جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان
معاونت دانش‌پژوهان جوان

مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزهٔ علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»

اینجانب ..... (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۱۹ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب ..... (منشی حوزه) تعداد ..... برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

سی اُمین دوره المپیاد فیزیک - بخش نظری

تاریخ: ۱۳۹۶/۱/۲۹ - ساعت: ۹:۳۰ مدت: ۲۱۰ دقیقه

شماره پرونده: **استان:**

کد ملی: **منطقه:**

نام پدر: **پایه تحصیلی:**

نام مدرسه:

حوزه:

شماره صندلی

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

۱- این پاسخ نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می شود، بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.

۲- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخ نامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.

۳- پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.

۴- با توجه به آنکه برگه‌های پاسخ نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچگونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود ابتدا سوالات را در برگه چرک نویس ، حل کرده و آنگاه در پاسخنامه پاکنویس نمایید.

۵- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید. در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.

۶- از مخدوش کردن دایره ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.

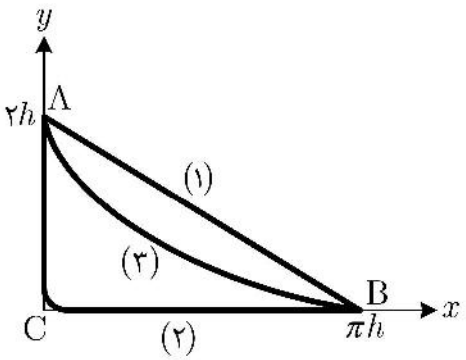
۷- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.

۸- آزمون مرحله دوم برای دانش‌آموزان پایه دهم صرفاً جنبه آزمایشی و آمادگی دارد و شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش‌آموزان پایه سوم دبیرستان انتخاب می شوند.

۹- هر سوال این دفترچه ۱۰ نمره دارد.

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

۱) مطابق شکل بین دو نقطه‌ی $\mathrm{A}(۰,۲h)$ و $\mathrm{B}(\pi h,۰)$ سه لوله‌ی بدون اصطکاک و با قطر ناچیز قرار می‌دهیم. محور x افقی و محور y قائم است. لوله‌ی (۱) به طور مستقیم A را به B وصل می‌کند. لوله‌ی (۲) مسیر ACB است که AC قائم و CB افقی است. لوله‌ی (۳) در مسیری منحنی شکل و با شیب متغیر است.



آ) فرض کنید سه گلوله‌ی (۱)، (۲) و (۳) از نقطه‌ی A به ترتیب در لوله‌های (۱)، (۲) و (۳) از حال سکون به حرکت در می‌آیند. سرعت هر یک از این گلوله‌ها را در نقطه‌ی B به دست آورید. فرض کنید گلوله‌ای که در لوله‌ی (۲) حرکت می‌کند در نقطه‌ی C بدون تغییر اندازه‌ی سرعت، تنها جهت سرعت‌اش عوض می‌شود.

ب) مدت زمان رسیدن گلوله‌های (۱) و (۲) به نقطه‌ی B را به ترتیب $T_۱$ و $T_۲$ می‌نامیم. $T_۱$ و $T_۲$ را به دست آورید.

پ) اندازه‌ی سرعت گلوله‌ی (۳) را در هر نقطه‌ی دلخواه (x,y) داخل لوله‌ی (۳) به دست آورید.

ت) فرض کنید در مسیر (۳) مختصات (x,y) گلوله با روابط زیر داده می‌شود

$$x = h(u - \sin u)$$
$$y = h(۱ + \cos u)$$

که در آن u یک پارامتر بدون یکا است. یک بخش کوچک از لوله‌ی (۳) را که در ارتفاع y از محور x است با طول کوچک ΔL نشان می‌دهیم. طول ΔL تقریباً برابر طول وتر یک مثلث قائم‌الزاویه است که دو ضلع دیگر آن طول‌های کوچک Δx و Δy به ترتیب در امتداد محور x و y است. طول ΔL را بر حسب u و Δu به دست آورید، که Δu تغییرات u در طول کوچک ΔL است.

