

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: تکلیف جلسه بیستم ریاضی تجربی

ادب

۱- اگر میانگین داده‌های آماری $(2x_1 - 3), (2x_2 - 3), \dots, (2x_n - 3)$ برابر ۱۳ باشد، میانگین داده‌های آماری $(3x_1 + 2), (3x_2 + 2), \dots, (3x_n + 2)$ کدام است؟

۲۶ (۱)

۱۳ (۲)

۴۱ (۳)

۳۹ (۴)

۲- اگر میانگین داده‌های $x_1 - 1, x_2 - 2, \dots, x_n - n$ برابر $\bar{x}$ باشد میانگین داده‌های $x_1 + 1, x_2 + 2, \dots, x_n + n$ کدام است؟

$\bar{x} + n + 1$ (۱)

$\bar{x} + \frac{n(n+1)}{2}$ (۲)

$\bar{x} + \frac{n+1}{2}$ (۳)

$2\bar{x}$ (۴)

۳- میانگین داده‌های $1, 1, 2, 3, 4, \dots, 99, 100$ چقدر از میانگین داده‌های $1, 2, 3, \dots, 99, 100, 100$ کمتر است؟

$\frac{99}{101}$ (۱)

$\frac{99}{100}$ (۲)

$\frac{19}{15}$ (۳)

$\frac{23}{15}$ (۴)

۴- اگر میانگین ۱۰ داده‌ی آماری $16, 11, 17, 10, a, 10, 13, 17, 9, 16$ برابر $13\frac{1}{2}$ باشد، میانه کدام است؟

$11\frac{5}{8}$ (۱)

۱۲ (۲)

$12\frac{5}{8}$ (۳)

۱۳ (۴)

۵- در ۴۵ داده‌ی آماری مقدار میانگین ۱۱۲۴ محاسبه شده است. در بررسی مجدد داده‌ها متوجه شدیم که به جای داده‌ی ۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ محاسبه شده است. با رفع اشتباه میانگین واقعی، کدام است؟

۱۱۱۹ (۱)

۱۱۲۰ (۲)

۱۱۲۱ (۳)

۱۱۲۲ (۴)

۶- اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ برابر ۴۰ باشد، میانگین داده‌های $x_1 + 1, x_2 + 2, \dots, x_{10} + 10$ کدام است؟

- (۱) ۴۵٫۵
(۲) ۴۵
(۳) ۵۰
(۴) ۴۱

۷- میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده‌های حاصل را سه برابر کرده‌ایم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟

- (۱) ۴۵
(۲) ۷۰
(۳) ۱۳۵
(۴) ۱۵۹

۸- به داده‌های ۸ و ۷ و ۶ و ۳ کدام داده را اضافه کنیم تا میانگین داده‌های حاصل یک واحد اضافه گردد؟

- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۱۰
(۴) ۱۱

۹- میانگین چهار داده برابر ۸ و میانگین هشت داده‌ی دیگر ۴ است. میانگین هر ۱۲ داده کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{3}$
(۲) ۶
(۳) $\frac{20}{3}$
(۴) ۴

۱۰- مجموع هفت عدد متوالی برابر ۱۴۷ است. میانگین این اعداد، چقدر از میانه‌ی آنها بیشتر است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۱۱- در داده‌های زیر، اختلاف میانگین و میانه کدام است؟

۱۹, ۷, ۱۲, ۴, ۲۲, ۸, ۱۰, ۱۴

- (۱) ۰٫۵
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) ۱٫۵

۱۲- میانگین چارک‌های اول، دوم و سوم داده‌های ۱۴, ۱۰, ۱۷, ۲۳, ۹, ۷, ۲۴, ۲۹, ۴, ۳ کدام است؟

- (۱) ۱۳
(۲) ۱۴
(۳) ۱۴٫۵
(۴) ۱۵

۱۳- میانگین ۱۰ عدد مساوی ۱۲ شده است. اگر یک عدد را کنار بگذاریم میانگین ۹ عدد باقی مانده مساوی ۱۱ می شود. عددی را که کنار گذاشته شده است کدام است؟

