{1}{12}$$



۲ - $\frac{3}{4}$ دانش آموزان یک کلاس در مسابقات دهه ی فجر شرکت کردند. $\frac{1}{3}$ این تعداد در مسابقه ی عکاسی راهپیمایی ۲۲ بهمن شرکت کردند. اگر تعداد کسانی که در مسابقه ی عکاسی شرکت کردند ۸ نفر باشد این کلاس چند دانش آموز دارد



تمرین

۱ - کدام یک از دسته کسرها از کوچک به بزرگ مرتب شده اند؟

الف) $\frac{3}{5}, \frac{6}{15}, \frac{2}{10}$

ب) $\frac{2}{10}, \frac{3}{5}, \frac{6}{15}$

پ) $\frac{2}{10}, \frac{6}{15}, \frac{3}{5}$

ت) $\frac{6}{15}, \frac{3}{5}, \frac{2}{10}$

۲ - کدام محاسبه درست انجام شده است؟

$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5}$

$\frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{3}{5+4}$

۳ - یکی از کسرهای زیر با بقیه برابر نیست. آن را مشخص کنید.

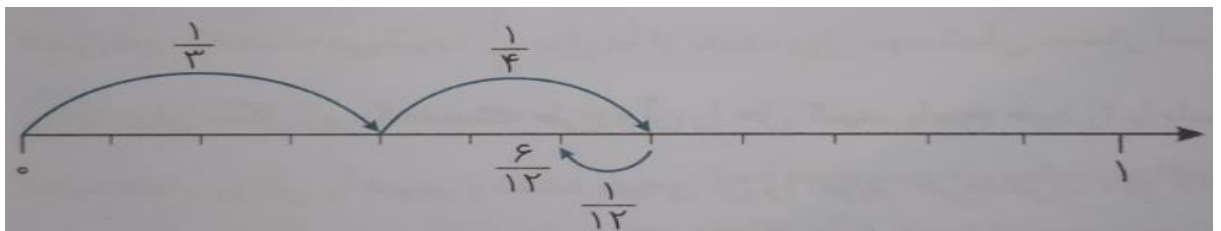
$\frac{30}{42}, \frac{10}{14}, \frac{15}{35}, \frac{35}{49}, \frac{20}{28}$

۴ - حاصل $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$ را به کمک یکی از روش های زیر به دست آورید.

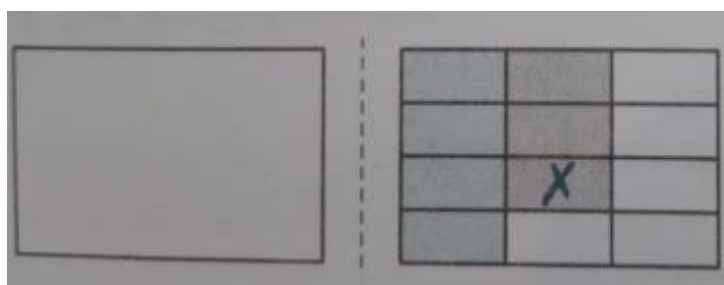
الف) با مخرج مشترک گرفتن

$\frac{4+3-1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

ب) به کمک محور



پ) با رسم شکل



۵ - حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} &= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{5} \\ \text{ب)} \quad \frac{\frac{12}{36} \div \frac{14}{36}}{\frac{14}{15}} &= \frac{\frac{12}{36} \times \frac{15}{14}}{\frac{14}{15}} = \frac{5}{14} \\ \text{پ)} \quad 8\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4} - 2\frac{1}{10} &= 8\frac{8}{20} + 1\frac{15}{20} - 2\frac{2}{20} = 8\frac{21}{20} - 2\frac{2}{20} = 6\frac{19}{20} \end{aligned}$$

۶ - کیکي به 12 قسمت مساوی تقسیم و قسمت های زیر از آن مصرف شد:

آیا از کیک چیزی باقی مانده است؟ **خیر**



$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2+1+6+3}{12} = 1$$

۷ - اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{7}, \frac{5}{2}, 0/1, 2\frac{1}{3}, \frac{4}{5}, 0/7, 1/5$$

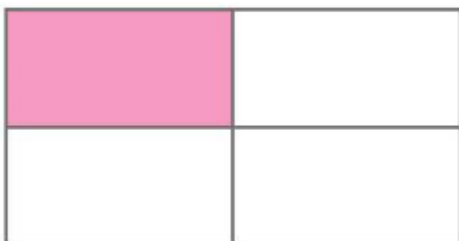
$$0/1 < \frac{2}{7} < 0/7 < \frac{4}{5} < 1/5 < 2\frac{1}{3} < \frac{5}{2}$$

۸ - آیا امکان دارد که $\frac{1}{3}$ پول شما از نصف پول دوستان بیشتر باشد؟ چگونه؟ توضیح دهید و مثال بزنید.