لازم به ذکر است که اگر $f(u)$ تابع دلخواهی از u باشد، تغییرات آن به ازای تغییر بسیار کوچک Δu از رابطه‌ی $\Delta f \simeq \dfrac{df}{du}\Delta u$ به دست می‌آید.

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

ث) در طول کوچک ΔL سرعت گلوله تقریباً ثابت و برابر سرعت آن در ارتفاع y است. مدت زمان عبور گلوله‌ی (۳) در طول ΔL را Δt می‌نامیم. Δt را به دست آورید.

ج) زمان کل حرکت گلوله‌ی (۳) از نقطه‌ی Λ تا نقطه‌ی B را T_3 می‌نامیم. T_3 را به دست آورید.

چ) T_1، T_2 و T_3 را به ترتیب صعودی مرتب کنید.

در صورت لزوم از این قسمت به عنوان چرک نویس استفاده کنید
مطالب این قسمت تحت هیچ شرایطی تصحیح نخواهد شد

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

۲) دو گرماسنج یکسان داریم که درون اولی آب در دمای θ_1 و درون دومی یخ یکپارچه با دمای نامعلوم است. ارتفاع آب و یخ در هر دو گرماسنج h است. آب درون گرماسنج اول را به آرامی در گرماسنج دوم می‌ریزیم و مدتی صبر می‌کنیم تا تبادل گرمایی انجام شود. پس از برقراری تعادل، آب بالای یخ قرار دارد و ارتفاع کل آب و یخ H است که از $2h$ اندکی بزرگ‌تر است. از هر نوع اتلاف گرمایی چشم می‌پوشیم.

آ) دمای تعادل دستگاه چقدر است؟ معلوم کنید آیا مقداری از آب یخ زده است یا مقداری یخ ذوب شده است.

ب) دمای اولیه‌ی یخ را بر حسب θ_1، h، H، گرمای ویژه‌ی آب c_1، گرمای ویژه‌ی یخ c_2، چگالی آب ρ_1، چگالی یخ ρ_2 و L_f گرمای ذوب یخ به دست آورید.

پ) دمای اولیه‌ی یخ را با استفاده از مقادیر عددی زیر به دست آورید.

$$\theta_1 = 9\,^{\circ}\mathrm{C}, \quad h = 25\,\mathrm{cm}, \quad H = 50/5\,\mathrm{cm}$$

$$c_1 = 4200\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg.K}}, \quad c_2 = 2100\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg.K}}, \quad L_f = 336000\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

$$\rho_1 = 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}, \quad \rho_2 = 900\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

در صورت لزوم از این قسمت
به عنوان چرک نویس
استفاده کنید
مطالب این قسمت
تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

۳) یک الکترون با بار الکتریکی $-e$ پس از عبور از اختلاف پتانسیل V در جهت $+x$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. این الکترون سپس از ناحیه‌ی S از محور x به طول $l = ۵\,\mathrm{cm}$ عبور می‌کند. در این ناحیه میدان الکتریکی یکنواخت E در جهت $+y$ و میدان مغناطیسی $B = ۰/۰۰۱\,\mathrm{T}$ در جهت $+z$ برقرار است. میدان الکتریکی E از اعمال ولتاژ $V_{\circ} = ۳۰۰\,\mathrm{V}$ بین دو صفحه‌ی مسطح رسانا به فاصله‌ی $۱\,\mathrm{cm}$ از یکدیگر ناشی شده است. می‌دانیم برای یک الکترون $mc^{۲} = ۰/۵\,\mathrm{MeV}$ است که در آن m جرم الکترون و $c = ۳ \times ۱۰^{۸}\,\mathrm{m/s}$ سرعت نور است. الکترون پس از عبور از ناحیه‌ی S آزادانه به حرکت خود ادامه می‌دهد و به یک صفحه‌ی فلورسان عمود بر محور x در فاصله‌ی $d = ۴۰\,\mathrm{cm}$ از انتهای ناحیه‌ی S برخورد می‌کند.