① ۲۱

② ۲۰

③ ۱۲

④ ۱۱

۱۴- اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ برابر ۱۲ باشد، میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}, 8, 16$ چقدر از میانگین قبلی بیشتر است؟

① ۱,۴۴

② ۲,۴

③ ۲

④ ۰

۱۵- میانگین داده‌های $a+3, a+6, a+9, \dots, a+105$ کدام است؟

① $2a+108$

② $a+54$

③ $35a+108$

④ $35a+54$

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ باید مشخص کنیم که چه تغییراتی روی یک داده از جامعه آماری اول انجام می شود تا به یک داده از جامعه آماری دوم تبدیل می شود.

$$2x_1 - 3 \xrightarrow{+3} 2x_1 \xrightarrow{\div 2} x_1 \xrightarrow{\times 3} 3x_1 \xrightarrow{+2} 3x_1 + 2$$

همین تغییرات باید به ترتیب روی میانگین انجام شود.

$$13 \xrightarrow{+3} 16 \xrightarrow{\div 2} 8 \xrightarrow{\times 3} 24 \xrightarrow{+2} 26$$

بنابراین میانگین داده های جامعه آماری دوم برابر ۲۶ است.

۲ - گزینه ۱

$$\bar{x} = \frac{x_1 - 1 + x_2 - 2 + \dots + x_n - n}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n - (1 + 2 + 3 + \dots + n)}{n}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n - \frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} - \frac{n+1}{2} \\ \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} &= \bar{x} + \frac{n+1}{2} \end{aligned}$$

حال، میانگین خواسته شده را بدست می آوریم:

$$\text{میانگین} = \frac{x_1 + 1 + x_2 + 2 + \dots + x_n + n}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n + (1 + 2 + \dots + n)}{n}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n + \frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} + \frac{n+1}{2} \\ &= \bar{x} + \frac{n+1}{2} + \frac{n+1}{2} = \bar{x} + n + 1 \end{aligned}$$

۳ - گزینه ۱ میانگین داده های اول و دوم را باید حساب کنیم.

$$\begin{aligned} \text{میانگین داده های اول} &= \frac{1 + \overbrace{1+2+3+\dots+99+100}^k}{101} = \frac{1+k}{101} \\ \text{میانگین داده های دوم} &= \frac{1 + \overbrace{2+3+\dots+99+100+100}^k}{101} = \frac{k+100}{101} \\ \text{پس داریم:} \quad \frac{k+100}{101} - \frac{1+k}{101} &= \frac{99}{101} \end{aligned}$$

۴ - گزینه ۳

$$\begin{aligned} \text{میانگین} &= \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} \Rightarrow 13,1 = \frac{16 + 9 + 17 + 13 + 10 + a + 10 + 17 + 11 + 16}{10} \\ \Rightarrow 13,1 &= \frac{119 + a}{10} \rightarrow 119 + a = 131 \Rightarrow a = 131 - 119 \Rightarrow a = 12 \end{aligned}$$

برای یافتن میانه، ابتدا باید داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم.

$$9, 10, 10, 11, 12, 13, 16, 16, 17, 17$$

$$\text{میانۀ ده داده آماری} = \frac{\text{داده ششم} + \text{داده پنجم}}{2} = \frac{12 + 13}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

۵ - گزینه ۲

در ابتدا مجموع اشتباهی داده ها را حساب می کنیم.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد کل داده ها}} \rightarrow 1124 = \frac{\text{مجموع داده ها}}{45}$$

$$\rightarrow \text{مجموع اشتباهی داده ها} = 1124 \times 45 = 50580$$

حال چون به جای ۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ محاسبه شده است، یعنی مجموع داده ها $1204 - 1024 = 180$ واحد بیشتر محاسبه شده است، در نتیجه مجموع درست داده ها برابر $50580 - 180 = 50400$ است.