بله - بستگی به مقدار پول نفرات (واحد) دارد. مثلا ممکنه ما 3 میلیون داشته باشیم و دوستان 3 هزار تومان - در این

صورت پول $\frac{1}{3}$ ما 1000000 می شود و $\frac{1}{2}$ پول دوست ما 1500 می شود.

۹ - برای شکل زیر یک مسئله طرح و آن را حل کنید. پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.



$\frac{1}{4}$ کلاس، یعنی 7 نفر کتاب ریاضی را جلد نکرده اند.
در این کلاس چند نفر کتاب خود را جلد کرده اند؟

مرور فصل

فرهنگ نوشتن

۱ - چگونه معکوس یک کسر را به دست می آوریم؟ با جابجایی صورت و مخرج

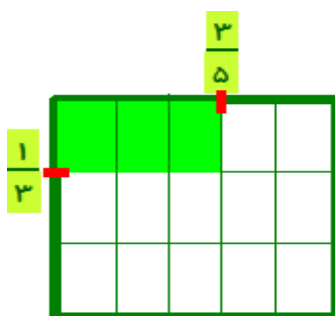
۲ - آیا معکوس یک کسر همیشه از خود آن کسر کوچک تر است؟ توضیح دهید. خیر - برای کسرهایی کمتر از واحد اینطور نیست.

۳ - آیا حاصل تقسیم های روبه رو برابر است؟ چرا؟ خیر - تقسیم خاصیت جابجایی ندارد

$$1 \div \frac{1}{5} = 5 \quad \text{و} \quad \frac{1}{5} \div 1 = \frac{1}{5}$$

۴ - با رسم شکل توضیح دهید که چگونه حاصل $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$ برابر $\frac{1}{5}$ است

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$



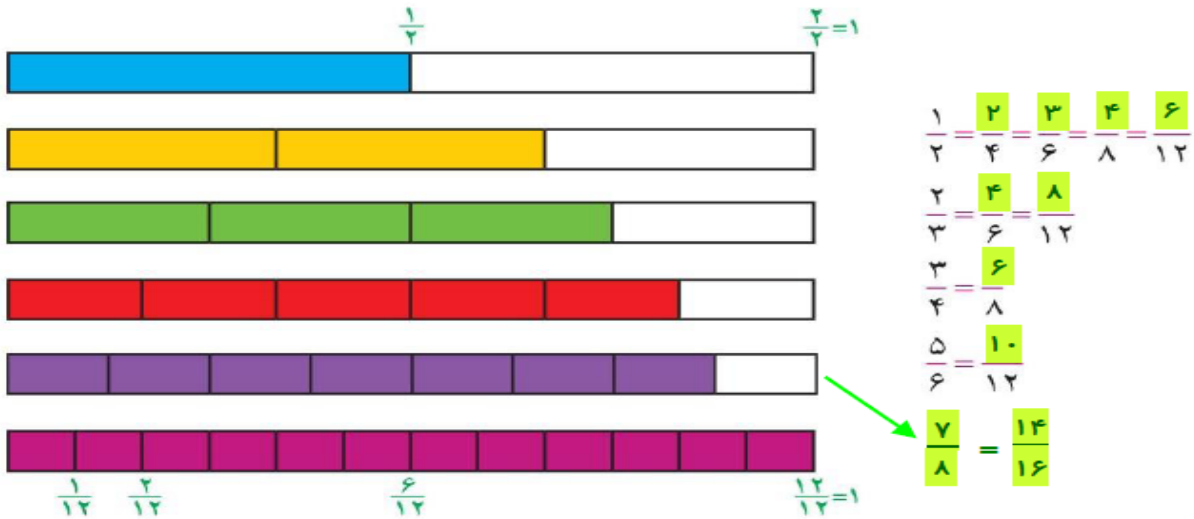
۵ - در جای خالی چه تعداد کسر می توان نوشت تا رابطه ی زیر درست باشد؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{10}{3}$$

کسرهایی برابر با کسر $\frac{5}{1}$

تمرین

۱- هریک از نوارهای کاغذی زیر، به قسمت های مساوی تقسیم شده است.
کسری را که هر نوار نشان می دهد، مانند نمونه بنویسید و با توجه به آن جاهای خالی را پر کنید.