آ) اختلاف پتانسیل V چقدر باشد تا الکترون بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد؟

ب) اگر اختلاف پتانسیل V دقیقاً قابل تنظیم نباشد و حول مقدار تنظیم شده به اندازه‌ی یک دهم درصد آن افت و خیز داشته باشد، در این صورت نقطه‌ی برخورد الکترون با صفحه‌ی فلورسان به اندازه‌ی حداکثر $\pm\Delta y$ حول نقطه‌ی برخورد ِ بدون انحراف، بالا و پایین خواهد شد. Δy چقدر است؟

توجه: کلیه‌ی کمیت‌هایی که در ضمن حل مسئله مقدار عددی آن‌ها را حساب می‌کنید در داخل کادر بنویسید.

در صورت لزوم از این قسمت
به عنوان چرک نویس
استفاده کنید
مطالب این قسمت
تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد

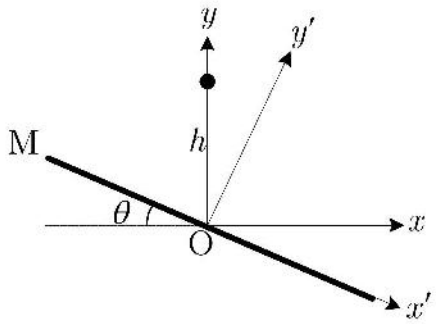
نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

(۴

مقدمه‌ی ۱: اگر سرعت یک ذره نسبت به ناظر S بردار $\vec{v}$ باشد و ناظر S' نیز با سرعت $\vec{u}$ نسبت به ناظر S در حال حرکت باشد، سرعت این ذره نسبت به ناظر S' از رابطه‌ی $\vec{w} = \vec{v} - \vec{u}$ به دست می‌آید.

مقدمه‌ی ۲: اگر یک توپ کوچک به دیوار سنگین و ساکنی برخورد کند و در این برخورد انرژی تلف نشود، برخورد را کشسان می‌نامیم. در این صورت می‌توان نشان داد که مؤلفه‌ی سرعت توپ در راستای عمود بر دیوار بدون تغییر اندازه، بر عکس می‌شود و مؤلفه‌ی موازی دیوار تغییر نمی‌کند. حال فرض کنید دیوار نسبت به ناظر معین S در حال حرکت است. ناظری که دیوار را ساکن می‌بیند S' می‌نامیم. در این حالت اگر ابتدا سرعت توپ را نسبت به ناظر S' بیابیم، گزاره‌ی فوق از دید ناظر S' برقرار است، یعنی مؤلفه‌ی عمود بر دیوار بر عکس می‌شود و مؤلفه‌ی موازی تغییر نمی‌کند. پس از به دست آوردن سرعت توپ (بعد از برخورد) از دید ناظر S'، مجدداً می‌توان آن را از دید ناظر S حساب کرد.

مسئله: فرض کنید ناظر ساکن نسبت به زمین، دستگاه مختصات $x-y$ نشان داده شده در شکل را به کار می‌برد که محور x افقی و محور y قائم است. بردارهای یکه در این جهت‌ها را $\hat{\mathrm{i}}$ و $\hat{\mathrm{j}}$ بنامید. بردار شتاب گرانش $\vec{g} = -g\,\hat{\mathrm{j}}$ است. صفحه‌ی بزرگ و سنگین M که امتداد آن مطابق شکل با محور x زاویه‌ی θ می‌سازد را در نظر بگیرید. این صفحه با سرعت ثابت u عمود بر امتداد خودش در جهت $+y'$ در حال حرکت است. در شکل، مقطع این صفحه محور x' است. ناظری که صفحه را ساکن می‌بیند دستگاه مختصات $x'-y'$ را به کار می‌برد که بردارهای یکه‌ی آن $\vec{\mathrm{i}}'$ و $\vec{\mathrm{j}}'$ نام دارد.



توپی از ارتفاع h روی محور y از حال سکون رها می‌شود و درست هنگامی که به مبدأ مختصات مشترک دستگاه‌های $x-y$ و $x'-y'$ می‌رسد با صفحه‌ی M برخورد می‌کند. لحظه‌ی برخورد را $t = 0$ بگیرید. کمیت‌های خواسته شده را بر حسب g، h، u و θ به دست آورید.

آ) v_{1x} و v_{1y} مؤلفه‌های بردار $\vec{v}_1$، سرعت توپ در لحظه‌ی قبل از برخورد از دید ناظر زمین.