$$\text{میانگین} = \frac{50400}{45} = 1120$$

۶ - گزینه ۱

$$\bar{x} = 40 = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \Rightarrow x_1 + \dots + x_{10} = 400$$

$$\bar{x}' = \frac{(x_1 + 1) + \dots + (x_{10} + 10)}{10} = \frac{400 + (1 + 2 + \dots + 10)}{10} = \frac{400 + 55}{10} = \frac{455}{10} = 45.5$$

۷ - گزینه ۳ اگر تمام داده‌های آماری را در عدد ضرب کنیم، میانگین نیز در آن عدد ضرب می‌شود و اگر از تمام داده‌های آماری، مقداری ثابت را کم کنیم، از میانگین نیز آن مقدار ثابت کم می‌شود.

$$\text{میانگین} = (57 - 12) \times 3 = 45 \times 3 = 135$$

۸ - گزینه ۴

$$3 + 6 + 7 + 8 = 24 \rightarrow \bar{x} = \frac{24}{4} = 6$$

فرض می‌کنیم داده‌ی x را اضافه کرده‌ایم پس داریم:

$$6 + 1 = \frac{24 + x}{5} \rightarrow 35 = 24 + x \rightarrow x = 11$$

۹ - گزینه ۱

$$\text{میانگین چهار داده} = 8 \rightarrow \text{مجموع چهار داده} = 4 \times 8 = 32$$

$$\text{میانگین هشت داده} = 4 \rightarrow \text{مجموع هشت داده} = 8 \times 4 = 32$$

$$\text{میانگین دوازده داده} = \frac{32 + 32}{12} = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}$$

$$10 - \text{گزینه ۱ اگر این اعداد متوالی را به صورت } x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3 \text{ بنویسیم، آنگاه میانه ی این اعداد برابر } x \text{ و میانگین آنها برابر } \bar{x} = \frac{7x}{7} = x \text{ می‌باشد.}$$

یعنی میانگین و میانه‌ی آنها برابر یکدیگرند.

۱۱ - گزینه ۳ داده‌ها را به ترتیب می‌نویسیم:

$$4, 7, 8, 10, 12, 14, 19, 22$$

$$\text{میانگین: } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\rightarrow \bar{x} = \frac{4 + 7 + 8 + 10 + 12 + 14 + 19 + 22}{8} = \frac{96}{8} \rightarrow \bar{x} = 12$$

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانگین دو داده‌ی وسطی برابر میانه است.

$$1 = \text{میانه} - \text{میانگین} \Rightarrow 11 = \frac{10 + 12}{2} = \text{میانه}$$

۱۲ - گزینه ۲ داده‌ها را به ترتیب می‌نویسیم:

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانگین دو داده‌ی وسطی برابر میانه است.

$$3, 4, 7, 9, 10, 14, 17, 23, 24, 29$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ Q_1 & & Q_2 = \frac{10+14}{2} = 12 & & Q_3 \end{array}$$

$$\text{میانگین چارک‌ها} = \frac{7 + 12 + 23}{3} = 14$$

۱۳ - گزینه ۱ داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ را در نظر می‌گیریم.

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = 12 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 120$$

فرض می‌کنیم داده‌ی x_1 را کنار گذاشته‌ایم.

$$\frac{x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{9} = 11 \Rightarrow x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 99$$

بنابراین $x_1 = 120 - 99 = 21$ است.

۱۴ - گزینه ۴

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{10} = 12 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 120$$

$$\bar{y} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} + 8 + 16}{10 + 2} = \frac{120 + 24}{12} = \frac{144}{12} = 12 \Rightarrow \bar{y} - \bar{x} = 0$$

۱۵ - گزینه ۲ داده‌ها، جملاتی متوالی یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت ۳ می‌باشند که مجموع آنها از رابطه‌ی $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ بدست می‌آید.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\frac{n}{2}(a + 3 + a + 105)}{n} = \frac{2a + 108}{2} = \frac{2(a + 54)}{2} = a + 54$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۴ - ۳	۷ - ۳	۱۰ - ۱	۱۳ - ۱
۲ - ۱	۵ - ۲	۸ - ۴	۱۱ - ۳	۱۴ - ۴
۳ - ۱	۶ - ۱	۹ - ۱	۱۲ - ۲	۱۵ - ۲