با توجه به شکل بالا، بین دو کسر علامت مناسب بگذارید (> = <)

$$\frac{5}{12} < \frac{7}{12}$$

$$\frac{3}{8} < \frac{3}{4}$$

$$\frac{11}{12} > \frac{5}{6}$$

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید.

$$8\frac{3}{4} - 2\frac{5}{12} = 6\frac{1}{3}$$

$$2\frac{3}{5} + 6\frac{13}{15} = 9\frac{7}{15}$$

$$\frac{1}{4} \times 8\frac{4}{9} = 2\frac{1}{9}$$

$$5\frac{3}{5} \div 4\frac{2}{3} = 1\frac{1}{5}$$

۳- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$\frac{1}{7} \times \boxed{7} = 1$$

$$\frac{\boxed{5}}{4} \times \frac{4}{5} = 1$$

$$\frac{\boxed{1}}{2} \times 2 = 1$$

$$3 \div \boxed{1} = 3$$

$$5 \div \boxed{5} = 1$$

۴- مریم $\frac{3}{4}$ اوقات فراغت خود را به مطالعه گذراند، او این وقت را به طور مساوی برای مطالعه ی ۶ کتاب استفاده کرد .مریم

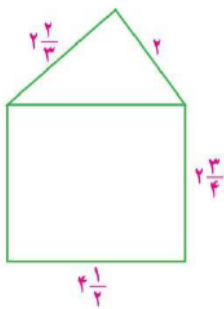
برای هر کتاب چه کسری از اوقات فراغت خود را صرف کرده است؟



$$\frac{3}{4} \div 6 = \frac{1}{8}$$

۵- محیط مثلث و محیط مستطیل را در شکل روبه رو به دست آورید .محیط شکل چقدر است؟ مساحت مستطیل را هم به

دست آورید.



$$\text{محیط مثلث} = 2 + 2 \frac{2}{3} + 2 \frac{2}{3} = 9 \frac{1}{3}$$

$$\text{محیط شکل} = 2 + 2 \frac{2}{3} + 2 \frac{2}{3} + 2 \frac{3}{4} + 2 \frac{3}{4} + 4 \frac{1}{2} = 14 \frac{2}{3}$$

$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times \left(2 \frac{3}{4} + 4 \frac{1}{2} \right) = 14 \frac{1}{2}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = 4 \frac{1}{2} \times 2 \frac{3}{4} = 12 \frac{3}{8}$$

۶- سه کسر بین ۱ و ۲ را بنویسید که از $1 \frac{1}{2}$ بزرگ تر باشند.

$$1 \frac{5}{8} \quad \text{و} \quad 1 \frac{6}{8} \quad \text{و} \quad 1 \frac{7}{8}$$

۷- مسئله ی زیر را به دلخواه خود کامل و آن را حل کنید . مسئله ی خود را با مسئله های دانش آموزان دیگر مقایسه کنید:

امید $\frac{1}{5}$ عیدی خود را برای کمک به نیازمندان هدیه کرد و

$\frac{1}{3}$ عیدی را کتاب خرید . چه کسری برای او باقی مانده است ؟

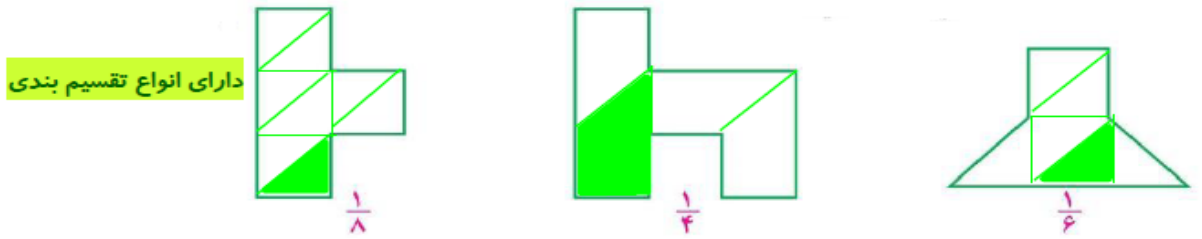
$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + \frac{1}{5} &= \frac{8}{15} \\ \frac{8}{15} - \frac{8}{15} &= \frac{7}{15} \end{aligned}$$

کسر باقی

۸- مجموع کسرهای سطرها، ستون ها و قطرهای مربع روبه رو $\frac{1}{2}$ است . سه تا از کسرها داده شده اند . بقیه را پیدا کنید.

$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{30}$
$\frac{7}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{3}{30}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{8}{30}$

۹- با تقسیم هر شکل به قسمت های مساوی، کسر موردنظر را نشان دهید.