ب) $w_{1x'}$ و $w_{1y'}$ مؤلفه‌های بردار $\vec{w}_1$، سرعت توپ در لحظه‌ی قبل از برخورد از دید ناظر S'.

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

پ) $w_{2x'}$ و $w_{2y'}$ مؤلفه‌های بردار $\vec{w}_2$، سرعت توپ در لحظه‌ی بعد از برخورد از دید ناظر S'.

ت) v_{2x} و v_{2y} مؤلفه‌های بردار $\vec{v}_2$، سرعت توپ در لحظه‌ی بعد از برخورد از دید ناظر زمین.

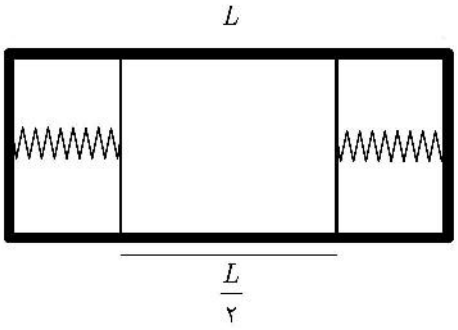
ث) فرض کنید به ازای $\theta = \theta_h$، توپ پس از برخورد تا ارتفاع h از نقطه‌ی برخورد در راستای y بالا می‌رود. θ_h را حساب کنید.

ج) فرض کنید به ازای $\theta = \theta_c$، مؤلفه‌ی قائم سرعت توپ در لحظه‌ی بعد از برخورد صفر می‌شود. θ_c را به دست آورید.

در صورت لزوم از این قسمت
به عنوان چرک نویس
استفاده کنید
مطالب این قسمت
تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

۵) مطابق شکل، استوانه‌ای افقی به طول L و سطح مقطع A را در نظر بگیرید که به هر دو جانب آن یک فنر با طول عادی L و ثابت k وصل است. هر فنر به یک پیستون نازک و با ظرفیت گرمایی ناچیز متصل است و فضای بین این دو پیستون را n مول گاز کامل تک‌اتمی پر کرده است. دستگاه در حالت تعادل است. در این حالت دمای گاز T_1 و طول بخشی از استوانه که به وسیله‌ی گاز اشغال شده $\frac{L}{2}$ است.



آ) T_1 را بر حسب k، L، n و R (ثابت گازها) به دست آورید.

ب) فشار گاز، P_1، را بر حسب k، L و A به دست آورید.

حال مقداری گرما به دستگاه می‌دهیم به طوری که در حالت تعادل جدید دمای گاز $T_2 = 1/5\,T_1$، فشار گاز P_2 و حجم گاز V_2 است. فرآیند گرما دادن به صورت آرمانی انجام می‌شود.

پ) نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ را به دست آورید که V_1 حجم اولیه‌ی گاز است.

ت) نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ را به دست آورید.

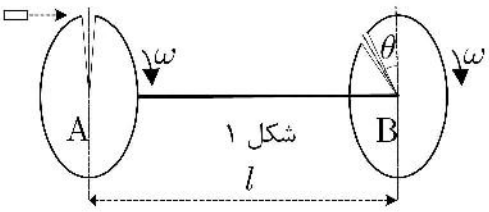
ث) گرمایی که به دستگاه داده شده را بر حسب k و L حساب کنید.

ج) کار انجام شده بر روی گاز را بر حسب k و L حساب کنید.

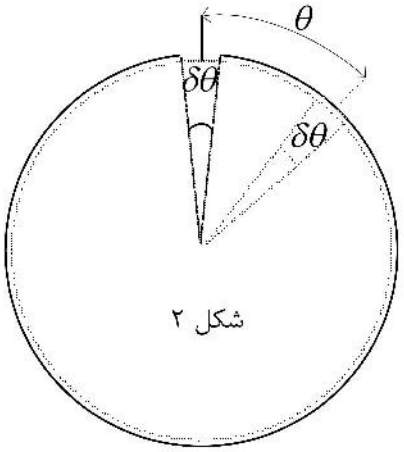
در صورت نزوم از این قسمت
به عنوان چرک نویس
استفاده کنید
مطالب این قسمت
تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

۶) شکل ۱ طرحواره‌ی یک گزینش‌گر سرعت را نشان می‌دهد. این دستگاه از دو گرده‌ی (دیسک) یکسان و هم‌محور A و B درست شده که به فاصله‌ی l از هم قرار دارند. گرده‌ها با سرعت زاویه‌ای ثابت ω حول محور مشترک خود می‌چرخند. روی هر دو گرده یک چاک کوچک وجود دارد که به شکل قطاع بسیار کوچکی از دایره به زاویه‌ی $\delta\theta$ است. فقط ذراتی از گرده عبور می‌کنند که از چاک رد شوند. اگر دستگاه در امتداد محور مشترک گرده‌ها دیده شود نمایی مطابق شکل ۲ دارد. چنانچه دیده می‌شود خط‌های تقارن چاک گرده‌های A و B همواره با یکدیگر زاویه‌ی θ می‌سازند.



شکل ۱



شکل ۲

یک چشمه‌ی ساکن تولید ذرات بسیار کوچک در نزدیکی لبه‌ی بالایی گرده‌ی A ذراتی را موازی با محور شلیک می‌کند. فرض کنید هیچ نیرویی به ذرات وارد نمی‌شود.

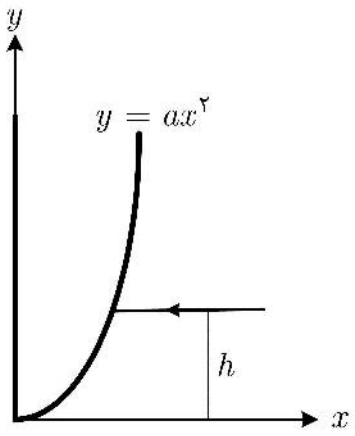
آ) سرعت ذرات در چه بازه‌هایی باشد تا همه‌ی ذراتی که از چاک گرده‌ی A عبور کرده‌اند از چاک گرده‌ی B نیز عبور کنند. کلیه‌ی جواب‌های ممکن مدّ نظر است. یادآوری می‌شود برای x خیلی کوچک‌تر از یک

$$\frac{۱}{۱+x} \approx ۱-x .$$

ب) فرض کنید چشمه‌ی ذرات، توزیع یکنواختی از ذرات با سرعت‌های $۳۰\,\mathrm{m/s} \le v \le ۱۲۰\,\mathrm{m/s}$ را تولید می‌کند. منظور از توزیع یکنواخت این است که اگر زمان زیادی از کار چشمه بگذرد، تعداد ذرات تولید شده با سرعت‌های بین $v_۱$ و $v_۲$ متناسب با $\left|v_۲ - v_۱\right|$ خواهد بود. با فرض $\theta=\pi$، $l = ۱\,\mathrm{m}$، $\omega=۱۰۰\pi\,\mathrm{rad/s}$ و $\delta\theta = \pi / ۱۰۰$ تعیین کنید پس از مدت طولانی، چه کسری از ذرات تولیدی چشمه از این دستگاه عبور خواهند کرد؟

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

۷) تیغه‌ای شفاف به ضریب شکست $n = ۱ + \delta$ در نظر بگیرید که δ بسیار کوچکتر از یک است. مقطع این تیغه مطابق شکل شامل ناحیه‌ای است که بین محور y و سهمی $y = ax^۲$ قرار دارد.



آ) فرض کنید پرتو نوری موازی با محور x و به فاصله‌ی h از آن به تیغه می‌تابد. زاویه‌ی انحراف پرتو پس از خروج از تیغه را بر حسب δ، a و h به دست آورید. فرض کنید $h > \frac{۱}{a}$.

ب) دو پرتو نور در نظر بگیرید که به ترتیب در فاصله‌های $h_۱$ و $h_۲$ از محور x و به موازات آن به تیغه می‌تابند. معین کنید این دو پرتو پس از خروج از تیغه در چه فاصله‌ای از محور y در سمت چپ آن به هم می‌رسند.