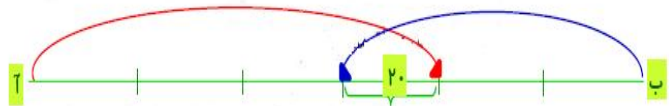
۱۰- فاصله ی دو شهر « آ » و « ب » ۱۲۰ کیلومتر است. اتومبیلی $\frac{2}{3}$ فاصله ی « آ » تا « ب » را پیمود و توقف کرد. اتومبیل دیگری نصف فاصله ی « ب » تا « آ » را پیمود و توقف کرد. فاصله ی دو اتومبیل از هم در این حالت چقدر است؟

روش اول

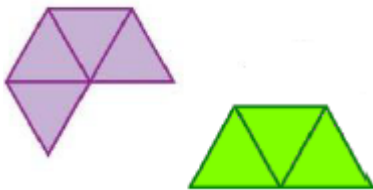
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$$

یعنی $\frac{1}{6}$ از هم فاصله دارند

$$\frac{1}{6} \times 120 = 20 \text{ کیلومتر}$$



۱۱- اگر شکل روبه رو را نشان دهد، واحد را رسم کنید.



فرهنگ خواندن

برای تقسیم دو کسر یاد گرفته‌اید که کافی است کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب کنیم. در اینجا درستی این قانون را با یک روش دیگر نشان می‌دهیم. به‌طور مثال می‌خواهیم حاصل عبارت $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$ را پیدا کنیم.

ابتدا عبارت $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$ را به صورت کسر $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}$ می‌نویسیم. اگر این کسر را در عدد یک ضرب کنیم، نتیجه تفاوتی

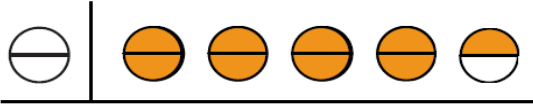
نمی‌کند. به جای عدد ۱، کسر $\frac{5}{4}$ را قرار می‌دهیم. اکنون در ضرب دو کسر $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$ حاصل ضرب مخارج‌های دو

کسر، عدد یک می‌شود و حاصل ضرب صورت‌ها هم $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$ پس حاصل برابر $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$ است.

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

ارزشیابی پایانی فصل دوم

۱- شکل مقابل چه کسری را نشان می دهد؟



- الف) $4\frac{1}{2}$
 ب) $8\frac{1}{2}$
 ج) $4\frac{2}{8}$
 د) $9\frac{2}{8}$

۲- یکی از کسرهای زیر با بقیه برابر نیست. آن را مشخص کنید

- الف) $\frac{24}{36}$
 ب) $\frac{4}{6}$
 ج) $\frac{8}{12}$
 د) $\frac{12}{24}$

۳- حاصل ضرب $\frac{3}{4} \times \frac{4}{12}$ با حاصل ضرب کدام عبارت های زیر برابر است؟

- الف) $\frac{5}{16} \times \frac{1}{3}$
 ب) $\frac{4}{12} \times \frac{5}{3}$
 ج) $\frac{12}{8} \times \frac{1}{6}$
 د) $\frac{5}{4} \times \frac{3}{5}$

۴- حاصل $(1 - \frac{2}{4})$ به کدام یک از عددهای زیر نزدیک تر است؟

- الف) ۲
 ب) $\frac{4}{9}$
 ج) $\frac{3}{14}$
 د) $\frac{6}{6}$

۵- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$1\frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{2} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{2\frac{3}{5} \times 1\frac{3}{12}}{\frac{25}{36} \div \frac{15}{48}} =$$

۶- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ (و از چپ به راست) مرتب کنید:

$$\frac{1}{7}, 187, \frac{17}{19}, 1/5, \frac{5}{14}, 5/4$$

۷- معکوس هریک از عددهای زیر را به صورت کسر بنویسید.

$\frac{2}{5}$ $\frac{1}{9}$ ۱۶ ۵/۸

۸- مقایسه کنید:

$\frac{2}{11} \bigcirc \frac{2}{8}$ $10 \bigcirc 8\frac{1}{9}$ $\frac{1}{2} \bigcirc \frac{4}{8}$ $\frac{18}{18} \bigcirc \frac{5}{5}$

۹ - حدود $\frac{1}{5}$ دانش آموزان ایرانی در دوره ی ابتدایی تحصیل می کنند. اگر $\frac{1}{6}$ آنها در کلاس ششم تحصیل کنند، چه کسری از کل دانش آموزان کلاس ششمی هستند؟

۱۰ - در جاهای خالی چه عددی را باید نوشت؟

$$\frac{12}{36} = \frac{\bigcirc}{48} = \frac{8}{\bigcirc}$$

۱۱ - نقاط مشخص شده چه کسری را نشان می دهند؟



۱۲ - سه کسر بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ بنویسید

۱۳ - راحله با نصف پول خود یک کتاب خرید و با $\frac{3}{5}$ باقیمانده ی پولش یک دفتر خرید. اگر پس از خرید کتاب و دفتر ۲۰۰۰ تومان برای راحله باقی مانده باشد، پول راحله چقدر بوده است؟ راه حل خود را شرح دهید

۱۴ - برای تقسیم مقابل یک مسئله طرح و آن را حل کنید.

$$\frac{1}{2} \div 6$$