راهنمایی: اگر ε بسیار کوچک‌تر از یک باشد روابط تقریبی زیر را داریم

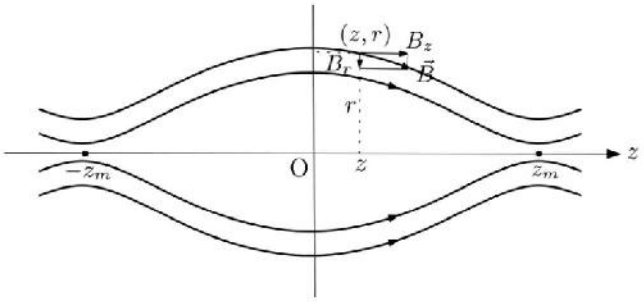
$$(۱+\varepsilon)^n \cong ۱ + n\varepsilon$$

$$\sin(x+\varepsilon) \cong \sin x + \varepsilon \cos x$$
$$\cos(x+\varepsilon) \cong \cos x - \varepsilon \sin x$$

در صورت لزوم از این قسمت
به عنوان چرک نویس
استفاده کنید
مطالب این قسمت
تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

۸) فرض کنید در ناحیه‌ای از فضا خطوط میدان مغناطیسی $\vec{B}$ مطابق شکل حول محور z تقارن دارند و با دور شدن از نقطه‌ی $z = ۰$ به آرامی همگرا می‌شوند.



به این ترتیب میدان مغناطیسی در هر نقطه به مختصات (z,r) شامل دو مؤلفه‌ی $B_z(z,r)$ در امتداد محور z و $B_r(z,r)$ در راستای شعاعی است.

الکترونی به جرم m در این میدان مغناطیسی حرکت می‌کند. سرعت لحظه‌ای الکترون را می‌توان به مؤلفه‌های v_z در امتداد محور z و $v_\perp$ عمود بر آن تجزیه کرد که $v_\perp$ برآیند حرکت پیچشی حول z و حرکت اندک ذره در راستای شعاعی است. از آنجا که نیروی مغناطیسی همواره بر سرعت ذره عمود است، روی آن کار انجام نمی‌دهد و انرژی جنبشی ذره ثابت است. همچنین می‌توان نشان داد اگر B_z به کندی با z تغییر کند کمیت $\frac{\frac{۱}{۲}mv_\perp^۲}{B_z}$ نیز تقریباً ثابت است.

فرض کنید الکترونی در نقطه‌ای نزدیک محور z در محل $z = ۰$ با مؤلفه‌ی سرعت $v_{۰z}$ در امتداد محور z و $v_{۰\perp}$ در امتداد عمود بر آن وارد این ناحیه شود. در چنین شرایطی می‌توان نشان داد که دستگاه مشابه یک آینه‌ی مغناطیسی عمل می‌کند که در آن الکترون‌ها بین دو نقطه‌ی بازگشت معین روی محور z رفت و برگشت می‌کنند. برای درک این مطلب حالت خاصی را در نظر می‌گیریم که در آن میدان مغناطیسی روی محور z به صورت زیر است

$$B_z(z,۰) = B_۰\left(۱ + (\frac{z}{z_۰})^۲\right).$$

در نقاط نزدیک محور z نیز میدان را می‌توان تقریباً با مقدار آن روی محور یکی گرفت.

آ) با استفاده از کمیت‌های ثابت گفته شده، ثابت کنید بین مؤلفه‌ی v_z سرعت الکترون و مختصه‌ی z آن رابطه‌ی زیر برقرار است

نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

$$\frac{۱}{۲}mv_z^۲ + \frac{۱}{۲}kz^۲ = R$$

و مقادیر k و R را بر حسب m، $v_{۰z}$، $v_{۰\perp}$ و $z_۰$ به دست آورید.

ب) نقاط بازگشت آینه‌ای که در آن‌ها جهت حرکت الکترون در امتداد z بر عکس می‌شود را به دست آورید.

پ) معادله‌ی فوق درست مشابه رابطه‌ی انرژی نوسانگر هماهنگ ساده است. با استفاده از این تشابه، زمان رفت و برگشت الکترون بین نقاط بازگشت آینه‌ای را به دست آورید.

ت) $z(t)$ را به دست آورید.

ث) با توجه به شکل، فرض کنید $z_m = ۳z_۰$. نسبت $\frac{v_{۰z}}{v_{۰\perp}}$ در چه محدوده‌ای باشد تا الکترون از آینه فرار نکند.

در صورت لزوم از این قسمت
به عنوان چرک نویس
استفاده کنید
مطالب این قسمت
تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد